MÉTHODES ET APPAREILS DE MESURES
ÉLECTRIQUES ET MAGNÉTIQUES

FASC. 20.

Papier et Impression L. GEISLER
AUX CHATELLES
PAR RAON-L'ÉTAPE (VOSGES)

ENCYCLOPÉDIE
ÉLECTROTECHNIQUE

PAR

UN COMITÉ D'INGÉNIEURS SPÉCIALISTES

F. LOPPÉ, INGÉNIEUR DES ARTS ET MANUFACTURES
SECRÉTAIRE

MÉTHODES ET APPAREILS DE MESURES
ÉLECTRIQUES ET MAGNÉTIQUES

(Première partie)

PAR **A. ILIOVICI**, INGÉNIEUR
PRÉPARATEUR A L'ÉCOLE SUPÉRIEURE D'ÉLECTRICITÉ
ANCIEN INGÉNIEUR
DE LA SOCIÉTÉ DES PROCÉDÉS GIN POUR LA MÉTALLURGIE ÉLECTRIQUE

PARIS
LIBRAIRIE DES SCIENCES ET DE L'INDUSTRIE
L. GEISLER, IMPRIMEUR-ÉDITEUR
1, Rue Médicis, 1

1910

PRÉFACE

Dans les fascicules sur les « Méthodes et Appareils de mesures » nous nous sommes occupés des méthodes et des appareils qui sont utiles à connaître aussi bien pour les élèves des écoles thechniques ou les ingénieurs qui travaillent dans les laboratoires industriels, que pour ceux qui ont à choisir ou à manipuler les appareils industriels qui se trouvent dans toute installation.

Dans le premier fascicule nous avons donné quelque étendue à l'étude des systèmes oscillants et des galvanomètres, parce que la connaissance de ces questions permet de se rendre bien compte du fonctionnement d'un grand nombre d'appareils industriels, qui ne sont que des galvanomètres industriels et dont les parties mobiles constituent des systèmes oscillants.

Dans les fascicules suivants nous réservons une place importante à l'étude des appareils industriels.

Nous donnons la description détaillée d'un certain nombre d'entre eux, choisis parmi ceux que nous considérons comme les meilleurs ou ceux sur lesquels nous avons pu avoir des renseignements intéressants.

Pour chaque système d'appareils, après avoir donné le principe de leur fonctionnement, nous indiquons les qualités et les défauts du système.

Quant aux méthodes de mesures, nous avons choisi les plus employées ou les plus aptes à le devenir par leur simplicité ou par la précision qu'on peut en obtenir.

Dans la rédaction de ce travail nous avons tiré grand profit des belles leçons faites aux élèves de l'Ecole Supérieure d'Électricité par M. Chaumat, Sous-Directeur de l'Ecole.

Nous avons profité aussi des renseignements, que nous ont donnés les constructeurs d'appareils de mesures, auxquels nous adressons nos plus vifs remerciements.

Paris le 7 Avril 1910.

A. Iliovici.

MÉTHODES ET APPAREILS DE MESURES

CHAPITRE PREMIER

Généralités sur les méthodes de mesures

1. Définitions et classifications des Méthodes. — *Définitions.* — Mesurer une quantité c'est trouver un nombre qui exprime le rapport entre cette quantité et une autre de même espèce qu'on prend comme unité.

Méthodes relatives et méthodes absolues. — On distingue les *méthodes de comparaison* ou *méthodes relatives* dans lesquelles on mesure une quantité en la comparant à d'autres connues, de même espèce ou d'espèces peu différentes; et les *méthodes absolues* dans lesquelles la mesure d'une quantité est ramenée, à l'aide de relations théoriques ou conventionnelles, à la mesure des quantités fondamentales : longueur, masse et temps.

Exemple de méthodes relatives : Mesure d'une résistance par le pont d'Wheatstone, comparaison de deux capacités, comparaison d'un coefficient de selfinduction au produit d'une capacité par le carré d'une résistance.

Exemple de méthodes absolues : Mesure d'une résistance par la méthode absolue de M. Lippmann dans laquelle on est amené à mesurer une longueur et un temps.

Les *méthodes absolues* sont très délicates. Elles ne sont employées que pour donner une existence matérielle aux unités de chaque espèce définies théoriquement [1]. Exemple : les méthodes de mesures absolues de résistances ont permis de donner les dimensions d'une colonne de mercure dont la résistance soit égale à *un ohm* ou à 10^9 unités électromagnétiques C. G. S.

Méthodes de laboratoire. Méthodes industrielles. — Les méthodes de mesures relatives peuvent être des *méthodes de laboratoire*, auxquelles on demande une certaine précision, ou des *méthodes industrielles*, qui doivent être rapides, et ne nécessiter que l'emploi d'appareils peu délicats.

Méthodes de zéro. Méthodes de déviation. — Les méthodes de laboratoire sont en général des *méthodes de zéro*.

Ce terme demande quelques explications. Pour exécuter des mesures électriques, on forme un réseau de fils métalliques, contenant les quantités à mesurer et des quantités auxiliaires. Dans certaines branches se trouvent une ou plusieurs sources ; dans une ou plusieurs branches, qui peuvent se confondre ou non avec les précédentes se trouvent des appareils de mesures.

Dans la plupart des méthodes de laboratoire on emploie comme appareils de mesures des galvanomètres, des électromètres, des électrodynamomètres, ou des téléphones..., et on règle les grandeurs des quantités auxiliaires de façon que les appareils restent au *zéro*, c'est-à-dire que les branches qui les contiennent ne soient traversées par aucun courant. Il existe dans ce cas, entre les quantités qui forment le réseau, certaines relations qui permettent de déterminer l'inconnue, si on connaît les autres. C'est le principe général des *méthodes de zéro*.

Dans certaines méthodes de laboratoire et dans presque toutes les méthodes industrielles la mesure se fait par la lecture de la *déviation* ou de l'*élongation* (voir page 29 la définition de ces termes) des appareils de mesures. Ce sont des *méthodes de déviation* ou de *lecture directe*.

Les méthodes de zéro peuvent être rendues *très précises*, parce que chaque appareil de mesure doit indiquer seulement si la branche dans

---

[1] Voir fascicule 7, les relations qui existent entre les unités électriques et magnétiques et les unités fondamentales du système CGS.

laquelle il se trouve est traversée ou non par un courant. Si l'appareil est suffisamment sensible, la précision des résultats dépendra surtout de l'approximation avec laquelle on connaît les quantités supposées connues, et de l'habileté de l'opérateur.

Dans les méthodes de déviation la précision des résultats dépend de l'exactitude de la graduation de l'appareil et de la lecture.

Or, il est en général beaucoup plus facile d'avoir un appareil très sensible qu'un appareil bien gradué et dont la graduation reste exacte pendant longtemps ; de même, il est beaucoup plus facile de se rendre compte si un appareil reste au zéro, que de faire une bonne lecture sur un appareil gradué.

Par contre les méthodes de zéro sont longues, parce qu'il faut régler les diverses quantités pour amener au zéro l'appareil de mesure; tandis que les méthodes de déviation demandent peu de réglages et sont donc rapides.

C'est pourquoi les méthodes de zéro sont employées dans les laboratoires, où on demande surtout de la précision ; tandis que les méthodes de déviation sont employées dans l'industrie, où la rapidité doit être la première qualité d'une méthode.

2. Installation des appareils. Connextions. — Dans un montage pour les mesures électriques on emploie souvent un grand nombre d'appareils et accessoires, qu'on réunit entre eux par des fils en cuivre ; les soins apportés à la disposition des appareils et aux connections ont beaucoup d'importance parce qu'une négligence peut fausser les résultats ou faire perdre beaucoup de temps pour chercher le défaut.

Installation des galvanomètres et autres appareils à miroir. — Les appareils de mesures de laboratoire (galvanomètres, électrodynamomètres à miroir, etc., etc.) doivent être installés avec beaucoup de soins. On doit tenir compte qu'ils sont sensibles aux vibrations et aux champs magnétiques.

Pour éviter ou au moins atténuer les vibrations, on place ces appareils sur des socles en maçonnerie, s'appuyant directement sur les fondations et ne touchant pas le plancher, ou séparés de celui-ci par des substances amortissantes : liège, etc. Quelques fois on se contente de consoles fixées au mur.

Souvent les appareils ne sont pas placés directement sur le socle : on les place sur une plaque lourde en métal, en pierre ou en ardoise, qui

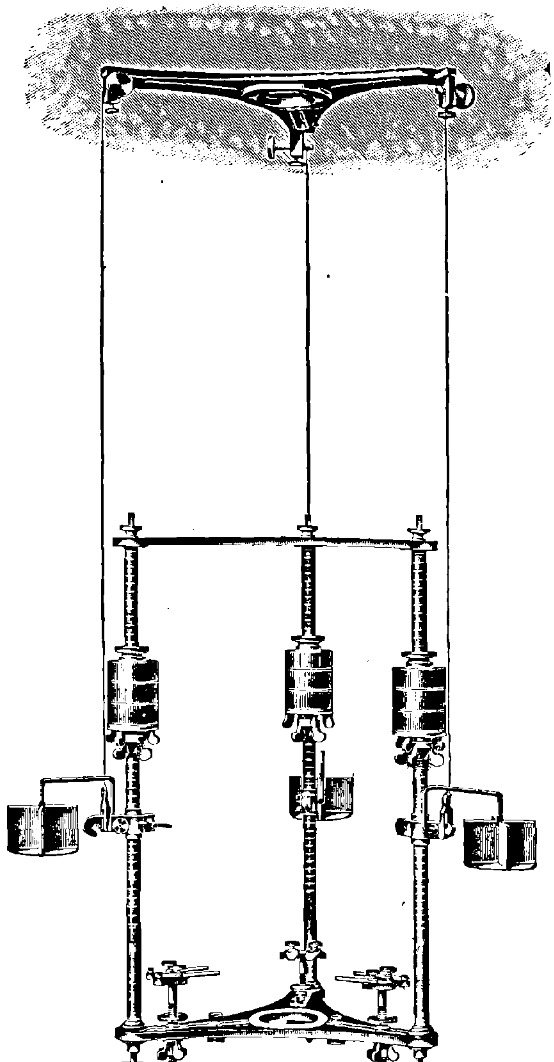


Fig. 1. — Support antivibrateur Julius.

repose sur le support par l'intermédiaire de calles en caoutchouc, ou d'un matelas en feutre, etc.

Pour les appareils très sensibles on emploie des supports antivibrateurs, dont le meilleur est celui du Docteur Julius [1] (fig. 1).

Pour éviter l'influence des champs magnétiques sur les appareils, on place ceux-ci à une distance suffisante des machines électriques, des circuits traversés par de forts courants ou même des grandes masses de fer.

Les galvanomètres à aimant fixe et cadres mobiles (voir page 50) sont peu sensibles aux influences des champs magnétiques ; ils sont, pour ce motif, très employés pour le courant continu. On a peu de précautions à prendre avec eux, mais il faut tout de même les placer au moins à *un mètre* des grosses masses de fer ou des dynamos.

Les galvanomètres à aimant mobile (voir page 55), les électrodynamomètres (voir fascicule 21) sont au contraire très sensibles aux champs magnétiques, il faut donc s'en préoccuper beaucoup. Ainsi on placera ces appareils au moins à *dix mètres* des machines ou de grosses masses de fer et à 5 mètres au moins des conducteurs traversés par de forts courants. Ces précautions peuvent ne pas suffire.

Il faut aussi se préoccuper du bon éclairage des appareils.

Disposition des appareils sur la table de manipulation. — On a vu que le galvanomètre, qui est l'appareil essentiel dans une mesure de laboratoire, doit être installé sur un support séparé des autres appareils. Ceux-ci sont placés en général sur une table suffisamment grande pour que leur disposition puisse se faire suivant certaines règles utiles à suivre.

Ainsi certains appareils devront être éloignés les uns des autres. Par exemple : si on compare deux bobines de selfinduction il faudra que la distance entre elles soit suffisamment grande pour que leur induction mutuelle soit négligeable. De même les électrodynamomètres ou les wattmètres devront être éloignés des fils traversés par le courant principal, et les fils qui leur amènent le courant devront être très près l'un de l'autre ou même torsadés.

Pour la commodité des mesures il serait bon de mettre à la portée de

---

[1] Voir : « Éclairage électrique ». Tome X, page 219.

la main droite les appareils sur lesquels on agit constamment ; devant soi, l'échelle des appareils à miroir et les appareils sur lesquels on a à faire des lectures ; à la portée de la main gauche les appareils accessoires et surtout l'interrupteur, qui doit exister dans tout montage et qui permet de couper le courant en cas d'accident.

Connextions. — Les appareils ont des bornes qui servent à leur connecter les fils métalliques qui les réunissent entre eux. Ces connections doivent être faites avec beaucoup de soin : le fil bien propre aux endroits par lesquels il touche aux bornes et bien serré par celles-ci.

Dans les montages fixes il convient d'employer du fil de 1 à 2 millimètres de diamètre, très bien isolé, monté sur des isolateurs en porcelaine, en ivoire etc... qu'on fixe sur la table.

Dans les montages qu'on a constamment à défaire et à refaire, il vaut mieux employer du fil faiblement isolé, d'un diamètre de 1 millimètre environ tant que le courant est faible. (Pour les courants importants on emploiera du câble souple). On s'arrange pour que les fils ne se touchent pas entre eux, ne touchent pas la table sur laquelle on opère ni les appareils, sauf aux contacts des bornes.

On emploie un faible isolement parce que les fils qu'on manie souvent cassent facilement ; or un bon isolement électrique étant forcément épais il empêcherait qu'on s'aperçoive de la cassure du cuivre. Les fils ne devant toucher à rien, l'isolement a seulement pour rôle d'éviter les court-circuits en cas de contact accidentel.

Dans les manipulations courantes on emploie du fil torsadé, ce qui permet d'employer la même longueur de fil pour réunir des appareils à des distances différentes, et donne plus d'esthétique au montage. Dans les méthodes très précises dans lesquelles on a à opérer avec des courants variables, des fils en boudins peuvent introduire des erreurs à cause de leurs self-inductions : on emploie dans ce cas du fil droit.

3. Choix de la méthode. Calcul et classement des résultats. — *Choix de la méthode.* — Avant de commencer une série de mesures, il convient d'étudier théoriquement les méthodes à employer, de chercher celle qui convient dans les conditions dans lesquelles on se trouve, et de discuter les meilleures conditions d'emploi de la méthode choisie. On fait ensuite quelques mesures préliminaires pour se familiariser avec la méthode et aussi pour se rendre compte de la sensibilité des appareils et de l'influence des divers éléments de montage.

On ne doit jamais se contenter d'une seule mesure. Ce n'est que par la multiplication du nombre de mesures qu'on peut se rendre compte de la valeur d'une méthode et de la confiance qu'on peut avoir dans les résultats. Il serait souvent utile d'employer deux méthodes différentes pour éliminer les erreurs systématiques (voir fascicule 7).

Choix des appareils. — La sensibilité des appareils doit être appropriée à la précision de la méthode et aux conditions d'expérience. Ainsi il sera inutile d'employer un galvanomètre très sensible si on demande peu d'exactitude aux résultats ou si les autres appareils employés sont peu précis.

Feuille d'expériences. — Les résultats obtenus dans les mesures sont notés sur une feuille d'expériences, dont la figure 2 donne un modèle commode. En tête de la feuille on marque la nature de l'expérience et la méthode employée, la date, la température moyenne de la salle d'expérience. Il est souvent utile de marquer l'état hygrométrique de l'air environnant, et aussi l'heure du commencement et de la fin de chaque expérience.

Les renseignements sur les appareils employés sont utiles pour pouvoir les retrouver facilement si on doit les étalonner ou si on a à refaire les expériences. Dans la colonne observation on pourra indiquer si les appareils étaient placés horizontalement ou verticalement, ou donner des renseignements utiles.

Dans les colonnes inférieures, on marque les résultats des mesures. On inscrit en tête de chaque colonne la nature de la quantité. Aux « observations » on indiquera les incidents des mesures : par exemple, si les aiguilles des appareils sont au *zéro* quand aucun courant ne les traverse, si elles y reviennent après une série de mesures ; etc...

Calculs. — Il est bon de faire les calculs au fur et à mesure qu'on obtient les résultats, et ne pas laisser s'accumuler des chiffres sans les soumettre au moins à des opérations rapides donnant une première approximation.

Pour les opérations approchées, il est très avantageux de se servir de

Date..................

Nature de l'expérience..................

Méthode employée..................

Température... *Etat hygrométrique*...

Schemas des montages..................

Appareils employés				
Nature de l'appar	Indic Max.	Constante	N°	Observations

							Observations

Fig. 2.

la *règle à calcul*, de 25 centimètres, qui peut donner une approximation de 0,1 à 0,3 %. Cette approximation est suffisante pour la plupart des mesures qu'on a à faire dans les laboratoires industriels.

Pour avoir une plus grande approximation on peut employer la règle de 50 cm. ; pour les calculs relatifs aux mesures de grande précision on peut se servir d'une machine à calculer.

Si on a à refaire souvent les mêmes mesures, il est avantageux de former des tableaux ou des abaques, donnant les résultats des calculs les plus usuels dans ces mesures.

Les calculs ne doivent pas être faits avec une approximation de beaucoup plus grande que celle que comportent les mesures ; il est de même inutile de donner aux résultats des chiffres qu'on ne peut pas garantir. Il est bon de donner un chiffre en plus de celui dont on croit pouvoir garantir *une* unité ; ce chiffre supplémentaire peut être marqué plus petit que les autres.

Courbes. — Il est intéressant de représenter les résultats par des courbes. Les courbes parlent mieux aux yeux que les tableaux de chiffres ; elles permettent de se rendre compte de la marche des expériences, de l'influence des diverses quantités sur la variation d'autres quantités.

Nous indiquerons trois genres de courbes :

1° Celles qui donnent la variation d'une quantité en fonction d'une autre : on prend alors en abscisse la variable et en ordonnée la fonction. On marque par des points les résultats des expériences et on trace ensuite une courbe continue qui passe le mieux dans le voisinage du plus grand nombre de points obtenus. Exemple : la figure 3 représente la courbe de variation de la résistance d'une lampe à filament de charbon en fonction de la différences de pot. aux bornes. On a pris en abscisse la *différence de pot.* et en ordonnée *la résistance* de la lampe.

2° Lorsqu'on a à étalonner un appareil on le compare souvent à un autre suffisamment exact (appareil étalon). Dans ce cas il convient de tracer une *courbe de correction*, en prenant en abscisse les indications de l'appareil à étalonner et en ordonnée la *correction*, c'est-à-dire la différence entre les indications de l'appareil étalon et de l'appareil à étalonner.

Dans ce genre de courbes on réunit les points marqués par des lignes droites en pointillée. Il est intéressant souvent de tracer aussi une courbe

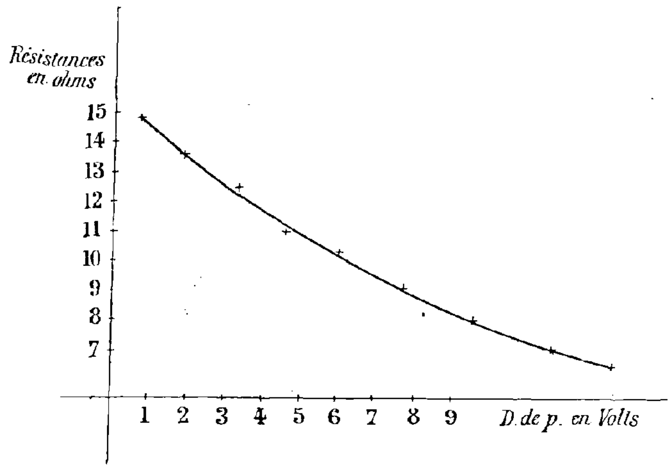


Fig. 3. — Variation de la résistance d'une lampe à filament de charbon avec la différence de potentiel à ses bornes.

moyenne. Exemple : La figure 4 donne une courbe d'étalonnage d'un ampèremètre thermique.

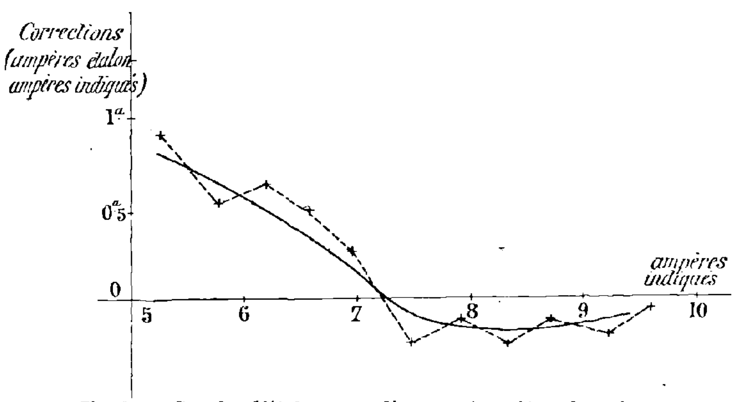


Fig. 4. — Courbe d'étalonnage d'un ampèremètre thermique.

3° Il est souvent intéressant de tracer la courbe de *l'avance relative* d'un appareil.

C'est la courbe dans laquelle on prend en abscisse l'indication de l'appareil et en ordonnée la quantité $100 \times \frac{\alpha_i - \alpha_v}{\alpha_v}$ (α_i étant l'indication de l'appareil, α_v ce qu'il doit indiquer pour être exact).

On trace cette courbe de la même façon que la précédente.

Les courbes seront tracées sur du papier millimètré ; on choisira en général les échelles de façon que la partie couverte du papier soit un peu plus large que haute pour les courbes 1re ; et trois fois plus large que hautes, par exemple, dans les courbes 2e et 3e. Bien entendu que ceci n'a rien d'absolu. On s'arrangera aussi de façon que presque toute la feuille soit couverte. Si par exemple un ampèremètre de 10^a a été étalonné à partir de 5 ampères seulement, on commencera l'échelle des abscisses à partir de 5^a, pour que la moitié de la feuille ne reste pas en blanc. (Voir fig. 4).

Représentation algébrique. — Il est souvent intéressant de trouver une formule algébrique qui soit satisfaite avec une approximation suffisante par les résultats obtenus expérimentalement. Si par exemple une quantité y varie en fonction d'une autre quantité x il peut être intéressant de trouver une relation $y = f(x)$ qui soit satisfaite par les valeurs de x et y obtenues expérimentalement.

Pour obtenir cette fonction $f(x)$ un bon moyen consiste à tracer d'abord la courbe ayant les y en ordonnées et les x en abscisses. Ensuite en tenant compte de la forme de la courbe on choisit une fonction $y = f(x)$ qui dépend d'un certain nombre de paramètres arbitraires.

Les valeurs de x et de y obtenues par l'expérience, introduites dans la relation $y = f(x)$ permettent de déterminer les paramètres considérés comme *inconnues*. En général le nombre de couples de valeur (x, y) sera plus grand que le nombre de paramètres inconnus ; en groupant ces valeurs de plusieurs manières différentes on ne trouvera pas les mêmes valeurs pour les paramètres. On choisira les valeurs les plus probables de ceux-ci en se conduisant d'après la théorie des erreurs [1].

On sait qu'une fonction $y = f(x)$ continue peut, dans certaines conditions, être développée en série entière en x :

$$(1) \qquad y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n + \ldots$$

Si pour les valeurs de x comprises dans l'intervalle qui nous intéresse

---

[1] Voir fascicule 7.

les termes de la série décroissent rapidement, on pourra représenter y avec une approximation suffisante par le polynome :

$$(2) \qquad y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots\ldots + a_n x^n,$$

avec un nombre de termes d'autant plus petit que la série (1) sera plus rapidement convergente,

La relation empirique entre y et x pourra donc se représenter en général par un polynome de forme (2).

On choisira le nombre de termes d'après l'allure de la courbe qui représente cette relation.

Exemples. — 1° La variation de la résistance d'un métal avec la température est donnée avec une approximation suffisante dans l'intervalle de température de 0 à 100 degrés par la relation linéaire :

$$R_t = R_0 + R_0 \alpha t = R_0 (1 + \alpha t).$$

2° La résistance d'un *étalon de résistance* en mercure enfermé dans un tube de cristal est donnée en fonction de la température par la relation :

$$R_t = R_0 (1 + 0{,}000\,874\,1\, t + 0{,}000\,001\,053\, t^2)$$

(Ch. Ed. Guillaume).

formule à 3 termes.

On écrit souvent y sous la forme :

$$(3) \qquad y = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + \ldots + a_n (x - x_0)^n$$

x_0 étant une valeur *importante* de x.

Exemple : La variation de la force électro-motrice d'une pile étalon au cadmium, à électrolyte saturé, en fonction de la température est donnée avec une approximation de 0,003 % dans l'intervalle de 10° à 30° par la formule :

$$E_t = E_{20} - 0{,}000\,038 (t - 20) - 0{,}000\,000\,65 (t - 20)^2$$

(Jäger et Lindeck).

Si le développement en série entière ne convient pas on adopte une formule hyperbolique, ou exponentielle, etc.

Si la courbe présente des sinuosités périodiques on adoptera la forme :

$$y = a_0 + a_1 \sin (\omega t - \varphi_1) + a_2 \sin (2 \omega t - \varphi_2) + \ldots$$

Si pour chaque valeur de x on a plusieurs valeurs de y on essaie d'adopter un polynome en x et y :

$$a_0 + a_1x + b_1y + a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + \ldots = 0$$

et on prend comme avant un nombre de terme suffisant.

Remarque : Les courbes ou les expressions algébriques permettent de connaître les valeurs de y correspondant à des valeurs de x qui ne sont pas données par l'expérience directe.

Il faut pourtant remarquer qu'on n'a pas le droit de prolonger la courbe en dehors de l'intervalle pour lequel on a des résultats d'expériences, en d'autres termes il est dangereux d'*extrapoller;* on risque dans ce cas de trouver des résultats complètement faux.

Erreurs [1]. — L'expérience ne donne pas la valeur exacte d'une quantité x ou du moins on ne peut jamais dire qu'on a trouvé sa valeur exacte; mais on peut, en discutant les résultats, trouver une limite supérieure Δx de la *différence entre le résultat obtenu et la valeur exacte de x* : Δx est l'*erreur absolue* sur x.

Le rapport $\frac{\Delta x}{x}$ s'appelle *erreur relative;* c'est l'erreur relative qui intéresse le plus dans la pratique.

Il arrive souvent que pour connaître la valeur de x, on mesure certaines quantités a, b, c, ... auxquelles x est lié par une relation

$$x = f(a, b, c, \ldots)$$

L'erreur relative sur x est fonction des erreurs relatives $\frac{\Delta a}{a}$, $\frac{\Delta b}{b}$, ... :

$$\frac{\Delta x}{x} = \varphi\left(\frac{\Delta a}{a}, \frac{\Delta b}{b}, \frac{\Delta c}{c}, \ldots\right).$$

Pour avoir la forme de φ, on considère Δx, Δa, ... comme des *différentielles*, et on applique à la fonction $f(a, b, c, \ldots)$ le calcul différentiel, en tenant compte toutefois, dans le calcul final, qu'on ne connaît pas les signes des erreurs Δa, Δb, ... On adopte les signes qui donnent à Δx la plus grande valeur.

---

[1] Pour l'étude détaillee de cette question voir fascicule 7.

Ainsi si $x = a + b$ on a

$$\Delta x = \Delta a + \Delta b \text{ [1]} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a + b},$$

si $x = a - b$ on a

$$\Delta x = \Delta a + \Delta b \quad \text{et} \quad \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a - b}.$$

Dans la plupart des cas de la pratique on pourra appliquer la règle suivante :

Pour avoir l'erreur relative sur une quantité x, en fonction des erreurs relatives sur d'autres quantités a, b, c... auxquelles x est lié par une relation : $x = f(a, b, c, \ldots)$, on prend le logarythme népérien des deux termes de l'égalité, et on différentie le résultat obtenu. On met en facteur commun les quantités $\frac{\Delta a}{a}$, $\frac{\Delta b}{b}$, ..., et on obtient une relation de la forme

$$\frac{dx}{x} = \alpha \cdot \frac{da}{a} + \beta \cdot \frac{db}{b} + \gamma \cdot \frac{dc}{c} + \ldots$$

α, β, γ étant des fonctions de a, b, c, ...

L'erreur relative $\frac{\Delta x}{x}$ sera donnée par

$$\frac{\Delta x}{x} = |\alpha| \frac{\Delta a}{a} + |\beta| \frac{\Delta b}{b} + |\gamma| \frac{\Delta c}{c} + \ldots \tag{4}$$

$|\ |$ signifiant valeur absolue.

Exemple : Soit

$$x = \frac{(\alpha - \beta)(\gamma - \delta)}{\alpha - \delta}.$$

On a

$$Lx = L(\alpha - \beta) + L(\gamma - \delta) - L(\alpha - \delta)$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{d\alpha - d\beta}{\alpha - \beta} + \frac{d\gamma - d\delta}{\gamma - \delta} - \frac{d\alpha - d\delta}{\alpha - \delta}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{d\alpha}{\alpha}\left|\frac{(\beta - \delta)\alpha}{(\alpha - \beta)(\alpha - \delta)}\right| + \frac{d\beta}{\beta}\left|\frac{\beta}{\alpha - \beta}\right| + \frac{d\gamma}{\gamma}\left|\frac{\gamma}{\gamma - \delta}\right| + \frac{d\delta}{\delta}\left|\frac{\delta(\gamma - \alpha)}{(\alpha - \delta)(\gamma - \delta)}\right|.$$

---

[1] Dans ce qui va suivre on marquera par Δa, Δb, ... les *valeurs absolues (arithmétiques)* des erreurs absolues.

Unités. — La question des unités sera traitée en détail dans le fascicule 7. Je me bornerai ici à donner quelques indications essentielles.

En Electricité on emploie 3 systèmes d'unités qui dérivent du système d'unités C. G. S. Celui-ci a comme unités fondamentales le *centimètre* (longueur), le *gramme* (masse) et la *seconde* (temps) :

Les systèmes d'unités employés en électricité sont :

1° Les *unités électrostatiques*, qui ont comme point de départ la définition de l'unité d'électricité par la relation de Coulomb : $f = \frac{q^2}{r^2}$ (f est la force de répulsion dans le vide entre deux masses électriques égales à q et situées à une distance r l'une de l'autre).

2° Les *unités électromagnétiques théoriques*, qui ont comme point de départ la définition de l'unité de masse magnétique m par la formule de Coulomb : $f = \frac{m^2}{r^2}$.

3° Les *unités pratiques* qui sont des multiples ou sous multiples des unités électromagnétiques théoriques.

Les unités électrostatiques sont peu employées; les unités électromatiques théoriques sont employées surtout pour les quantités magnétiques; les unités pratiques sont les plus employées pour les quantités électriques.

Nous donnerons à propos des méthodes de mesures de diverses quantités : résistances, capacités, etc., les unités employées et les relations qui existent entre les unités des systèmes différents.

CHAPITRE II

Généralités sur les appareils de mesures

---

4. Classifications. — *Couples.* — Un appareil de mesure électrique contient une partie mobile, l'*équipage mobile*, qui tourne autour d'un axe horizontal où vertical, et une ou plusieurs parties fixes qui ont une action électrostatique ou électromagnétique sur la partie mobile et donnent naissance à un couple, que nous appellerons *couple actif*.

A ce couple on oppose un *couple antagoniste*, donné par une torsion, par la pesanteur ou par des actions électrostatiques ou électromagnétiques; et un *couple d'amortissement*, qui, en général, a pour effet d'amortir les oscillations de l'équipage mobile.

Dans certains appareils ce dernier couple joue le rôle de couple antagoniste (ex. la plupart des compteurs).

Première classification. — On peut classer les appareils d'après la nature du couple actif :

1° Les appareils dans lesquels un aimant fixe agit sur une bobine mobile parcourue par un courant, ou dans lesquels le courant d'une bobine fixe agit sur aimant mobile.

Ce groupe contient : *a*) les galvanomètres à cadre mobile (Deprez d'Arsonval, etc.) la plupart des *voltmètres* et *ampèremètres* à courant continu, certains compteurs de quantités (ex. compteurs O'K) ; *b*) les galvanomètres à aimant mobile (ex. les galvanomètres Thomson, Wiedmann, Broca, etc.).

2° Les *appareils électrodynamiques* dans lesquels le courant d'une bobine fixe agit sur une bobine mobile parcourue par le même courant ou par un courant différent. Ex. Les *voltmètres* et *ampèremètres* électrodynamiques ou *électrodynamomètres,* la plupart des *wattmètres* et un grand nombre de ***compteurs d'énergies.***

3° Les *électromètres* dans lesquels le couple actif provient d'actions électrostatiques entre l'équipage mobile et certaines parties fixes de l'appareil.

4° Les ***appareils à fer doux*** (voltmètres et ampèremètres) dans lesquels l'équipage mobile contient du fer doux et le couple actif provient de l'action, sur l'équipage mobile, d'une bobine parcourue par un courant, ou d'une partie fixe en fer doux, aimantée par une bobine parcourue par le courant.

5° Les ***appareils à induction*** (voltmètres, ampèremètres, wattmètres et compteurs) dans lesquels le courant d'une bobine agit sur l'équipage mobile, parcouru par un courant induit par le premier. Ces appareils ne peuvent servir qu'en courant alternatif.

En dehors de ces 5 groupes, il y a un groupe important, contenant :

6° Les *appareils thermiques* ou à *fil chaud* (voltmètres, ampèremètres, wattmètres) dans lesquels un fil traversé par le courant s'échauffe et se dilate.

Deuxième classification. — On peut encore classer les appareils, d'après l'effet du couple actif sur le déplacement de l'équipage mobile, en 4 groupes principaux :

1° Les appareils dans lesquels pour chaque valeur du ***couple actif*** l'équipage mobile prend une position déterminée.

Dans ces appareils, si le couple actif est variable, l'équipage mobile suivra la variation, si elle est assez lente par rapport à la période propre de l'équipage (voir page 30) (ex. les oscillographes, les rhéographes), ou prendra une position moyenne si le couple actif varie rapidement. Si le couple actif ne dure que peu de temps, l'équipage mobile oscillera et le maximum de la première oscillation (*élongation*, voir page 30) pourra donner des indications utiles (ex. le cas du galvanomètre balistique).

Ce groupe contient les galvanomètres, voltmètres, ampèremètres, wattmètres ; oscillographes, rhéographes, etc.

2° Les appareils dont l'équipage mobile tourne sous l'influence du couple actif ou de sa valeur moyenne, et prend une vitesse déterminée pour chaque valeur de celui-ci. Exemple : ce groupe contient presque tous les *compteurs*.

3° Les *appareils oscillants* dans lesquels l'équipage ou les équipages oscillent autour d'un axe, le nombre d'oscillations par seconde étant réglé par le couple actif. Exemple : Compteur Aron, compteurs oscillants.

4° Les *appareils thermiques* dans lesquels l'équipage mobile dévie sous l'influence d'un fil qui s'allonge par le passage du courant.

5. Suspension de l'équipage mobile. Couple antagoniste. Amortissement. — *Appareils de laboratoire.* — Dans ces appareils l'équipage mobile est habituellement suspendu par un fil de *cocon à un seul brin*, un fil de *quartz* ou par des *fils métalliques*.

Les fils de cocon et de quartz s'emploient pour les appareils très sensibles ; lorsque l'équipage mobile tourne, les fils se tordent et leur couple de torsion, très faible, sert quelquefois comme couple antagoniste. Il est proportionnel à l'angle de torsion et sa valeur par unité d'angle est de l'ordre de

$$\frac{0,005}{l} \text{ ergs par radian}$$

l étant la longueur du fil en centimètres.

Le plus souvent le couple de torsion de ces fils est négligeable par rapport aux autres couples qui entrent en jeu dans l'appareil.

Les *fils métalliques* donnent un *couple de torsion* qui, sous certaines conditions et dans certaines limites, est proportionnel à l'angle de torsion. Ces fils servent comme suspension, donnent le couple antagoniste et permettent aussi d'amener le courant à l'équipage mobile.

Suspension unifilaire. — Cette suspension est formée d'un fil, ou de deux fils dans le prolongement l'un de l'autre. Dans certains appareils le fil inférieur est remplacé par une spirale, ce qui diminue le couple antagoniste et augmente par conséquent la sensibilité de l'appareil.

Dans cette suspension, le couple de torsion est proportionnel à l'angle dont tourne l'équipage, à partir de la position d'équilibre, tant que cet angle ne dépasse pas une certaine limite.

Le couple de torsion C par unité d'angle est indépendant de la *tension* à laquelle est soumis le fil, tant que celle-ci ne dépasse pas la limite d'élasticité.

La valeur de C est donnée par la formule

$$C = c\left[\frac{d^4}{l} + \frac{d'^4}{l'}\right] \tag{5}$$

c étant un coefficient appelé *coefficient de Coulomb*, l et l' les longueurs, d et d' les diamètres des deux fils de suspension supposés cylindriques.

La valeur de c varie d'un échantillon à l'autre d'un même métal. Voici l'ordre de grandeur pour quelques métaux importants :

Aluminium	25.10^9 CGS
Argent.	30.10^9 »
Cuivre.	40.10^9 »
Acier	50.10^9 »

Pour les fils à section rectangulaire, on a :

$$C = \frac{8}{3\pi}c\left[\frac{bh(b^2+h^2)}{l} + \frac{b'h'(b'^2+h'^2)}{l'}\right] \tag{6}$$

b, h et b', h' étant les côtés des sections droites des fils.

Torsion résiduelle. — Lorsqu'un fil métallique a été trop tordu, il ne revient plus à sa position initiale, le *zéro* de l'appareil se déplace. Il faut attendre un certain temps pour que l'appareil revienne à zéro ; souvent on est forcé de changer le fil.

Métal employé. — Le métal le plus employé pour les suspensions métalliques est l'*argent ;* on emploie aussi le bronze d'aluminium, le bronze phosphoreux, souvent l'acier, etc.

Il est préférable que le fil soit écroui ; il faut aussi faire attention de ne pas le chauffer trop, si on a à le souder.

Fixation des fils. — Le mode de fixation le plus employé, surtout dans les galvanomètres, consiste à terminer les points fixes auxquels on doit attacher le fil par des petits crochets (fig. 5). Après avoir enroulé le fil autour du crochet, comme l'indique la figure, on le soude à l'étain.

Lorsqu'on a deux fils dans le prolongement l'un de l'autre, il faut faire attention qu'aucun des fils n'ait une torsion préalable, autrement on risque d'avoir un zéro instable.

Suspension bifilaire. — Elle est composée de deux fils, comme l'indique la figure 6. Nous supposerons ces fils de même longueur l, les points d'attache supérieurs B et B' à la même hauteur, et le centre de gravité de l'équipage mobile sur la verticale au milieu de la droite BB'. Dans ces conditions, le couple de torsion est proportionnel au *sinus* de l'angle α dont a tourné l'équipage. Si C est le coefficient de proportionnalité entre le couple et $\sin \alpha$, on a

$$C = \frac{ab}{l} \cdot M \cdot g$$

Fig 5.

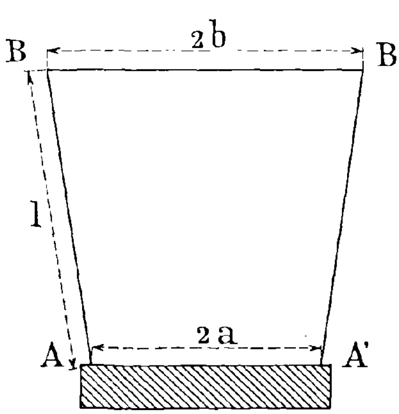


Fig 6. — Suspension bifilaire.

a, b ayant les significations indiquées dans la figure 6, M la masse de l'équipage, g l'accélération de la pesanteur.

La grandeur a est souvent réglable, ce qui permet de faire varier le couple.

On fait des suspensions bifilaires avec des fils métalliques, des fils de cocon, etc.

Suspension de l'équipage mobile et couple antagoniste dans les appareils industriels. — Dans les appareils industriels la suspension se fait en général à l'aide de deux pivots en acier qui reposent dans des chappes en agate ou en acier, ou deux pivots en acier qui reposent dans des chappes en cuivre rouge; ou encore et plus rarement par des couteaux qui reposent sur des plans ou des V très ouverts en agate ou en acier.

Le couple antagoniste est donné par des *ressorts spiraux,* par la *pesanteur* ou par des *actions électromagnétiques* dans la plupart des appareils dont l'équipage prend des positions d'équilibre (voir la classification, page 17), et par des *courants induits* dans les appareils dont l'équipage tourne.

Quelquefois les ressorts servent en même temps pour la suspension et pour donner le couple antagoniste : dans ce cas, on emploie surtout *les ressorts hélicoïdaux.*

Les ressorts donnent des couples de torsion proportionnels à l'angle de torsion, tant qu'on ne dépasse pas leur limite d'élasticité.

Le couple, par unité d'angle, est donné par la relation

$$C = \frac{E}{12} \cdot \frac{bh^3}{l}, \tag{7}$$

pour les lames, E étant ce qu'on appelle le coefficient d'allongement et qui en UCGS. est de l'ordre de 700.10^9 pour l'argent et 1200.10^9 pour le cuivre ; b la hauteur de la lame (dimension parallèle à l'axe de rotation) ; h l'épaisseur radiale ; l la longueur totale du fil.

Pour les ressorts hélicoïdaux on emploie aussi du fil à section circulaire. Dans ce cas on a

$$C = \frac{\pi}{64} \cdot E \cdot \frac{d^4}{l}, \tag{8}$$

d le diamètre du fil.

Amortissement. — Lorsqu'on fait passer le courant dans un appareil de mesure des groupes 1° ou 4°, page 17, l'équipage mobile s'écarte brusquement du zéro et oscille autour de la position d'équilibre qui correspond à l'égalité des couples actif et antagoniste. Si ces couples existaient seuls, l'oscillation durerait indéfiniment — comme on le verra — et l'équipage ne s'arrêterait jamais. On est donc amené à introduire pendant le mouvement un nouveau couple, qui s'oppose aux oscillations : c'est le *couple d'amortissement*, qui doit être nul au repos.

Il existe dans les appareils un couple d'amortissement qui provient du frottement des pivots, mais ce couple n'est pas nul au repos : il ne peut donc être que nuisible, et on doit le rendre aussi faible que possible.

Le couple de frottement de l'équipage mobile sur l'air est nul au repos, et on l'emploie dans certains appareils, avec des artifices pour le rendre suffisamment grand. (Exemple : Wattmètres de précision Siemens et Halske).

Un couple d'amortissement très employé est celui créé par les courants d'induction ou les courants de Foucault. On obtient ces courants, soit dans le fil même de l'équipage mobile (exemple : dans les galvanomètres, lorsqu'on ferme leur circuit), soit dans une bague, sur laquelle on enroule le fil (exemple : dans les voltmètres et ampèremètres du système Deprez d'Arsonval) ou dans un disque solidaire à l'équipage et qui se déplace entre les pôles d'un aimant (exemple : dans les appareils thermiques).

6. Lecture des appareils de mesures. — *Lecture dans les appareils industriels.* — On a vu que dans beaucoup d'appareils l'équipage mobile prend une position déterminée pour chaque valeur du courant qui le traverse, lequel est fonction de la quantité à mesurer.

Pour pouvoir observer facilement la position de l'équipage on munit celui-ci, dans les appareils industriels, d'une *aiguille* suffisamment longue, pour qu'à une faible rotation de l'équipage, corresponde un déplacement sensible de l'extrémité de l'aiguille. L'extrémité de celle-ci se déplace devant une graduation tracée sur un arc de cercle, et qui indique pour chaque position de l'équipage la valeur correspondante de la quantité à mesurer.

L'aiguille se trouvant à une certaine distance de la graduation, la division que l'observateur lit devant l'aiguille dépend de sa position. Pour faire une lecture exacte, il faut se placer bien en face de l'aiguille, l'œil à environ 30 centimètres du cadran divisé ; autrement on commet *une erreur de parallaxe.*

Dans les appareils de précision on évite l'erreur de parallaxe en traçant la graduation sur le bord d'un miroir. Pour faire une lecture exacte on place l'œil de façon que l'aiguille cache sa propre image dans le miroir.

Lecture dans les appareils de laboratoire. — Dans ces appareils, les lectures devant se faire avec une précision de beaucoup plus grande que dans les appareils industriels, on serait amené à employer des aiguilles très longues, qui rendraient l'équipage trop lourd et donnerait surtout un grand moment d'inertie à l'ensemble, ce qui, comme on le verra, serait nuisible dans beaucoup de cas.

Pour éviter ces inconvénients on emploie un système qui est équivalent à une aiguille, mais immatériel : c'est un rayon lumineux réfléchi par un miroir *plan* ou *concave*, fixé à l'équipage mobile par quelques gouttes de colle de *caoutchouc* [1] ou par des griffes.

Méthode objective. — La méthode la plus commode et la plus employée pour la lecture des appareils de Laboratoire, est la méthode *de projection* ou *objective* imaginée par Lord Kelvin.

Dans cette méthode un faisceau lumineux concentré sur un *miroir concave* fixé à l'équipage est réfléchi par celui-ci et reçu sur une *échelle graduée.*

On emploie le plus souvent une *échelle translucide* formée par une bande rectangulaire en celluloïde ou en papier parcheminé, de 50 à 60 centimètres de longueur et de 5 à 6 centimètres de hauteur, qui porte 500 divisions de 1 millimètre environ, le zéro étant au milieu ou à l'extrémité gauche.

L'échelle Carpentier (fig. 7) que nous prenons comme type a les particularités suivantes :

Au dessous du cadre de l'échelle se trouve un écran noir percé d'une

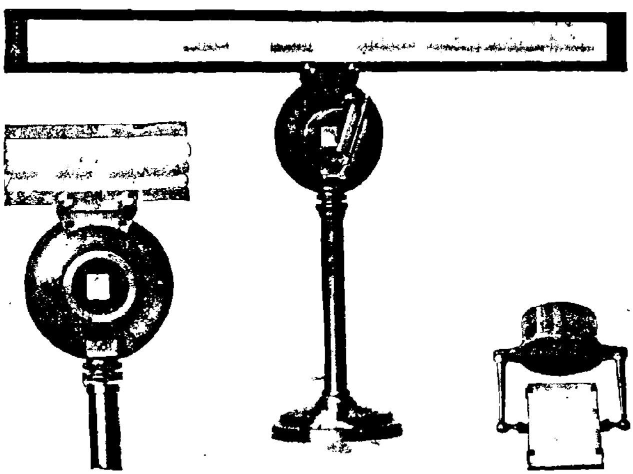


Fig. 7. — Echelle divisée transparente.

fenêtre rectangulaire, coupée en deux parties égales par un fil fin vertical. Derrière l'écran et tout près se trouve une lentille biconvexe ou

[1] Solution de caoutchouc dans la benzine. Il faut éviter les colles rigides, parce qu'elles déforment les miroirs.

planconvexe de foyer égal à la moitié environ de la distance de l'échelle au miroir de l'équipage mobile. Le *barillet* contenant l'écran noir et la lentille porte aussi un miroir plane qui peut tourner dans tous les sens.

Le tout est monté sur un pied assez lourd pour avoir de la stabilité : et peut se déplacer en hauteur où tourner autour d'un axe vertical.

Le rôle du miroir placé est d'envoyer à travers la fenêtre le rayon lumineux d'une source quelconque disposée à distance convenable ; habituellement elle se trouve à gauche ou à droite de l'observateur, à peu près à la hauteur de la bande en celluloïde et dans le même plan, mais on peut arriver à de bons résultats quelque soit la position de la source, à condition qu'elle n'éclaire pas trop l'échelle ni le miroir de l'équipage.

La lumière de la source après avoir traversé la fenêtre rectangulaire est réfléchie par le miroir de l'équipage mobile, et donne sur l'échelle l'image de la fenêtre et du trait vertical. Cette image s'appelle le *spot.*

Dans d'autres systèmes d'échelles la lampe enfermée dans une boite noire, est montée sur le support de l'échelle au-dessus de celle-ci. Une

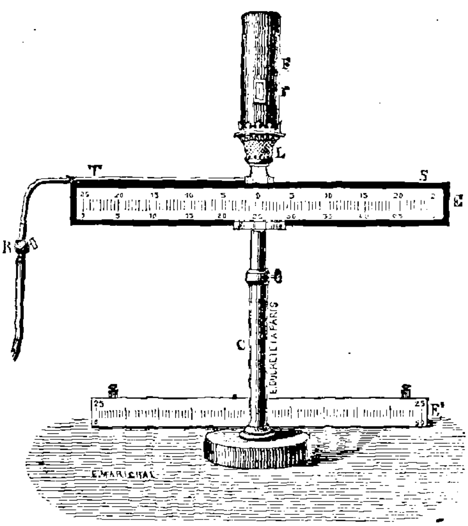


Fig. 8. — Échelle Décretet.

fenêtre rectangulaire, au milieu de laquelle est tendu un fil vertical, laisse passer la lumière de la lampe (fig. 8).

Echelles opaques. — Dans ces échelles la bande translucide est remplacée par une graduation tracée sur papier et fixée sur une planchette en bois.

Avec les échelles transparentes l'opérateur se trouve en arrière de l'échelle, dans une position telle qu'il reçoit le rayon réfléchi ; avec les échelles opaques l'observateur doit se trouver entre l'échelle et le galvanomètre pour regarder le spot, ce qui est souvent peu commode.

Installation d'une échelle. — Nous donnerons quelques indications sur l'installation d'une échelle Carpentier. Pour l'installation d'une échelle d'un autre système on tiendra compte de ces indications et des particularités que présentera le système.

On commence par placer l'échelle à une distance de l'appareil à peu près égale à la distance focale du miroir de l'équipage mobile. On la dirige pour la rendre à peu près parallèle à ce miroir et on la fait glisser dans sa monture de façon à l'amener à peu près à sa hauteur.

La source de lumière étant installée dans une position appropriée, on dirige vers elle le miroir de l'échelle et on le fait tourner de façon que le rayon réfléchi rencontre le miroir de l'appareil. Pour y arriver facilement on commence par placer une feuille de papier blanc entre l'appareil et l'échelle, et tout près de celle-ci, et on dirige le miroir de l'échelle pour faire apparaître sur le papier l'image de la fente rectangulaire. On rapproche la feuille de l'appareil et on rectifie la position du miroir de l'échelle de façon que l'image de la fente reste sur le papier à peu près dans la direction du miroir de l'appareil. Une fois tout près de celui-ci on enlève le papier et on finit le réglage.

L'image étant sur le miroir de l'équipage mobile, si tout est bien réglé le rayon réfléchi donnera le *spot* sur l'échelle. Habituellement il n'en est rien et il faut commencer par chercher le rayon réfléchi ; on l'a dans l'œil, lorsqu'on voit le miroir de l'équipage mobile fortement éclairé. (Les vitres placées habituellement devant l'appareil ou les parties métalliques de celui-ci donnent souvent des rayons réfléchis, qu'on peut distinguer de celui donné par le miroir parce qu'ils sont de beaucoup moins intenses).

On soulève ou on abaisse la monture de l'échelle et on fait glisser la bande en celluloïde pour donner au spot une position convenable : il convient que son bord inférieur touche le bord inférieur de la graduation.

On met au point en déplaçant l'échelle et en faisant tourner son miroir de façon à avoir le trait de spot bien net et celui-ci le mieux éclairé.

Méthode subjective. — Cette méthode, dûe à Poggendorff et à Gauss, est très précise, mais elle est fatigante pour la vue ; on lui préfère donc la méthode que nous avons décrit d'abord.

Dans la méthode de Poggendorff on emploie une échelle, qui porte une lunette à reticule croisée dont l'axe est perpendiculaire au plan de l'échelle [1]. — Le miroir de l'équipage de l'appareil de mesure est plan. En regardant à travers la lunette on voit une partie de la graduation de l'échelle réflechie à travers le miroir de l'équipage.

Relation entre l'angle de déviation du miroir de l'équipage mobile et le déplacement du spot sur l'échelle. — En général les appareils à échelles sont employés dans les *méthodes de zéro* et on n'a pas besoin de connaître les lois de déplacement du spot.

Dans certains cas pourtant on a besoin de lire la déviation du spot sur

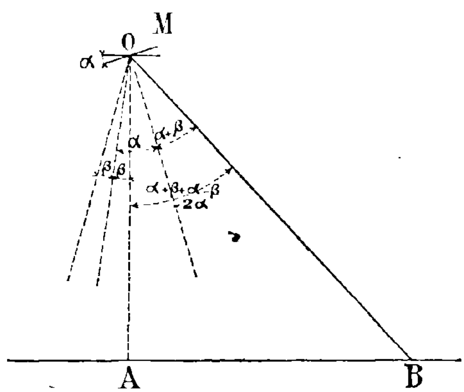


Fig. 9. —

l'échelle et il est intéressant de connaître la relation qui existe entre ce déplacement et l'angle dont a tourné le miroir de l'appareil.

---

(1) La disposition indiquée est la plus commode. Mais on sépare souvent la lunette de l'échelle ; dans d'autres cas les deux sont portés par l'appareil de mesure. L'échelle est

Nous allons considérer le cas de l'échelle à projection.

Supposons que le rayon réfléchi par le miroir de l'équipage de l'appareil de mesure tombe perpendiculairement à l'échelle lorsque l'appareil est au zéro [1], et soit A la position du spot (fig. 9).

Lorsque l'équipage M dévie d'un angle α, le rayon réfléchi OA vient en OB et on voit facilement d'après la fig. qu'il a tourné d'un angle 2α. Si on appelle α_e le nombre de divisions contenues dans la longueur AB dont s'est déplacé le spot sur l'échelle, a la distance OA de l'échelle au centre du miroir M, exprimée en divisions (une division = habituellement à 1 millimètre), on a la relation :

$$\alpha_e = a \text{ tang. } 2\alpha. \tag{9}$$

Ce qu'on lit sur l'échelle c'est α_e, et il est souvent utile d'en déduire α ou une fonction trigonométrique de α.

De la relation précédente on déduit :

$$\alpha = \frac{1}{2} \text{ arc tang } \frac{\alpha_e}{a}. \tag{10}$$

On peut développer arc tg $\frac{\alpha_e}{a}$ en série entière en $\frac{\alpha_e}{a}$ et on trouve

$$\alpha = \frac{1}{2}\left[\frac{\alpha_e}{a} - \frac{\alpha_e^3}{3a^3} + \frac{\alpha_e^5}{5a^5} - \dots\right] \quad \text{ou} \quad \alpha = \frac{\alpha_e}{2a}\left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{\alpha_e}{a}\right)^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{\alpha_e}{a}\right)^4 - \dots\right]$$

et on prendra dans cette série un nombre de termes suffisant pour avoir l'approximation voulue.

Par exemple, si $\alpha_e = 250$ divisions et $a = 1\,000$ divisions, on aura :

$$\text{tang } 2\alpha = \frac{\alpha_e}{a} = 0{,}25 \quad ; \quad \frac{1}{3}\left(\frac{\alpha_e}{a}\right)^2 = 0{,}0208\,; \quad \frac{1}{5}\left(\frac{\alpha_e}{a}\right)^4 = 0{,}0008 \dots$$

---

habituellement rectiligne, mais certains constructeurs font des échelles circulaires, le centre du cercle étant sur le miroir de l'appareil de mesure.

Il existe aussi des appareils portatifs dans lesquels l'échelle est petite et à des divisions étroites et la lunette est remplacée par un microscope.

[1] Ce que nous dirons sera vrai aussi pour une échelle à lunette, à condition que le rayon d'incidence, qui part de la division observée par la lunette soit perpendiculaire à l'échelle,

Si on prend un seul terme on aura

$$\alpha = \frac{\alpha_e}{2a} \tag{11}$$

avec une erreur relative de l'ordre de $\frac{1}{3}\left(\frac{\alpha_e}{a}\right)^2 = 0{,}02$ environ ou 2 %; si on veut avoir une approximation de l'ordre de 0,1 % on prendra deux termes et on aura

$$\alpha = \frac{\alpha_e}{2a}\left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{\alpha_e}{a}\right)^2\right]. \tag{12}$$

Remarquons, pour fixer les idées, que l'angle dont la tangente est 0,25 est 14° 2′ 8″ donc $\alpha = 7°\ 1'\ 4''$.

Exprimons *tang* α et *sin* α en fonction de $\frac{\alpha_e}{a}$. On a :

$$\frac{\alpha_e}{a} = \operatorname{tang} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tang}^2\alpha}$$

d'où

$$\operatorname{tang} \alpha = -\frac{a}{\alpha_e} + \left(1 + \frac{a^2}{\alpha_e^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{a}{\alpha_e}\left[\left(1 + \frac{\alpha_e^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]$$

ou en développant

$$\left(1 + \frac{\alpha_e^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

et en simplifiant :

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_e}{a}\left[1 - \frac{1}{4}\left(\frac{\alpha_e}{a}\right)^2 + \dots\right] \tag{13}$$

Si on peut se limiter au premier terme on trouve

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}\frac{\alpha_e}{a} = \frac{1}{2}\operatorname{tang} 2\alpha.$$

Pour le *sin* α. on a

$$\sin \alpha = \sin\left[\frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{\alpha_e}{a}\right] = \frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{\alpha_e}{a} - \frac{1}{1.2.3.}\cdot\frac{1}{8}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{\alpha_e}{a}\right)^3 + \dots$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\alpha_e}{a} - \frac{1}{3}\left(\frac{\alpha_e}{a}\right)^3 + \dots\right] - \frac{1}{1.2.3.}\cdot\frac{1}{8}\left[\frac{\alpha_e}{a} - \frac{1}{3}\left(\frac{\alpha_e}{a}\right)^3 + \dots\right]$$

ou encore

$$\sin \alpha = \frac{\alpha_e}{2a}\left[1 - \frac{3}{8}\left(\frac{\alpha_e}{a}\right)^2 + \dots\right]. - \tag{14}$$

CHAPITRE III

Etude des systèmes oscillants

7. Couple actif nul. — *Définitions.* — Nous avons vu que la partie principale d'un appareil de mesure est l'équipage mobile qui tourne autour d'un axe et qui est soumis à un *couple actif*, un *couple antagoniste* et un *couple d'amortissement.*

Sous l'action de ces couples et suivant les conditions initiales, le mobile prendra une position d'équilibre ou se mettra en mouvement.

On appelle *déviation* à l'instant t l'angle que fait, à ce moment, l'équipage avec la position d'équilibre qu'il prend lorsque le *couple actif est nul* (cette dernière position est appelée le *zéro* de l'appareil).

Dans les appareils à échelles on donne le nom de *déviation*, à la distance entre la position du *spot* sur l'échelle à l'instant t et sa position lorsque l'appareil est au *zéro*.

Si la position considérée est une position d'équilibre la déviation est dite *permanente.*

Nous étudierons d'abord le cas ou le couple actif est nul. L'équipage n'est alors autre chose qu'un pendule composé soumis à l'action d'un couple de torsion, ou de la pesanteur, et d'un couple d'amortissement.

Nous supposerons que l'angle dont tourne ce pendule autour de son axe et sa vitesse angulaire sont suffisamment faibles pour que le premier couple puisse être considéré proportionnel à la déviation et égal à $C\alpha$ et le second à la vitesse angulaire et égal à $A\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)$, C et A étant des constantes. [1]

Nous allons voir que le mobile mis en mouvement par un moyen quelconque, revient au zéro directement (dans le cas d'un fort amortissement) ou après un certain nombre d'oscillations autour du zéro (cas d'un amortissement faible ou nul).

On appelle *élongations* les valeurs maxima des déviations du mobile dans son mouvement.

Si le ***couple d'amortissement est nul*** les élongations successives ont ***la même valeur absolue.***

Dans le cas d'un amortissement non négligeable, s'il y a oscillation, les élongations successives diminuent suivant une progression géométrique; si on écrit la raison de cette progression sous la forme : $e^{-\lambda}$ la constante λ s'appelle le *decrément logarithmique* des oscillations. ***Le decrément logarithmique caractérise l'amortissement.***

Dans le mouvement oscillatoire l'intervalle de temps entre deux passages successifs du mobile au zéro est constant.

On appelle ce temps la *période* d'une *oscillation simple.*

On appelle *période d'une oscillation* complète le temps qui s'écoule entre deux passages du mobile au zéro *la vitesse ayant le même sens.*

Cette constante a une valeur double de la première. Chaque fois que nous parlerons de *période* on entendra *période d'une oscillation complète.*

On appelle *période propre* de l'équipage, la période de ses oscillations lorsque le couple d'amortissement est nul.

Le mouvement oscillatoire du mobile s'appelle aussi *mouvement périodique ;* le mouvement non oscillatoire, *apériodique.*

En faisant varier les couples d'une manière continue on peut passer par tous les degrés des deux genres de mouvements. Le mouvement *li-*

---

(1) Le couple d'amortissement est proportionnel à $\frac{d\alpha}{dt}$ dans le cas des courants induits et il est en général de la forme $A\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^n$, avec $n = 1$ pour des vitesses faibles ; le couple antagoniste est quelque fois proportionnel à α dans de larges limites (cas de la torsion) ou à $\sin \alpha$ (cas de la pesanteur) etc.

mite entre les mouvements périodique et apériodique, est dit *apériodique critique*, et tous les éléments qui lui correspondent sont appelés *critiques*.

Equation du mouvement. — Pour trouver l'équation du mouvement nous allons remarquer qu'il s'agit du mouvement d'un corps solide qui tourne autour d'un axe. En appliquant le théorème du moment des quantités de mouvement ou le théorème des forces vives on arrive à la relation

$$K \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \Sigma M',$$

qui peut s'énoncer : *Le moment d'inertie* K *du solide par rapport à l'axe de rotation, multiplié par la dérivée seconde de la déviation par rapport au temps, est égale à la somme des moments par rapport au même axe des forces appliquées au solide.* Si les forces forment des couples on prendra les composantes des axes de ces couples parallèles à l'axe de rotation.

On prendra pour les termes du second membre les signes tels que chaque moment ou couple soit positif s'il tend à faire augmenter α, négatif dans le cas contraire.

Dans notre cas on a, comme on a vu, trois *couples* : $C\alpha$ et $A \frac{d\alpha}{dt}$ que nous avons déjà considéré, et le *couple actif*. Celui-ci est une certaine fonction du temps : $\Phi(t)$ et prend surtout les formes

$$\Phi(t) = F(\alpha).I \quad \text{ou} \quad \Phi(t) = f(\alpha).I.i$$

I et i étant des courants.

On a donc en appliquant le théorème précédent, l'équation du mouvement.

$$K \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -C\alpha - A \frac{d\alpha}{dt} + \Phi(t)$$

ou

$$K \frac{d^2\alpha}{dt^2} + A \frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = \Phi(t). \tag{15}$$

Considérons d'abord le cas ou le couple actif est nul. On a $\Phi(t) = 0$ et l'équation (15) devient :

$$K \frac{d^2\alpha}{dt^2} + A \frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = 0. \tag{16}$$

Etude du mouvement non amorti. — Pour discuter cette équation nous commencerons par le cas $A = 0$, ce qui donne

$$K \frac{d^2\alpha}{dt^2} + C\alpha = 0 \tag{16'}$$

dont la solution générale est :

$$\alpha = M \sin \left(t \sqrt{\frac{C}{K}} + \varphi \right) \tag{17}$$

M et φ étant deux *constantes arbitraires* qui dépendent des conditions initiales.

Le mouvement du mobile est dans ce cas un mouvement périodique de période :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{C}}. \tag{17_1}$$

On sait en effet que le *sinus* est une fonction qui reprend la même valeur, *avec la variation dans le même sens*, lorsque l'arc croît de 2π. On a donc

$$(t + T_0) \sqrt{\frac{C}{K}} = t \sqrt{\frac{C}{K}} + 2\pi$$

d'où la formule (18).

Au point de vue des conditions initiales deux cas sont intéressants :

1° Pour $t = 0$ on a $\alpha = 0$ et $\frac{d\alpha}{dt} = \omega_0$ (le mobile part de son *zéro* avec une vitesse initiale ω_0) ; dans ce cas on a :

$$\alpha = \omega_0 \sqrt{\frac{K}{C}} \sin t \sqrt{\frac{C}{K}}$$

ou en tenant compte de (18)

$$\alpha = \frac{T_0}{2\pi} \omega_0 \sin \frac{2\pi}{T_0} t. \tag{17'}$$

2° Pour $t = 0$ on a $\alpha = \theta_0$ et $\frac{d\alpha}{dt} = 0$ (le mobile part de la position $\alpha = \theta_0$ sans vitesse initiale).

On a alors

(17'') $$\alpha = \theta_0 \cos \frac{2\pi t}{T_0}.$$

Dans les 2 cas la déviation α du mobile passe par des maxima et des minima égaux et de signes contraires. La valeur constante des élongations est

(17''') $$\theta = \frac{T_0}{2\pi}\,\omega_0$$

dans le premier cas, qui est le plus intéressant, et $\theta = \theta_0$ dans le

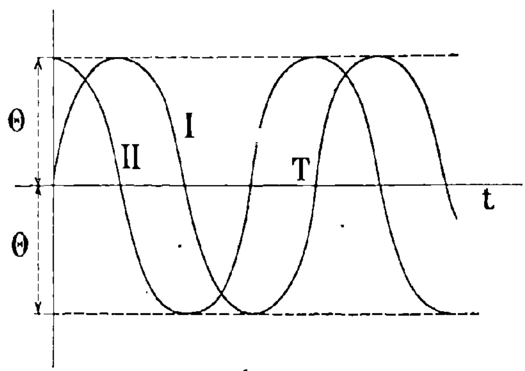


Fig. 10.

deuxième cas (voir courbes fig. 10). On peut voir facilement que dans tous les cas, les maxima et les minima sont à un quart de période des zéros.

On remarque aussi que, dans le cas 1°, l'élongation θ est proportionnelle à la vitesse angulaire initiale ω_0.

Etude du mouvement amorti. — Si dans l'équation (16) on divise tout par K, on remplace $\frac{C}{K}$ par sa valeur $\frac{4\pi^2}{T_0^2}$ et qu'on pose $\frac{A}{K} = 2a$ on a l'équation

(18) $$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2a\frac{d\alpha}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2}\alpha = 0.$$

La forme de la solution de cette équation dépend du signe du discriminant $\Delta = a^2 - \frac{4\pi^2}{T_0^2}$ de l'équation caractéristique

$$x^2 + 2ax + \frac{4\pi^2}{T_0^2} = 0.$$

On distingue 3 cas, suivant que $\Delta > 0$, $\Delta = 0$ ou $\Delta < 0$.

Premier cas : $\Delta > 0$ *ou* $a > \frac{2\pi}{T_0}$. — La solution générale de l'équation (18) est, dans ce cas, de la forme :

$$\alpha = e^{-at}(\mathrm{M}e^{+b't} + \mathrm{N}e^{-b't}) \tag{18'}$$

M et N étant deux constantes arbitraires déterminées par les conditions initiales, et

$$b' = \sqrt{a^2 - \frac{4\pi^2}{T_0^2}}.$$

La formule (18') montre que le mouvement du mobile est *apériodique :* le mobile reviendra au zéro sans osciller, mais il peut y revenir directement ou après avoir passé par un maximum.

On a le maximum à l'instant τ donné par $\frac{d\alpha}{dt} = 0$, c'est-à-dire

$$\tau = \frac{1}{2b'} \text{Log.} \frac{\mathrm{N}(b' + a)}{\mathrm{M}(b' - a)}. \tag{18''}$$

Pour que τ ait une valeur réelle il faut que $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{M}} < 0$. On a en effet

$$b' - a < 0 \quad \left[b' = \sqrt{a^2 - \frac{4\pi^2}{T^2}} < a\right].$$

Conditions initiales. — 1° Pour $t = 0$, $\alpha = 0$ et $\frac{d\alpha}{dt} = \omega_0$ (le mobile part du zéro, avec une vitesse initiale ω_0). La formule (18') devient alors

$$\alpha = \frac{\omega_0}{2b'} e^{-at}(e^{b't} - e^{-b't}) \tag{18$_1$}$$

et (18'') devient :

$$\tau = \frac{1}{2b'} \log \frac{b' + a}{a - b'}. \tag{18$_2$}$$

A l'instant τ correspond une *élongation* dont on obtient la valeur en remplaçant dans (18$_1$) t par τ.

On a donc

$$\theta = \frac{\omega_0}{\sqrt{a^2 - b'^2}} \left(\frac{a - b'}{a + b'}\right)^{\frac{a}{2b'}}. \tag{18$_3$}$$

On remarque que : *l'élongation est proportionnelle à la vitesse initiale et l'instant où elle a lieu est indépendant de cette vitesse* (voir courbe V, fig. 11).

2° Pour

$$t = 0, \quad \alpha = \theta_0 \quad \text{et} \quad \frac{d\alpha}{dt} = 0$$

(le mobile part d'une position θ_0 sans vitesse initiale). La formule (18') devient

$$\alpha = \frac{\theta_0}{2\,b'}\, e^{-at}\left[(b' + a)e^{b't} + (b' - a)e^{-b't}\right]$$

(voir courbe IV, fig. 12).

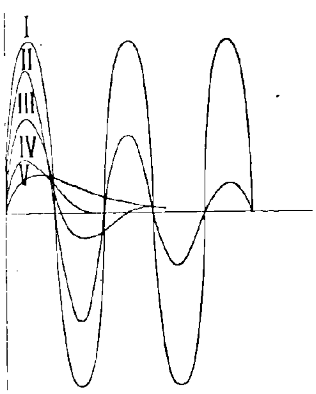


Fig. 11.

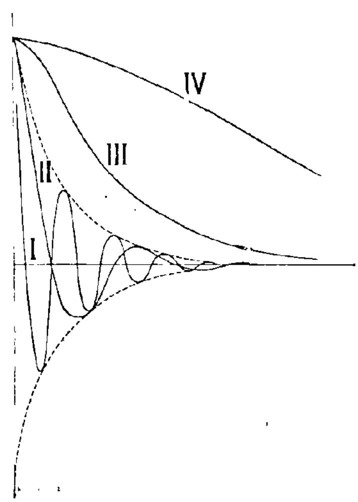


Fig. 12.

Deuxième cas : $\Delta = 0$ *ou* $a = \frac{2\pi}{T_0}$. — La solution de l'équation (18) est, dans ce cas, de la forme :

$$\alpha = (Mt + N)\, e^{-at}.$$

On voit que le mobile a un mouvement apériodique ; c'est le mouvement apériodique critique. Les courbes de α en fonction du temps ont les mêmes allures que dans le cas précédent. L'élongation a lieu à l'instant

$$\tau = \frac{M - aN}{Ma} \text{ (et il faut que } \tau \geqslant 0)$$

et a pour valeur :

$$\theta = \frac{M}{a} e^{\frac{aN-M}{M}}.$$

1° Si au moment initial $t = 0$ on a $\alpha = 0$, $\frac{d\alpha}{dt} = \omega_0$, les équations précédentes deviennent :

$$(18_4) \qquad \tau = \frac{1}{a} \qquad \text{et} \qquad \theta = \frac{\omega_0}{a} \cdot \frac{1}{e} \qquad \text{ou encore} \qquad \theta = \frac{T_0}{2\pi} \cdot \omega_0 \cdot \frac{1}{e}$$

qui montrent que : *l'élongation est proportionnelle à la vitesse initiale et l'instant où elle a lieu est indépendant de cette vitesse. Remarquons aussi que l'élongation θ dans ce cas est égale à la fraction $\frac{1}{e}$ de l'élongation qu'on obtient pour les mêmes conditions initiales dans le cas du mouvement non amorti* (voir page 33, formule $(17''')$).

2° Si au moment initial on a : $\alpha = \theta_0$, $\frac{d\alpha}{dt} = 0$, on obtient :

$$\tau = 0 \qquad \text{et} \qquad \alpha = (at + 1)\,\theta_0 e^{-at}.$$

La variation de α est donnée par la courbe IV, fig. 11 et la courbe III, fig. 12.

Troisième cas : $\Delta < 0$ *ou* $a < \frac{2\pi}{T_0}$. — L'intégrale générale de l'équation (18) prend, dans ce cas, la forme

$$(19) \qquad \alpha = M \,.\, e^{-at} \,.\, \sin(bt + \varphi)$$

où

$$b = \sqrt{\frac{4\pi^2}{T_0^2} - a^2}$$

et où M et φ sont deux constantes arbitraires déterminées par les conditions initiales.

L'équation (19) indique que le mouvement du mobile est *périodique amorti*, de période $T = \frac{2\pi}{b}$ [1] qu'on peut mettre sous les deux formes suivantes :

$$(20) \qquad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{T_0^2} - a^2}}$$

[1] En effet un passage au zéro a lieu pour : $bt + \varphi = 0$, le suivant a un moment t' donné par $bt' + \varphi = \pi$ et le passage suivant dans le même sens que le premier à t'' donné par : $bt'' + \varphi = 2\pi$ donc la période T est donnée par $b.T = b(t'' - t) = 2\pi$.

ou

$$T = \frac{4\pi K}{\sqrt{4KC - A^2}}. \qquad (20_1)$$

Les maxima et les minima de α ont lieu pour les valeurs de t pour lesquelles : $\frac{d\alpha}{dt} = 0$. On a donc :

$$\frac{d\alpha}{dt} = Mbe^{-at}\cos(bt + \varphi) - Mae^{-at}\sin(bt + \varphi) = 0$$

d'où

$$\text{tang}\,(bt + \varphi) = \frac{b}{a}$$

d'où

$$bt + \varphi = \text{arc tang}\,\frac{b}{a} + n\pi,$$

n étant un nombre entier quelconque.

Donc les maxima et les minima successifs auraient lieu pour t donné par

$$t = \frac{\text{arc tang}\,\frac{b}{a} + n\pi - \varphi}{b}. \qquad (20^1)$$

Le temps qui sépare un maximum d'un minimum successifs est :

$$T' = \frac{\text{arc tg}\,\frac{b}{a} + (n+1)\pi - \varphi}{b} - \frac{\text{arc tg}\,\frac{b}{a} + n\pi - \varphi}{b}$$

ou

$$T' = \frac{\pi}{b} = \frac{T}{2}.$$

Ce temps est donc égal à une demi-période. Les maxima et les minima alternant, le temps qui sépare 2 maxima ou 2 minima successifs est égale à une période T.

Il est intéressant de connaître aussi le temps qui sépare un maximum ou un minimum du zéro précédent ou du zéro suivant.

Si t_2 est l'instant d'un maximum ou d'un minimum on a, comme on a vu

$$bt_2 + \varphi = \text{arc tg}\,\frac{b}{a} + n\pi.$$

Si t_1 est l'instant du *zéro précédent* on a : $bt_1 + \varphi = n\pi$, d'où l'intervalle de temps cherché

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{b} \text{ arc tg } \frac{b}{a}.$$

Or arc tang $\frac{b}{a} < \frac{\pi}{2}$ si $a \neq 0$ et s'approche de cette valeur lorsque a tend vers zéro. Il en résulte que $t_2 - t_1 \leqslant \frac{\pi}{2b}$ ou encore : $t_2 - t_1 < \frac{T}{4}$. Si t_3 est l'instant du *zéro suivant* on a $t_3 - t_1 = \frac{T}{2}$ donc $t_3 - t_2 > \frac{T}{4}$.

Donc le temps qui sépare un maximum ou un minimum du zéro précédent est plus petit que celui qui le sépare du zéro suivant. La différence entre les 2 temps, qui est

$$\frac{T}{2}\left(1 - \frac{2}{\pi} \text{ arc tg } \frac{b}{a}\right).$$

est d'autant plus grande que $\frac{b}{a}$ *est plus petit* (1).

Elongations. Décrément logarithmique. — On obtiendra les valeurs des élongations en remplaçant dans (19) t par l'une des valeurs données par

$$\text{tang } (bt + \varphi) = \frac{b}{a}.$$

Or, de cette relation, on tire :

$$\sin (bt + \varphi) = \frac{b}{\pm\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

On aura donc pour la valeur absolue d'une élongation d'ordre quelconque (2) :

$$\theta_n = \frac{Mb}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot e^{-\frac{a}{b}\left[\text{arc tg } \frac{a}{b} + n\pi - \varphi\right]}$$

(1) On verra (page 39) que plus $\frac{b}{a}$ est petit plus le système est amorti.

(2) L'élongation sera positive si $\sin (bt + \varphi)$ a le même signe que $\text{tg } (bt + \varphi)$, et négative dans le cas contraire.

ou

$$\theta_n = \frac{Mb}{\sqrt{a^2+b^2}} \times e^{-\frac{a}{b}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{a}-\varphi\right]} \times e^{-\frac{n\pi a}{b}}. \tag{21}$$

Cette formule nous montre *qu'une élongation d'orde déterminée n est proportionnelle à la constante* M *qui dépend des conditions initiales.*

L'élongation d'orde $n+1$ aura pour valeur absolue

$$\theta_{n+1} = \frac{Mb}{\sqrt{a^2+b^2}}\, e^{-\frac{a}{b}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{b}{a}-\varphi\right]} \times e^{-\frac{(n+1)\pi a}{b}}$$

et le rapport d'une élongation à la précédente est

$$\frac{\theta_{n+1}}{\theta_n} = e^{-\frac{\pi a}{b}} \text{ (1)}$$

ou

$$\frac{\theta_{n+1}}{\theta_n} = e^{-\frac{aT}{2}} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\theta_{n+1}}{\theta_n} = e^{-\lambda}$$

en posant

$$\lambda = \frac{aT}{2}, \tag{22}$$

λ est ce qu'on appelle le *decrément logarithmique.*

Donc, *dans un mouvement oscillatoire amorti le rapport d'une élongation à la précédente est constant.*

Les figures 11 et 12 représentent la variation de α en fonction du temps, pour des conditions initiales particulières (voir page 47).

Relation entre T *et* λ. — Si, entre les équations (20) et (22), on élimine a, on trouve :

$$T = T_0\sqrt{1+\frac{\lambda^2}{\pi^2}} \tag{23}$$

et si λ est suffisamment petit :

$$T = T_0\left(1+\frac{\lambda^2}{2\pi^2}\right). \tag{23'}$$

---

(1) On voit d'ici que plus $\frac{b}{a}$ est petit plus $\frac{\theta_{n+1}}{\theta_n}$ est petit et le mouvement est plus amorti.

La première formule montre que *si λ est faible par rapport à π,* T *varie peu avec λ ; si au contraire λ est grand,* T *tend à lui être proportionnel.*

Variation de T *et de λ.* — L'équation du mouvement d'un équipage mobile (18) contient deux paramètres a et T_0, qui peuvent s'exprimer en fonction de T et de λ [équations (22) et (23) ou (23')]. Avec des conditions initiales déterminées, le mouvement du mobile ne dépendra donc que de ces deux quantités, qu'on peut déterminer par l'expérience.

D'autre part, on peut avoir besoin de les faire varier, en faisant varier le moment d'inertie (K) ou le coefficient du couple antagoniste (C) ou le coefficient d'amortissement (A). Pour connaître l'influence de ces élé-

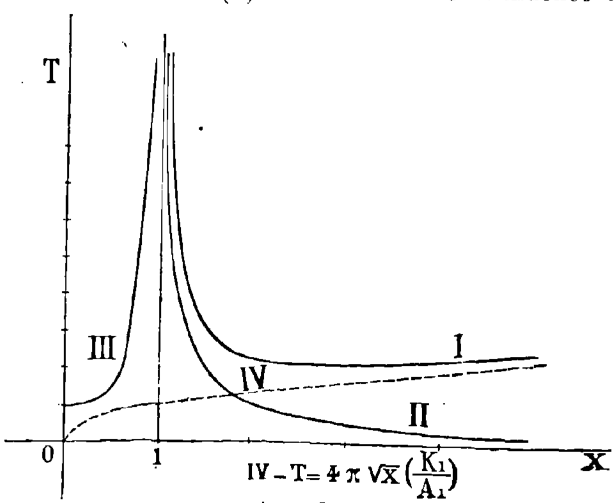


Fig. 13.

ments, nous donnons les courbes de variation de T et de λ en fonction de K, A et C [fig. 13 et 14]. Ces courbes sont tracées dans les conditions suivantes :

Variation de T. — La formule qui donne T est

$$T = \frac{4\pi K}{\sqrt{4KC - A^2}}. \tag{20$_1$}$$

Soient K_1, C_1, A_1 les valeurs de K, C et A qui correspondent au mouvement critique de l'appareil considéré : on a

$$4K_1C_1 = A_1^2. \tag{24}$$

Faisons varier K et posons $K = K_1 . x$, en laissant $C = C_1$ et $A = A_1$; la formule précédente devient :

$$T = \frac{\pi x}{\sqrt{x-1}} \left(\frac{A_1}{C_1}\right),$$

qu'on peut écrire en tenant compte de (24) :

$$T = \frac{4\pi x}{\sqrt{x-1}} \cdot \left(\frac{K_1}{A_1}\right).$$

La courbe I (fig. 13) donne T en fonction de x.

On voit que si x (*et par conséquent* K) *croît*, sans qu'on touche à C_1 et A_1, *la période* qui est infinie pour $x = 1$ (donc $K = K_1$), *décroît d'abord, passe par un minimum* $T_m = 8\pi . \left(\frac{K_1}{A_1}\right)$ pour $x = 2$ $(K = 2K_1)$, et *croît ensuite vers l'infini.*

Si on fait varier C, en laissant à A et K les valeurs A_1 et K_1, et si on pose $C = C_1 x$, on a

$$T = \frac{4\pi}{\sqrt{x-1}} \left(\frac{K_1}{A_1}\right).$$

On voit (courbe II, fig. 13) *que* T *décroît si* x *varie* depuis 1 jusqu'à l'infini, *c'est-à-dire si* C *croît.*

En faisant varier A et en posant $A = A_1 x$ $(C = C_1,\ K = K_1)$, on obtient

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{\frac{K_1}{C_1}}$$

qu'on peut écrire

$$T = \frac{4\pi}{\sqrt{1-x^2}} \left(\frac{K_1}{A_1}\right).$$

Si x varie de 0 *à* 1 (*donc* A *de* 0 *à* A_1), T *varie depuis* $4\pi \left(\frac{K_1}{A_1}\right)$ qui est $= T_0$ [période propre de l'appareil pour $C = C_1$, $K = K_1$] *jusqu'à l'infini.*

Variation de λ (fig. 14). — Si on adopte les mêmes notations qu'avant, la formule :

$$\lambda = \frac{\pi A}{\sqrt{4KC - A^2}},$$

qu'on retrouve facilement avec les formules (20_1) et (22), devient :

1° Si $K = K_1 x$, $A = A_1$, $C = C_1$: $\lambda = \dfrac{\pi}{\sqrt{x - 1}}$ (courbe I)

2° Si $C = C_1 x$, $A = A_1$, $K = K_1$: $\lambda = \dfrac{\pi}{\sqrt{x - 1}}$ (courbe II)

2° Si $A = A_1 x$, $C = C_1$, $K = K_1$: $\lambda = \dfrac{\pi x}{\sqrt{1 - x^2}}$ (coube III)

Rapidité des indications. — Pour que la lecture d'un appareil de

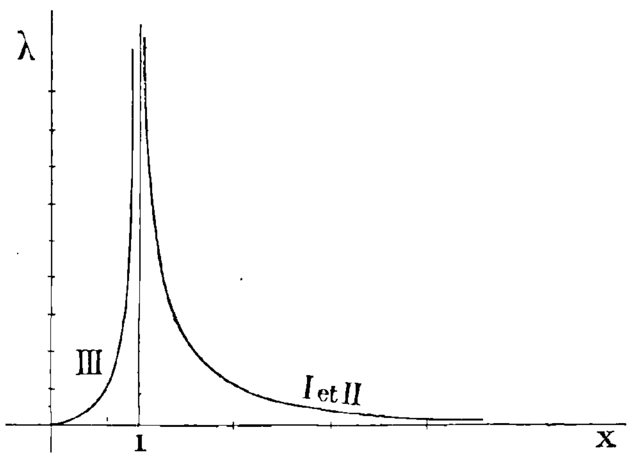


Fig. 14.

mesure puisse se faire rapidement, il faut que l'équipage vienne rapidement à sa position d'équilibre.

On verra (page 47) qu'il suffit pour cela, que lorsque l'appareil n'est parcouru par aucun courant, l'équipage, dérangé de son zéro, y revienne rapidement.

On dira que l'équipage est revenu au zéro, lorsque son élongation [1] ou sa déviation [2] est assez faible pour qu'on ne puisse plus l'observer.

Les seuls cas intéressants à considérer sont : le mouvement périodique

---

[1] Dans le cas du mouvement periodique.
[2] Dans le cas du mouvement apériodique.

et le mouvement apériodique critique. Dans le cas du mouvement apériodique, les indications de l'appareil sont d'autant plus lentes qu'on s'écarte davantage de l'apériodicité critique.

Considérons le mouvement périodique : De la relation

$$\frac{\theta_{n+1}}{\theta_n} = e^{-\lambda}$$

on déduit facilement

$$\left(\frac{\theta_n}{\theta_0}\right) = e^{-n\lambda}$$

d'où, en posant

$$\frac{\theta_n}{\theta_0} = \frac{1}{m}$$

on trouve

$$e^{n\lambda} = m$$

donc

$$n\lambda = \mathrm{L}m \qquad \text{ou} \qquad n = \frac{1}{\lambda}\,\mathrm{L}m.$$

Supposons qu'on donne à m une valeur constante (par exemple : $m = 1\,000$).

Or n est le nombre d'oscillations simples que le mobile fait avant de s'arrêter. La durée d'une oscillation simple étant $\frac{T}{2}$, le temps t au bout duquel le mobile sera considéré comme arrêté, sera :

$$t = n\,.\frac{T}{2} = \frac{T}{2\lambda}\,.\,\mathrm{L}m,$$

qu'on peut écrire, en remarquant que $\frac{T}{2\lambda} = \frac{1}{a} = \frac{2K}{A}$,

$$t = \frac{2K}{A}\,\mathrm{L}m. \tag{25}$$

Bien entendu qu'on prendra pour t le nombre de *demi-périodes* du mobile, dans les conditions considérées, qui donnera le temps le plus rapproché du résultat de la relation (25).

La formule (25) montre que *t diminue lorsque le moment d'inertie* K *diminue ; ou lorsque* A *augmente. La variation de* C *n'a aucune influence sur t, tant que le mouvement reste périodique.*

Remarquons que si C varie, la période T varie, donc : *on peut faire varier la période d'un équipage mobile sans que la rapidité de son retour au zéro change ; il suffit pour cela de faire varier* C *sans toucher ni à* K *ni à* A.

Remarque. — La formule (25) peut se mettre aussi sous la forme :

$$t = \frac{T_0}{2\pi}\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\lambda^2}} \cdot Lm, \tag{25'}$$

T_0 étant la période propre de l'appareil.

Considérons le cas du mouvement apériodique critique.

On a alors, comme on a vu :

$$\alpha = (at + 1)\theta_0 e^{-at}.$$

Le mobile sera considéré comme arrêté si $\alpha = \frac{\theta_0}{m}$.

On a donc

$$\frac{1}{m} = (at + 1)e^{-at}.$$

Si on pose $at = x$, on a

$$t = \frac{x}{a} = \frac{2K}{A} \cdot x,$$

x étant donné par la relation $\frac{e^x}{x+1} = m$. On voit d'ici que $x > Lm$, donc, pour la même valeur de $\frac{2K}{A}$, le *mobile revient plus vite au zéro si le mouvement est périodique, que lorsqu'il est apériodique critique.*

En particulier, pour un appareil donné (K et C donnés), si on fait varier le coefficient d'amortissement (A) *l'appareil reviendra le plus rapidement au zéro si on se tient un peu au-dessus de l'apériodicité critique.*

Exemple numérique : si $\frac{1}{m} = \frac{1}{1\,000}$, on trouve qu'avec un mouvement périodique, tout près de l'apériodicité critique, l'appareil reviendra au zéro, dans un temps 1,3 fois plus court qu'à l'apériodicité critique.

Remarque importante. — Dans ce qui précède on a considéré $m = \frac{\theta_0}{\theta_n}$ constant ; il est plus exact de considérer θ_n constant. Dans ce cas m varie proportionnellement à θ_0, donc : *la rapidité du retour au zéro dépend de l'élongation initiale : pour les élongations plus faibles, toutes les autres conditions étant les mêmes, l'appareil revient plus rapidement à sa position d'équilibre.*

Détermination expérimentale de T. — Pour déterminer la période on compte un nombre d'oscillations complètes suffisant pour que l'erreur sur le temps soit inférieure à l'erreur admise.

Si t est ce temps et n le nombre d'oscillations complètes on a :

$$T = \frac{t}{n}.$$

On a

$$\frac{dT}{T} = \frac{dt}{t} :$$

l'erreur relative sur la période est égale à l'erreur relative sur le temps t.

Si la période est courte on compte le temps à partir d'une élongation ; si la période est grande on compte à partir d'un passage au zéro.

Détermination de λ. — De la formule :

$$\frac{\theta_n}{\theta_0} = e^{-n\lambda} \quad \text{et} \quad \frac{\theta_m}{\theta_0} = e^{-m\lambda}$$

on déduit

$$\lambda = \frac{1}{(m-n)} \text{L.} \frac{\theta_n}{\theta_m} = \frac{2,303}{m-n} \cdot \log_{10} \frac{\theta_m}{\theta_n}.$$

Il suffit donc de mesure deux élongations d'ordes quelconques m et n. Il est préférable de prendre deux élongations de même sens : par exemple la première θ_0 et une autre θ_{2n}. On a alors :

$$\lambda = \frac{1}{2n} \text{L} \frac{\theta_0}{\theta_{2n}} = \frac{2.303}{2n} \log_{10} \frac{\theta_0}{\theta_{2n}}.$$

On démontre facilement qu'on aura la plus petite erreur relative sur λ, lorsque :

$$\frac{\theta_0}{\theta_{2n}} = 3,6 \text{ environ.}$$

Détermination de K. — De la formule (23) on déduit en remplaçant T_0 par sa valeur $2\pi\sqrt{\frac{K}{C}}$:

$$K = \frac{T^2}{4(\pi^2 + \lambda^2)} \cdot C. \tag{26}$$

Supposons que l'on ajoute à l'équipage mobile une masse supplémentaire suffisamment légère pour ne pas modifier C, et de forme telle qu'elle ne modifie pas trop l'amortissement. Soit K_1 le moment d'inertie de la masse supplémentaire, la période d'oscillation deviendra T_1 et le décrément logarithmique λ_1, et on aura :

$$K + K_1 = \frac{T_1^2}{4(\pi^2 + \lambda_1^2)} \cdot C. \tag{26'}$$

Des équations (26) et (26') on déduit :

$$K = K_1 \frac{\dfrac{T^2}{\pi^2 + \lambda^2}}{\dfrac{T_1^2}{\pi^2 + \lambda_1^2} - \dfrac{T^2}{\pi^2 + \lambda^2}}.$$

Si λ^2 et λ_1^2 sont négligeables devant π^2, ce qui arrive souvent, on a

$$K = K_1 \frac{T^2}{T_1^2 - T^2}.$$

On trouve de même :

$$C = \frac{4\,K_1}{\dfrac{T_1^2}{\pi^2 + \lambda_1^2} - \dfrac{T^2}{\pi^2 + \lambda^2}}$$

et si λ^2 et λ_1^2 sont négligeables devant π^2, on a :

$$C = \frac{4\,\pi^2}{T_1^2 - T^2} \cdot K_1.$$

La mesure de K et C se réduit à une mesure de période et à la connaissance d'un moment d'inertie K_1.

On forme la masse additionnelle avec deux sphères légères et identiques réunies par une tige dont le milieu est fixé à l'axe de rotation, ou avec un disque en carton, etc.

Remarquons que dans les mesures de K et de C, T et T_1 entrent par la différence de leurs carrés, il faut donc les mesurer avec la plus grande précision (voir fascicule 7 : Erreurs), et il convient de s'arranger pour que T_1 soit de l'ordre de 2T.

Conditions initiales. — Considérons le cas particulier où pour $t = 0$, on a :

$$\alpha = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d\alpha}{dt} = \omega_0 ;$$

la formule (19) devient

$$\alpha = \frac{\omega_0}{b} e^{-at} \sin bt . \left[M = \frac{\omega_0}{b} , \varphi = 0 \right].$$

La valeur de la 1re élongation est :

$$\theta_0 = \frac{\omega_0}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot e^{-\frac{a}{b} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{a}}$$

(voir formule 21), ou en fonction de λ et T, en remarquant que :

$$T = \frac{2\pi}{b} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{aT}{2}$$

(21')
$$\theta_0 = \frac{\omega_0 T}{2\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}.$$

On voit que la première élongation est proportionnelle à la vitesse initiale.

Remarquons qu'on a trouvé ce résultat aussi bien pour le mouvement périodique que pour le mouvement apériodique.

8. Couple actif constant. — Dans ce cas l'équation (15) devient :

$$K \frac{d^2\alpha}{dt^2} + A \frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = E$$

E étant une constante. Divisons par K et posons comme avant

$$\frac{A}{K} = 2a , \frac{C}{K} = \frac{4\pi^2}{T_0^2}$$

et posons aussi

$$\frac{E}{K} = \frac{4\pi^2}{T_0} \cdot \alpha_0,$$

l'équation précédente devient :

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2a\frac{d\alpha}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_o^2}\alpha = \frac{4\pi^2}{T_o^2}\alpha_o,$$

qu'on peut écrire sous la forme :

$$\frac{d^2(\alpha - \alpha_o)}{dt^2} + 2a\frac{d(\alpha - \alpha_o)}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_o^2}(\alpha - \alpha_o) = o,$$

ou encore :

$$(16_1) \qquad \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2a\frac{d\varphi}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_o^2}\varphi = o$$

en posant $\varphi = \alpha - \alpha_o$.

Cette équation est de la même forme que l'équation (16), il en résulte que le mobile aura autour de la position $\varphi = o$ ou $\alpha = \alpha_o$, le même mouvement qu'il a autour de son zéro lorsque le couple actif est nul.

Tout ce que nous avons dit dans le § 7, s'applique donc à ce cas.

Remarquons que $\alpha = \alpha_o$ est la position d'équilibre pour laquelle le couple actif E est égal au couple antagoniste : $C\alpha$.

CHAPITRE IV

Galvanométrie

9. Description des appareils. Théorie. — *Définitions.* — On appelle *galvanomètres* ou *galvanomètres à courant continu*, les appareils de laboratoire qui servent à la mesure de courants constants et faibles.

Dans ces appareils le *couple actif* est donné par l'action qui s'exerce entre un courant et un aimant permanent.

Dans les *galvanomètres à cadre mobile* l'aimant est fixe et l'équipage mobile est formé d'un cadre, composé de plusieurs spires de fil, fin et bien isolé, suspendu par deux fils métalliques l'un dans le prolongement de l'autre. Le *couple antagoniste* est obtenu par la torsion du fil de suspension ; et l'*amortissement* provient des courants d'induction qui prennent naissance dans le fil du cadre lorsque le circuit est fermé ou des courants de Foucault qui prennent naissance dans le support sur lequel on enroule le cadre. Dans le premier cas l'amortissement peut être reglé par la résistance du circuit. La résistance pour laquelle on a l'amortissement critique s'appelle la *résistance critique*.

Dans les *galvanomètres à aimant mobile* le courant passe dans une ou plusieurs bobines fixes, et l'équipage mobile est formé par un ou plusieurs petits aimants suspendu par un fil de cocon ou de quartz. Le *couple antagoniste* provient de l'action du champ terrestre ou d'aimants fixes, sur les aimants mobiles. L'*amortissement* est donné par le frottement de palettes dans l'air ou dans un liquide.

Dans tous les cas l'équipage mobile, après un certain nombre d'oscillations s'arrêtera à la position pour laquelle le couple actif est égal au couple antagoniste.

Galvanomètres à cadre mobile. Théorie. — Le principe de ces appareils a été indiqué par Maxwell ; le premier modèle pratique a été réalisé par MM. Deprez et d'Arsonval (fig. 15).

Dans ces appareils le cadre, en général rectangulaire, quelquefois cir-

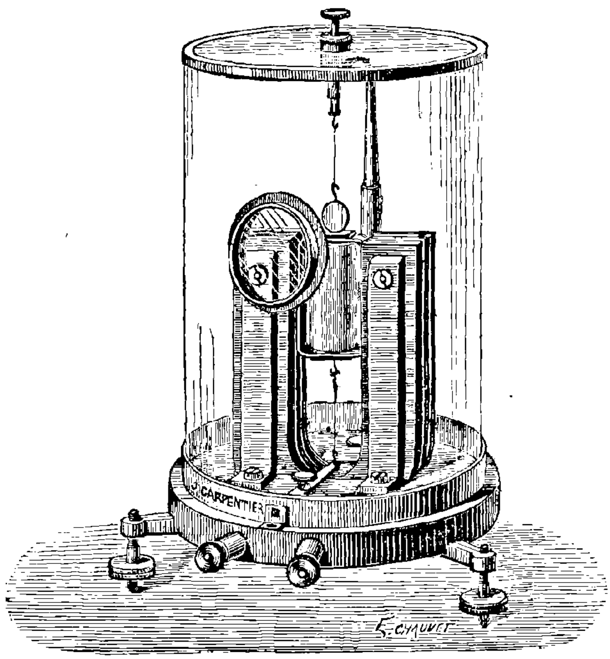


Fig. 15.

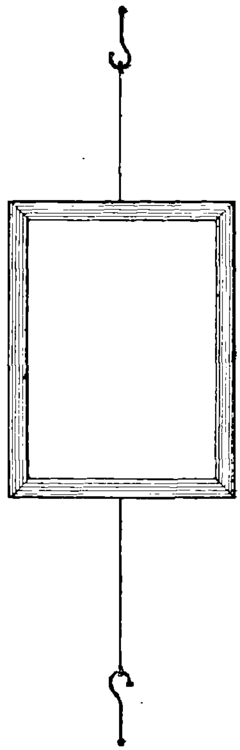
culaire, est suspendu à la partie supérieure par un fil métallique et à la partie inférieure par un fil ou une spirale, et tourne autour d'un axe vertical dans un champ uniforme ou dans un champ radial constant.

1° *Cas d'un champ radial constant* (fig. 16). Soit n le nombre de spires du cadre, h la hauteur et b la largeur d'une spire, $\mathcal{H}$ la valeur du champ radial et i le courant qui traverse le fil.

Quelque soit la position du cadre, l'action du champ $\mathcal{H}$ sur l'un des côtés latéraux est une force $F = n\mathcal{H}hi$, perpendiculaire au plan du cadre, et son action sur les côtés supérieur et inférieur est nulle.

Le champ exerce donc sur le cadre un *couple actif* égal à $Fb = nbh\mathcal{H}i = S\mathcal{H}i$, (S étant la *surface totale* du cadre) qu'on peut écrire : $\Phi_0 i$ (Φ_0

étant le flux maximum qui traverserait le cadre s'il était placé dans un



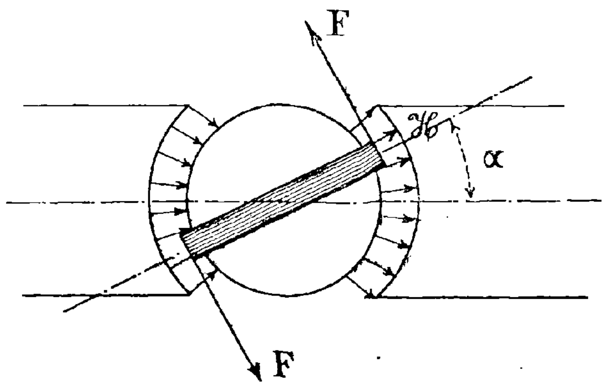


Fig. 16.

champ uniforme $\mathcal{H}$).

Si α est l'angle dont le cadre a dévié à partir de son *zéro*, le *couple* *antagoniste*, qui est un couple de torsion sera : $C\alpha$ (C étant le couple de torsion par unité d'angle). La position d'équilibre aura lieu pour : $\Phi_o i = C\alpha$ et la déviation du galvanomètre sera donnée par $\alpha = \frac{\Phi_o}{C} i$.

Pour les galvanomètres à miroir et à échelle, on a vu page 27 qu'on a, pour les angles suffisamments petits,

$$\alpha_e = 2a\alpha$$

d'où

$$\alpha_e = \left(\frac{2a\Phi_o}{C}\right) i,$$

α_e étant la déviation sur l'échelle.

On écrit

(27) $$\alpha_e = k \,.\, i\ ;$$

$k = \frac{2a\Phi_o}{C}$ s'appelle la *constante* de l'appareil ; plus k est grand plus l'appareil est sensible.

2° *Cas d'un champ uniforme* (fig. 17). Si α est l'angle que fait le

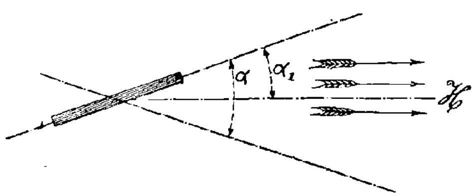


Fig. 17.

cadre avec son *zéro*, et α_1 l'angle qu'il fait avec le champ on a, dans la position d'équilibre,

$$C\alpha = \Phi_o i \cos \alpha_1$$

Si α_1 est petit, on a : $C\alpha = \Phi_o i$, même formule que dans le cas précédent. On a de même pour les appareils à échelle la formule (27).

Descriptions d'appareils. — *Galvanomètre Deprèz-d'Arsonval, modèle Carpentier.* — Appareil très simple et d'un emploi commode (fig. 15). La sensibilité de l'appareil courant est suffisante pour les besoins des laboratoires industriels.

Le cadre mobile est formé d'un fil de cuivre de 0,1 mm. de diamètre, formant 500 spires agglomérées à la gomme-laque. Les fils de suspension sont en argent de 0,1 mm. de diamètre. Le fil supérieur est soudé d'un côté au fil du cadre, et de l'autre à un crochet tenant à une potence, celle-ci est reliée à l'une des bornes d'arrivée du courant.

Le fil inférieur est soudé d'un côté au fil du cadre et de l'autre côté à un ressort réglable à l'aide d'une vis. Les parties latérales du cadre se trouvent dans l'entrefer d'un aimant permanent formé de plusieurs aimants en fer à cheval. A l'intérieur du cadre se trouve un cylindre en fer doux dont le rôle est de rendre l'entrefer aussi petit que possible.

Le réglage de la tension du fil de suspension se fait à l'aide d'une vis et d'un écrou (fig. 18) ; pour tendre le fil il faut faire tourner la vis pour

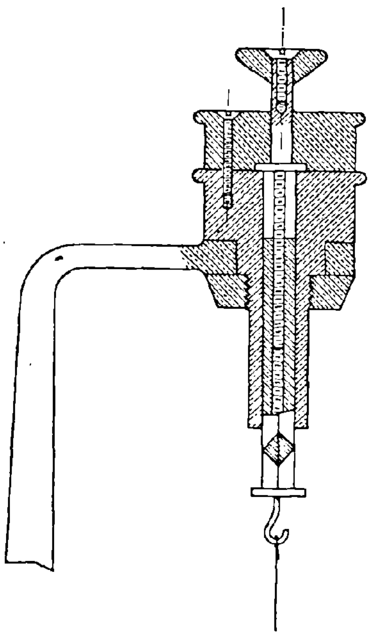


Fig. 18.

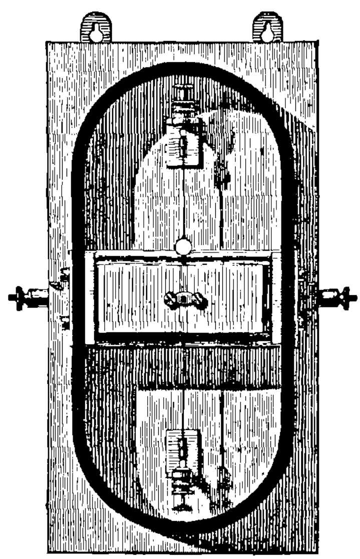


Fig. 19.

visser. Un tambour permet de faire tourner l'ensemble et de donner au cadre la position voulue.

La résistance du cadre est d'environ 200 ohms ; la période de l'ordre de 2 secondes ; la résistance critique de l'ordre de 800 ohms. La constante k de l'ordre de : 10 divisions par microampère, pour une échelle située à 1 000 divisions (1 mètre) du miroir.

Les appareils très sensibles ont des pièces polaires. Voici les données d'un modèle très sensible : cadre 1200 spires de 0,07 mm. Les fils de suspension sont : une *bande* rectangulaire à la partie supérieure et une spirale à la partie inférieure. La période est de 25 secondes environ ; la résistance critique de 18 000 ohms. La constante $k = 2000$ divisions par microampère.

La figure 19 représente un modèle employé surtout comme *galvano-*

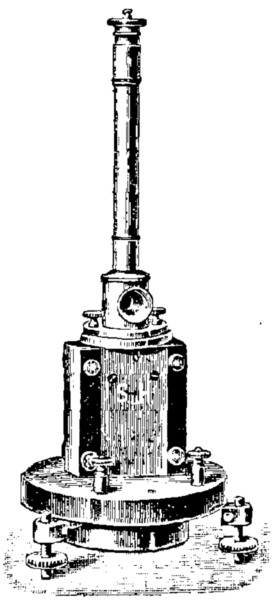


Fig. 20 *a*.

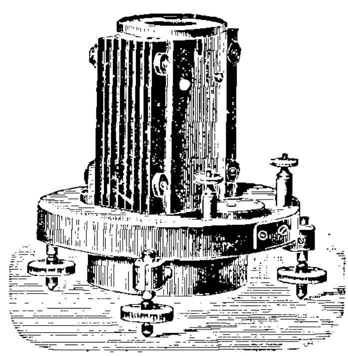


Fig. 20 *b*.

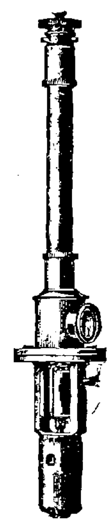


Fig. 20 *c*.

mètre balistique (voir page 75). Le cadre est large pour avoir un grand moment d'inertie sous un poids faible ; les fils de suspension sont plus longs que dans le modèle précédent.

Modèle Siemens et Halske (fig. 20). — Le cadre est habituellement en fil de cuivre de 0,05 mm. (ou 0,1 mm.) de diamètre suspendu à la partie supérieure par un fil en bronze phosphoreux de 0,05 mm. de diamètre et à la partie inférieure par une spirale en fil fin d'argent. Le système inducteur est formé de 6 aimants en fer à cheval réunis par deux pièces polaires (fig. 20 *b*).

L'équipage est porté par un support spécial (fig. 20 *c*) qui peut être retiré : ceci permet d'avoir des équipages de rechange.

Résistance du cadre 450 ohms (dont 100 ohms pour les fils de suspension). On peut lui donner une résistance totale de 10 000 en lui ajoutant en série une résistance qui se trouve dans l'appareil.

Constante k de l'ordre 1 200 divisions par microampère pour une échelle à 1 000 divisions (1 mètre) de distance.

Galvanomètres à aimants mobiles. — *Théorie.* — 1° Considérons le cas

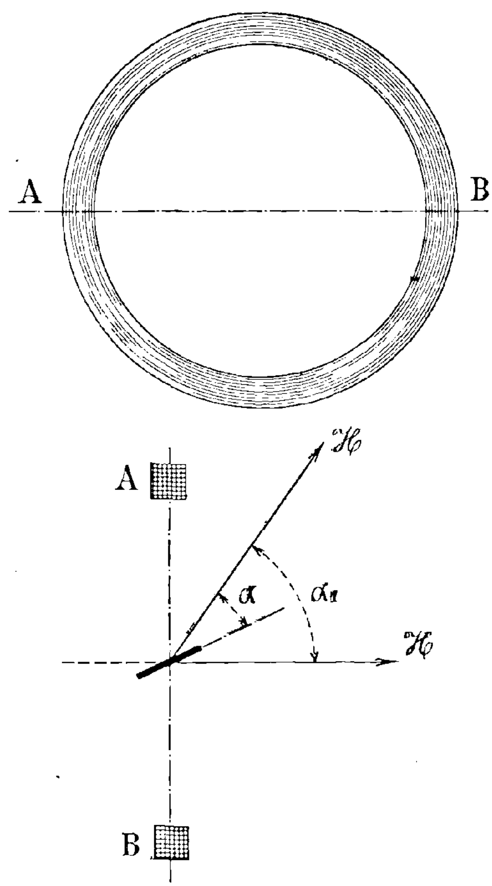


Fig. 21.

le plus simple d'un cadre circulaire (fig. 21) composé de n spires de rayon moyen r, l'épaisseur de l'enroulement étant négligeable par rapport au rayon, et parcouru par un courant i.

Plaçons au centre de ce cadre une petite aiguille, de dimensions négligeables par rapport au rayon r, et pouvant tourner autour d'un axe vertical (par exemple suspendu par un fil de cocon dont on peut négliger le couple de torsion).

Soit $\mathcal{H}'$ le champ créé par le cadre en son centre ; il est dirigé suivant l'axe et a pour valeur : $\mathcal{H}' = \frac{2\pi n}{r} \cdot i$.

Soit $\mathcal{H}$ un champ qu'on peut supposer uniforme dans l'espace dans lequel se déplace l'aiguille (exemple champ magnétique terrestre, ou champ créé par un aimant directeur), et α_1 l'angle de $\mathcal{H}$ avec $\mathcal{H}'$.

Si aucun courant ne passe dans le cadre l'aiguille prendra la direction de $\mathcal{H}$; si on y fait passer un courant i elle dévie d'un angle α.

Les couples qui agissent dans cette position sont : $\mathcal{M} . \mathcal{H}. \sin \alpha$, créé par le champ $\mathcal{H}$ (couple antagoniste) et $\mathcal{M}\mathcal{H}' \sin (\alpha_1 - \alpha)$ créé par $\mathcal{H}'$ (couple actif), $\mathcal{M}$ étant le moment magnétique de l'aiguille.

De l'égalité des deux couples on déduit :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha_1 - \alpha)} = \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} = \frac{4\pi n}{r\mathcal{H}} \cdot i.$$

Si le plan du cadre est dans la direction du champ $\mathcal{H}$ on a : $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$, donc

$$\text{tang } \alpha = \frac{4\pi n}{r\mathcal{H}} \cdot i.$$

C'est le cas de la *boussole des tangentes*.

Si on s'arrange pour que le plan du cadre soit toujours dans la direction de l'aiguille on a $\alpha_1 - \alpha = \frac{\pi}{2}$ d'où

$$\sin \alpha = \frac{4\pi n}{r\mathcal{H}} \cdot i.$$

C'est le cas de la boussole des *sinus*.

Les boussoles *des tangentes* ou *des sinus* permettent des mesures absolues du courant mais elles sont d'une construction difficile et demandent des maniements délicats. On peut construire sur le même principe des galvanomètres dans lesquels les conditions théoriques ne sont pas remplies, mais pour lesquels on peut toujours écrire :

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{G}{\mathcal{H}} i.$$

(G étant une constante qui croît avec le nombre de spires du cadre).

Pour les galvanomètres à miroirs et pour α assez petit on peut écrire :

$$\alpha_e = k . i \quad \left[k = \frac{2aG}{\mathcal{H}}\right]$$

comme pour les galvanomètres à cadre mobile.

Systèmes astatiques. Aimants directeurs. — Dans les appareils qu'on emploie actuellement le champ $\mathcal{H}$ est un champ résultant du champ magnétique terrestre et d'un champ donné par des aimants portés par la partie fixe du galvanomètre, et qu'on appelle les *aimants directeurs*.

On peut donner à ces aimants des positions variables par rapport à l'équipage, ce qui permet de faire varier $\mathcal{H}$, et par conséquent le couple antagoniste.

D'autre part la partie fixe de l'appareil peut contenir plusieurs bobines de fil, et l'équipage mobile plusieurs aimants, un aimant ou un groupe d'aimants au centre de chaque bobine.

Ces aimants forment en général un *système quasi-astatique.*

Un système d'aimants est *astatique* (1) si, placé dans un champ uniforme il ne subit aucune action. Il faut pour cela que le moment résultant du système soit nul.

Il n'est pas possible d'avoir des systèmes parfaitement astatiques ; on n'arrive qu'à des systèmes *quasi-astatiques.*

Les systèmes quasi-astatiques sont constitués de 2 aimants (ou groupes d'aimants) presque identiques, liés rigidement, et ayant leurs pôles de noms contraires en regard (fig. 22).

---

(1) Lorsque le système d'aimants est assujetti à tourner autour d'un axe, on dira qu'il est *astatique* s'il ne tourne pas sous l'action d'un champ perpendiculaire à l'axe. Il faut pour cela que la projection du moment résultant sur un plan perpendiculaire à l'axe soit nulle.

Nous étudierons plus loin le rôle des systèmes quasi-astatiques et des

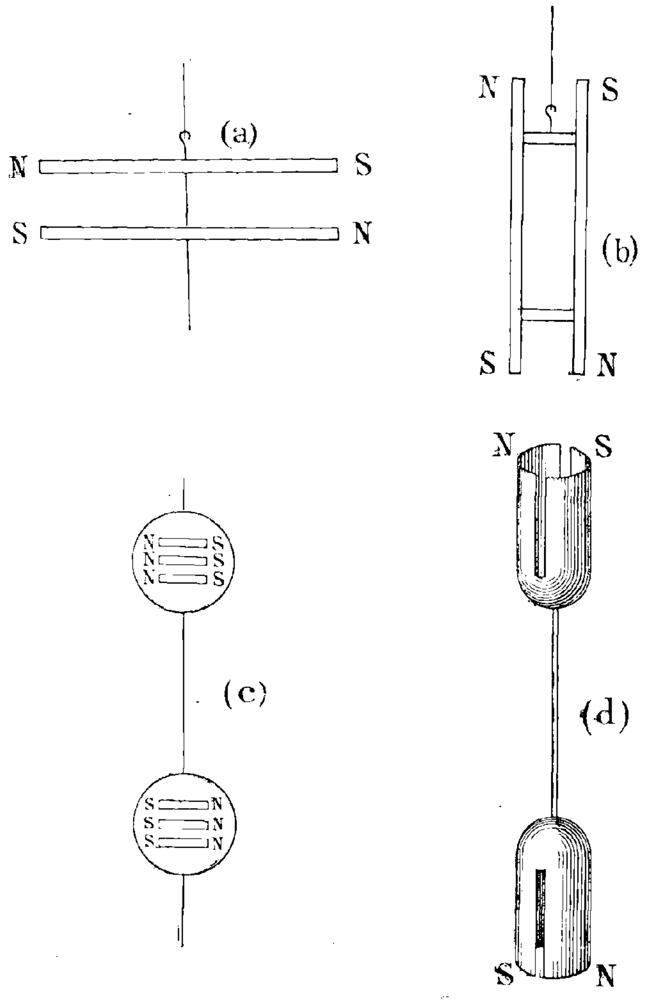


Fig. 22. — Systèmes astatiques.

aimants directeurs.

Description de quelques appareils.— Galvanomètre Thomson, modèle Carpentier (Fig. 23, *a*, *b* et *c*) *à quatre bobines.* — La partie fixe de cet appareil est constitué par un plateau à vis calantes, qui porte une pièce centrale ajourée B B′ (fig. 23 *b*). Sur la pièce ajourée sont montées par des supports appropriés les 4 bobines, qui sont supportées par groupes

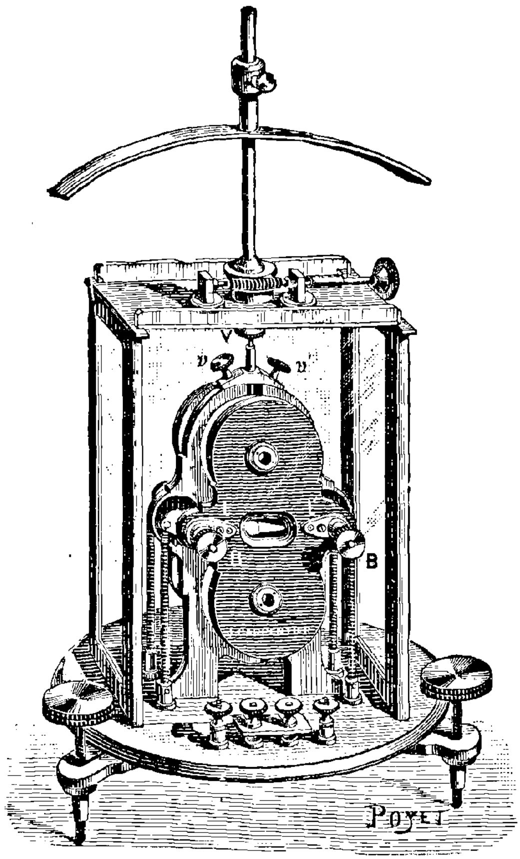


Fig. 23 *a*.

de deux par des plaques métalliques (fig. 23, *c*).

Une petite pièce *v v′* fixée par 2 vis contient une tige V terminée par un crochet, sur lequel est suspendu l'équipage mobile à l'aide d'un fil de cocon.

L'équipage a l'une des formes de la figure 24. Les tiges *t* sont en aluminium, les lamelles *l* en mica servent à amortir les oscillations. La forme III convient bien pour les mesures d'isolement (voir page 135). Un aimant directeur peut se déplacer le long d'une tige et tourner à l'aide d'une vis micrométrique. Il sert à faire varier la sensibilité de l'appareil.

On construit plusieurs modèles, dans lesquels la résistance des bobines varie depuis quelques ohms jusqu'à 1 500 ohms. Par exemple le galvanomètre à 400 spires par bobine formé d'un fil de 0,8 millimètres de

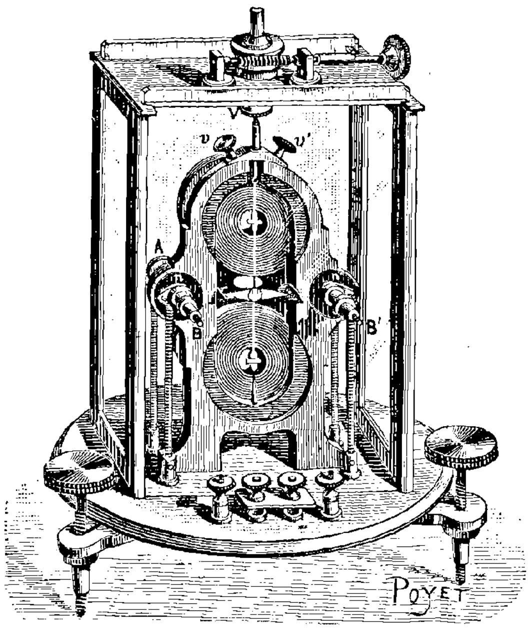


Fig. 23 *b*.

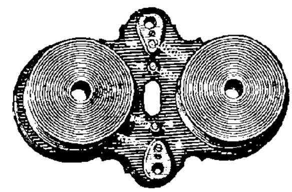


Fig. 23 *c*.

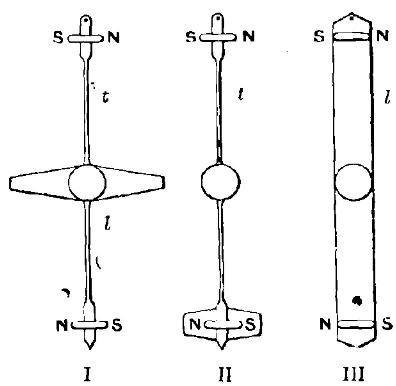


Fig. 24.
Équipages de galvanomètre Kelvin.

diamètre a une résistance totale de 6 ohms; celui ayant par bobine 1 300 spires, formées d'un fil de 0,1 ^{mm}, a une résistance totale de 14 000 ohms. La constante k est très grande, elle va jusqu'à 50 000 divisions par microampère (1) et plus, avec une période de l'ordre de 20 secondes.

Galvanomètre genre Wiedmann, modèle Hartmann et Braun. (fig. 25). La caractéristique du système Wiedmann c'est la possibilité de déplacer les bobines le long d'une tige graduée, ce qui permet de faire varier la sensibilité. Un aimant directeur concourt au même but.

(1) Sur une échelle située à 1 000 divisions (1 mètre) du miroir.

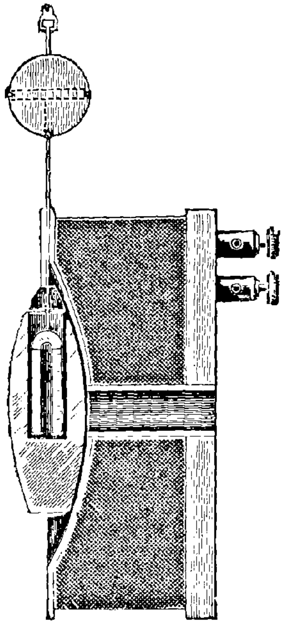


Fig. 25 *b*.

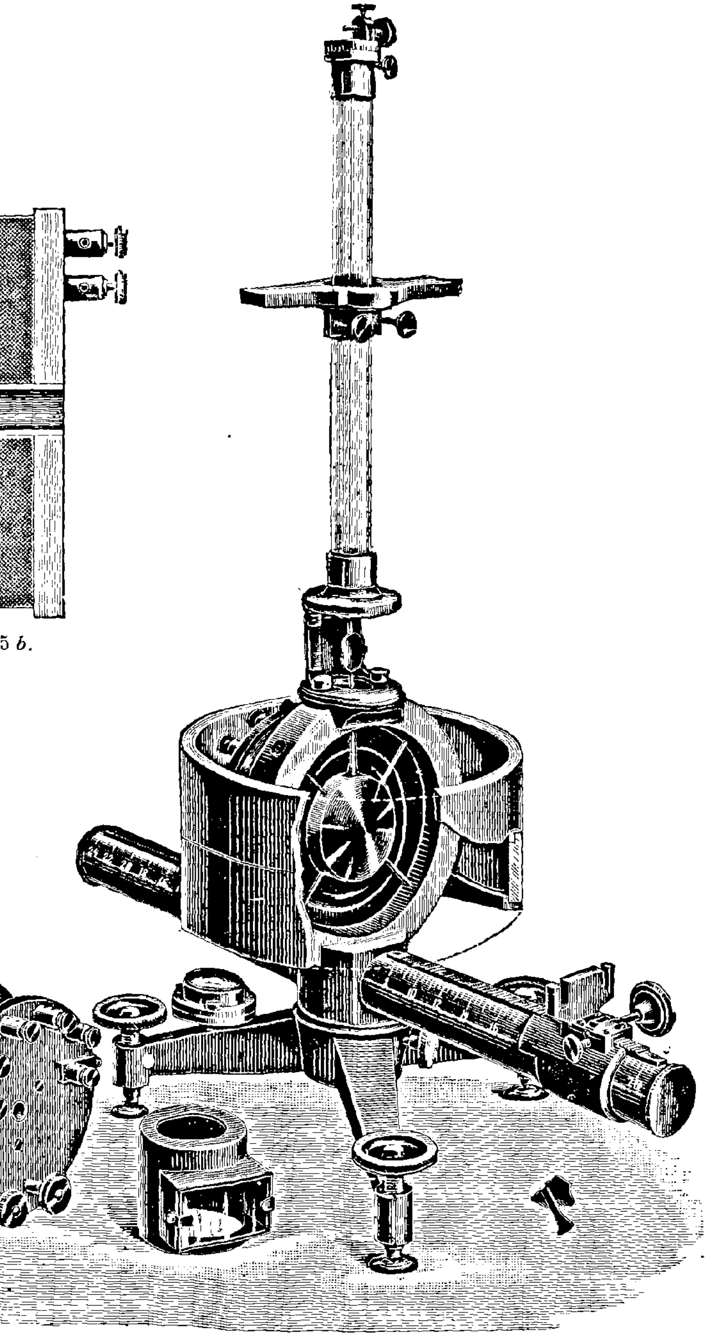


Fig. 25 *a*. — Galvanomètre genre Wiedmann.

Dans le modèle de la figure 25, l'equipage est formé d'un seul aimant en forme de cloche (fig. 25 *b*) qui se déplace à l'intérieur d'une cavité, creusée dans une masse en cuivre et qui amortit les oscillations (aimant en cloche de Siemens). Sur la figure on voit deux anneaux en fer doux qui servent à donner de l'astaticité à l'appareil (anneaux de Braun).

Chaque bobine contient deux enroulements en parallèle, de sorte que par des groupements appropriés on peut faire varier la résistance de l'ensemble des bobines.

Un modèle de résistance de 400 ohms, à une constante $k =$ à 12 divisions par microampère.

Galvanomètre Broca (Fig. 26). — La particularité de cet appareil est que son équipage mobile est constitué par 2 petits aimants verticaux, très près l'un de l'autre (2^{mm}.) et ayant chacun 3 pôles, deux de même nom aux extrémités et un pôle conséquent en son milieu (fig. 26, *b*). Chaque aimant est formé par un tube en acier de $0,7^{mm}$. de diamètre extérieur et d'une longueur de 35 millimètres ; l'ensemble est suspendu par un fil de cocon de 8 centimètres de longueur. Le miroir est en *m*.

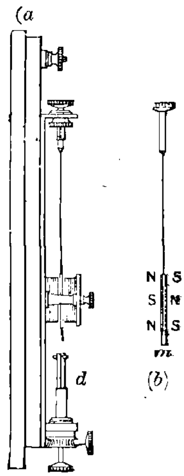


Fig. 26
Galvanomètre Broca.

Le courant traverse deux petites bobines fixes, dont les axes se trouvent à la hauteur des pôles conséquents.

A la partie inférieure se trouve un petit aimant directeur (*d*), qui peut recevoir un mouvement de rotation et un déplacement vertical, à l'aide d'une vis micrométrique.

Un modèle formé de 7800 spires de diamètre $0,1^{mm}$. et de résistance totale 1070 ohms à une constante $k = 20000$ divisions par microampère, pour une échelle située à une distance de 1000 divisions.

Galvanomètre cuirassé du Bois-Rubens, modèles Siemens et Halske (Fig. 27). — Les appareils de du Bois-Rubens sont caractérisés par des cuirasses en fer forgé, qui enveloppent l'équipage mobile et une partie des aimants directeurs. Le rôle des cuirasses est de soustraire l'appareil aux influences perturbatrices extérieures. Dans le petit modèle de la figure 27 on a deux cuirasses sphériques; dans les grands modèles on a une troisième cuirasse cylindrique.

10. Amortissement des oscillations. — *Considérations générales.* — Un bon galvanomètre doit avoir une sensibilité et une période d'oscillations appropriées à la précision des mesures, et prendre rapidement sa position d'équilibre. Nous avons vu, dans l'étude des systèmes oscillants (page 42) que *lorsque l'équipage a un mouvement périodique* (ce qui est le cas général pour les appareils à aimants mobiles, et ce qu'on cherche à avoir aussi dans les galvanomètres à cadre mobile), il *prend sa position d'équilibre d'autant plus rapidement qu'il est plus amorti.*

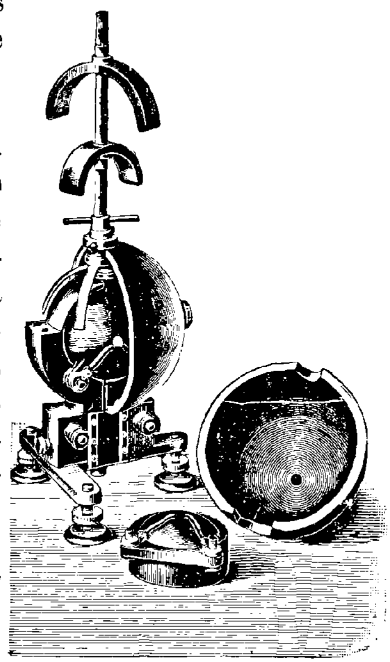


Fig. 27.

Procédés d'amortissement dans les galvanomètres à aimants mobiles. On emploie :

1° *L'amortissement par l'air :* Pour cela l'équipage mobile est muni d'ailettes très légères, ou de palettes (exemples fig. 24) en aluminium ou en mica, sur lesquelles le frottement de l'air produit une résistance.

2° *Amortissement par un liquide :* On prolonge par exemple l'équipage mobile par un fil qui plonge dans un liquide. Ce procédé n'est pas très bon parce que les phénomènes de capillarités et la viscosité du liquide produisent souvent des irrégularités dans l'amortissement et peuvent fausser les mesures.

3° *Amortissement par les courants induits :* Le dispositif le plus intéressant est celui de Siemens (fig. 25 *b*), dans lequel le déplacement de l'aimant mobile dans une enceinte en cuivre produit dans celle-ci des courants de Foucault qui s'opposent au mouvement.

Procédés employés dans les galvanomètres à cadre mobile. — Dans ces appareils on n'emploie que les procédés électriques ; l'amortissement est produit par des courants induits dans le cadre même, lorsque son circuit est fermé, ou dans une bague métallique sur laquelle on enroule quelquefois le fil.

Constante d'amortissement. — Dans l'étude des systèmes oscillants nous avons admis que le couple d'amortissement est égal à $A \frac{d\alpha}{dt}$, A étant une constante (voir page 30).

Nous allons chercher la valeur de A dans le cas d'un galvanomètre à cadre mobile. Soit g la résistance du galvanomètre, r la résistance extérieure, la résistance totale du circuit galvanométrique sera $r + g = R$.

Le mouvement du cadre dans le champ de l'aimant donne naissance à une force électromotrice :

$$e = \Phi_o . \frac{d\alpha}{dt} \text{ (1)},$$

qui produit dans le circuit un courant :

$$i = \frac{\Phi_o}{R} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

en négligeant l'effet de la selfinduction du cadre. Le couple électromagné-

(1) Dans le cas du champ uniforme par exemple (fig. 17), pour une certaine position du cadre, le flux qui le traverse est $\Phi = \Phi_o \sin \alpha_1$ d'où :

$$e = \frac{d\Phi}{dt} = \Phi_o \cos \alpha_1 \frac{d\alpha_1}{dt} :$$

Or α_1 est petit, et :

$$\frac{d\alpha_1}{dt} = \frac{d\alpha}{dt},$$

donc en valeur absolue :

$$e = \Phi_o \frac{d\alpha}{dt}.$$

tique qui s'exerce entre le champ et le courant, est comme on l'a vu page 52,

$$\Phi_0 i = \frac{\Phi_0^2}{R} \cdot \frac{d\alpha}{dt};$$

c'est le couple d'amortissement cherché. A ce couple s'ajoutera celui provenant du frottement de l'air et quelquefois un couple provenant des courants induits dans une bague sur laquelle est enroulé le cadre : appelons $A_1 \frac{d\alpha}{dt}$ la somme de ces deux couples. Le couple d'amortissement total sera donc :

$$A \frac{d\alpha}{dt} = \left(\frac{\Phi_0^2}{R} + A_1\right) \frac{d\alpha}{dt}$$

d'où

$$A = \frac{\Phi_0^2}{R} + A_1. \tag{28}$$

Résistance critique. — C'est la valeur Rc *de la résistance* R *pour laquelle l'équipage a un mouvement apériodique critique.* On peut mesurer cette résistance directement ou la calculer en fonction de decrément logarithmique.

Pour donner à son expression une forme simple on l'exprimera en fonction de :

$$a = \frac{A}{2K}.$$

On a, d'après (28) :

$$a = \frac{\Phi_0^2}{2KR} + \frac{A_1}{2K}.$$

Or si on fait $R = \infty$ ou trouve :

$$a_\infty = \frac{A_1}{2K} \qquad \text{donc} \qquad a_R = \frac{\Phi_0^2}{2KR} + a_\infty,$$

d'où

$$R = \frac{\Phi_0^2}{2K(a_R - a_\infty)}.$$

On a de même pour R_c la valeur

$$R_c = \frac{\Phi_0^2}{2K(a_c - a_\infty)}$$

d'où

(29) $$R_c = R \cdot \frac{a_R - a_\infty}{a_c - a_\infty},$$

R étant une valeur quelconque de la résistance du circuit, à laquelle correspond une valeur a_R de a. On a d'ailleurs :

$$a_\infty = \frac{\lambda_\infty}{T_\infty}, \quad a_R = \frac{\lambda_R}{T_R}, \text{ d'après (22)}$$

$$T_\infty = T_0\sqrt{1 + \frac{\lambda_\infty^2}{\pi^2}}, \quad T_R = T_0\sqrt{1 + \frac{\lambda_R^2}{\pi^2}} \text{ d'après (23)}$$

et $a_c = \frac{2\pi}{T_0}$ (page 35, $\Delta = 0$). Si on remplace dans (29) on trouve

(29′) $$R_c = R \cdot \frac{\frac{\lambda_R}{\sqrt{\pi^2 + \lambda_R^2}} - \frac{\lambda_\infty}{\sqrt{\pi^2 + \lambda_\infty^2}}}{1 - \frac{\lambda_\infty}{\sqrt{\pi^2 + \lambda_\infty^2}}}$$

et on remarque que R_c *est indépendante de la période propre de l'appareil.*

Si le décrément logarithmique à circuit ouvert est négligeable devant λ_R et devant π, on a

(29″) $$R_c = \frac{R \cdot \lambda_R}{\sqrt{\pi^2 + \lambda_R^2}};$$

si λ_∞ n'est pas négligeable devant λ_R mais son carré l'est devant π^2 on a

(29‴) $$R_c = R \times \frac{\frac{\pi\lambda_R}{\sqrt{\pi^2 + \lambda_R^2}} - \lambda_\infty}{\pi - \lambda_\infty},$$

formule qu'on peut employer dans la plupart des cas. (Remarquons que si λ_∞^2 est négligeable devant π^2 on a $T_\infty = T_0$).

11. Sensibilité et constantes des appareils. — *Définitions.* — Nous avons vu que la déviation d'un galvanomètre est fonction du courant qui traverse le fil des bobines (fixes ou mobiles). On a en général : $\alpha = f(i)$, $f(i$ étant une fonction de *i croissante*. Si i varie de δi la déviation varie de $\delta\alpha$.

On appelle *sensibilité absolue* le rapport : $S_a = \frac{\delta\alpha}{\delta i}$. La sensibilité absolue sera d'autant plus grande qu'à une variation δi du courant correspond une variation plus grande de $\delta\alpha$.

On appelle *sensibilité relative* le rapport entre la variation absolue $\delta\alpha$ de la déviation et la variation relative : $\frac{\delta i}{i}$ du courant. On a donc

$$S_n = \frac{\delta\alpha}{\left(\frac{\delta i}{i}\right)} = i \cdot \frac{\delta\alpha}{\delta i}.$$

Dans les galvanomètres à miroir, on définira les quantités précédentes en remplaçant $\delta\alpha$ par $\delta\alpha_e$ qui est l'accroissement de la déviation sur l'échelle. On aura donc :

$$S_a = \frac{\delta\alpha_e}{\delta i} \quad \text{et} \quad S_r = i \cdot \frac{\delta\alpha_e}{\delta i}.$$

Or dans les appareils à miroir on a : $\alpha_e = ki$ d'où $\delta\alpha_e = k\delta i$ donc : $S_a = k$, et $S_r = \alpha_e$.

Dans les galvanomètres à miroir la sensibilité est égale à la constante de proportionalité entre la déviation et le courant ; on appellera k la *constante de sensibilité* ou simplement la *constante* du galvanomètre pour un courant constant. *Plus k est grand plus l'appareil est sensible.*

Si on exprime i en microampères et α_e en divisions (habituellement une division est égale à un millimètre) : $k = \frac{\alpha_e}{i}$ *représentera le nombre de divisions de l'échelle par microampère.*

On peut donner à k une autre signification. Si le galvanomètre fait partie d'un circuit de résistance totale R et dans lequel se trouve une source de force électromotrice E, on a $i = \frac{E}{R}$ d'où $k = \frac{R}{E}\alpha_e$. Si dans cette formule on fait $\alpha_e = 1$ division, $E = 1$ volt on a $k = R$; donc : k est égal à la résistance que doit avoir un circuit contenant une source de force électromotrice de 1 volt et le galvanomètre, pour que celui-ci donne une déviation d'une division sur l'échelle [1]. Si R est donnée en mégohms, k a la même valeur numérique que dans le cas précédent, lorsque i est donné en microampères.

La formule des galvanomètres peut s'écrire aussi sous la forme : $i = J \cdot \alpha_e$, en posant $J = \frac{1}{k}$.

La constante J représente l'intensité du courant qui, traversant le galvanomètre, donne une déviation d'une division sur l'échelle. On peut exprimer J en *microampères par division*. Les constructeurs ont l'habitude de donner cette constante en *ampères par division;* dans ce cas J étant un nombre très petit on peut l'exprimer par un nombre entier ou décimal multiplié par une puissance négative de 10.

Par exemple pour un galvanomètre ayant une *constante* de 2,3 divisions par microampères, on aura $J = 4{,}35 . 10^{-7}$ ampères par division.

On appelle quelquefois J la *constante* de l'appareil.

Dans ce qui suit nous appellerons toujours *constante* de l'appareil, le coefficient k.

Habituellement lorsqu'on donne la valeur numérique de k on considère que l'échelle se trouve à 1000 divisions (1 mètre) du miroir de l'appareil ; mais on place souvent celle-ci à une distance plus grande pour augmenter la sensibilité.

INFLUENCE DES DIVERS ÉLÉMENTS SUR LA SENSIBILITÉ D'UN GALVANOMÈTRE

I. *Galvanomètre à cadre mobile.* — La constante de sensibilité k est donnée par $k = \frac{2a\Phi_0}{C}$ (page 52) avec $\Phi_0 = nbh\mathcal{H}$ donc $k = \frac{2anbh\mathcal{H}}{C}$. La sensibilité croît donc : 1° avec a (la distance de l'échelle); 2° avec n (nombre de spires du cadre); 3° avec b et h (la largeur et la hauteur de

[1] Si dans cette définition on prend la force électromotrice 1,07 d'une pile Daniel on a la définition de ce qu'on appelle dans certains ouvrages la *formule de mérite*. On défini aussi la *constante des télégraphistes* (numériquement = à la formule de mérite) par la déviation que donne le galvanomètre lorsqu'il se trouve dans un circuit de résistance totale de 1 megohm et ayant comme source 1 élément Daniel.

celui-ci) et 4° avec $\mathcal{H}$ (le champ dans l'entrefer) et croît aussi lorsque C (la constante de torsion) diminue.

Pour augmenter la sensibilité d'un appareil il faudra donc :

1° Augmenter a, mais on est arrêté par l'espace dont on dispose, par l'éclairement du spot qui peut ne plus être suffisant. Bien entendu qu'il faut employer un miroir de distance focale appropriée.

2° Augmenter n, h, b c'est-à-dire les dimensions du cadre et le nombre de spires. On a avantage à augmenter h plutôt que b. On est limité par le poids et le moment d'inertie du cadre. Un cadre lourd exercerait une tension trop grande sur le fil de suspension; le moment d'inertie augmente la période de l'appareil et rend lent son retour au zéro ou son arrivée à la position d'équilibre (voir page 42).

D'autre part si le galvanomètre fonctionne en circuit fermé, on sait (page 64) que le coefficient d'amortissement A est égale à $\frac{\Phi_0^2}{R}$, pour une résistance R du circuit. Si n, b, h sont grands, la résistance R sera en général de beaucoup inférieure à la résistance critique de l'appareil, et celui-ci sera fortement amorti : il prendra lentement la position d'équilibre, quelquefois au bout de plusieurs minutes, ce qui est souvent un grand inconvénient.

3° On peut augmenter le champ $\mathcal{H}$. On est encore arrêté par le trop grand amortissement, car Φ_0 est proportionnel à $\mathcal{H}$. Pour augmenter $\mathcal{H}$ on rend l'entrefer aussi faible qu'il est possible de le faire sans gêner le mouvement du cadre; on emploie aussi des pièces polaires pour les appareils sensibles. Ceci permet d'avoir un champ uniforme et qui conserve longtemps sa valeur, à condition que l'acier des aimants satisfasse à certaines conditions, dont nous parlerons à propos des appareils industriels (fascicule 21). Les champs les plus grands qu'on peut obtenir couramment sont de l'ordre de 1000 gauss.

4° Pour diminuer C on emploie des fils de suspension longs et fins. Souvent le fil inférieur est en forme de spirale. On peut aussi prendre les deux fils en forme de spirale et se servir pour soutenir le cadre d'un fil de cocon passant dans l'axe de la spirale supérieure. On emploie souvent, avec M. Ayrton, des bandes minces qui maintiennent mieux le zéro de l'appareil, donnent un couple de torsion plus faible pour une égale résistance à l'extension et ont une plus grande surface de refroidissement.

5° On peut aussi augmenter la sensibilité des appareils en donnant à la section de l'enroulement une forme appropriée. Ainsi certains constructeurs, suivant en cela une théorie donnée par M. Mather, suppriment le noyau central, rapprochent beaucoup les pièces polaires et donnent à l'enroulement du cadre une section circulaire, les deux côtés latéraux se touchant suivant l'axe de rotation.

II. *Galvanomètres à aimants mobiles.* — Dans le cas des appareils les plus simples (type : boussole des tangentes) on a

$$k = \frac{2nG}{\mathcal{H}} \text{ (voir page 57)}$$

où G croît lorsque le nombre de spires de la bobine fixe augmente ou que leur rayon moyen diminue.

Comme dans les galvanomètres à cadres mobile on augmentera la sensibilité en augmentant la distance de l'échelle au miroir de l'appareil.

Il faudra aussi donner à la bobine un très grand nombre de spires (13000 spires par bobine par exemple dans certains galvanomètres Thomson) le rayon moyen étant le plus petit possible. On est arrêté parce que si on veut avoir un faible rayon moyen et beaucoup de spires on est forcé de prendre du fil fin ce qui augmente la résistance de l'appareil ; or on a souvent besoin que l'appareil ait une faible résistance (exemple le galvanomètre à 13000 spires indiqué plus haut a une résistance de 700 ohms par bobine ; un galvanomètre du même type avec 2300 tours par bobine a une résistance de 150 ohms par bobine). On peut aussi donner à la bobine un rayon intérieur faible : on est limité par la place que doit occuper l'aiguille aimantée.

Lord Kelvin a indiqué un enroulement qui donne, pour une résistance déterminée de la bobine, le champ maximum en son centre : dans cet enroulement le volume occupé par le fil a la forme d'un tore dont la section en coordonnées polaires est donnée par : $r^2 = a^2 \sin \theta$, l'axe polaire étant l'axe de la bobine (fig. 28).

Cette forme complique l'enroulement. De plus il s'agit en réalité d'avoir la plus grande action sur une aiguille dont les deux poles ne peuvent pas être au centre de la bobine. Or les fils qui se trouveraient plus près de l'axe que les pôles de l'aiguille agiraient en sens contraire des autres et tendraient à diminuer l'effet résultant. Il faut donc laisser au centre de la bobine une gorge de diamètre un peu supérieur à la longueur des aiguilles formant l'equipage mobile ; il faut aussi laisser parallèlement au plan des spires une cavité pour le passage de l'équipage. Chaque bobine se composera donc de deux bobines dans le prolongement l'une de l'autre et laissant entre elles un espace étroit (fig. 28 ; voir aussi la description des galvanomètres à aimants mobiles).

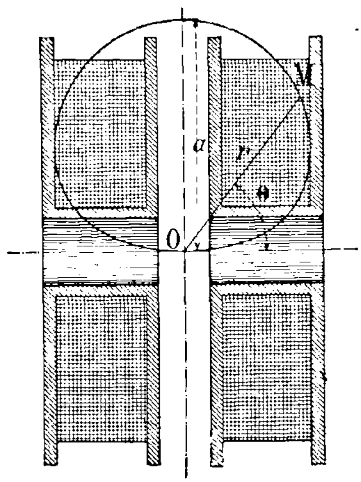


Fig. 28.

On peut augmenter la sensibilité, dans les appareils à aimants directeurs en agissant sur $\mathcal{H}$. Pour cela il suffit de placer ces aimants, dans une position telle que leur champ ait une valeur peu différente du champ terrestre et lui soit à peu près directement opposé.

Lorsque l'appareil n'a pas besoin d'être trop sensible, l'aimant directeur peut servir à donner un champ par rapport auquel le champ magnétique terrestre soit négligeable, ce qui peut être utile dans un laboratoire où le champ magnétique est variable.

Emploi d'un équipage quasi-astatique. — On peut augmenter la sensibilité des appareils à aimants mobiles par l'emploi d'un équipage quasiastatique (voir page 57). En plaçant l'une des aiguilles dans le centre de la bobine fixe et l'autre extérieurement (galvanomètre Nobili), le courant de la bobine agit sur l'une des aiguilles et donne un couple actif proportionnel au moment de cette aiguille (voir page 55) (l'action sur l'aiguille extérieure est négligeable) tandis que le champ $\mathcal{H}$ agit sur le système entier et donne un couple antagoniste proportionnel au moment résultant qui peut être très faible comme on va le voir. Dans certains appareils, (exemple galvanomètre Thomson à 4 bobines) chaque aiguille est placée dans le centre d'une paire de bobines, qui sont enroulées de façon que leurs actions s'ajoutent ; le couple actif est ainsi augmenté et l'appareil rendu plus sensible.

Soit (fig. 29) OA et OB les moments des aiguilles, ces vecteurs faisant entre eux un angle $(\pi - 2\alpha_2)$ égal à l'angle des deux aiguilles et très près de 180°. Soit $\mathfrak{M}(1+\varepsilon)$ et $\mathfrak{M}(1-\varepsilon)$ les valeurs des deux moments ;

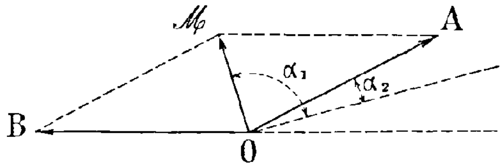


Fig. 29.

le système placé dans un champ uniforme se comportera comme un aimant dont le moment résultant aura pour valeur :

$$\mathfrak{M}_2 = \sqrt{\mathfrak{M}^2(1+\varepsilon)^2 + \mathfrak{M}^2(1-\varepsilon)^2 + 2\mathfrak{M}^2(1+\varepsilon)(1-\varepsilon)\cos(\pi - 2\alpha_2)},$$

ou encore

$$\mathfrak{M}_1 = 2\mathfrak{M}\sqrt{\sin^2\alpha_2 + \varepsilon^2\cos^2\alpha_2},$$

et sa direction fait avec la bisectrice des 2 vecteurs un angle α_1 donné par

$$\mathfrak{M}_1 \cos\alpha_1 = \mathfrak{M}(1+\varepsilon)\cos\alpha_2 - \mathfrak{M}(1-\varepsilon)\cos\alpha_2$$

ou

$$\cos\alpha_1 = \frac{\varepsilon\cos\alpha_2}{\sqrt{\sin^2\alpha_2 + \varepsilon^2\cos^2\alpha_2}}.$$

Dans la pratique on peut avoir les deux aimants presque identiques ; mais ils font un angle différent de 180° ; ceci revient à dire que ε est faible devant α_2 et on a à peu près :

$$\mathfrak{M}_1 = 2\mathfrak{M}\sin\alpha_2 \qquad \text{et} \qquad \cos\alpha_1 \cong 0 \qquad \text{ou} \qquad \alpha_1 \cong \frac{\pi}{2}.$$

Un système d'aimants quasi-astatique placé dans un champ uniforme est donc presque équivalent à un aimant unique dont l'axe est perpendiculaire à la direction moyenne du système, et dont le moment est d'autant plus faible que l'angle de deux aimants est plus approché de 180°.

Cherchons la *constante* d'un appareil composé de deux bobines avec équipage mobile quasi-astatique, et supposons pour simplifier que le champ magnétique $\mathcal{H}$ soit uniforme.

Dans la figure 30, le vecteur $\mathcal{H}$ indique la valeur et le sens du champ magnétique, les vecteurs G et G′ les valeurs et les sens des champs créés par les bobines dans les petits espaces occupés par les aiguilles ; soit α l'angle que fait le moment $\mathfrak{M}_1$ du système astatique avec la direction $\mathcal{H}$ dans la position d'équilibre.

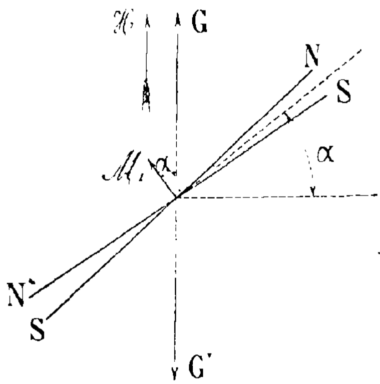


Fig. 30.

Les couples actifs des bobines s'ajoutent et donnent :

$$G i \mathfrak{M}(1 + \varepsilon) \cos (\alpha + \alpha_2) + G' i \mathfrak{M}(1 - \varepsilon) \cos (\alpha - \alpha_2).$$

Le couple antagoniste est : $\mathcal{H}\mathfrak{M}_1 \sin \alpha$. En égalant les 2 couples on a :

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{[G + G' + (G - G')\varepsilon]\, i \cos \alpha_2}{2\mathcal{H}\sqrt{\sin^2 \alpha_2 + \varepsilon^2 \cos^2 \alpha_2} + [(G - G') + (G + G')\varepsilon]\, i \sin \alpha}.$$

Si on suppose ε, α_2 et $G' - G'$ très faibles on a, en remplaçant tang α par sin α α_2, par α_2, cos α_2 par l'unité :

$$\alpha = \frac{G + G'}{2\mathcal{H}\sqrt{\alpha_2^2 + \varepsilon^2}}\, i,$$

donc

$$k = \frac{G + G'}{2} \cdot \frac{1}{\mathcal{H}\sqrt{\alpha_2^2 + \varepsilon^2}}.$$

L'appareil sera donc d'autant plus sensible que les deux aiguilles auront un parallélisme plus parfait, (α_2 plus petit) et une différence relative des deux moments (ε) *plus faible.* Pour avoir facilement un ε faible il faut que les deux moments magnétiques soient grands.

Remarquons que le couple antagoniste pour les petits angles de déviation est : $\mathcal{H}\mathfrak{M}_1\alpha$, la durée d'une oscillation sera donc

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{\mathcal{H}\mathfrak{M}_1}}, \text{ avec } \mathfrak{M}_1 = 2\mathfrak{M} \sqrt{\alpha_2^2 + \varepsilon^2}\,;$$

T_0 *sera donc d'autant plus grand que l'appareil sera plus sensible.*

Par contre *la rapidité avec laquelle l'appareil prend sa position d'équilibre est indépendante de* $\mathcal{HM}_1$, *donc de la sensibilité, tant que l'appareil reste périodique* (voir page 42).

On pourra donc faire varier la sensibilité d'un appareil à aimants mobiles dans de larges limites, tout en ayant un appareil à lecture rapide.

On construit des galvanomètres à aimants mobiles dont la sensibilité est de plus de 50 000 divisions par microampère.

12. Avantages et inconvénients des deux systèmes de galvanomètres. — Les galvanomètres à aimants mobiles ont l'avantage de pouvoir être très sensibles tout en permettant des lectures rapides. La sensibilité d'un appareil donné peut varier dans de larges limites par l'emploi d'aimants directeurs ou de bobines à position variable.

Mais ils sont trop sensibles aux vibrations, et surtout à la variation du champ magnétique extérieur, ce qui rend leur emploi peu commode dans les laboratoires industriels où on se trouve souvent dans le voisinage de machines. Pour remédier en partie au moins à ce défaut on emploie les appareils cuirassés. L'emploi d'équipages astatiques avec aimants directeurs puissants peut donner le même résultat.

Les appareils à cadres mobiles sont relativement peu sensibles. On arrive à peine à une constante de l'ordre de 2 500 divisions par microampère, et alors l'appareil est lent même pour les circuits ayant une résistance de plusieurs milliers d'ohms.

Ils ont l'avantage d'être peu sensibles aux champs magnétiques extérieurs, et relativement peu sensibles aux vibrations.

On peut leur donner facilement un amortissement convenable et souvent réglable à volonté.

Ils sont très employés dans les laboratoires industriels, pour les motifs indiqués et parce que le plus souvent une constante de *quelques* divisions par microampère suffit : or on obtient alors facilement des appareils à lecture rapide.

13. Galvanomètre Différentiel. — Le galvanomètre différentiel est un appareil dans lequel deux courants traversant deux systèmes de bobines, produisent des effets contraires sur un système d'aimants.

Lorsque les bobines sont mobiles on les enroule sur le même cadre, on amène le courant par 4 fils, 2 supérieurs et 2 inférieurs, qui forment une suspension bifilaire.

Si les bobines sont fixes on les enroule sur une seule carcasse, ou sur deux carcasses différentes qui agissent sur les deux groupes d'aimants d'un équipage astatique.

Dans un bon différentiel les 2 bobines doivent avoir la même résistance et la même action spécifique ; mais on peut, en combinant bien les méthodes, faire des mesures suffisamment précises avec un appareil qui ne satisfait qu'imparfaitement à ces conditions.

Le galvanomètre différentiel est peu employé, parce qu'il est d'un réglage délicat ; il est difficile d'avoir un bon isolement entre les fils des 2 cadres ; de plus leur induction mutuelle et leur capacité électrostatique, qui ne sont pas négligeables, peuvent être gênantes.

14. Galvanomètre Balistique. — *Théorie.* — Nous avons vu que, si dans un galvanomètre on fait passer un courant i, l'équipage mobile est soumis à un *couple actif* de la forme : Di [D étant égal à Φ_0 dans les appareils à cadre mobile, à $\mathfrak{M}$G dans les appareils simples à aimants mobiles, et prenant en général une valeur constante pour les faibles déviations].

Si on fait passer le courant pendant un temps t_0, le mouvement de l'équipage mobile obéit pendant ce temps à l'équation :

$$K\frac{d^2\alpha}{dt^2} + A\frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = Di$$

(voir l'éq. 15).

[Cα est le couple antagoniste, qui prend aussi des formes différentes suivant le genre de l'appareil, mais dans lequel C est constant pour des petits angles]. Si on intègre cette équation pendant la durée t_0 du passage du courant, on a :

$$K\int_0^{t_0}\frac{d^2\alpha}{dt^2}\,dt + A\int_0^{t_0}\frac{d\alpha}{dt}\,dt + C\int_0^{t_0}\alpha dt = D\int idt.$$

Si on suppose que le temps t_0 est suffisamment faible par rapport à la période propre de l'appareil de façon que la déviation α ne varie pas sensiblement pendant ce temps, la deuxième et la troisième intégrales sont nulles.

D'autre part la $\int \frac{d^2\alpha}{dt^2} dt$ peut s'écrire $\int_0^t \frac{d\omega}{dt} dt$, ω étant la vitesse angulaire du mobile. Si celui-ci a une vitesse initiale nulle, il aura à l'instant t_0 une vitesse ω_0. L'intégrale précédente sera égale à ω_0 ; et l'équation devient :

$$K\omega_0 = D \cdot q$$

(q étant la quantité d'électricité qui a traversé le galvanomètre), d'où

(30) $$\omega_0 = \frac{D}{K} \cdot q.$$

A l'instant t_0, qui est l'instant initial pour l'état suivant de l'appareil, l'équipage se met en mouvement et il se trouve dans les conditions d'un mobile partant de son zéro avec une vitesse initiale ω_0. Or

$$\frac{D}{K} = \frac{D}{C} \cdot \frac{C}{K} = \frac{2a \cdot D}{C} \cdot \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot \frac{1}{2a} = \frac{k}{2a} \cdot \frac{4\pi^2}{T_0^2}$$

[en remarquant que :

$$\frac{2aD}{C} = k,$$

constante en régime permanent de l'appareil ; et

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{C}}$$

[la période propre]. Donc

$$\omega_0 = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot \frac{k}{2a} \cdot q$$

et les équations (17‴), (21′), (18_4) et (18_3) deviennent en appellant ε, l'élongation sur l'échelle et en remarquant que $\varepsilon = 2a\theta$:

(31) $$\varepsilon = \frac{2\pi}{T_0} k \cdot q$$ mouvement périodique non amorti

(32) $$\varepsilon = \frac{2\pi}{T_0} \cdot k \cdot q \cdot e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}$$ m^t périodique amorti

(33) $$\varepsilon = \frac{2\pi}{T_0} \cdot k \cdot q \cdot \frac{1}{e}$$ m^t apériodique critique

(34) $$\varepsilon = M \cdot k \cdot q$$ m^t apériodique

(M étant une expression de forme compliquée).

Il résulte de ce qui précède, *que si on fait passer dans un galvanomètre un courant instantané, l'équipage mobile oscillera et la première élongation sera proportionnelle à la quantité d'électricité qui a traversé l'appareil, quel que soit l'amortissement, à condition qu'il soit constant.*

Lorsqu'un appareil fonctionne dans ces conditions on dit qu'il fonctionne en *balistique.*

Théoriquement tout galvanomètre peut fonctionner en balistique, mais pour que les formules (31) (32) (33) (34) soient exactes il faut que *la période de l'appareil soit longue, pour que la durée du passage du courant instantané soit négligeable devant la période.* Par exemple : si on a à faire à un appareil peu amorti l'élongation sera plus faible de 1 °/₀ lorsque $t_0 \sim \frac{T}{5}$ que lorsque t_0 est négligeable devant T_0 ; pour un appareil fortement amorti on a une erreur de 1 °/₀ pour $t_0 \cong \frac{T_0}{80}$ environ.

Les appareils (exemple fig. 19) construits spécialement pour servir en balistique sont dits *galvanomètres balistiques.* La période de ces appareils dépasse en général 10 secondes. La grande période est aussi nécessaire pour avoir le temps de lire l'élongation.

Constante balistiques. — Nous appellerons ainsi le rapport $k' = \frac{\varepsilon}{q}$, qui caractérise la sensibilité de l'appareil en balistique ; k' sera d'autant plus grand que l'appareil est plus sensible. Il est donné habituellement en : *divisions par microcoulomb.*

Les relations (31), (32), (33), (34). montrent que k' diminue lorsque l'amortissement augmente, *Si donc on s'est servi d'un balistique, il faut, pour trouver la constante, l'étalonner dans les mêmes conditions d'amortissement.*

Tout ce que nous avons dit sur les systèmes oscillants s'applique au galvanomètre balistique.

Remarque. — Les formules (31) (32) (33) et (34) donnent par le rapport de k'/k les relations :

(31′) $$\frac{k'}{k} = \frac{2\pi}{T^0}$$

(32′) $$= \frac{2\pi}{T_0} e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}$$

(33′) $$= \frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{1}{e}$$

(34′) $$= M.$$

15. Shunts. — Le courant qu'on peut mesurer avec un galvanomètre est limité soit par la déviation la plus grande que celui-ci peut donner soit par l'échauffement du fil.

Pour étendre les limites de sensibilité, on emploie des résistances qu'on monte en déviations sur l'appareil, et que l'on appelle des *shunts*.

Si s est la résistance de shunt et g celle du galvanomètre on a entre le courant i qui traverse celui-ci et le courant I du circuit principal :

$$i = \mathrm{I} \cdot \frac{s}{g + s} = \frac{\mathrm{I}}{m},$$

$m = \frac{g + s}{s}$, étant ce qu'on appelle le *pouvoir multiplicateur* du shunt. Le galvanomètre est donc traversé par un courant m fois plus faible que I, qui peut être le courant à mesurer.

La résistance du shunt est :

$$s = \frac{g}{m - 1}.$$

On prend habituellement $m = 2$ ou 10, 100, 1 000...

Souvent on construit des shunt spéciaux pour chaque galvanomètre : ils sont alors formés du même métal que l'appareil, en général en cuivre, et dans les mesures il faudra mettre les deux appareils très près l'un de l'autre pour qu'ils soient à la même température.

Plusieurs problèmes peuvent se poser.

Si on veut shunter un galvanomètre avec des résistances variables tout en gardant constante la résistance totale du circuit traversé par le courant principal, il faut ajouter en série une résistance r de compensation donnée par :

$$r + \frac{sg}{s + g} = g$$

ou

$$r + \frac{g}{m} = g$$

d'où

$$r = g\,\frac{m - 1}{m} \text{ (fig. 31 } a\text{).}$$

Dans d'autres cas la résistance du circuit formé par le galvanomètre et son shunt considérés en série doit rester constante. On emploie dans ce cas un montage [1] analogue à celui de la figure 31 *b*. La résistance $g + R$

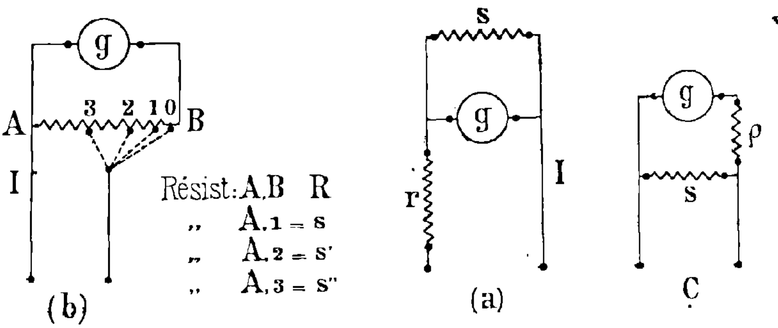


Fig. 31.

est constante tandis que le pouvoir multiplicateur m prend successivement les valeurs :

$$M = \frac{g + R}{R}, \quad m = \frac{g + R}{s}, \quad m' = \frac{g + R}{s'}, \quad m'' = \frac{g + R}{s''}.$$

Les courants qui passent dans le galvanomètre sont respectivement :

$$I_0 = \frac{I}{M}, \quad i = \frac{I}{m}, \quad i' = \frac{I}{m'}, \quad i'' = \frac{I}{m''}$$

et les rapports :

$$m_0 = \frac{I_0}{i} = \frac{m}{M} = \frac{s}{R}, \quad m_1 = \frac{I_0}{i'} = \frac{s'}{R}, \quad m_2 = \frac{I_0}{i''} = \frac{s''}{R}$$

sont indépendants de la résistance g du galvanomètre.

Pour un courant extérieur I, *le galvanomètre sera parcouru par un courant* m_0, m_1, m_2... *fois plus faible avec les shunts* s, s', s''... *qu'avec le shunt* R. Les quantités m_0, m_1, m_2... s'appellent les *pouvoirs multiplicateurs relatifs* du système, et sont indépendants de la résistance du galvanomètre.

---

[1] On peut employer pour R deux boîtes de résistances jumelles, dont on fait varier les résistances en maintenant la somme constante.

C'est le principe du *shunt universel* d'Ayrton et Perry.

On peut aussi avoir besoin de réduire la sensibilité d'un galvanomètre, sans diminuer trop la résistance de son circuit. On introduit dans ce cas une résistance ρ en série avec g ; ρ et s étant donnés par les relations :

$$\frac{g + \rho + s}{s} = m, \quad g + \rho + s = \mathrm{R}, \text{ (fig. 31, } c)$$

R étant la résistance qu'on veut avoir pour le circuit du galvanomètre.

16. Détermination de la constante k d'un galvanomètre. — On la détermine par la relation $k = \frac{\alpha_c}{i}\cdot$ Pour cela on fait le montage figure 32.

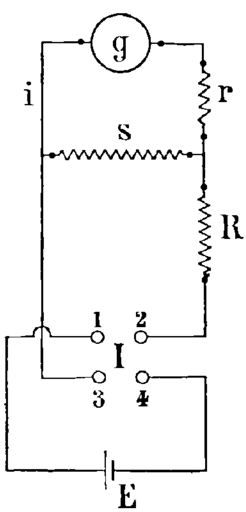


Fig. 32.

On choisit s et r de façon que le galvanomètre, s'il est à cadre mobile, soit périodique et dans le voisinage de l'amortissement critique.

Pour les appareils à aimants mobile on prendra $r = o$.

La source E est une pile impolarisable ou un accumulateur dont on détermine la force électromotrice par une méthode potentiométrique [1]. En I se trouve un inverseur, qui permet d'inverser le courant pour se rendre compte de la symétrie de l'appareil.

Le courant i qui traverse le galvanomètre est donné par

$$i = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R} + \frac{s(g + r)}{s + g + r}} \cdot \frac{s}{s + g + r}$$

ou

$$i = \frac{\mathrm{E}s}{\mathrm{R}(s + g + r) + s(g + r)}.$$

On relèvera la valeur de la déviation dans les deux sens ; on pourra

[1] Voir fascicule 21.

la mesurer dans un seul si dans son emploi le galvanomètre dévie dans le même sens. Si le zéro se déplace il vaut mieux mesurer trois élongations successives : si α_1 et α_3 sont les deux élongations dans un sens, et α_2 l'élongation dans le sens contraire on prendra pour la déviation :

$$\alpha_e = \frac{\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3}{4},$$

ce qui est suffisamment exact si le zéro se déplace peu, si on opère assez vite et si l'appareil est peu amorti.

17. Détermination de la constante k'. — 1° On peut se servir d'une des formules (31') (32') (33') ou (34'). On détermine dans ce cas la constante k par la méthode indiquée dans le paragraphe précédent ; T_0 se déduit de la mesure de la période T dans des conditions d'expériences déterminées, et de λ (formule 23) ; d'autre part nous avons indiqué pages 45 les méthodes de mesures de T et de λ [1].

2° On peut mesurer k' par la décharge dans le balistique d'un condensateur de capacité connue chargé à une différence de potentiel E connue.

Si C est la capacité du condensateur en *microfarads*, E la force électro-motrice de la source en *volts*, s la résistance du shunt, $R + g$ la résistance totale du circuit du galvanomètre en *ohms* ; on a

$$q = \frac{CEs}{R + g}$$

q étant la quantité d'électricité en *microcoulombs*, qui traverse le galvanomètre.

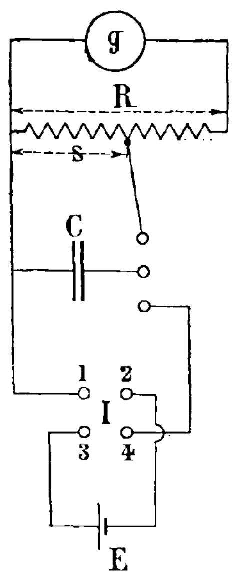


Fig. 33.

Pour l'élongation ε on tiendra compte des remarques relatives à la déviation du § précédent. (Montage fig. 33.)

[1] Pour mesurer T et λ on provoque le mouvement de l'équipage en faisant passer dans la bobine une certaine quantité d'électricité, ou un courant qu'on coupe immédiatement.

3° On peut aussi se servir d'un phénomène d'induction.

Il est essentiel de ne pas oublier que l'appareil doit être étalonné dans les mêmes conditions d'amortissement dans lesquelles il a servi dans les mesures.

18. Mesure de la résistance critique. — On peut la mesurer directement en cherchant la résistance $R + g$ pour laquelle l'appareil cesse d'être périodique. Mais l'approximation est faible, pour les appareils à longue période.

On se sert dans ce cas de la formule (29) ou d'une de ses variantes.

CHAPITRE V

Mesure des Résistances

19. Définitions et Formules. — *Définitions.* — Considérons un corps conducteur homogène C parcouru par un courant électrique constant. Soient S_1 et S_2 deux surfaces équipotentielles de potentiels V_1 et V_2, et I la quantité d'électricité qui passe par seconde de S_1 vers S_2. Le rapport $R = \frac{V_1 - V_2}{I}$ (35) est, pour une température donnée, une constante qu'on appelle la *résistance* du corps entre les surfaces S_1 et S_2.

La résistance R dépend en général de la forme, des dimensions et de la position de S_1 et de S_2 dans le corps (Fig. 34).

Si le corps C se réduit à un fil, S_1 et S_2 se réduisent pratiquement à des points et la résistance R ne dépend que de leur distance et de la section du fil. On a alors $R = \rho \cdot \frac{l}{s}$, l étant la longueur, s la section du fil et ρ un cœfficient qui dépend de la nature du corps.

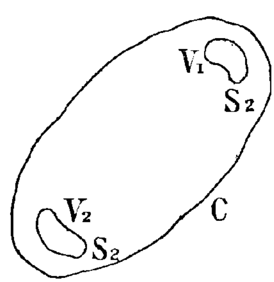


Fig. 34.

Si l et s sont donnés en centimètres et centimètres carrés, le coefficient ρ s'appelle la *résistivité* de la matière dont est constitué le fil. On l'exprime d'habitude en : *ohms centimètres* ou *microhms centimètres*.

Les constructeurs expriment souvent l en kilomètres, s en millimètres carrés, R en ohms. Si on écrit $R = \rho' \cdot \frac{l}{s}$, le coefficient ρ' est 10 fois plus grand que la résistivité en *microhms* centimètres.

Si le conducteur a une forme prismatique (en particulier cylindrique), à axe rectiligne, les surfaces équipotentielles sont des plans perpendiculaires à l'axe, sauf dans le voisinage des points de contact avec d'autres conducteurs.

La résistance entre deux surfaces équipotentielles planes est donnée par la même formule que pour les fils [1].

Pour les conducteurs de forme quelconque (shunts d'ampèremètres, etc.) pour avoir une résistance bien définie il faut la prendre entre deux points toujours les mêmes, et y amener toujours le courant à peu près de la même façon ; il convient aussi que les points entre lesquels on prend la résistance soient à une certaine distance des prises de courant.

Ce qu'on vient de dire s'applique aux conducteurs métalliques ou formés d'alliages et reste en partie vrai pour les liquides enfermés dans des vases cylindriques. Seulement dans ce cas interviennent des phénomènes de polarisation dont on parlera plus loin.

Les isolants ne sont pas des corps homogènes ; mais pratiquement on définit sous le nom de *résistance* d'*isolement* une quantité R donnée par la formule (35).

Dans ce cas R *dépend de* $V_1 - V_2$, de la durée du *passage du courant*, de l'humidité du milieu ambiant etc.

Si les surfaces S_1 et S_2 sont planes et parallèles entre elles et si on peut supposer que les lignes de courant leurs sont perpendiculaires [2] on définit encore la résistivité de l'isolant par : $R = \rho \cdot \frac{l}{s}$. On donne habituellement l en centimètres, s en centimètres carrés, et R en mégohms, donc ρ est exprimé en *mégohms centimètres*. La résistivité ρ d'un isolant n'a pas une signification bien précise, le corps n'étant pas homogène et R étant mal défini, mais elle donne une idée sur la valeur relative de diverses matières.

Lorsqu'il s'agit de l'isolement d'un câble, si on suppose exacte la for-

---

(1) Ceci est encore vrai pratiquement pour les barres courbes à grand rayon de courbure.

(2) On verra à propos des mesures d'isolements comment on s'arrange pour que ces conditions soient remplies.

mule précédente, on a pour l'expression de la résistance de l'isolement entre l'âme du câble et une armature extérieure (en le supposant par exemple plongé dans un liquide conducteur, ou couvert d'un tube de plomb) :

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \log \left(1 + \frac{e}{r}\right),$$

ou encore

$$R = \frac{0,367 \cdot \rho}{L} \log_{10} \left(1 + \frac{e}{r}\right),$$

L étant la longeur de câble, r le rayon de l'âme métallique, e l'épaisseur de l'isolant (figure 35).

On voit que *la résistance d'un câble est inversement proportionnelle à sa longueur*, et que pour la même épaisseur l'isolement est d'autant meilleur que le rayon intérieur est plus petit.

Influence de la température. — La résistivité des métaux augmente

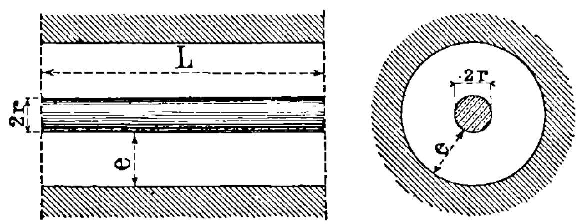


Fig. 35.

avec la température, d'après la loi $\rho_t = \rho_o (1 + \alpha t)$, ρ_t résistivité à $t°c$, ρ_o résistivité à 0°, t la température, α un coefficient voisin de 0,004 pour la plupart des métaux qu'on peut obtenir purs. Cette loi est vraie pratiquement entre 0° et 100°.

L'addition de matières étrangères augmente la résistivité ρ_o et diminue α. Les *alliages* par exemple ont une résistivité plus grande que les métaux purs et un coefficient de variation avec la température plus faible.

Ainsi pour le cuivre de Mathiessen (cuivre presque pur) (on a $\rho_0 = 1,593$ microhms centimètre, et $\alpha = 0,004$; pour la *manganine*, (Cu Ni 84, 4, Mn 12) $\rho_0 = 46,7$, α presque nul entre 30 et 40° ; pour le *constantan* (Cu 50. Ni 50) : $\rho = 48$, $\alpha = 0,00002$.

Unités. — L'ohm international proposé par le *Congrès de Chicago* (1893) a été adopté légalement en France comme unité pratique de résistance, par le décret du 25 Avril 1896, et défini ainsi « L'unité électrique de résistance, ou ohm, est la résistance offerte à un courant invariable par une colonne de mercure à la température de la glace fondante ayant une masse de 14,4521 grammes, une section constante et une longueur de 106,3 centimètres ». Un ohm est égal théoriquement à 10^9 unités C. G. S.

Il existe encore dans l'industrie des résistances étalonnées en *ohms légaux* (un ohm légal est inférieur de 0,3 % à l'ohm international), en *ohms* B. A. [1] (un ohm BA inférieur de 1,4 % à l'o.i) ou en *unités Siemens* (une U. S est inférieure de 6,3 % à l'o. i).

20. Boîtes de résistances [2]. — Dans les mesures dans lesquelles on emploie des résistances on se sert souvent de résistances dont on connaît la valeur et qui sont enfermées dans des « boites de résistances ». Ces boites sont en général en acajou avec couvercle en ébonite. Sur le couvercle sont encastrés des plots, auxquels aboutissent les extrémités des bobines. On emploie des *boîtes à fiches* et des *boîtes à contacts glissants.*

Dans les boites à fiches, les extrémités des bobines aboutissent à deux tiges (fig. 36) soudées à des blocs métalliques, fixés sur le couvercle par des vis et des rivets.

Les blocs sont isolés entre eux et des *fiches* servent à les mettre en contact.

Dans certaines boites toutes les bobines de résistances sont en série, et sur le couvercle se trouve marquée devant chaque séparation la résistance qui aboutit aux 2 plots voisins. Les fiches mettent les résistances en court circuit ; *pour introduire une résistance il faut donc enlever la fiche correspondante* (fig. 36).

---

(1) BA = British Association.

(2) Les boites de résistance industrielles sont connues à 0,1 ou 0 2 % ; les résistances de précision à quelques dixmillièmes près.

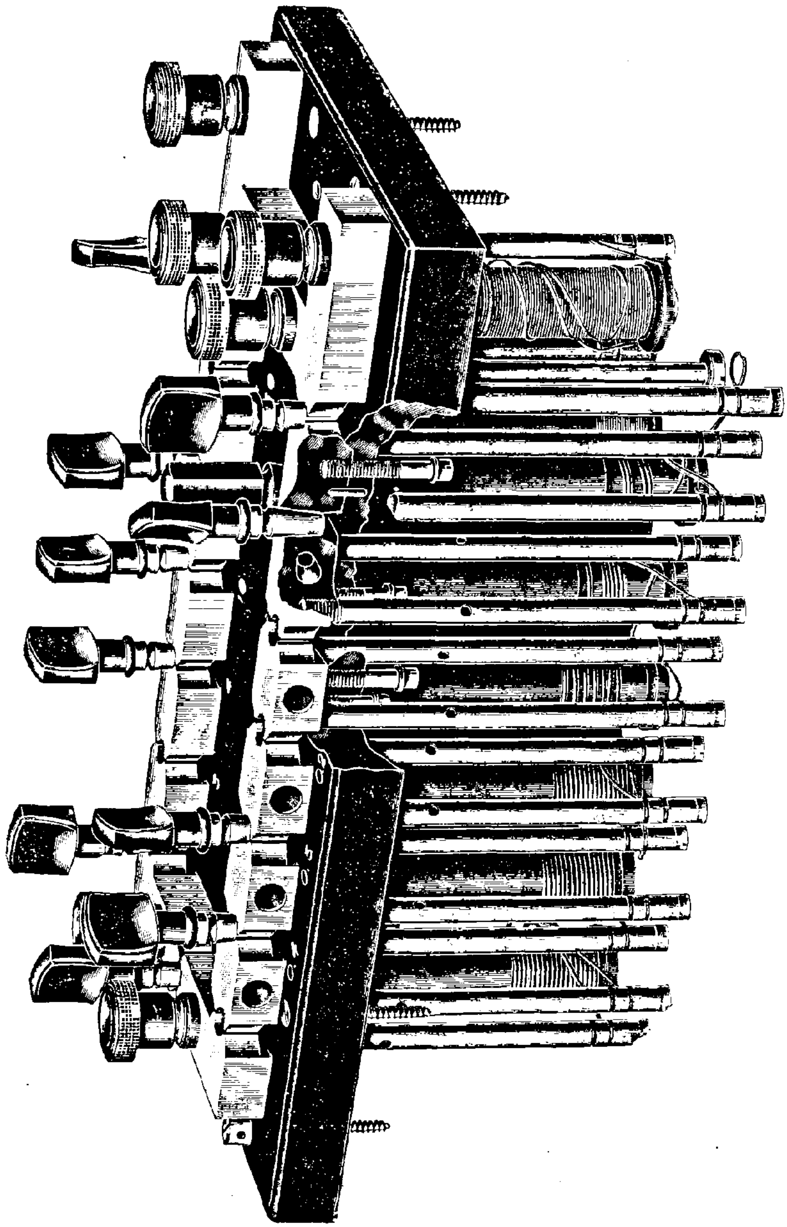


Fig. 36. — Vue intérieure d'une boîte à fiches Hartmann et Braun.

On emploie dans ce dispositif autant de fiches qu'il y a de résistances ce qui est un inconvénient, puisque chaque fiche introduit une résistance de contact (1).

Boîtes à décades. — Dans ces boites des bobines sont groupées par 9 ou 10 identiques, d'après les schemas analogues à ceux indiqués, figures 37 *a* et *b*, et on n'emploie d'habitude qu'une seule fiche.

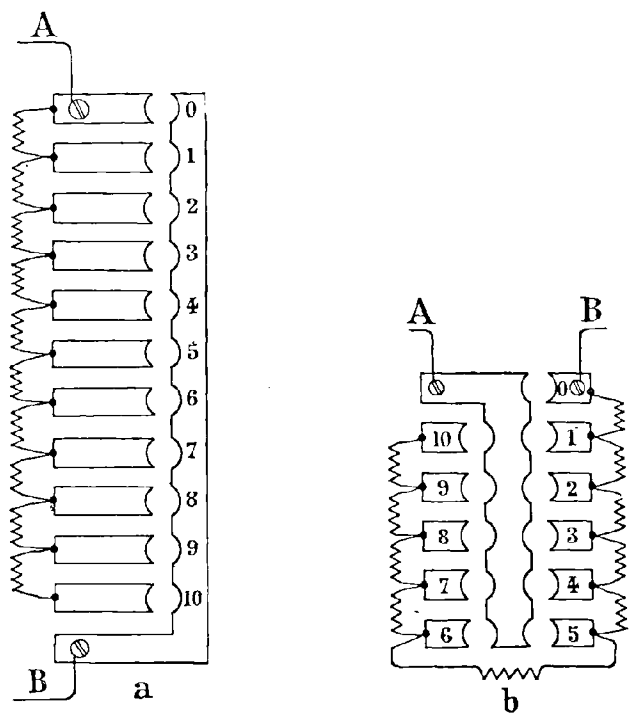


Fig. 37.

Par exemple, si dans le schema 39 on suppose que chaque bobine a une résistance de 1 ohm, en plaçant la fiche en 4, on a entre les bornes A et B une résistance de 4 ohms.

Dans d'autre cas on emploie 2 fiches, et on peut faire des combinaisons variées avec les bobines.

On peut combiner plusieurs de ces groupements et composer des

(1) La résistance de contact d'une fiche bien propre est de l'ordre de 0,0001 ohm.

boites à décades (fig, 38). Le nombre de bobines est beaucoup plus grand que dans les boîtes précédentes mais on emploie peu de fiches.

Par exemple dans le système à une fiche par résistance, avec 16 bobines ayant les valeurs 1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50, 100, 200, 200, 500,

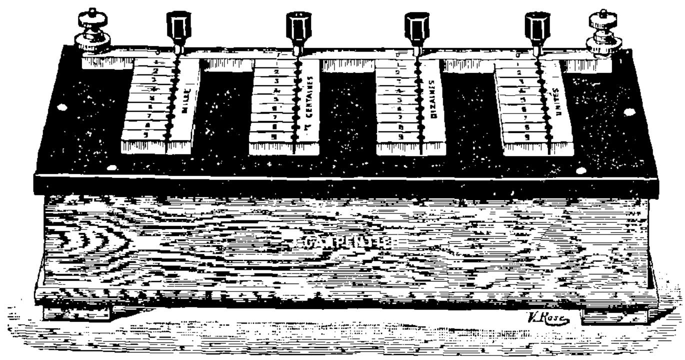


Fig. 38. — Boite à décade Carpentier.

1 000, 2 000, 2 000 5 000, on a 11 110 ohms d'unité en unités ; avec le système à décades il faut 40 bobines (10 de 1 ohms, 10 de 10 ohms, 10 de 100 ohms et 10 de 1 000 ohms) pour arriver au même résultat.

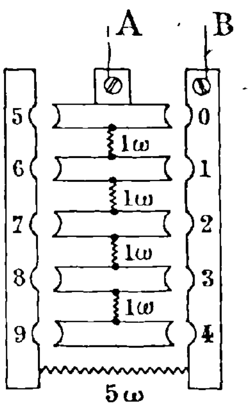


Fig. 39.

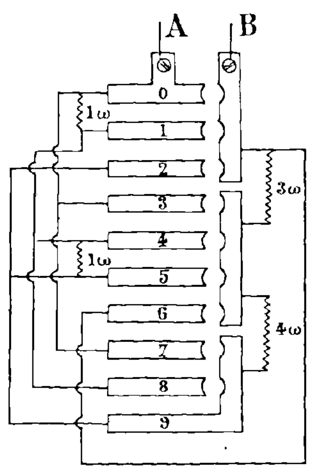


Fig. 40.

On peut pourtant combiner des montages permettant de diminuer le nombre de bobines par décades. Exemple la combinaison ***Feussner*** (fig. 39) demande 5 bobines par décade de 9 résistances ; la combinaison *Nugues-Carpentier* (fig. 40) 4 bobines par décade.

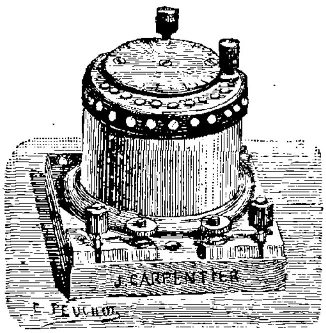


Fig. 41.

Boîtes à contacts glissants (fig. 41). — Ces boîtes sont aussi formées de décades. Ce système est d'un maniement plus rapide, mais on obtient en général moins de précision.

Certaines boîtes de résistance sont montées en pont d'Wheatston ou en pont double de Kelvin.

Nature du fil des bobines. — Les résistances des boîtes de précision sont en *manganine;* les résistances industrielles sont souvent en *maillechort*. Les fils sont couverts d'une ou deux couches de soie vernie, et souvent noyés dans la paraffine. La *manganine* est l'alliage le plus approprié pour les résistances de précision, mais il faut prendre certaines précautions à cause de son oxydabilité ; on couvre pour cela le fil d'une ou deux couches de soie imbibée de gomme laque, après l'avoir fait chauffer à l'étuve à 140° pendant 5 heures environ.

Le chauffage à l'étuve à pour effet de sécher le fil et de le vieillir artificiellement, autrement il subit pendant assez longtemps (des mois et quelquefois des années) des transformations molléculaires.

Diamètre du fil. — Le diamètre du fil varie avec la résistance de la bobine ; pour les grandes résistances on prend un diamètre faible pour ne pas avoir une trop grande longueur de fil et aussi parce que la différence de potentiel aux bornes de la bobine étant limitée par les conditions d'isolement, le courant dans les bobines de grande résistance sera plus faible que celui qu'on peut faire passer dans les faibles résistances.

Avec le maillechort on emploie du fil de diamètre de 1 millimètre pour les bobines de 1 ohms, de 0,4 millimètres pour celles de 10 ohms, de 0,25 millimètres pour les bobines de 100 ohms et de 0,1 millimètre pour celles de 1000 ohms et au-dessus.

Enroulement du fil. — Pour les bobines de faible résistance, l'enroulement se fait en fil simple ou en fil double (fig. 42). Pour les bobines de grande résistance, il faut tenir compte de la self-induction et de la capacité des bobines, qui doivent être faibles ; il faut aussi que le refroidissement puisse se faire facilement, et que la différence de potentiel entre deux fils voisins ne dépasse pas certaine limite.

L'enroulement en fil double réduit la self-induction, mais augmente la capacité des bobines ; or on sait que le produit CR^2 est équivalent à un coefficient de self-induction négatif, qui, pour une bobine ayant beaucoup de spires peut être de beaucoup plus grand que le coefficient de self-induction qu'on obtiendrait avec un enroulement simple. Exemple : Pour une bobine de 10 000 on a trouvé une capacité de l'ordre de 0,0075 microfarads ce qui correspond à une self-induction négative de 0,75 henry tandis que l'enroulement simple aurait donné une self-induction positive de 0,15 henry.

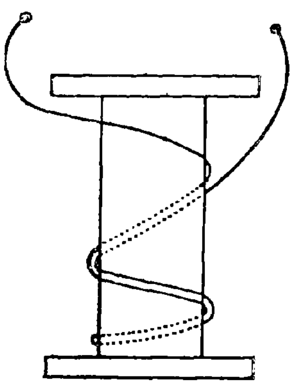


Fig. 42.

Pour diminuer la self-induction sans augmenter la capacité des bobines on emploie l'enroulement *Chaperon* ou l'enroulement *Feussner*.

Dans le premier les fils sont enroulés en couches successives de même nombre de spires, chaque couche étant enroulée en sens inverse de l'autre. Chaque couche paire annule l'effet de self-induction de la précédente ; d'autre part les couches voisines sont à des potentiels peu différents, ce qui rend faible les effets de capacité.

Dans le dispositif Feussner on enroule le fil en couche simple sur une lame mince en mica. La surface totale de la bobine étant ainsi réduite au minimum son coefficient de self-induction est faible.

Beaucoup de constructeurs sectionnent les bobines, chaque section étant enroulée en fil double. Au point de vue capacité on a l'équivalent de plusieurs condensateurs en série, la capacité est donc réduite ; on arrive aussi à diminuer la différence de potentiel entre les fils voisins.

On doit s'occuper de la capacité et de l'induction surtout pour les résistances qui doivent servir en régime variable ou avec des courants alternatifs.

Echauffement des bobines. — L'échauffement des résistances est nuisible : 1° parce qu'aux contacts entre les métaux différents du fil et des blocs en laiton il se produit des forces électro-motrices thermo-électriques variables et inconnues qui faussent les résultats surtout lorsque les autres forces électro-motrices connues sont faibles ; 2° parce que la résistance du fil varie avec la température et il est difficile d'en tenir compte parce qu'on ne peut pas connaître exactement la température des bobines ; 3° la variation de la température du fil peut engendrer des transformations moléculaires qui produisent une variation permanente de la résistance.

Les constructeurs prévoient des grandes surfaces de refroidissement, par exemple 50 à 100 centimètres carrés par watts produits par effet Joule, et des moyens de ventilation, en faisant par exemple des trous dans les boites.

Il faut pourtant adopter comme principe qu'on *doit faire passer dans les bobines le courant le plus faible possible et pendant le temps strictement nécessaire, et les laisser se refroidir pendant un temps assez long entre deux mesures.*

On peut admettre dans les boîtes de résistances industrielles un courant de 0,003 d'ampères dans les bobines de 10 000 ohms ; 0,01 ampère dans celles de 1 000 ohms, 0,1 dans les bobines de 10 ohms, et jusqu'à 0,3 ampères dans celles de 1 ohms.

Tension entre les fils. — La tension entre deux points voisins ne doit pas dépasser 40 à 50 volts. Pour les bobines devant supporter des grandes différences de potentiel aux bornes (exemple les résistances additionnelles des Voltmètres ou des Wattmètres) on a recours au *sectionnement.*

Recommandations utiles : 1° Les boîtes de résistances doivent être vérifiées souvent surtout quand elles sont neuves.

2°. On doit toujours prévoir un interrupteur dans le circuit, pour ne faire passer le courant dans les résistances que le temps nécessaire.

3° Il faut tenir très propres les boîtes, et les épousseter souvent avec un blaireau doux ; les garder à l'abri de la lumière et de l'humidité, autrement le soufre de l'ébonite forme à la surface une couche acide blanchâtre, nuisible pour les parties métalliques. Pour s'en débarrasser on lave avec une faible solution de soude et on sèche ensuite avec un linge propre imbibé de pétrole.

4° Eviter de toucher à la main les parties métalliques des fiches (chevilles), ni de les placer sur la table d'opération : le mercure qui s'y trouve souvent peut les détériorer ; les nettoyer souvent avec une peau de chamois ou avec un linge propre imbibé de pétrole. Si elles sont trop sales les frotter au papier d'emeri très fin. Les trous entre les blocs métalliques, peuvent être nettoyés avec un morceau de bois tendre taillé a peu près de la forme de la cheville.

5° Lorsqu'on se sert des boîtes, il faut enfoncer les fiches avec douceur et les faire tourner un peu pour établir un bon contact. Il est bon de vérifier souvent que les fiches sont bien enfoncées, surtout si les résistances des bobines semblent varier.

Résistances pour courants intenses. — Dans ces résisistances on a

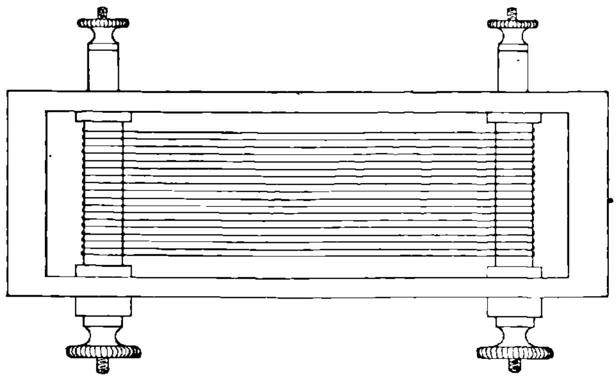


Fig. 43.

besoin d'une grande surface de refroidissement. On les fait pour cela en fils (fig. 43), en lames minces, ou en forme de tubes à l'intérieur

Fig. 44. — Résistance à circulation d'eau.

desquels on fait passer un courant d'eau (fig. 44). On plonge souvent les résistances dans un bain de pétrole, refroidi par un serpentin dans lequel circule de l'eau.

Résistances élevées. — Pour les résistances très élevées on peut employer des traits de graphite tracées sur l'ébonite, dont les extrémités sont cuivrées galvaniquement et reçoivent les bornes ; ou un dépôt de platine sur une plaque de verre.

MÉTHODES DE MESURES DES RÉSISTANCES

21. Pont de Wheatstone. — *Principe.* — Pour la mesure des résistances depuis un ohm jusqu'à quelques mégohms, la méthode de laboratoire la plus précise est la méthode du pont de Wheatstone.

Le pont de Wheatstone se compose de 4 bras de résistances a, b, x, R formant les 4 côtés d'un quadrilatère. Dans l'une des diagonales on introduit une pile P, dans l'autre un galvanomètre g.

Si les résistances a, b, x, R sont réglées de façon qu'en fermant d'abord

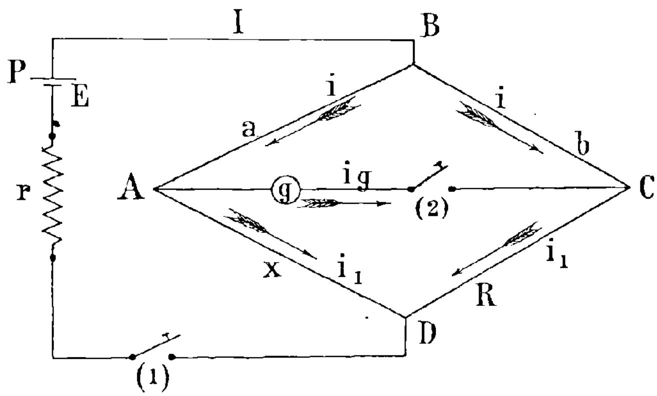


Fig. 45.

l'interrupteur (1) (fig. 45) et ensuite (2) le galvanomètre ne dévie pas on a :

$$\frac{x}{R} = \frac{a}{b} \qquad \text{d'où} \qquad x = \frac{a}{b} \cdot R. \tag{36}$$

Il suffit alors de connaître trois des résistances (a, b et R par exemple) pour en déduire la 4e : x.

Pour démontrer la formule (36) remarquons que si le galvanomètre ne dévie pas, c'est que le courant qui le traverse est zéro, et que par conséquent les points A et C sont au même potentiel. Il en résulte que : $i = i_1$,

$i' = i_1'$ et $ai = bi'$ et $xi_1 = Ri_1'$ d'où en divisant membre à membre les deux dernières égalités on a (36).

Boîtes à pont. — On emploie habituellement des boîtes de résistances montées en pont de Wheatstone. L'un des dispositifs les plus

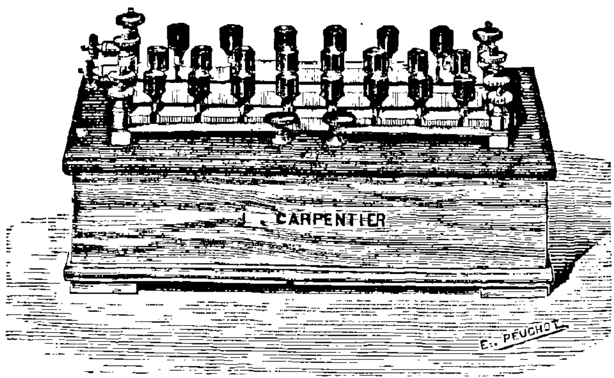


Fig. 46. — Boîte à pont.

commodes est celui de la figure 46, dont le schema est donné par la figure 47. Ce modèle se compose d'une résistance à fiches de 16 bobines R, pouvant donner la résistance de 1 à 11110 ohms, ohm par ohm, avec une fiche ∞, qui peut former interrupteur; deux résistances a et b sur lesquelles on peut prendre les valeurs 10, 100 et 1000 ohms. Les résistances a et b sont appelées les ***bras du pont*** et R la ***résistance de comparaison.***

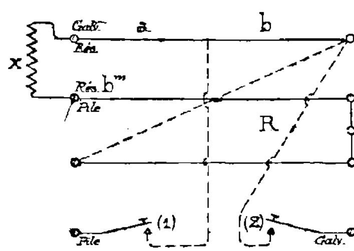


Fig. 47.

Sur la boîte sont marquées les bornes auxquelles on doit connecter la pile, le galvanomètre et la résistance à mesurer. Deux interrupteurs formés chacun d'une lame élastique permettent de fermer le circuit de la pile ou du galvanomètre.

La figure 48 représente un pont de Wheatstone de précision, de la maison Carpentier : les bras de proportion sont formés chacun de 5 bobines ayant les résistances 1, 10, 100, 1000, 1 0000 ohms; la résistance R est formée de 6 décades, permettant de faire varier sa valeur depuis 0,1 d'ohm jusqu'à 111111 ohms.

Les figures 49 et 50 représentent un dispositif de la maison Hartmann

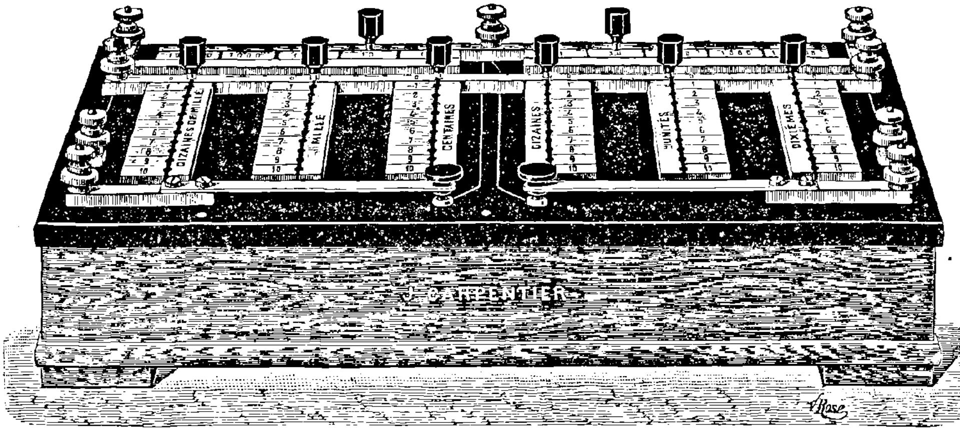


Fig. 48. — Pont de précision Carpentier.

et Braun, dans lequel on peut intervertir les bras de proportions a et b.

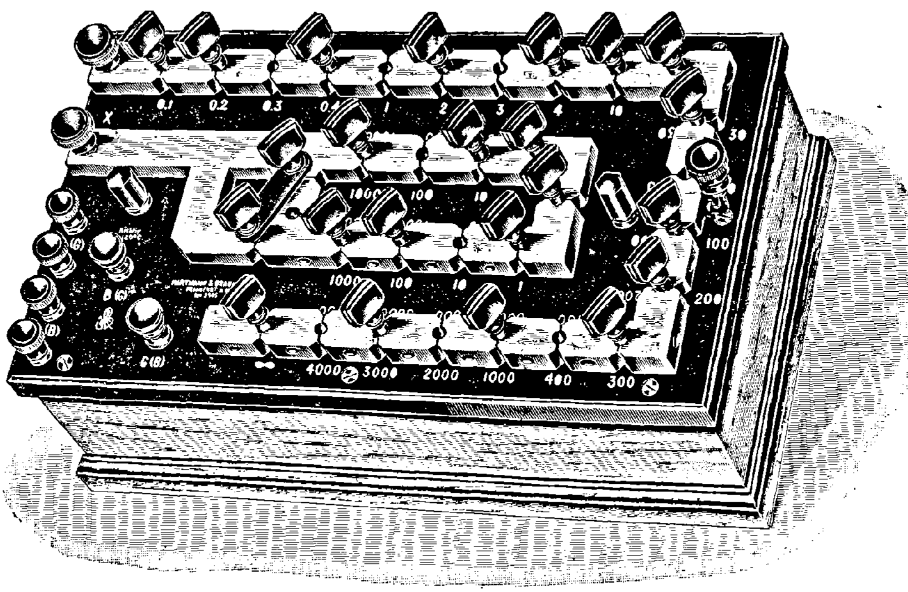


Fig. 49. — Pont de précision Hartmann et Braun.

ce qui permet d'éliminer les petites erreurs qu'on peut avoir sur ces résistances. Pour cela il suffit de mettre 2 fiches dans les positions 1,1 ou 2,2.

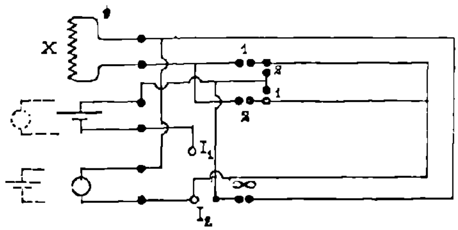


Fig. 50.

Mode opératoire. — Pour mesurer à l'aide d'une boîte à pont une résistance dont on ne connaît pas l'ordre de grandeur, on commence par prendre les bras de proportions a et b, égaux en leur donnant leurs plus grandes valeurs.

On débouche l'infini et en fermant rapidement les interrupteurs (1) et (2) on observe le sens de la déviation du galvanomètre. Il est commode de faire les connections de façon que pour $R = \infty$ le galvanomètre dévie vers la droite [1]; il suffit, si cela n'est pas, d'intervertir les connections de la pile ou du galvanomètre. On donnera ensuite à R la plus grande résistance qu'on peut avoir avec une seule fiche et on la fera varier systématiquement.

Supposons pour fixer les idées qu'on se sert d'une boîte, figures 46 et 47. On donnera à R la valeur 5000 ohms; si le galvanomètre dévie à droite on enlève la fiche 2000 et on l'enfonce en 5000; on introduit ainsi 2000 ω. Si la déviation est encore vers la droite on débouche 1000 et on bouche 2000; si la déviation est à gauche on débouche les 2000 suivants, et ainsi de suite. Le réglage final excepté, on peut s'arranger pour que toute fiche enlevée ne soit plus remise. On arrivera ainsi en général à deux valeurs qui diffèrent de *un* ohms (quelquefois de plusieurs ohms si le galvanomètre n'est pas assez sensible dans les conditions des mesures).

---

[1] Il faut fermer l'interrupteur (2) pendant un temps très court juste suffisant pour voir le sens de la déviation; on risque autrement de casser le fil de suspension du galvanomètre.

Si la précision n'est pas suffisante on peut *interpoller* (voir plus bas) ou mieux changer les bras a et b; en prenant successivement

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \ldots$$

et on recommence les opérations en donnant à R une valeur voisine de celle qui résulte des opérations précédentes.

Si dans les premières opérations le galvanomètre déviait toujours à gauche, c'est que x est plus grand que la plus grande valeur qu'on peut donner à R. On prendra dans ce cas les bras de façons que : $\frac{a}{b} = 10, 100, \ldots$

On dispose de plusieurs valeurs de a et b qui donnent au rapport $\frac{a}{b}$ une valeur déterminée; on prendra le plus de valeurs possibles et on adoptera comme résultat la valeur moyenne des résultats obtenus pour x ; on peut aussi être conduit par les considérations de précision qu'on va indiquer plus loin.

Il faut fermer d'abord la clef (1) de la pile et ensuite celle du galvanomètre, parce qu'autrement le galvanomètre recevrait le courant du régime variable et pourrait avoir des déviations brusques qui gênent les mesures.

Interpollation. — Avec les boîtes à pont il arrive souvent qu'on trouve deux valeurs de R, R_1 et R_2, qui diffèrent d'une quantité r, et donnent au galvanomètre, l'une une déviation α_1 à gauche et l'autre une déviation α_2 à droite. La valeur R donnant l'équilibre sera comprise entre R_1 et R_2.

Il est légitime d'admettre que si α_1 et α_2 sont faibles, elles sont proportionnelles aux variations de R, on a donc

$$\frac{R - R_1}{\alpha_1} = \frac{R_2 - R}{\alpha_2} = \frac{R_2 - R_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad \text{d'où} \quad R = R_1 + r \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2},$$

qui est la formule d'interpollation employée.

Quelques conseils. — Nous avons indiqué page 92, les précautions à prendre dans l'emploi des boîtes de résistances. Ajoutons qu'il faut faire les connections avec beaucoup de soins; qu'il faut éviter de toucher aux bornes ou aux conducteurs nus ou de se tenir trop près de ceux-ci, ou de tenir trop longtemps les doigts sur les interrupteurs.

L'échauffement des pièces peut faire varier les résistances ou introduire des forces électromotrices thermoélectriques.

Ne pas oublier les fils qui connectent la résistance x au pont. Si leur résistance n'est pas négligeable devant la valeur de x, il faut en tenir compte.

Meilleures conditions de mesures. — Nous allons voir maintenant comment on doit choisir la pile et le galvanomètre, quelle est leur meilleure position dans le pont, et quels sont les bras de proportion a et b qui donnent la plus grande sensibilité.

Pour cela remarquons que lorsque le galvanomètre est à l'équilipre, le courant $ig = 0$ (fig. 45). Or nous ne pouvons pas apprécier l'instant exact de l'équilibre, mais nous sommes sûr que le galvanomètre dévie lorsque α dépasse une valeur α_0.

Soit x la vraie valeur de la résistance à mesurer et $x \pm \Delta x$ la valeur donnée par la formule : $\frac{x + \Delta x}{R} = \frac{a}{b}$ lorsque le galvanomètre donne la déviation minima α_0; Δx est l'*erreur absolue* sur x et l'on déduit de la formule précédente : $\Delta x = \frac{aR - bx}{b}$.

Pour une résistance x donnée la méthode sera d'autant plus sensible que Δx sera plus petit.

Pour évaluer Δx en fonction des autres quantités nous chercherons d'abord l'expression du courant ig.

Les lois de Kirchhoff appliquées aux circuits figure 45 donnent :

$$I = i + i', \quad i = i_1 + ig, \quad i' = i_1' - ig$$

$$ai + gig - bi' = 0, \quad xi_1 - Ri_1' - gig = 0, \quad rI + ai + xi_1 = E$$

d'où l'on déduit :

$$ig = \frac{I(bx - aR)}{(x + R)g + (x + R + g)(a + b)}, \tag{37}$$

qu'on peut écrire

$$ig = \frac{bx - aR}{a + b + x + R} \cdot \frac{I}{g + \gamma}$$

en posant

$$\gamma = \frac{(x + R)(a + b)}{a + b + x + R}$$

(γ est la valeur de la résistance en dérivation sur le galvanomètre lorsque le circuit de la pile est ouvert).

Il faudrait exprimer I en fonction de E ; la formule est très compliquée, mais on peut la simplifier en faisant la remarque suivante : si ig est nul le courant dans les autres branches est le même que si la résistance g était infinie (Bossha), on aura donc :

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}}{r + \rho} \quad \text{avec} \quad \rho = \frac{(a + x)(b + \mathrm{R})}{a + b + x + \mathrm{R}}.$$

Dans le cas qui nous occupe ig n'est pas nul mais *très faible*, donc la formule précédente est sensiblement exacte. L'expression de ig devient

$$ig = \frac{(bx - a\mathrm{R})}{a + b + x + \mathrm{R}} \times \frac{\mathrm{E}}{(g + \gamma)(r + \rho)}.$$

Si ig est le courant qui donne la déviation minima α_0, on aura $\alpha_0 = k \,.\, ig \,.\, 10^6$, k étant la *constante* du galvanomètre en divisions par micro-ampères et, ig étant exprimé en ampères ; et d'autre part on a vu aussi que : $bx - a\mathrm{R} = b\Delta x$. On en déduit :

$$(37') \qquad \Delta x = \frac{(a + b + x + \mathrm{R})(g + \gamma)(r + \rho)}{kb\mathrm{E} \,.\, 10^6}\,\alpha_0.$$

La formule (37') nous permettra de trouver les conditions qui donnent la plus grande sensibilité de la méthode.

Choix de la pile. — La formule (37') peut s'écrire :

$$\Delta x = \mathrm{A} \,.\, \frac{r + \rho}{\mathrm{E}},$$

A étant indépendant des éléments de la pile. Si on dispose de plusieurs piles et qu'on les monte en série, E et ρ augmentent avec leur nombre N. Tant que r est petit par rapport à ρ, $r + \rho$ varie peu et Δx diminue lorsque N augmente; dans ce cas il y aurait avantage à augmenter le nombre de piles, mais dès que r devient grand l'avantage diminue.

Si au lieu de monter les piles en série on les groupe en série parallèle, on peut se demander quel est le groupement le plus avantageux ? Si on monte en parallèle v séries de μ piles, et si r_1 et E_1 sont la résistance et la f. é. m. d'un élément, on a :

$$\mathrm{E} = \mu \mathrm{E}_1, \; r = \frac{\mu r_1}{v},$$

et on obtient

$$\Delta x = A \cdot \frac{\frac{\mu r_1}{v} + \rho}{\mu E_1} = A \frac{\mu r_1 + v\rho}{N E_1},$$

dont la seule partie variable est $\mu r_1 + v\rho$. Le produit des termes de cette somme étant constant ($\mu v \cdot r_1\rho = N r_1 \rho$), elle sera minima et Δx aussi par $\mu r_1 = v\rho$ d'où $\frac{\mu r_1}{v} = \rho$ ou encore $r = \rho$.

Donc : ***Pour un nombre donné de piles le groupement le plus favorable sera celui pour lequel la résistance intérieure de la pile est égale à la résistance ρ du pont relative au courant de la diagonale pile.***

Dans la pratique on s'approchera autant que possible de ce groupement, en tenant compte du courant maximum que peuvent supporter les résistances.

Choix du galvanomètre. — La formule (37') peut s'écrire :

$$\Delta x = B \cdot \frac{\gamma + g}{k},$$

B étant indépendant du galvanomètre. Celui-ci intervient par sa sensibilité k et par sa résistance g. Parmi plusieurs galvanomètres on devra choisir celui pour lequel $\frac{\gamma + g}{k}$ est plus faible.

Exemple. — Entre deux galvanomètres pour lesquels $k_1 = 2$, $g_1 = 200$ et $k_2 = 4$, et $g_2 = 500$, le premier sera plus avantageux pour $\gamma < 100$ et le second pour $\gamma > 100$.

Si on dispose d'un galvanomètre contenant N bobines qu'on peut monter en série ou en parallèle, on peut se demander quel est le montage qui donne plus de sensibilité. Pour cela remarquons que si k_1 est la constante d'une bobine, celle de μ bobines en série est μk_1. Si maintenant on met v de ces groupes en dérivation la constante ne change pas [1],

---

[1] En effet si on fait passer un courant i dans chacune des v bobines la déviation est v fois plus grande que pour une, mais le courant extérieur est aussi v fois plus grand, et le rapport $\frac{v\alpha_c}{vi}$ est égale à $\frac{\alpha_c}{i}$, donc la constante ne change pas.

on a donc : $k = \mu k_1$. — La fraction $\frac{\gamma + g}{k}$ devient donc

$$\frac{\gamma + \frac{\mu g_1}{v}}{\mu k_1},$$

qui donne le même résultat que pour le groupement des piles. *Le meilleur groupement est celui par lequel $\gamma = g$.*

Dans le choix du galvanomètre il faudra tenir compte de sa période et de la rapidité de son retour au zéro ; les galvanomètres sensibles peuvent, dans les conditions des expériences, être trop amortis, ce qui nuit à la rapidité et à la précision des mesures.

Choix des diagonales. — La formule du pont est la même quel que soit la diagonale occupée par la pile ou par le galvanomètre, mais au point de vue de la sensibilité *il faut que la diagonale la plus résistante (d'habitude le galvanomètre) réunisse le point commun aux résistances les plus fortes au point commun aux résistances les plus faibles.*

Pour le démontrer supposons qu'en intervertissant les diagonales on a, pour la même déviation minima, une erreur sur x : $\Delta_1 x$. On aura

$$\Delta_1 x = \frac{(a + b + x + \mathrm{R})\,(g + \rho)\,(r + \gamma)}{k\mathrm{E}\,.\,10^6}\,.\,\alpha_0$$

[γ et ρ ayant changé de position relative].

Par substraction on obtient :

$$\Delta_1 x - \Delta x = \frac{(a + b + x + \mathrm{R})\,.\,\alpha_0}{k\mathrm{E}\,.\,10^6}\,.\,(\rho - \gamma)\,(r - g).$$

Si la méthode est plus sensible dans la disposition de la figure 45, on aura $\Delta x < \Delta x_1$, et pour cela il faut que $(\rho - \gamma)\,(r - g) > 0$.

Si on suppose $g > r$ (le galvanomètre plus résistant) on doit avoir $\gamma > \rho$. [Si $g < r$ on aura $\gamma < \rho$].

En tenant compte des valeurs de γ et de ρ, cette condition revient à celle-ci :

$$(a - \mathrm{R})\,(x - b) > 0,$$

qui donne

$$a > \mathrm{R} \quad \text{et} \quad x > b \quad \text{ou} \quad a < \mathrm{R} \quad \text{et} \quad x < b.$$

Comme on a sensiblement $aR = bx$ les résistances a et R ne peuvent être ni toutes les deux les plus grandes, ni les plus petites, les plus grandes sont donc ou a et x ou b et R, et le galvanomètre g satisfait à l'énoncé. (Si $\gamma < \rho$ on aurait obtenu que a et b sont les résistances les plus fortes ou les plus faibles).

Remarque : Dans la disposition la plus favorable, le courant dans les résistances les plus faibles peut devenir exagéré, on devra alors opérer rapidement ou au besoin, se contenter d'une sensibilité moindre.

On introduira au besoin une résistance en série avec les piles ou on intervertira les diagonales.

Choix des bras a et b. — On peut transformer la formule (37') en tenant compte de la formule : $\frac{x}{R} = \frac{a}{b}$, qui est sensiblement satisfaite : On a alors :

$$a + b + x + R = \frac{(a+b)(a+x)}{a},$$

$$\gamma = \frac{(a+b)\,x}{a+x}, \quad \rho = \frac{(a+x)\,b}{a+b}.$$

$$(37'') \qquad \Delta x = \frac{[g(a+x) + x(a+b)]\,[r(a+b) + b(a+x)]}{kEab \cdot 10^6}\,\alpha_0.$$

On peut écrire encore :

$$\Delta x = C \cdot \frac{(a+a_1)(a+a_2)}{a}$$

avec

$$a_1 = \frac{x(b+g)}{x+g}$$

$$a_2 = \frac{b(x+r)}{r+b}$$

C étant indépendant de a.

Si a varie Δx sera minimum lorsque sa dérivée

$$C \cdot \frac{a^2 - a_1 a_2}{a^2}$$

sera nulle, ce qui a lieu pour $a = \sqrt{a_1 \cdot a_2}$, ou

$$a = \sqrt{\frac{bx(b+g)(x+r)}{(x+g)(b+r)}}.$$

et la valeur de ce minimum sera

$$(\Delta x)_m = \frac{\left[\sqrt{x(b+g)(r+b)} + \sqrt{b(x+r)(x+g)}\right]^2}{k\mathrm{E}b\,10^6} \cdot \sigma_0.$$

Cette expression, fonction de b, peut s'écrire :

$$(\Delta x)_m = \mathrm{D}\left[\sqrt{\frac{x(b+g)(r+b)}{b}} + \sqrt{(x+r)(x+g)}\right]^2,$$

et lorsque b varie, $(\Delta x)_m$ sera minimum en même temps que :

$$\frac{(b+g)(r+b)}{b},$$

qui a la même forme que l'expression en a. On aura donc pour le minimum de $(\Delta x)_m$,

$$(38) \qquad b = \sqrt{gr}$$

et a devient

$$(39) \qquad a = \sqrt{gx\frac{x+r}{x+g}}. -$$

Les bras qui donnent le maximum de sensibilité sont donc donnés par les formules (38) et (39).

La valeur de $(\Delta x)_m$ devient :

$$(40) \qquad (\Delta x)_{\text{min. min.}} = \frac{\sigma_0}{k\mathrm{E}\,10^6}\left[\sqrt{gx} + \sqrt{rx} + \sqrt{(g+x)(r+x)}\right]^2. -$$

Maximum de précision. — On peut se demander quelle est la grandeur de la résistance x qu'on peut mesurer avec la plus grande précision avec une pile et un galvanomètre donnés : La résistance la plus convenable sera celle pour laquelle l'erreur relative de sensibilité $\frac{\Delta x}{x}$ sera minima. Or dans les meilleurs conditions pour a et b, on a :

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\sigma_0}{k\mathrm{E}\,10^6}\left[\sqrt{g} + \sqrt{r} + \sqrt{\frac{(g+x)(r+x)}{x}}\right]^2,$$

expression qui est minima en même temps que

$$\frac{(g+x)(r+x)}{x}$$

pour $x = \sqrt{gr} = b$. On a alors $a = \sqrt{gr}$, et en tenant compte de

$$\frac{x}{R} = \frac{a}{b}$$

et des relations qui donnent γ et ρ, on a :

$$x = a = b = R = \gamma = \rho = \sqrt{gr}. —$$

On a alors :

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{4\alpha_0}{10^6 k E}\left(\sqrt{g} + \sqrt{r}\right)^2. \tag{41}$$

Si on donne aussi aux piles et aux bobines du galvanomètre le meilleur groupement, on aura

$$x = a = b = R = \gamma = \rho = g = r,$$

et :

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{16\alpha_0 \cdot x}{kE \cdot 10^6}. — \tag{42}$$

La plus grande sensibilité sera donc obtenue lorsque les 6 conducteurs du pont sont égaux.

Dans la pratique on cherchera à se rapprocher de ces conditions, autant que le permettront les dispositions des appareils, et les courants qu'ils peuvent supporter. On tiendra compte aussi de la précision que l'on demande dans les résultats, et de l'approximation avec laquelle on connaît a, b et R. Il est inutile de perdre beaucoup de temps et de chercher une grande sensibilité lorsqu'on se sert d'appareils mal connus ou lorsqu'on ne demande qu'un résultat approché pour x.

Exemple : Soit à mesurer une résistance de l'ordre de 500 ohms. On dispose de deux piles Leclanché ($E_1 = 1^v,48$; $r_1 = 2$ ohms) et d'un galvanomètre à cadre mobile ($g = 200$ ohms, $k = 2$ div. par microampère).

Il convient de placer les piles en série à cause de leurs faibles résistances. On a donc $E = 2^v,96$, $r = 4$ ohms. Dans les meilleures conditions de sensibilité on aura

$$b = \sqrt{gr} = 28,3 \text{ ohms.};$$

$$a = \sqrt{gx\frac{x+r}{x+g}} = 268 \text{ ohms.}$$

La formule (40) donne $\Delta x = 0,03$ en admettant $\alpha_0 = 0,2$ division ; et l'erreur relative sera

$$\frac{\Delta x}{x} = 0,006\ \%.$$

Si on emploie une boîte à pont on ne pourra prendre pour a et b que 10, 100, 1 000... ; d'autre part il ne faudra pas que le courant dans les résistances les plus faibles soit exagéré. Si on adopte $a = 100$, $b = 10$ ou $a = 1000$, $b = 100$, R sera de l'ordre de 50 et on devra interpoller pour le 3e chiffre.

Si nous adoptons $a = b = 100$, la formule (37″) donne $\Delta x = 0,045$. On voit que l'erreur est à peine 1,5 fois plus grande. L'erreur relative sera 0,009 %.

Si on prend $a = 100$, $b = 1000$ on aura l'avantage d'avoir R de l'ordre 5 000 donc 4 chiffres obtenus directement, si la boîte donne l'ohm, mais l'erreur absolue sera $\Delta x = 0.13$ et l'erreur relative $\frac{\Delta x}{x} = 0.03\ \%$. Dans la pratique courante cette approximation est largement suffisante. Ce n'est que dans les mesures de précision qu'on aura à se préoccuper des conditions de maximum de sensibilité.

Remarques sur les boîtes à pont. — Les boîtes à pont industrielles donnent directement R à un ohm près ; si on veut avoir les fractions de l'ohm on est forcé d'interpoller. On peut obtenir directement les fractions de l'ohm en ajoutant au pont un fil ayant une résistance égale à 1 ohm et sur lequel un contact glissant permet de prendre une résistance connue.

Voici deux moyens simples qui permettent d'étendre de beaucoup les limites de l'emploi de la boîte si on dispose d'une autre boîte de résistance subdivisée.

Supposons qu'on dispose d'une boîte à pont figures 46 et 47, et d'une boîte de résistance à fiche de 11 110 ohms. Dans la boîte figure 46, la fiche infinie est encadrée entre deux bornes [b' et b'' figure 47]. On enlève la fiche ∞ et on connecte la deuxième boîte entre ces deux bornes On dispose ainsi pour R jusqu'à 22 220 ohms.

Le montage suivant (fig. 51) permet d'aller plus loin. Connectons la deuxième boîte entre les bornes b' et b'''. Si r est la résistance entre les bornes b et b', r' entre b' et b'', et r'' la résistance prise sur l'autre boîte (2) on a :

$$R = r + \frac{r'r''}{r' + r''}.$$

Pratiquement ou prendra d'abord pour r'' la valeur ∞, et on règlera

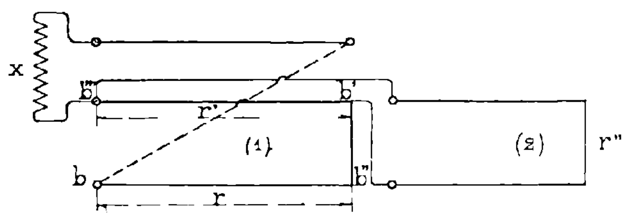


Fig. 51.

$r + r'$ à une unité près par excès. On aura $r + r' > R$; ensuite on introduit r'' qu'on règle jusqu'à l'équilibre.

Supposons qu'on règle r'' à ρ ohms près ; on aura

$$r + \frac{r'r''}{r' + r''} < R < r + \frac{r'(r'' + \rho)}{r' + r'' + \rho}.$$

Si on adopte pour R l'une ou l'autre de ces valeurs on commet une erreur inférieure à leur différence, donc inférieure à :

$$\left(\frac{r'}{r' + r''}\right)^2 \cdot \rho.$$

On peut donner à r'' et à l'erreur sur R une forme intéressante. Posons,

$$\frac{r'r''}{r' + r''} = r' - x \qquad (o < x < 1)$$

on aura

$$r'' = \frac{r'(r' - x)}{x},$$

et

$$\Delta R = \left(\frac{r'}{r' + r''}\right)^2 . \rho.$$

devient

$$\Delta R = \left(\frac{x}{r'}\right)^2 . \rho.$$

Il faudra donc s'arranger pour que r' soit le plus grand possible.

Méthodes particulières. — 1° *Méthode de substitution.* Après avoir mesuré x au pont ; on le remplace par une boîte de résistance B bien connue et ***suffisamment subdivisée***, et sans toucher aux résistances du pont, on règle la résistance de la boîte B jusqu'à ce qu'on a de nouveau l'équilibre.

Soit r la valeur trouvée, on a : $x = r$.

Si les résistances R du pont, et r de la boîte B ne sont pas suffisamment subdivisées on interpollera et on aura les formules :

$$x = \frac{a}{b}\left[R + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right], \qquad R = \frac{b}{a}\left[r + \frac{\alpha'_1}{\alpha'_1 + \alpha'_2}\right]$$

d'où

$$x = \left(r + \frac{\alpha'_1}{\alpha'_1 + \alpha^2}\right)\left(1 + \frac{1}{R}\cdot\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right).$$

Cette méthode est équivalente à la double pesée ; elle a l'avantage d'éliminer a et b, et n'introduire R que dans un terme de correction. Pour avoir une valeur exacte de x il suffit de connaître très bien r, et d'être dans de bonnes conditions de mesures [1]. On peut en faire une méthode très précise.

2° *Mesures croisées.* Après avoir fait une mesure au pont qui donne R_1 ; d'où

$$x = \frac{a}{b} R_1,$$

on intervertit les places de a et de b et on trouve :

$$x = \frac{b}{a} R_2,$$

d'où on déduit $x = \sqrt{R_1 R_2}$. Cette méthode élimine encore a et b ; elle est équivalente à la pesée croisée. Il est facile de trouver la formule qui convient si on a eu à interpoller.

---

(1) a, b, et R peuvent être formés par des fils quelconques à faible cœfficient de température et ayant des résistances appropriées. On peut donc faire une mesure exacte au pont avec une seule boîte de résistance bien connue.

3° *Mesure de la résistance d'un joint de rail.* On la compare à la résistance d'une certaine longueur du rail. Pour cela on fait le montage figure 52, avec des résistances égales à r et r' et un galvanomètre.

Les points A et B étant fixes on déplace C jusqu'à l'équilibre, on a : $\frac{x}{R} = \frac{r}{r'}$; si $r = r'$, $x = R$ et on a la longueur équivalente au joint. Si on ne connaît pas exactement r et r', on n'a qu'à faire une seconde mesure

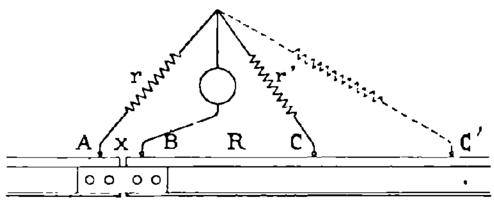


Fig. 52.

en intervertissant r et r', on trouvera un autre point c' tel que la résistance de $BC' = R'$ et on aura $\frac{x}{R'} = \frac{r'}{r}$. On déduit des deux mesures : $x = \sqrt{R.\ R'}$ ou $x = \frac{R + R'}{2}$ si R est peu différent de R'.

La moyenne géométrique (ou arithmétique) des deux longueurs BC *et* BC' *donnera la longueur équivalente au joint.*

22. Mesures des faibles résistances — Dans la mesure des résistances inférieures à un ohm les contacts et les fils de connections prennent une grande importance ; le courant qui traverse la résistance à mesurer doit être assez fort, pour donner de la sensibilité à la mesure ; et d'autre part les points entre lesquels on prend la résistance et les connections d'amenée du courant doivent être bien définis, parce que les résistances faibles ont une section non négligeable et on sait que dans ce cas, leurs valeurs ne dépendent pas seulement de la distance entre les points (page 83).

Si par exemple on a à mesurer la résistance d'une barre métallique pour en déduire la résistivité du métal, on fera la mesure entre deux points situés au moins à 1 ou 2 centimètres des prises de courant.

Les méthodes de mesures des faibles résistances devront permettre de tenir compte de ce qui vient d'être dit.

Dans tous les cas on formera un circuit principal composé de l'échantillon ou appareil dont on veut mesurer la résistance, en série avec une résistance étalon pouvant supporter un courant important sans chauffer sensiblement, une source (exemple accumulateur) qui puisse débiter ce courant et le maintenir constant pendant un certain temps, un rhéostat de réglage, un ampèremètre et un interrupteur.

La résistance à mesure x est comprise entre 2 points A et B. En ces points on prendra des dérivations à l'aide de couteaux. La résistance étalon r est prise entre deux pouts C et D (1) (fig. 53).

Première méthode. — On fait le montage figure 53, a et b sont deux résistances réglables et connues, très grandes par rapport à x et à r (2)

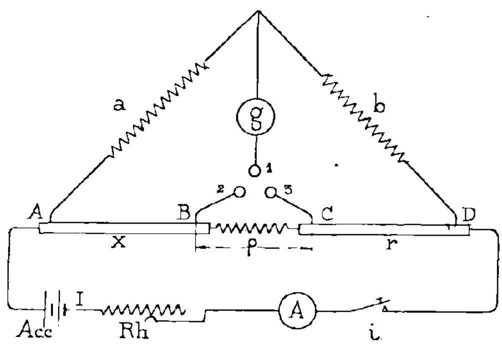


Fig. 53.

(par exemple deux boites de 11110 ohms); 1, 2 et 3 sont des godets de mercure. On fait deux mesures, la première en plaçant un cavalier métallique dans les godets 1 et 2, la 2e en plaçant le même cavalier dans 1 et 3, et on règle chaque fois a et b jusqu'à l'équilibre du galvanomètre. On emploie en définitif deux fois la méthode du pont. Soient a_1 et b_1, a_2 et b_2 les valeurs obtenues pour a et b. Le plus simple est de prendre

(1) Lorsque C et D sont deux point fixés on prend les dérivations à l'aide de 2 bouts soudés ; mais souvent l'un des points est mobile, le contact est pris alors par couteaux.

(2) Ces résistances doivent être grandes pour que les courants qui les traversent soient très faibles par rapport à ceux qui passent dans x et r, autrement ils troubleraient sensiblement la distribution des surfaces équipotentielles et fausseraient les mesures.

$a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = R$ (on peu employer pour cela deux boîtes jumelles), on a alors :

(43) $$\frac{x}{r} = \frac{a_1}{b_2}.$$

Soit en effet ρ la résistance comprise entre B et C ; la première mesure donne :

$$\frac{x}{\rho + r} = \frac{a_1}{b_1},$$

d'où

$$\frac{x}{x + \rho + r} = \frac{a_1}{a_1 + b_1} = \frac{a_1}{R}.$$

La deuxième mesure donne de même :

$$\frac{r}{x + \rho + r} = \frac{b_2}{R} \text{ d'où (43).}$$

On remarque que les résistances x et r sont prises entre des points bien définis ; les seuls contacts qui interviennent sont ceux entre a et x au point A, et entre b et r en D, mais leurs résistances sont complètement négligeables vu que a et b sont grands ; on doit pourtant les établir avec beaucoup de soin. La résistance ρ doit être aussi faible que possible, autrement a_1 et b_2 seraient petits (voir formules précédentes).

Emploi du Pont double de Lord Kelvin. — La figure 54 indique le schema du montage du *pont double*, qui n'est qu'une transformation du pont de Wheatstone, dans laquelle le galvanomètre est relié en même temp aux points B et C par l'intermédiaire de deux résistances.

Les résistances a, b, c, d, doivent être très grandes pour les mêmes motifs que dans la méthode précédente ; de même ρ doit être aussi petit que possible, comme on le verra plus loin.

Principe. — Si on s'arrange pour avoir toujours :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

et qu'on règle les diverses résistances jusqu'à l'équilibre du galvanomètre, on aura :

(44) $$\frac{x}{r} = \frac{a}{b}.$$

La théorie du pont double peut se ramener à celle du pont du Wheatstone, de la façon suivante : On peut toujours trouver entre B et C un point G au même potentiel que F. Soient ρ_1 et ρ_2 les résistances BG et GC. Si le galvanomètre est à l'équilibre, le courant dans d et dans c est le même et on a : $ci' = \rho_1 I$ et $di' = \rho_2 I$ d'où

$$\frac{\rho_1}{c} = \frac{\rho_2}{d} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{c + d} = \frac{\rho}{c + d}. \tag{45}$$

D'autre part on n'apporte aucun trouble électrique en réunissant F à G,

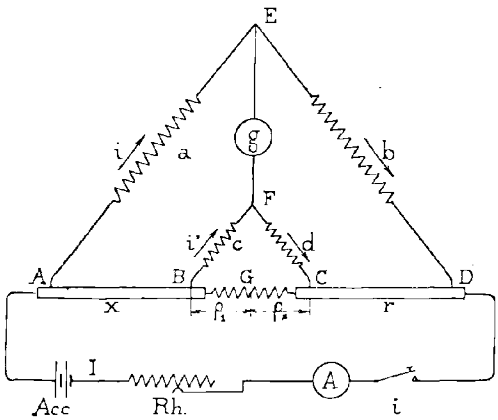


Fig. 54.

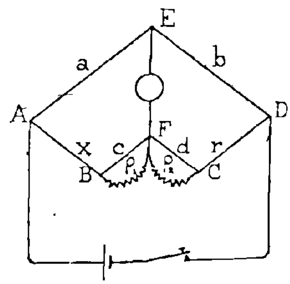


Fig. 54 *bis*.

et on obtient alors le schéma de la figure 54 bis, qui n'est qu'un pont de Wheatstone, formé de quatre résistances :

$$a,\ b,\ x + \frac{c\rho_1}{c + \rho_1},\ r + \frac{d\rho_2}{d + \rho_2}.$$

Le galvanomètre étant au zéro, on a :

$$\frac{x + \dfrac{c\rho_1}{c + \rho_1}}{a} = \frac{r + \dfrac{d\rho_2}{d + \rho_2}}{b}.$$

et en tenant compte des valeurs de ρ_1 et ρ_2 données par (45), on a :

$$\frac{x + \dfrac{c\rho}{c + d + \rho}}{a} = \frac{r + \dfrac{d\rho}{c + d + \rho}}{b},$$

qu'on peut écrire :

$$x = \frac{a}{b} r + \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) \frac{d\rho}{c + d + \rho}. \tag{46}$$

Si on s'impose la condition d'avoir $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, on obtient la formule (44).

Cas où $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$. — Il n'est pas possible d'avoir rigoureusement $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Nous allons chercher l'influence sur la valeur de x d'une erreur sur cette égalité.

Pour cela supposons : $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}(1 + \varepsilon)$. (47). Soit x la valeur obtenue par la formule (44) et $x + \Delta x$ la valeur vraie donnée par (46). On a, en tenant compte de (47) :

$$x + \Delta x = \frac{a}{b} r - \frac{a}{b} \cdot \varepsilon \cdot \frac{d\rho}{c + d + \rho},$$

On tire de cette relation et de (44)

$$\Delta x = -\frac{a}{b} \cdot \frac{d\rho}{c + d + \rho} \cdot \varepsilon,$$

d'où l'erreur relative

$$\frac{\Delta x}{x} = -\frac{d}{c + d + \rho} \cdot \left(\frac{\rho}{r}\right) \cdot \varepsilon. \tag{48}$$

Cette formule montre que pour une erreur relative ε sur l'égalité des rapports $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$, l'erreur relative sur x sera d'autant plus faible que ρ/r sera plus petit.

Les connexions (ρ) entre les résistances r et x doivent donc être peu résistantes : on les fera avec beaucoup de soins, et on n'y introduira ni source, ni rhéostat, ni interrupteur.

Exemple : Supposons x et r formés de deux barres métalliques de longueur de 40 centimètres et de résistance de 0,01 ohm chacune. Si on laisse à chaque extrémité 2 centimètres entre la prise de courant et les dérivations A, B, C et D ; on a pour ρ, la résistance de 4 centimètres de fil qui vaut 0,001 d'ohm + 0,001 pour les connexions et les contacts supposés faits avec soin. Donc $\rho = 0{,}002$ et $\frac{\rho}{r} = 0{,}2$; d'autre part

$$\frac{c}{c+d+\rho} = \frac{1}{2},$$

donc

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\varepsilon}{10}.$$

Supposons le cas très défavorable où x ayant la même longueur, a une résistance de 0,0001 ohm seulement. On a alors :

$$\rho = 0{,}0015, \qquad \frac{d}{c+d} = \frac{100}{101} \backsimeq 1 \quad \text{et} \quad \frac{\Delta x}{x} = 0{,}15 \,.\, \varepsilon.$$

On voit que l'erreur introduite par ε n'est qu'une faible fraction de sa valeur, si les connections sont faites avec soin.

Si on suppose a, b, c, d, connues à 0,2 % les rapports $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ seront connus au moins à 0,4 % et la plus grande valeur de ε sera 0,008 ; l'erreur $\frac{\Delta x}{x}$ sera donc dans le cas le plus défavorable de 0,15 . 0,008 ou d'environ 0,1 %.

Supposons au contraire $\rho = 0{,}2$ ohm. On aura dans les conditions du premier cas : $\frac{\Delta x}{x} = 10\ \varepsilon$ et dans le second : 15 ε, ce qui avec $\varepsilon = 0{,}008$ donne des erreurs relatives, sur x de l'ordre de 8 % et 12 %. On voit d'ici l'importance de la petitesse de ρ.

Dispositions pratiques. — On prend $a = c$, $b = d$. Dans certains appareils industriels, on donne à ces résistances un petit nombre de valeurs telles que le rapport $\frac{a}{b}$ prenne des valeurs simples, par exemple : 100, 10, 1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$. La résistance r est formée d'une barre calibrée de 0,01 ohms environ, sur laquelle le point C est fixe et le point D peut être déplacé d'une façon continue à l'aide d'un curseur, qui se meut devant une règle graduée en fraction d'ohm. On lit ainsi directement r et il suffit de déplacer convenablement la virgule pour avoir x.

Les figures 55 et 55 bis, montrent la vue extérieure et les connections intérieures et extérieures d'un pont double construit par M. Carpentier.

Pour les mesures de précision il vaut mieux laisser r constant et faire

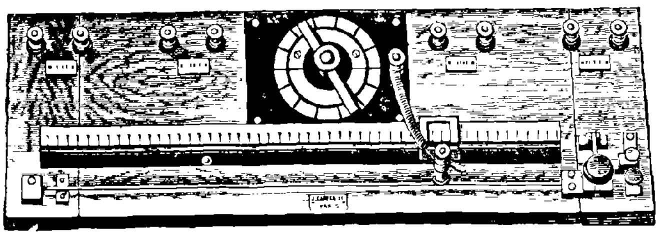


Fig. 55. — Pont double Carpentier.

varier a, b, c, d, en ayant toujours $a = c$, $b = d$. Il est en effet plus facile d'avoir une résistance bien déterminée entre deux points fixes qu'une résistance bien calibrée ; d'autre part a, b, c, d étant des résis-

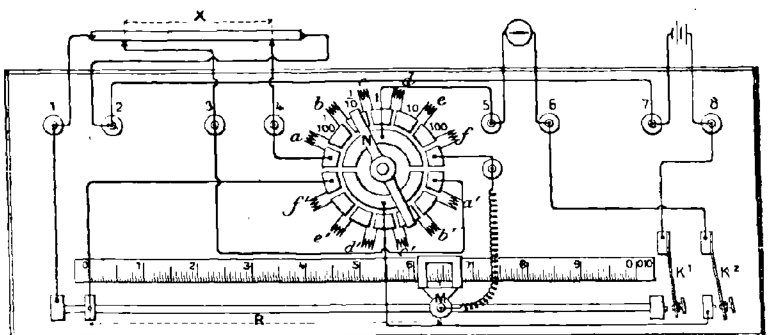


Fig. 55 *bis*

tances de plusieurs centaines d'ohms on peut les déterminer avec beaucoup de précision dans toutes leurs subdivisions.

Emploi du galvanomètre différentiel. — Le galvanomètre différentiel peut être employé pour la mesure des résistances faibles, mais les résultats sont beaucoup moins précis qu'avec les méthodes précédentes. On l'emploie pourtant dans certains cas pour faire des mesures rapides.

Supposons par exemple qu'il s'agit d'évaluer la longueur de rail ayant une résistance égale à celle d'un joint (voir page 109). On monte le galvanomètre comme l'indique la figure 56 ; A et B ayant des positions fixes, on déplace C jusqu'à l'équilibre du galvanomètre. On a alors, aux imperfections de l'appareil près, $x = r$ donc BC a la même résistance que le joint AB. — On peut intervertir les poins A et C, et si on trouve

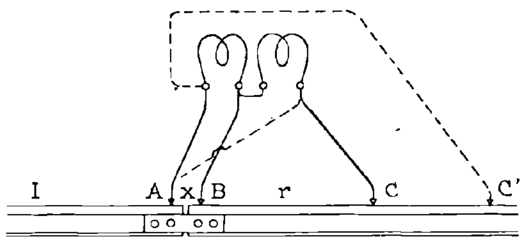


Fig. 56.

un point C' un peu différent de C on prendra pour la longueur équivalente au joint :

$$\sqrt{BC \times BC'}.$$

Calcul de la résistivité d'un conducteur. — Si on connaît la résistance R_t d'un fil à t^0, sa résistivité à o^0 sera donnée par la formule :

$$\rho_0 = \frac{R_t \cdot s}{l(1 + \alpha t)},$$

l et s étant la longueur et la section du conducteur, α le coefficient de variation de sa résistance avec la température.

Pour connaître ρ_0 il faut donc mesurer R_t à une température bien définie et connaître α.

La résistance R se mesure au pont d'Wheatstone, ou — de préférence — au pont double. On emploie habituellement une barre de 30 à 100 centimètres de longueur et de 0,4 à 1 centimètre de diamètre. Pour mesurer en même temps R_t et α, on plonge l'échantillon dans un bain de pétrole, qu'on peut amener à plusieurs températures (par un chauffage électrique par exemple) mesurées à l'aide d'un thermomètre pouvant donner le 1/10 de degré. Le bain doit être agité souvent, pour avoir une température uniforme.

Si R_t et $R_{t'}$ sont les résistances à 2 températures t et t' on a

$$\alpha = \frac{R_t - R_{t'}}{R_{t'}(t - t')}.$$

On fera plusieurs déterminations de α et on prendra leur moyenne.

La détermination de l et surtout de d (diamètre du fil) doivent se faire avec beaucoup de soin. Pour mesurer d, lorsqu'il s'agit d'une barre de quelques millimètres, on se sert d'un palmer et on mesure plusieurs diamètres distribués à peu près uniformément sur la longueur. et en chaque point on prend deux ou trois diamètres répartis sur la circonférence.

Pour les fils fins on mesure la section en pesant une longueur connue, d'abord dans l'air ensuite dans l'eau distillée, qu'on fait bouillir avec le fil dedans pour écarter les bulles d'air qui adhèrent au fil. La différence des 2 pesées donne la masse et par conséquent le volume de l'eau déplacée, donc le volume du fil. Comme on connait la longueur on en déduit la section.

23. Méthodes industrielles. — Les méthodes précédentes sont très précises, mais demandent une certaine habileté de la part de l'opérateur, pour donner de bons résultats. On doit aussi employer comme appareil de vérification un galvanomètre, appareil délicat qu'on doit installer avec précaution.

Pour des mesures rapides on emploie des méthodes à lecture directe avec, comme appareil de mesures, des *voltmètres*, *ampèremètres* ou

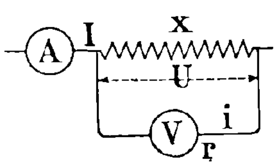


Fig. 57 *a*.

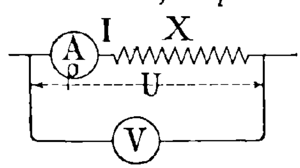


Fig. 57 *b*.

ohmmètres. Certaines de ces méthodes peuvent être rendues précises par l'emploi d'un galvanomètre.

Mesure d'un courant et d'une différence de potentiel. — Cette méthode est une application directe de la loi d'ohm : $R = \frac{U}{I}$; on fait passer un courant dans la résistance et on mesure ce courant et la différence de potentiel aux bornes. On peut faire les montages figure 57 *a* ou figure 57 *b*. Dans le premier montage on a :

$$x = \frac{U}{I'} = \frac{U}{I - i} = \frac{U}{I - \frac{U}{r}},$$

r étant la résistance du voltmètre. — Dans le second montage on a :

$$x = \frac{U - \rho I}{I} \text{ ou } x = \frac{U}{I} - \rho,$$

ρ étant la résistance de l'ampèremètre. On adoptera le montage (a) si r est grand par rapport à x, donc pour les faibles résistances ; et (b) si ρ est faible par rapport x, donc pour les grandes résistances. Dans les deux cas on pourra se contenter de prendre $x = \frac{U}{I}$, cette méthode étant peu précise.

On a en effet

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}.$$

Avec les bons appareils

$$\frac{\Delta U}{U} = 0{,}5\ \%, \quad \frac{\Delta I}{I} = 1\ \%,$$

pour les erreurs d'étalonnage, donc la mesure de x se fera à 1,5 % dans les meilleurs conditions, sans tenir compte des erreurs de lecture. En choisissant convenablement la méthode l'essai, l'erreur qu'on commet en négligeant ρI devant U, ou $\frac{U}{r}$ devant I sera souvent bien inférieure à 1,5 %.

Emploi d'un voltmètre et d'une résistance connue. — On fait le mon-

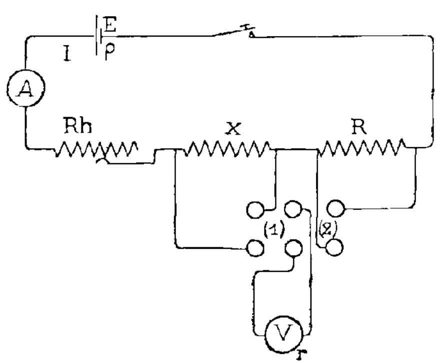


Fig. 58.

tage figure 58, dans laquelle l'ampèremètre sert seulement à indiquer si le courant a une valeur convenable. Soit U_1 l'indication du voltmètre V lorsqu'il est monté aux bornes de x, U_2 lorsqu'il est aux bornes de R. Si sa résistance r est très grande par rapport à x et à R, on a

$$U_1 = xI \quad \text{et} \quad U_2 = RI \quad \text{d'où} \quad x = R \cdot \frac{U_1}{U_2}.$$

On voit que x ne dépend que du rapport des indications du voltmètre; il suffit donc que ces indications soient proportionnelles; l'erreur d'étalonnage n'intervient pas. La méthode sera donc plus précise que la précédente. Si les résistances R et x sont presque égales, U_1 et U_2 seront presque égaux et la méthode sera exacte même si l'appareil n'est pas proportionnel.

Pour vérifier que le courant I n'a pas varié, on fait une seconde mesure de U_1; si on trouve U_1' un peu différent de U_1, on adoptera : $\frac{U_1 + U_1'}{2}$ et on aura $x : R = \frac{U_1 + U_1'}{2\,U_2}$. —

Remarque. — Nous avons négligé dans ce qui précède l'effet de la résistance r du voltmètre. L'erreur qu'on commet peut être calculée facilement en supposant constantes la force électromotrice E et la résistance totale du circuit; on obtient

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{(x - R)(\rho - x - R)}{\rho R}. \text{ —} \qquad \text{Si} \quad x = R, \ \frac{\Delta x}{x} = 0. \text{ —}$$

24. Résistance d'un galvanomètre. — La méthode la plus précise est celle du pont de Wheatstone, le galvanomètre étant placé en x. On emploie un deuxième galvanomètre comme appareil de zéro.

Il y a certaines précautions à prendre : il faut que le courant soit faible, parce que l'appareil étant en général en cuivre une élévation de la température de 1° donne une erreur de 0,4 °/₀ ; il faut empêcher l'équipage mobile de tourner pour ne pas risquer de casser le fil de suspension : le mouvement de l'équipage peut aussi gêner les mesures. Dans les appareils à cadre mobile il ne faut pas détendre le fil de suspension; on risque d'avoir un mauvais contact entre la vis et l'écrou qui servent à tendre le fil et à laisser passer le courant.

Méthode de Kelvin ou du faux zéro. — Cette méthode, comme la suivante, ne nécessite pas un second galvanomètre. On place l'appareil dont on veut mesurer la résistance dans la branche x d'un pont de Wheatstone, et dans la diagonale du galvanomètre un fil avec un interrupteur (fig. 59). En fermant l'interrupteur (1) le galvanomètre prend une déviation permanente α_e.

Si on règle les résistances de façon qu'en fermant (2) [sans ouvrir 1] la déviation ne change pas, on a :

$$x = \frac{a}{b} R. -$$

En effet si en fermant (2) la déviation du galvanomètre ne varie pas c'est que le courant dans cette branche est indépendant de la résistance de la diagonale AC. Il faut pour cela que cette diagonale ne soit traversée par aucun courant, d'où il résulte (voir page 94) que la condition $\frac{x}{R} = \frac{a}{b}$ d'équilibre du pont est satisfaite.

Pour que la déviation du galvanomètre ne sorte pas des limites de l'échelle on est amené à introduire une grande résistance dans la diago-

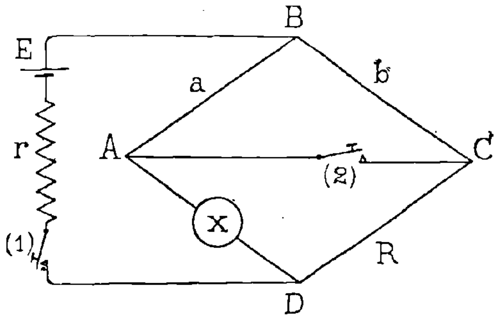


Fig. 59.

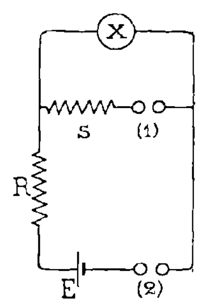


Fig. 60.

nale pile [1], ce qui rend cette méthode peu sensible. Avec les galvanomètres à cadre mobiles on doit prendre R, a et b assez grands pour que l'appareil ne soit pas trop amorti et par conséquent trop lent. (Voir page 42).

Méthode du shunt. — On fait le montage figure 60, R étant une ré-

[1] Exemple : pour mesurer la résistance d'un galvanomètre pour lequel $k = 2$ divisions par microampère, on prendra en série avec la pile une résistance de l'ordre de 10 000 à 20 000 ohms, et un seul élément de pile.

sistance suffisamment grande pour que le galvanomètre sans shunt donne une déviation qui ne sorte pas de l'échelle [1], s un shunt réglable de l'ordre de grandeur du galvanomètre.

On ferme l'interrupteur (2), l'interrupteur (1) étant ouvert, on attend que l'équipage s'arrête et on relève la déviation α_e ; dans cette opération R avait une valeur R_1. —

On donne ensuite à R une valeur R_2, on ferme l'interrupteur (1) et on règle le shunt s jusqu'à ce que le galvanomètre donne la même déviation α_e.

On a la formule :

$$x = \frac{R_1 - R_2}{R_2} \cdot s \, . \tag{49}$$

En effet de la première expérience on déduit

$$\alpha_e = k \cdot \frac{E}{R_1 + x},$$

en négligeant la résistance de la pile ; k est la constante du galvanomètre en unités appropriées.

De la deuxième expérience on déduit :

$$\alpha_e = k \cdot \frac{s}{s + x} \cdot \frac{E}{R_2 + \dfrac{sx}{s + x}}$$

ou

$$\alpha_e = k \cdot \frac{Es}{R_2 (s + x) + sx} \cdot$$

En égalant les deux valeurs de α_e et en simplifiant on trouve (49). Si on pose

$$\frac{R_2}{R_1 - R_2} = m \qquad \text{on a} \qquad R_2 = \frac{mR_1}{m + 1} \qquad \text{et} \qquad x = \frac{s}{m} \cdot$$

On peut se donner m d'avance. En particulier si on prend $R_2 = \frac{R_1}{2}$ on

---

[1] Pour un galvanomètre pour lequel $k = 2 \; d. \; p. \; \mu a$ on aura R de l'ordre de 20 000 ohms, avec un élément de pile.

a $m = 1$ donc $x = s$; dans ce cas particulier la résistance du galvanomètre est égale à celle du shunt.

Il faut vérifier que l'appareil revient chaque fois au zéro.

Avec un galvanomètre à cadre mobile il est préférable de choisir pour m une valeur telle, que l'appareil se trouve un peu au dessus de l'amortissement critique, lorsqu'on ferme le shunt s.

25. Résistance d'une pile. — La résistance intérieure d'une pile est beaucoup moins bien définie qu'une résistance métallique. Elle varie avec le débit de la pile et la durée du passage du courant. Pour les piles sensiblement polarisables, les résultats obtenus successivement par la même méthode sont peu concordants. La meilleure méthode sera celle qui permettra d'opérer rapidement et de faire débiter à la pile son courant normal.

Méthode du shunt et de déviation égale. — On fait le montage

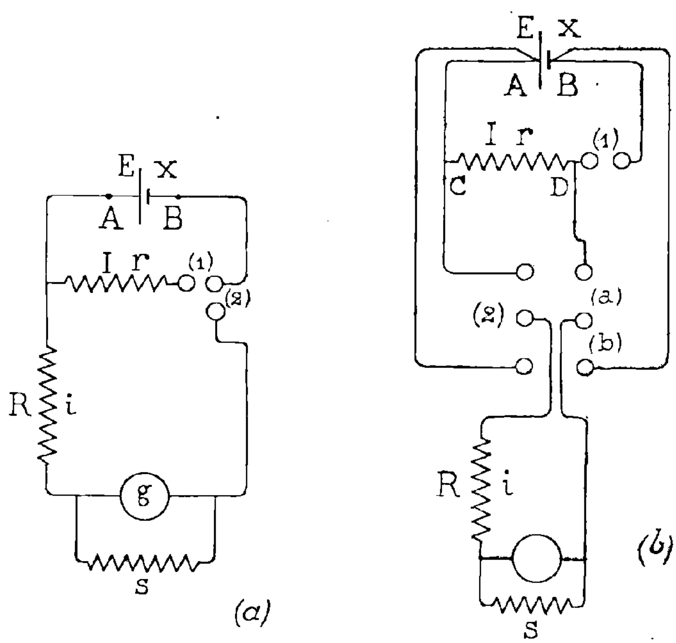


Fig. 61.

(fig. 61 *a*). Les résistances r et R étant choisies convenablement (r de l'ordre de grandeur de la résistance de la pile ou égale à la résistance sur laquelle celle-ci doit travailler normalement) on ferme d'abord l'interrupteur (2) ensuite (1) et on relève la déviation du galvanomètre α_e. Soit R_1 la valeur de R (R_1 et s sont réglées de façon que la résistance x de la pile soit négligeable devant R_1 et que le galvanomètre soit dans le voisinage de l'amortissement critique et donne une grande déviation).

On ouvre ensuite (1) et on règle R de façon que le galvanomètre donne la même déviation α_e. Soit R_2 la nouvelle valeur de R, on a

$$(50) \qquad x = r \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 + r' - r}; \qquad r' \text{ étant } \frac{gs}{g + s}.$$

On a en effet si i est le courant qui traverse R et I celui qui traverse r dans la première expérience :

$$(R_1 + r')\,i = r\mathrm{I}$$

(en négligeant les fils de connexions).

Si dans la seconde expérience le shunt s ne varie pas et que le galvanomètre donne la même déviation, on a

$$\mathrm{E} = (R_2 + r' + x)\,i = (r + x)\,\mathrm{I}.$$

En divisant on a :

$$\frac{R_2 + r' + x}{R_1 + r'} = \frac{r + x}{r} = \frac{R_2 + r' - r}{R_1 + r' - r}$$

d'où l'on tire :

$$\frac{x}{r} = \frac{R_2 - R_1}{R_1 + r' - r},$$

d'où la formule (50).

En général r sera négligeable devant R_1 ; si celui-ci est suffisamment grand il suffira de connaître r' approximativement.

Si la pile est polarisable il faudra tenir fermé (1) pendant un temps très court.

Variante de la méthode. — Si on connaît bien la valeur r comprise entre 2 points C et D et si les fils de connexion ne sont pas négligeables devant la résistance de la pile (c'est par exemple le cas des accumulateurs) on fera le montage figure 61 *b* et on opérera de la façon suivante :

On ferme (1) et en plaçant (2) dans la position (*b*) on règle R pour avoir une bonne déviation α_e; soit R_1 la valeur obtenue; on a :

$$(R_1 + r')\,i = (\rho + r)\,I,$$

ρ étant la résistance des connections.

On place (2) dans la position (*a*) et on règle R pour une valeur R_1' donnant au galvanomètre la même déviation α_e.

On a :

$$(R_1' + r')\,i = rI.$$

On ouvre (1) et on place (2) en (*b*), et on obtient la déviation α_e pour un evaleur R_2 de R; on a alors :

$$E = (R_2 + r' + x)\,i = (r + \rho + x)\,I.$$

En éliminant i et I on a :

$$\frac{R_2 + r' + x}{R_1 + r'} = \frac{r + \rho + x}{r + \rho} = \frac{R_2 + r' - r - \rho}{R_1 + r' - r - \rho}$$

d'où

$$\frac{x}{r + \rho} = \frac{R_2 - R_1}{R_1 + r' - r - \rho} \quad \text{et} \quad \frac{r + \rho}{r} = \frac{R_1 + r'}{R_1' + r'};$$

d'où par multiplication

$$\frac{x}{r} = \frac{R_2 - R_1}{R_1' + r'} \cdot \frac{R_1 + r'}{R_1 + r' - r - \rho}.$$

Mais r et ρ étant négligeables devant R_1 on obtient :

$$x = r \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1' + r'}.$$

Méthode de Mance ou du faux zéro. — Dans cette méthode on emploie le pont de Wheatstone; la pile est placée dans la branche x. Dans la diagonale (1) on introduit une résistance appropriée et un interrupteur (fig. 62).

On règle les résistances du pont de façon que la déviation qu'on obtient en fermant l'interrupteur (2) ne varie pas lorsqu'on ferme l'interrupteur

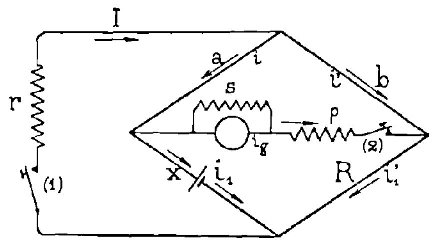


Fig. 62.

(1). On a dans ce cas la relation du pont : $x = R \cdot \frac{a}{b}$.

En effet, les équations de Kirchhoff donnent :

$$I = i + i', \quad i = i_1 + ig, \quad i' = i_1' - ig, \quad ai + gig - bi' = 0,$$
$$xi_1 - gig - Ri_1' = E, \quad rI + ai + xi_1 = E$$

Si on donne à r une variation Δr, les courants varieront de ΔI, Δi, $\Delta i'$, ... ; et des relations précédentes résultent les relations :

$$\Delta I = \Delta i' + \Delta i, \quad \Delta i = \Delta i_1 + \Delta ig, \quad \Delta i' = \Delta i_1' - \Delta ig,$$
$$a\Delta i + g\Delta ig - b\Delta i' = 0,$$
$$x\Delta i_1 - g\Delta ig - R\Delta i'_1 = 0, \quad r\Delta I + a\Delta i + x\Delta i_1 = -\Delta r(I + \Delta I).$$

Ces équations sont analogues à celles de la page 99, sauf que I, i, ... sont remplacés par ΔI, Δi, Δi_1, ... et E par $-(I + \Delta I)\Delta r$.

Il résulte donc qu'on a par analogie :

$$\Delta ig = \frac{-(bx - aR)(I + \Delta I) \cdot \Delta r}{(a + b + x + R)(g + \gamma)(r + \rho)},$$

et si : $bx - aR = 0$, la variation du courant : $\Delta ig = 0$ quel que soit Δr.

Pour que la déviation du galvanomètre lorsqu'on ferme (2) ne soit pas trop forte on introduit en série une résistance ρ et on le shunt par une résistance s. Si l'appareil est à cadre mobile, on règle s pour être un peu au-dessus de l'amortissement critique, et ρ pour avoir une déviation convenable [1].

[1] Avec un galvanomètre de sensibilité $k = 2$ d. p. μa. ρ sera de l'ordre de 10000 ohms, pour une pile de force électromotrice de l'ordre du volt.

Dans la diagonale (1) la résistance r sert à empêcher la polarisation de la pile, mais elle diminue la sensibilité. A la fin on la rendra faible (10 ohms par exemple) et on opérera très vite.

La méthode est peu sensible, et dans le cas des piles polarisables on connaît mal les conditions d'expérience.

Eviter que la pile débite pendant qu'on n'opère pas. Corriger les résultats en tenant compte de la résistance des fils de connexion.

Méthode industrielle : Méthode du voltmètre. — Le montage est le même que celui de la figure 61 *a* ou 61 *b* suivant le cas, mais le système formé par le galvanomètre avec R et s, est remplacé par un voltmètre, et le mode opératoire n'est pas le même.

Soit par exemple le cas de la figure 61 *a*. On mesure la différence de pot aux bornes de la pile, (1) étant ouvert, et on trouve E, ensuite avec (1) fermé on trouve U. Il est facile de voir qu'on a : $x = r \cdot \frac{E - U}{U}$, si on suppose la résistance du voltmètre très grande par rapport à x et à r.

Dans le cas de la fig. 61 *b*, on laisse d'abord (1) ouvert et (2) dans la position (*b*) et on trouve une indication E (force électromotrice de la pile); ensuite on forme (1) on a une indication U; on laisse ensuite (1) fermé et on place (2) dans la position (*a*), le voltmètre donne une indication U'.

On a les relations :

$$I = \frac{E}{r + \rho + x} = \frac{U}{r + \rho} = \frac{U'}{r} = \frac{E - U}{x} \quad \text{d'où} \quad x = \frac{E - U}{U'} \cdot r.$$

26. Mesures des résistances des électrolytes. — Dans la mesure des résistances de liquides électolysables on rencontre une difficulté qui provient de la polarisation des électrodes d'amené du courant. Cette polarisation augmente la résistance apparente du liquide.

Pour avoir des résultats exacts il faut s'arranger pour réduire la polarisation au minimum, et faire, si il est possible, deux mesures qui permettent d'éliminer ce qui en reste. On emploie aussi les courants alternatifs de fréquence appropriées et de forme sinusoïdale.

Pour réduire la polarisation on se sert d'électrodes formés du métal contenu dans le liquide (Lippmann), ou d'électrodes dites *impolarisables*.

formées par exemple de lames Zn qui plongent dans des vases poreux contenant une solution concentrée de SO^4Zn.

Méthode de Wheatstone. — Le montage est indiqué par la figure 63. Le vase qui contient le liquide est cylindrique dans la partie utile ; les électrodes sont formés du même métal que celui contenu dans le liquide, l'une d'elles ayant la forme d'un piston qui peut glisser le long du tube. Le tout est en série avec une source, un galvanomètre, une résistance réglable R et un interrupteur.

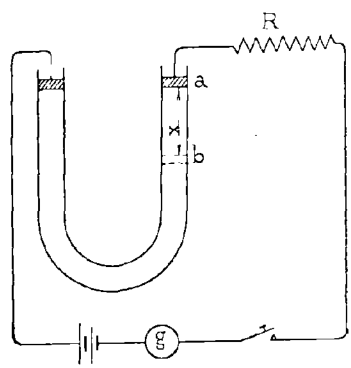


Fig. 63.

Dans une première expérience le piston A est en *a* et on règle R pour que le galvanomètre donne une déviation convenable. On enfonce ensuite le piston jusqu'en un point *b*. Soit x la résistance de la colonne de liquide *ab*. On augmente la résistance R d'une quantité r pour avoir la même déviation. Si on admet que la polarisation est la même dans les deux cas, on l'éliminera de cette façon et on a $x = r$. La méthode est peu précise mais elle a l'avantage d'être rapide.

Deuxième méthode. — Le liquide étant enfermé dans un vase (cylindrique dans la partie utile si on veut trouver la résistivité du liquide) et introduit dans un circuit contenant une source et une résistance réglable (fig. 64) on mesure à l'aide d'un électromètre, la différence de potentiel entre 2 points et on la compare à celle aux bornes de la résistance connue R. Il est préférable d'employer pour amener le courant et pour prendre les dérivations des électrodes impolarisables.

Au lieu de mesurer ces différences de potentiel on peut les opposer à une différence de potentiel prise sur un autre circuit (fig. 64). L'électromètre sert d'appareil de zéro et peut être remplacé par un galvanomètre.

(1) Une méthode semblable a été employée par M. Bouty.

Le circuit (b) peut être formé d'une source et de deux boîtes jumelles.

Le galvanomètre étant fermé d'abord dans la position (1) on règle r, en laissant $r + r'$ constant, jusqu'à l'équilibre. On a : $x\mathrm{I} = ri$.

On place ensuite le galvanomètre dans la position (2), et on règle de nouveau r à une valeur r_1 donnant l'équilibre avec $r_1 + r_1' = r + r'$.

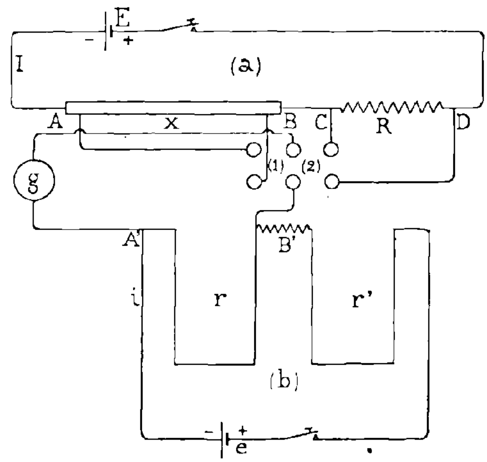


Fig. 64.

On a $\mathrm{RI} = r_1 i$ (I et i ont les mêmes valeurs qu'avant parce que les résistances totales des deux circuits n'ont pas changé).

On déduit des formules précédentes : $\frac{x}{\mathrm{R}} = \frac{r}{r_1}$. Il est bon de faire une deuxième mesure dans la position (1) et si on trouve pour r une valeur un peu différente r', on prendra : $\frac{r + r'}{2}$ et la formule précédente deviendra

$$x = \frac{r + r'}{2r_1} \cdot \mathrm{R}.$$

Ne pas oublier que, avec le montage de la figure les points A et A doivent être reliés aux pôles de même nom des piles E et e.

Méthode de Kohlrauch. — Dans cette méthode on emploie le pont de Wheatstone, avec une source à courants alternatifs, par exemple le secondaire d'une bobine d'induction. A la place du galvanomètre on peut employer un téléphone, ou un électrodynamomètre ou un galvanomètre en série avec une soupape électrolytique (Ferrié et Carpentier). Les résis-

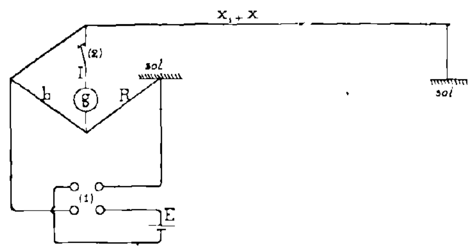


Fig. 65.

tances de comparaison doivent avoir des capacités et des coefficients d'induction très faibles.

On trouve des appareils tout montés pour cette méthode, qui est assez rapide.

27. Mesure de la résistance d'une prise de terre. — La résistance de contact entre un conducteur et la terre est une quantité très variable avec le temps et avec le courant qui la traverse. Sa mesure est en outre rendue difficile par les phénomènes de polarisation aux contacts et les courants telluriques, deux causes très variables aussi.

Les meilleures méthodes de mesure seront donc celles qui permettront des opérations assez rapides pour qu'on puisse admettre que les diverses quantités n'ont pas varié pendant leur durée. Il convient de répéter plusieurs fois les mesures et de prendre la moyenne des résultats.

Méthode du pont de Wheatstone ou du faux zéro. — Supposons un circuit conducteur contenant deux terres et formant l'un des bras d'un pont, (fig. 65).

On ferme d'abord l'interrupteur (2) les forces électromotrices de contact et les courants telluriques donnent au galvanomètre une déviation α_e. On ferme ensuite E et on règle les résistances du pont pour avoir la même déviation α_e. On a alors :

$$\frac{x + x_1}{R} = \frac{a}{b} \text{ [1]},$$

x étant la résistance des 2 terres, et x_1 celle du reste de la branche, qu'on peut connaître par une deuxième mesure au pont, ou qu'on connaît d'avance. Si on inverse la pile, on doit retrouver la même déviation.

La méthode a l'inconvénient d'être longue, parce que pendant qu'on ajuste les résistances, les forces électromotrices varient et il faut reprendre souvent la valeur du faux zéro.

Méthode de substitution. — On fait le montage (fig. 67) : R est une résistance connue et réglable, les inverseurs *a* et *b* permettent d'inverser

---

[1] Cette formule résulte d'une propriété générale du pont. Supposons un pont ayant des forces électromotrices dans toutes ses branches ou dans une partie seulement. Représentons le par la figure 66. Les lois de Kirchhoff donnent les relations :

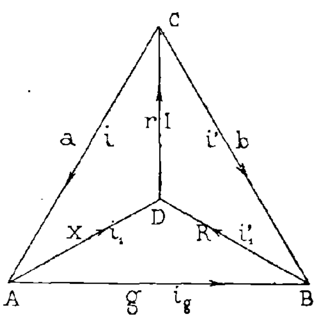


Fig. 66.

$$I = i + i', \quad i = i_1 + i_g, \quad i' = i_1' - i_g, \quad ai + gi_g - bi' = E_1,$$
$$xi_1 - gi_g - Ri_1' = E_2, \quad rI + ai + xi_1 = E_3$$

(E_1, E_2 E_3 étant les sommes algébriques des forces électromotrices des circuits ABC, ABD et ADC).

Si le courant I par exemple varie pour un motif quelconque de ΔI, les autres courants varient aussi et on aura :

$$\Delta i = \Delta i_1 + \Delta i_g, \quad \Delta i' = \Delta i'_1 - \Delta i_g, \quad a\Delta i + g\Delta i_g - b\Delta i' = 0 \quad x\Delta i_1 - g\Delta i_g - R\Delta i_1' = 0.$$

Si le courant ig est indépendant de I on a $\Delta ig = 0$ et les relations précédentes deviennent :

$$\Delta i = \Delta i_1, \quad \Delta i' = \Delta i_1', \quad a\Delta i = b\Delta i', \quad x\Delta i_1 = Ri'_1,$$

d'où

$$\frac{x}{R} = \frac{a}{b}.$$

Donc, si le courant qui traverse l'un des conducteurs est indépendant de celui qui traverse le conducteur opposé, on a entre les 4 autres la relation du pont. Les conducteurs opposés sont dits *conjugués*.

le courant et d'avoir les déviations du galvanomètre toujours dans le même sens pour éviter les défauts de symétrie, le commutateur (1, 2, 3) permet d'introduire dans le circuit $x + x_1$ ou R. Soit E la force électromotrice de la pile et e la force électromotrice résultant des effets parasites :

On ferme (1,2) avec les inverseurs dans une certaine position. Le

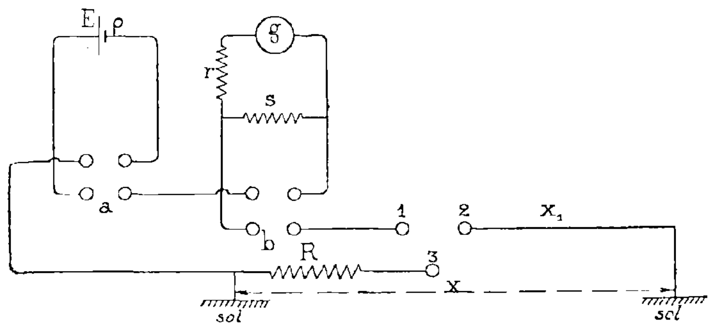


Fig. 67.

galvanomètre convenablement shunté donne une déviation α_1. Si on inverse a et b, on a une déviation en général différente α_2.

On repète un grand nombre de fois ces 2 mesures et on prend les valeurs moyennes de α_1 et α_2.

La première opération donne :

$$\mathrm{E} \pm e = \left[\rho + \frac{g}{m} + x + x_1\right] m \frac{\alpha_1}{k},$$

k étant la constante du galvanomètre en unités appropriées, ρ la résistance de la pile et des fils de connection, m le pouvoir multiplicateur du shunt). La deuxième opération donne :

$$\mathrm{E} \mp e = \left[\rho + \frac{g}{m} + x + x_1\right] m \frac{\alpha_2}{k}.$$

D'où par addition :

$$\text{(51)} \qquad \frac{2\mathrm{E}k}{m} = \left(\rho + \frac{g}{m}\right)(\alpha_1 + \alpha_2) + (x + x_1)(\alpha_1 + \alpha_2).$$

On place ensuite le commutateur dans la position (1,3) et on règle R de façon à reproduire les deux déviations α_1 et α_2 ; soient R_1 et R_2 les 2 valeurs de R.

On a

$$E = \left(\rho + \frac{g}{m} + R_1\right) \frac{m\alpha_1}{k},$$

et

$$E = \left(\rho + \frac{g}{m} + R_2\right) \frac{m\alpha_2}{k}.$$

d'où par addition

$$\frac{2Ek}{m} = \left(\rho + \frac{g}{m}\right)(\alpha_1 + \alpha_2) + R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2. \tag{52}$$

Des formules (51) et (52) on déduit en égalant leurs seconds membres

$$x + x_1 = \frac{R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2},$$

et, x_1 étant supposé connue on en déduit la résistance x des deux terres.

Cette méthode a l'avantage de permettre des opérations rapides.

On règlera pour cela le galvanomètre un peu au dessus de son amortissement critique. Pour la précision des résultats il faut, que R_1 et R_2 soient de l'ordre de grandeur de $x + x_1$, qu'on obtienne des déviations α_1 et α_2 aussi grandes que possible, et que la résistance $\left(\rho + \frac{g}{m}\right)$ soit faible devant $x + x_1$.

Pour cela on est amené à employer des fils peu résistants, et de shunter le galvanomètre avec une faible résistance s. Si on a à faire à un appareil à cadre mobile, on lui ajoutera en série une résistance r, pour pouvoir le régler au dessus de l'amortissement critique. Il faut aussi que x_1 soit faible devant x.

On peut mesurer aussi les résistances de terre avec un pont de Wheatstone et les courants alternatifs (voir page 128).

Mesures des terres de paratonnerre. — Dans ce cas on n'a qu'un seul contact à la terre et pour former un circuit fermé on doit employer une terre auxiliaire, qu'on doit éliminer des résultats. On peut ainsi former successivement trois circuits, le premier contenant la terre inconnue x, et une terre auxiliaire y. Une des méthodes précédente donnera : $x + y = R_3$ par exemple. Le deuxième circuit donne $x + z = R_2$, le troisième $y + z = R_1$, z étant la deuxième terre auxiliaire. En éliminant y et z on a :

$$x = \frac{R_2 + R_3 - R_1}{2}.$$

On doit prendre les terres auxiliaires au moins à dix mètres l'une de l'autre et de la terre à mesurer ; on devra les prendre très bonnes, par exemple des plaques métalliques de grandes surfaces enfoncées dans des puits d'eau, ou dans des fosses remplies de coke concassé.

Une terre de paratonnerre pour être bonne doit être inférieure à 10 ohms.

28. Mesure des résistances d'isolement. — Nous avons vu (page 84) que la résistance d'isolement entre deux points (ou deux surfaces équipotentielles) est une quantité variable avec la différence de potentiel entre les deux points, avec la durée du passage du courant, avec la température, l'humidité du milieu etc.

Elle diminue lorsque la différence de potentiel, la température ou le degré d'humidité augmentent, et augmente avec la durée de passage du courant.

L'influence de la température est donnée approximativement par la relation $R_t = R_0 \cdot a^t$, R_t et R_0 étant les résistances à 0° et à t°, a une constante qui dépend de la matière. Pour la gutta percha $a = 0,9$ environ.

La mesure d'une résistance d'isolement est délicate à cause de sa variabilité et aussi à cause de sa grandeur.

Les résistances d'isolement qu'on a à mesurer sont souvent de plusieurs milliers de mégohms, ou même de l'ordre du million de mégohms. Or les résistances d'isolement des fils et des appareils du montage employés pour faire la mesure, peuvent être en parallèle avec les quantités à mesurer et fausser les résultats. Il faut donc prendre les plus grandes précautions dans l'isolement des diverses parties, et d'autant plus grandes que la résistance à mesurer l'est elle-même.

Par exemple la source formée en général d'un grand nombre de petites piles sera de préférence noyée dans la paraffine et placée sur des planches en bois paraffiné supportées par des isolateurs en porcelaine placés plusieurs les uns sur les autres. Les appareils seront montés sur des blocs de paraffine, ou des planches de bois paraffinées supportées par des isolateurs en porcelaine. On emploi au besoin plusieurs planches supperposées et séparées entre elles par des isolateurs en porcelaine.

On a à mesurer habituellement l'isolement d'un câble avant ou après la pose, de plaques ou feuilles, d'isolateurs en forme de cloche ou de joints de câbles.

Pour mesurer l'isolement d'un câble on le fait plonger pendant 24 heures dans une cuve contenant de l'eau à la température ordinaire ou de préférence à la température de 24°, obtenue par exemple par un jet continuel de vapeur à travers l'eau

Pendant les 24 heures toutes les parties peuvent prendre la température, et l'eau peu pénétrer dans l'isolant si celui-ci présente des défauts.

Comme précaution d'isolement il ne faut pas oublier de laisser en dehors de l'eau à chaque extrémité une longueur de plusieurs décimètres, bien séchée et noyée dans la paraffine ; ceci pour éviter les fuites par la surface.

Pour mesurer l'isolement d'une plaque ou d'une feuille, on fait arriver le courant par deux électrodes métalliques ; ces électrodes doivent avoir un contact bien intime avec la plaque, autrement la couche d'air interposée augmenterait la résistance apparente. Pour cela les électrodes sont formées par des feuilles d'étain collées sur la plaque ou la feuille. Il faut attendre que la colle soit bien sèche. Quelquefois on argente les surfaces des plaques.

On doit aussi éviter les fuites de courant par la surface ; pour cela l'une des électrodes est formée d'une partie centrale et un anneau, séparée d'elle par un faible espace, c'est l'anneau de garde dont on verra l'utilité, page 138.

Pour les isolateurs en forme de cloche, on prend comme électrode intérieure la ferrure scellée sur l'isolateur, et comme deuxième électrode un fil de cuivre qui entoure la gorge, serré sur une couche de papier d'étain. On peut aussi plonger l'isolateur la tête en bas dans une cuve d'eau et le remplir d'eau intérieurement jusqu'à une hauteur convenable.

Méthodes de mesure. — Les méthodes qu'on emploie pour mesurer une résistance d'isolement ne donnent pas le même résultat dans les mêmes conditions apparentes, parce que les conditions réelles ne sont pas les mêmes, et aussi parce que dans la théorie de certaines de ces méthodes on suppose la résistance d'isolement indépendante du temps et de la différence de potentiel, ce qui n'est pas.

Lorsqu'on donne les résultats de mesure d'une telle résistance il faut donc indiquer la méthode employée, la différence de potentiel, la durée du passage du courant, la température, l'état hygrométrique du milieu ambiant.

La différence de potentiel employée doit être égale ou supérieure à celle sous laquelle l'isolant doit servir. On emploie souvent 500 à 1 000 volts.

La durée du passage du courant est habituellement de *une minute*.

Méthode de comparaison. — On compare la résistance d'isolement à une résistance métallique connue; on peut considérer cette méthode comme équivalente à la méthode du voltmètre et de l'ampèremètre (page 117), dans laquelle le voltmètre est habituellement remplacé par un électromètre (1) et l'ampèremètre par un galvanomètre très sensible, (on emploie d'habitude un galvanomètre Thomson (page 58) qu'on étalonne à l'aide d'une force électro-motrice et d'une résistance métallique connues.

On fait le montage de la figure 68. E est la force électro-motrice de la source donnant environ 500 à 1000 volts, source très bien isolée; x la résistance à mesurer, qu'on a supposé être un câble; g, le galvanomètre avec un shunt s, variable, et un interrupteur c qui permet de le mettre en court-circuit. L'inverseur I_1 sert à faire passer le courant à travers l'isolant du câble dans le sens voulu.

Un deuxième circuit est formé par une source de faible force électromotrice e en série avec une résistance métallique connue R.

En mettant le commutateur I_2 dans la position (1) on ferme le premier

(1) Un voltmètre ferait débiter la source, ce qui peut être mauvais, lorsque celle-ci est formée par de petites piles qui ne doivent pas débiter; avec le voltmètre il faudra aussi tenir compte de la résistance intérieure de la source.

circuit sur le galvanomètre ; en le mettant dans la position (2) on ferme le circuit de R.

Si α_e est la déviation obtenue au galvanomètre avec un shunt de pou-

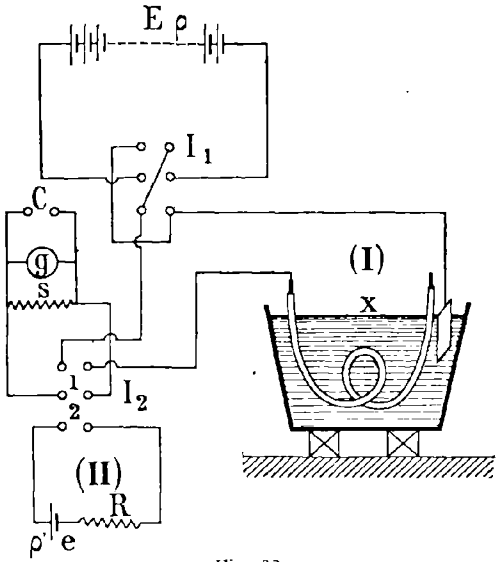


Fig. 68.

voir multiplicateur m, lorsque I_2 est dans la position (1), on a :

$$\alpha_e = ki = \frac{k}{m} \cdot \frac{E}{x + \rho + \frac{g}{m}},$$

ρ étant la résistance de la source et des connexions. Lorsque I_2 est dans la position (2) on aura une déviation α_e' donnée par

$$\alpha_e' = ki' = \frac{k}{m'} \cdot \frac{e}{R + \rho' + \frac{g}{m'}} \text{ (1)},$$

m' étant le nouveau pouvoir multiplicateur du shunt, ρ' la résistance de la source e et des fils de connexion.

---

(1) Cette formule permet de trouver la constante k, ce qui peut être un renseignement utile. Si on exprime e en volts et les résistances en mégohms, k sera donné en divisions par microampères.

En divisant l'une par l'autre les égalités précédentes on a :

$$\frac{\alpha'_e}{\alpha_e} = \frac{m}{m'} \cdot \frac{e}{E} \cdot \frac{x + \rho + \frac{g}{m}}{R + \rho' + \frac{g}{m'}},$$

d'où l'on tire x. Habituellement on peut négliger $\rho + \frac{g}{m}$ devant x et $\rho' + \frac{g}{m'}$ devant R et on a :

$$x = \frac{m'E}{me} \cdot \frac{\alpha_e'}{\alpha_e} \cdot R\ (^1). \qquad (53)$$

Le mode opératoire est le suivant : On commence par faire quelques mesures rapides avec la résistance x, pour se rendre compte de son ordre de grandeur, de la sensibilité et du shunt qu'il faut adopter pour le galvanomètre.

On doit prendre chaque fois la précaution qui consiste à fermer le court circuit (C) avant de fermer le circuit. Une fois le circuit fermé, on enlève le court circuit après avoir préparé le shunt de plus grand pouvoir multiplicateur ; on fait ensuite varier celui-ci jusqu'à la valeur convenable. Si sans shunt le galvanomètre n'est pas assez sensible, ou si avec le shunt le moins résistant il est encore trop sensible, on fait varier sa sensibilité en déplaçant l'aimant directeur ou par d'autres moyens.

Ceci étant réglé, on ferme le circuit II, après avoir ouvert I, et on change au besoin le shunt, sans toucher à la sensibilité de l'appareil. Cette mesure donne k.

On refait ensuite des mesures définitives avec le circuit I. On lit la déviation toutes les 10 secondes par exemple, ou au bout d'un temps fixé par les conditions qu'on impose à la mesure.

Résistance d'isolement d'un câble. — Le câble plonge dans une cuve pleine d'eau et très bien isolée. On fait les mesures avec les deux sens du courant, et on doit trouver à peu près les mêmes résultats. Si on

---

(1) La méthode de comparaison est la seule qu'on devrait employer dans la mesure des résistances d'isolement. Les autres méthodes comportent trop de causes d'erreurs.

trouve une résistance beaucoup plus faible lorsque le pôle — de la pile est connecté à l'âme du câble, c'est qu'il y a un défaut.

En effet dans ce cas il y a électrolyse par le courant qui traverse le défaut. Si le pôle — est à l'âme, l'hydrogène se porte sur le cuivre, il y a réduction de l'oxyde qui a pu le couvrir et la résistance diminue.

Isolement de plaques. — Le mode opératoire est le même que pour les câbles, le montage diffère un peu à cause de l'emploi de l'anneau de garde; celui-ci est monté comme l'indique la figure 69, de façon que le

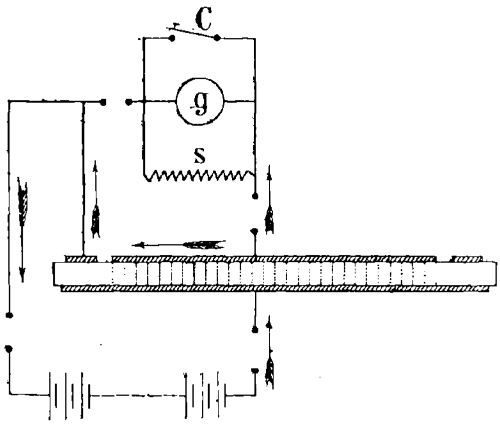


Fig. 69.

courant qui passe par la surface revient à la pile sans passer par le galvanomètre (la surface de passage entre l'électrode supérieure et son anneau de garde forme seulement un shunt de très grande résistance qui ne gêne nullement.)

La séparation entre l'anneau de garde et l'électrode qu'elle entoure doit être de faible largeur; et on compte comme surface de la plaque la surface de cette électrode.

La résistance d'isolement d'un joint entre deux câbles peut être mesurée par la même méthode, en le plongeant dans une cuve d'eau bien isolée et en isolant très bien les deux tronçons réunis; mais il faut un galvanomètre excessivement sensible, parce que la résistance d'un joint est l'ordre de 10^6 mégohms. Dans les cahiers de charges on impose souvent comme méthode de mesure d'un joint la *méthode d'accumulation* dont on parlera plus loin.

Méthode de la décharge d'un condensateur. — La figure 70 indique le montage pour le cas d'un câble. En mettant un cavalier métallique dans la position (1,2) on charge un condensateur de capacité connue C,

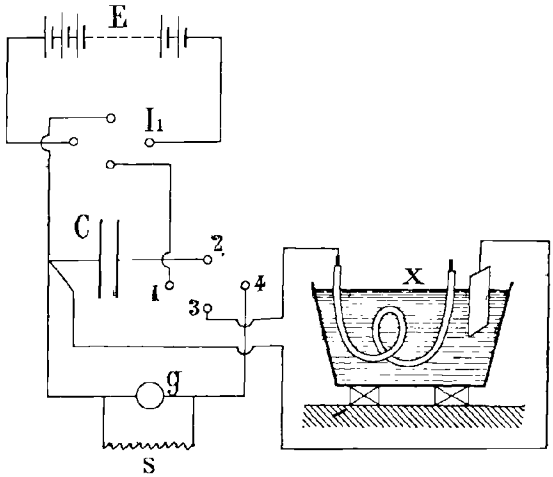


Fig. 70.

pendant quelques secondes ; en plaçant tout de suite après, le même cavalier dans la position (2,4) on le décharge dans un balistique convenablement shunté qui donne une élongation ε. On charge de nouveau le condensateur C et en plaçant le même cavalier en (2,3) on le laisse se décharger à travers la résistance à mesurer pendant un temps t_1. On ouvre ensuite (2,3) et on décharge le condensateur dans le même balistique ; On a une élongation ε', et la résistance x est donnée par la formule :

(54) $$x = \frac{0,4343\, t_1}{C \log_{10}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}\right)}.$$

Si C est donné en microfarads et t_1 en secondes, x sera obtenu en mégohms.

La théorie de la méthode est la suivante : à un moment quelconque t

de la décharge du condensateur on a : $U = xi$, i étant le courant instantané dans la résistance x, U la différence de potentiel aux bornes du condensateur. La charge du condensateur à ce moment étant q, pendant le temps dt elle subira une variation dq et on aura : $-dq = i\,dt$ ou encore $-CdU = idt$ d'où on tire

$$-CdU = \frac{U}{x}\,dt$$

ou

$$-Cx\frac{dU}{U} = dt. \tag{55}$$

Si on intégre depuis le moment initial jusqu'à l'instant t_1, on a

$$t_1 = CxL_e\frac{E}{U_1}$$

[E différence de potentiel initiale, U_1 différence de potentiel à l'instant t_1]. Or les décharges dans le balistique donnent deux élongations liées à E à U_1 par les formules : $\varepsilon = k'.CE$ et $\varepsilon' = k'.CU_1$, donc

$$\frac{E}{U_1} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'}, \quad \text{d'où} \quad t_1 = CxL_e\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$$

d'où on tire (54).

La durée de la décharge t_1 est souvent imposée, elle est habituellement *une minute*, mais au point de vue de l'erreur d'expérience, il vaut mieux la choisir de façon que $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = 3{,}6$ environ ; on a dans ce cas l'erreur minima, si le temps est assez long pour qu'on puisse négliger l'erreur qu'on fait dans son appréciation.

Remarques : 1° La résistance d'isolement ρ du condensateur est souvent de l'ordre de grandeur de la résistance à mesurer et la méthode donne en réalité la valeur :

$$R = \frac{x\rho}{x + \rho},$$

des deux résistances en dérivation. Si on connait ρ, on en déduirait

$$x = \frac{\rho R}{\rho - R},$$

(l'erreur sur x serait très grande si ρ diffère peu de R. C'est un inconvénient de la méthode). Pour mesurer ρ, on charge le condensateur et on le laisse se décharger sur lui-même ; au bout d'un temps t_1, on le décharge dans le balistique. On applique ensuite la formule (54).

2° Dans la théorie de la méthode on suppose x constant, tandis que en réalité il varie avec le temps et avec la différence de potentiel à laquelle il est soumis et qui est variable dans cette méthode.

On peut la rendre théoriquement plus exacte en résolvant graphiquement l'équation (55). Pour cela on trace la courbe de variation de U en

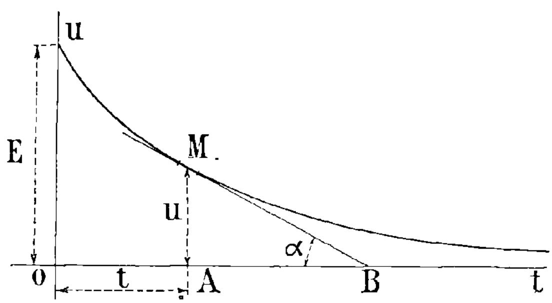


Fig. 71.

fonction du temps (fig. 71) ; au point M, qui correspond à l'instant t_1, on trace la tangente MB ; la sous-tangente AB est égale au produit Cx. On a donc

$$(56) \qquad x = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{C}}.$$

On sait en effet que la sous-tangente à la courbe est :

$$\mathrm{AB} = \frac{-\,\mathrm{U}}{\left(\frac{d\mathrm{U}}{dt}\right)}$$

elle est donc = à Cx d'après l'équation (56).

Pour obtenir les points de la courbe on peut se servir d'un électromètre, ou encore charger le condensateur plusieurs fois et le décharger chaque fois dans le balistique après l'avoir fermé sur la résistance x pendant des temps t croissants.

3° Si la résistance x présente une capacité suffisante (dans le cas des câbles de grande longueur) on l'emploie comme condensateur ; on le charge et on le laisse se décharger sur lui-même. Le montage reste celui de la figure 70 : le condensateur étalon permet de trouver la capacité du câble (voir fascicule 21).

Si la capacité du câble n'est pas suffisante pour l'employer seul, mais que sa valeur n'est pas négligeable devant celle du condensateur, on peut les charger en parallèle. La capacité C de la formule (54) est dans ce cas la somme des deux capacités.

Méthode d'accumulation. — Dans cette méthode on charge le condensateur à travers la résistance x à mesurer, et la charge est d'autant plus lente que x est plus grand. Cette méthode est moins bonne que la précédente, elle en a tous les défauts ; en plus la correction d'isolement du condensateur est très compliquée.

Elle peut être utile lorsqu'il s'agit de se rendre compte de l'isolement d'un joint ; dans ce cas on ne fait pas de mesure absolue, on compare

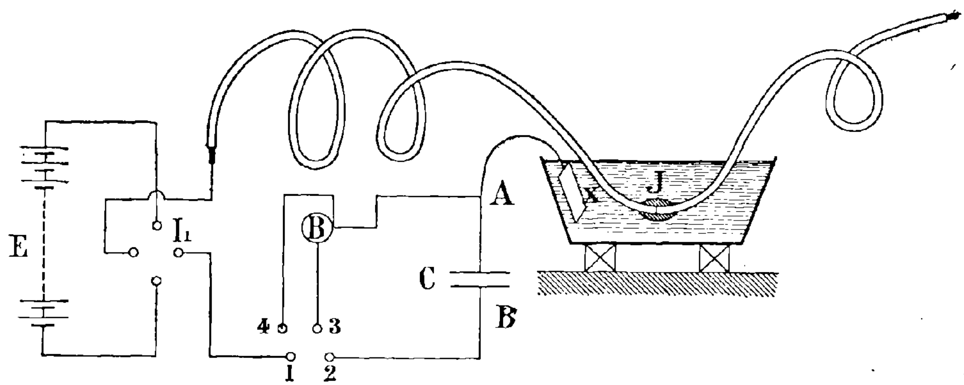


Fig. 72.

seulement la résistance d'isolement du joint à celle d'une certaine longueur de câble (d'habitude 2 mètres, la mesure se faisant sous une différence de 300 volts environ). Pour cela on fait le montage de la figure 72, le joint I étant plongé dans la cuve d'eau. En plaçant l'inverseur I_1 dans un certain sens, on ferme (1, 2), le condensateur se charge à travers l'isolement du joint et du morceau de câble qui plonge dans la cuve. Au bout d'un temps t_1 (d'habitude *une minute*) on ouvre (1, 2) et on ferme (2, 3) le condensateur se décharge dans le balistique, et donne une élongation ε.

Sans toucher au reste du montage on remplace le joint par une longueur de câble à laquelle il doit être équivalent. On charge le condensateur pendant le même temps qu'avant, et on le décharge dans le balistique. Si l'élongation ε' obtenue est $> \varepsilon$, c'est que le joint est plus résistant, donc il est bon.

Remarque : 1° Si le câble présente une capacité sensible, on aura deux condensateurs en série, donc le condensateur recevra une charge initiale, Pour l'éviter, on commencera par charger le câble en fermant (1, 4) pendant quelques secondes seulement ; on ouvre ensuite (1, 4) et on fait les opérations comme avant.

2° Avant de commencer la mesure on doit vérifier que la cuve est bien isolée. Pour cela on fait un essai, le câble étant en dehors de la cuve, sur le sol. Si celle-ci est bien isolée le condensateur ne doit recevoir aucune charge sensible au bout d'une ou deux minutes.

29. Ohmmètres. — Les *ohmmètres* sont des appareils industriels, qui servent à la mesure des résistances quelconques et en particulier, des résistances d'isolements.

Certains ohmmètres sont de simples *galvanomètres*. Pour mesurer une résistance x on la connecte en série avec l'appareil et aux bornes de l'ensemble une différence de potentiel pour laquelle l'appareil a été gradué. (Cette différence de potentiel est fournie par une batterie de piles, ou une magnéto qu'on fait tourner à la main à une vitesse déterminée, ou par le réseau dont on mesure l'isolement).

Soit U la différence de potentiel, x la résistance à mesurer, r la résistance du reste du circuit ; le galvanomètre donne une déviation α_e et on a

$$\alpha_e = k \frac{U}{r + x} \qquad \text{d'où :} \qquad x = \frac{kU}{\alpha_e} - r.$$

Si U est constant, les déviations dépendent donc de x seul, et on pourra graduer l'appareil en *ohms*.

Ces appareils sont peu précis et doivent être étalonnés souvent.

D'autres ohmmètres (exemple ohmmètre Chauvin et Arnoux) sont des applications du pont de Wheatstone. Ces appareils sont de beaucoup plus précis que les précédents et leurs indications sont indépendantes de la tension aux bornes ; mais leur maniement est moins commode.

Enfin les ohmmètres Carpentier, Hartmann Braun et Evershed ont une précision intermédiaire ; ils sont d'un maniement facile, et leurs indications sont indépendantes, dans certaines limites, de la tension aux bornes.

Ohmmètre Carpentier. — Le principe de l'appareil est le suivant : Supposons deux cadres de galvanomètres solidaires, dont les plans d'enroulement sont perpendiculaires, et qui peuvent tourner ensemble autour d'un axe parallèle à leurs plans d'enroulement et perpendiculaire à la

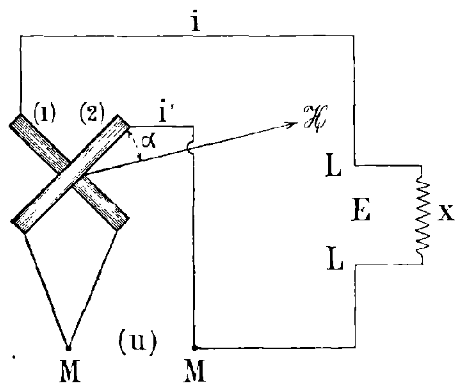


Fig. 73.

direction d'un champ magnétique uniforme (fig. 73). Si on fait passer dans ces cadres des courants i et i', ils seront soumis à des couples électromagnétiques, et le système prendra une position d'équilibre. Si α est l'angle que fait le cadre (2) avec le champ, on aura :

$$HS'i' \cos \alpha = HSi \sin \alpha, \quad \text{d'où} \quad \text{tang}\, \alpha = \frac{S'}{S} \cdot \frac{i'}{i}$$

(S' et S étant les surfaces totales des enroulements).

Si on monte les deux cadres en dérivation sur une différence de potentiel U, après avoir mis en série avec (1) une résistance x, on a :

$$i = \frac{U}{g + x}, \quad i' = \frac{U}{g'}$$

et la relation précédente donne :

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{S'}{S} \cdot \frac{g+x}{g'}$$

(g et g' étant les résistances des cadres), d'où on déduit :

$$x = \frac{g'S}{S'} \operatorname{tang} \alpha - g.$$

La déviation de l'appareil dépend donc de la seule variable x et l'ap-

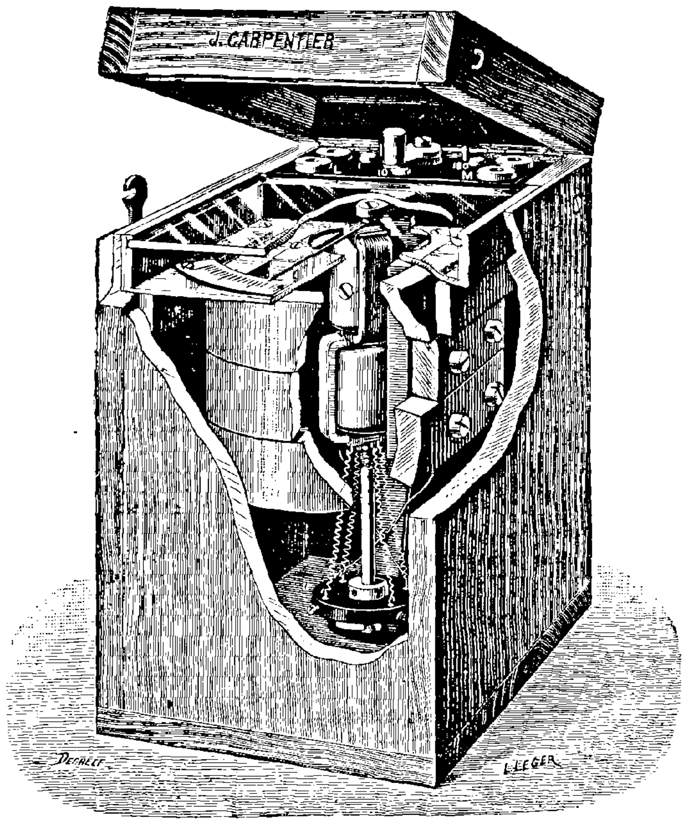


Fig. 74. — Ohmmètre Carpentier.

pareil pourra être gradué directement en ohms.

L'appareil (fig. 74) se compose de deux cadres superposés, solidaires; l'ensemble pivote sur des chapes en saphir, entre les pôles d'un aimant.

Au milieu de chaque cadre se trouve un cylindre en fer doux. La déviation est indiquée par une aiguille qui se déplace devant un cadrant gradué en ohms.

Le courant arrive à chacun des cadres par deux fils très fins enroulés en hélice. Lorsqu'aucun courant ne passe l'équipage mobile devrait être en équilibre indifférent et s'arrêter dans n'importe quelle position ; en réalité il a une tendance à s'arrêter vers le haut de la graduation à cause des fils d'amené du courant qui donnent un faible couple directeur.

Deux bornes qu'on peut fixer en L, servent pour les extrémités de la résistance à mesurer. La différence de potentiel U (de l'ordre de 100

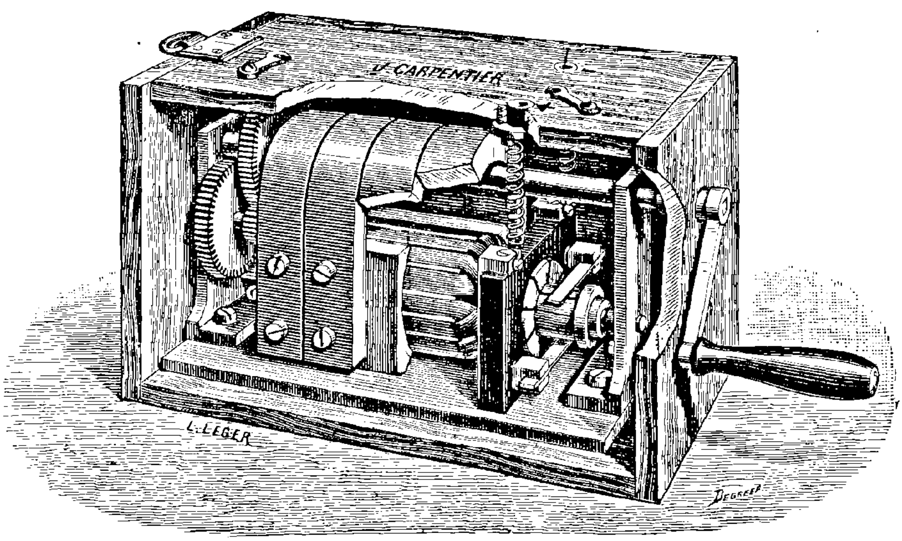


Fig. 75.

à 300 volts) est amenée à deux bornes qu'on place en M. Comme source on peut employer une magnéto (fig. 75), à laquelle on donne une vitesse appropriée.

L'ohmmètre Carpentier est gradué de 0 à 50 000 ohms ; mais on peut mesurer avec lui des résistances jusqu'à 5 megohms ; on y arrive par des shunts et des résistances en série appropriées, qui se trouvent à l'intérieur de l'appareil.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE V

Mesures des résistances

ERRATA SUR LES FIGURES

Figure 21, p. 55, le champ horizontal est $\mathcal{H}'$.
Figure 34, p. 83, à droite au lieu de S_2 écrire S_1.
Figure 45, p. 94, dans les branches BC et CD les courants sont : i' et i_1'.
