**Chapitre 1.**

**Actifs et portefeuilles : concepts généraux**

**Cours de Gestion de portefeuille**[1]

**Draft-mars 2012**

## 1. Introduction

La finance traite des questions relatives à la gestion des ressources financières des entreprises, des ménages, et des autres agents économiques. Cette gestion peut avoir pour objectif l'acquisition des ressources financières au moindre coût ou le placement de ressources excédentaires pour de courtes ou de longues périodes en vue de tirer un gain. Un autre objectif de l'intervention dans les marchés financiers est la spéculation. La réalisation de ces objectifs a nécessité le développement d'activités de couverture en vue de contrôler les risques encourus. Toutes ces décisions se font au sein des systèmes financiers. Ces derniers sont l'ensemble des marchés et des institutions qui contribuent dans le processus de création et d'échange des instruments financiers en vue de fournir des services adéquats à tous les agents économiques.

[1] Cours de Mr Elhadj EZZAHID, Faculté des sciences juridiques, économique et sociales, Rabat-Agdal. Prière d'adresser remarques et corrections à: ezzahidelhadj@yahoo.fr

Lorsque quelqu'un investit dans des produits financiers on dit qu'il place son argent. C'est un placement ou un investissement financier. Les ménages et les entreprises effectuent ce type d'investissement en vue de fructifier leur épargne ou leur ressources excédentaires. Les Etats, via les caisses souveraines, placent aussi leurs excédents financiers.

L'objectif de ce chapitre est de présenter quelques concepts clés pour aborder la théorie de gestion de portefeuille ainsi que d'autres points qui ne peuvent être traités dans les chapitres ultérieurs comme le problème d'évaluation de la valeur/prix des actifs financiers. Remarquons qu'on suppose tout au long de ce cours que les agents font des décisions à des points précis du temps.

## 2. Définition et caractéristiques d'un actif

### 2.1. Définition d'un actif

Le concept d'actif est intéressant en finance. Un actif est un élément qui permet d'avoir un revenu certain ou incertain d'une manière régulière ou non. Ainsi, une machine louée à un tiers ou utilisée directement pour produire un bien est un actif. Une maison possédée par une personne A et louée à une personne B est également un actif. Cette location permet à la personne A de jouir d'un revenu mensuel et du prix de cession si elle décide de vendre sa maison.

Dans le même sens, une action ou une obligation sont des actifs. En effet, une action détenue par un agent économique (ménage, entreprise, fonds de pension, caisse souveraine d'investissement, ….) est un actif permettant à son détenteur de recevoir annuellement un dividende et un revenu en cas de cession de son action. Une obligation est aussi un actif car elle permet à son porteur de recevoir un coupon périodiquement, un principal à l'échéance ou un prix de cession inversement proportionnel au taux d'intérêt en vigueur sur le marché.

Deux actifs combinés pour générer un flux de revenus peuvent être considérés comme un nouvel actif. De même trois, quatre ou plus d'actifs s'ils sont combinés forment un nouvel actif. Ainsi, une raffinerie de pétrole constitue une collection d'actifs matériels et immatériels utilisés concomitamment pour générer un flux de revenus. Vu de cette manière, une raffinerie de pétrole est un actif composé de différents actifs. Un investisseur en bourse qui achète des actions de plusieurs entreprises cotées, des bons de trésor, des options d'achat et de vente (call ou put), une police d'assurance contre un risque potentiel constitue une collection d'actifs lui permettant d'obtenir un flux de revenus futurs. Cette collection d'actifs est appelée techniquement un portefeuille d'actifs et constitue lui-même un actif.

## 2.2. Caractéristiques d'un actif

Nous allons supposer dans un premier temps que les prix des actifs sont certains dans le futur (une période après). Nous allons définir pour ce cas le taux de rentabilité. Après nous allons discuter le cas d'un actif qui aura différents prix dans le futur et ce selon les états de la nature. Dans ce cas, un actif financier aura deux caractéristiques fondamentales: le taux de rentabilité espérée et le risque qui lui est afférant.

### 2.2.1. Taux de rentabilité d'un actif à flux certains

#### a. Cas d'une seule période

Un actif est acheté parce que son détenteur escompte recevoir un revenu futur[2]. Ainsi, tout actif se caractérise par un certain taux de rentabilité. Une action achetée au moment t-1 au cours $P_{t-1}$ est censée être revendue au prix $P_t$ en

[2] La notation utilisée dans ce cours n'est pas encore définitive. Les étudiants devront faire attention et me consulter en cas de nécessité.

t. En plus de la différence $P_t$-$P_{t-1}$, qui peut être négative, le détenteur d'une action a le droit de recevoir un dividende $D_t$ s'il conserve son action jusqu'au moment où les dividendes sont distribués. Remarquons que $P_{t-1}$ constitue le coût d'acquisition de l'action et $P_t$ et $D_t$ constituent les revenus que cette action permette à son détenteur de recevoir s'il conserve ladite action jusqu'à la date de distribution des dividendes.

Nous distinguons le taux de rendement qui est le rapport :

$$R = \frac{D_t}{p_{t-1}} \qquad 1.$$

et le taux de rentabilité qui est le rapport :

$$r = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}}. \qquad 2.$$

Ainsi entre deux dates t et t-1 ou t+1 et t, on pourrait calculer un indicateur mesurant la rentabilité r d'un actif. Remarquons que $P_t$-$P_{t-1}$ est la plus ou moins value que réalise le détenteur d'un actif s'il décide de le revendre. Le rapport ($P_t$-$P_{t-1}$ )/$P_{t-1}$ est parfois appelé taux de rentabilité nette. Dans un marché dominé par la recherche de la rentabilité de court terme, on peut supposer que la rentabilité nette est le critère fondamental de décision. Remarquons que si l'on néglige l'existence du dividende, on remarque que $P_t$ est la valeur capitalisée au taux $r_i$ de $P_{t-1}$.

$$r_i = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \Leftrightarrow P_t = P_{t-1}(1 + r_i) \qquad 3.$$

Dans ce qui suit, le taux de rentabilité est défini comme le rapport en pourcentage entre tous les revenus générés par un actif et le prix de son acquisition comme dans la relation 2.

**b. Cas de h périodes**

Le taux de rentabilité est calculé pour une période donnée. Prenons un actif acquis en t-h au prix $P_{t-h}$ et maintenu dans le portefeuille jusqu'à la date t. Il existe h périodes entre t-h et t. Schématisons cette situation de la manière suivante :


Il est utile de généraliser l'écriture $P_t=P_{t-1}(1+r)$ au cas d'un actif maintenu dans le portefeuille pendant h périodes. Soient $r_{t-h+1}$ , $r_{t-h+2}$, …, $r_t$ les taux de rentabilité respectifs réalisés aux moments t-h+1, … , t-1 et t. Il est clair qu'un actif acquis au prix $P_{t-h}$ et permettant de réaliser des taux de rentabilité : $r_{t-h+1}$, $r_{t-h+2}$, …et $r_t$ aura à la date t la valeur suivante :

$$P_t = P_{t-h}\left(\prod_{i=1}^{h}\left(1+r_{t-h+i}\right)\right) \qquad 4.$$

Il est important de remarquer que l'on peut trouver un taux de rentabilité uniforme moyen applicable à chacune des h périodes de détention de l'actif.

Notons ce taux unique par $\bar{r}$. En conséquence, l'actif acquis au prix $P_{t-h}$ et conservé dans le portefeuille jusqu'à la date t aura la valeur suivante :

$$P_t = P_{t-h}(1+\bar{r})^h \qquad 5.$$

Cette situation implique l'égalité suivante :

$$(1+\bar{r})^h = \prod_{i=1}^{h}(1+r_{t-h+i}) \Leftrightarrow \bar{r} = \sqrt[h]{\prod_{i=1}^{h}(1+r_{t-h+i})} - 1 \qquad 6.$$

### 2.2.2. Caractéristiques d'un actif à flux incertains: rentabilité espérée et risque

Les actifs n'auront pas dans le futur toujours des flux certains comme nous l'avons supposé ci-dessus. Les intervenants sur les marchés financiers ont de tout temps pris, quoique vaguement, en considération le risque afférant aux actifs financiers. En conséquence, ils exigent une rémunération conséquente lorsque le risque perçu augmente. Malgré cette prise en compte du risque, sa mesure et son incorporation formelle dans une démarche scientifique de choix entre actifs sont récentes. Plus important encore, la théorie moderne de gestion de portefeuille se distingue plus par son souci de mesure et de gestion du risque que par son souci de maximiser la rentabilité.

Soit $r_i$ le taux de rentabilité d'un actif (action, obligation, option, …). Il est clair que $r_i$ qui aura lieu après une période dépend des états de la nature $e_1$, $e_2$, $e_3$, …$e_m$ qui ont des probabilités d'occurrence $p_1$, $p_2$, $p_3$, …, $p_m$. Donc $r_i$ est une variable aléatoire. Cette variable aléatoire prendra les valeurs $r_1$, $r_2$, …, $r_m$. Il est clair que la rentabilité moyenne ou espérée E(r) est :

$$E(r) = \mu = \sum_{i=1}^{m} P_i r_i \text{ avec } p_i=p(e_i)=p(r=r_i) \qquad 7.$$

La rentabilité moyenne ou espérée est unique et par suite certaine. Les valeurs possibles de r sont évidemment inférieures, égales ou supérieures à E(r). Plus important encore, le fait de savoir si les $r_i$ sont plus ou moins proches de E(r). Si les $r_i$ se concentrent fortement autour de E(r), c'est une bonne chose, toute chose égale par ailleurs, car la rentabilité obtenue ne s'écartera pas fortement de la valeur moyenne certaine E(r). Donc, toute mesure de l'ampleur de la dispersion des $r_i$ autour de E(r) donnera une indication sur le risque afférent à notre actif i. La variance de r peut faire l'affaire du fait qu'elle est une mesure de la dispersion d'une variable aléatoire autour de sa moyenne.

$$\sigma_r^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m} (r_i - E(r))^2}{m} \qquad 9.$$

La variance est un indicateur de l'ordre du carrée de la variable aléatoire. Il est judicieux, pour caractériser la dispersion autour de la valeur moyenne, d'utiliser l'écart type qui est la racine carrée de la variance. Nous notons l'écart type $\sigma_i$. Ce dernier est de même ordre que la variable. C'est la mesure communément admise de la dispersion des rentabilités autour de leur valeur espérée E(r).

Prenons une action dont le prix d'achat en 0 est 50 ($P_0$=50) et dont le prix de vente en t=1 sera donné en fonction des 5 états possibles de la nature. Les probabilités des cinq états de la nature sont données. Il sont notées $p_i$, i=1, 2, …, 5. $P_1$ est le prix de revente de l'action en t=1. Le tableau suivant résume les 5 cas possibles.

**Etats de la nature, leurs probabilités et prix de l'action en t=1.**

| **Etats de la nature** | **$p_i$** | **$P_i$** | **$r_i$** |
|---|---|---|---|
| $e_1$ | 0.10 | 45 | -0.1 |
| $e_2$ | 0.25 | 50 | 0 |
| $e_3$ | 0.35 | 55 | 0.1 |
| $e_4$ | 0.20 | 60 | 0.2 |
| $e_5$ | 0.10 | 70 | 0.4 |

Calculons la rentabilité de l'action dans chaque état de la nature en utilisant la formule suivante $r_i = \frac{P_i - P_0}{P_0}$. La rentabilité *r* de l'action est ainsi une variable aléatoire qui suit une loi de distribution. La colonne 4 donne les résultats possibles dans les 5 états de la nature. La rentabilité espérée[3] de notre action E(r) est obtenue en utilisant la formule donnée ci-dessus.

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} p_i r_i = 0.1*(-0.1) + 0.25*(0) + 0.35*(0.1) + 0.2*(0.2) + 0.1*(0.4)$$
$$= -0.01 + 0 + 0.035 + 0.04 + 0.04 = 0.105$$

Il ressort que notre action aura une rentabilité moyenne égale à 10.5%. Le risque est mesuré par la dispersion des valeurs observées autour de cette rentabilité espérée. Calculons donc la variance de cette action.

$$\sigma^2(r) = \sum_{i=1}^{m} p_i (r_i - E(r))^2 = E(r_i^2) - E^2(r) = 0.016.$$

[3] La rentabilité espérée d'un actif i est aussi notée μ.

Notre action sera donc définie/caractérisée par la rentabilité espérée et l'écart type de la rentabilité. La même chose est effectuée pour n'importe quel actif.

## 3. Evaluation de la valeur des actifs : modèle de Gordon et Shapiro dans le cas des flux certains

Pour pouvoir sélectionner des actifs en vue de constituer un portefeuille, il faut au préalable les valoriser. Ce problème est l'un des plus importants en théorie financière moderne. Nous allons exposer comment le faire dans le cas où les informations sur les flux futurs sont certaines.

Supposons une action i achetée au cours $P_0$. Cette action donnera droit après une période à un dividende $D_1$. En plus, à la fin de la $1^{ère}$ période l'action sera vendue au cours $P_1$.

Le taux de rentabilité dans notre cas est :

$$r_i = \frac{P_1 + D_1 - P_0}{P_0} \qquad 10.$$

On peut réécrire cette relation de la manière suivante :

$$P_0 = \frac{P_1 + D_1}{1 + r_i} \qquad 11.$$

Remarquons que d'après cette formule, le prix d'une action à l'instant 0 est la valeur actualisée au taux $r_i$ de tous les revenus qu'elle permettra d'obtenir à la fin de la période de sa conservation dans le portefeuille. De la même manière, si un actif génère des dividendes $D_1$, $D_2$, …. et $D_T$ pendant T périodes et que son prix de vente est $P_T$ alors la valeur actuelle $P_0$ de cet actif est la somme des valeurs actualisés des différents revenus qu'il permettra de générer.

$$P_0 = \frac{D_1}{1+r_1} + \frac{D_2}{(1+r_2)^2} + .... + \frac{D_T}{(1+r_T)^T} + \frac{P_T}{(1+r_T)^T} \qquad 12.$$

Si les taux de rentabilité sont égaux ($r_1 = r_2 = \ldots = r_T = r$) et que le dividende croit à un taux constant, on aura la formule du modèle de Gordon-Shapiro.

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+r)} + \frac{D_1(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{D_1(1+g)^2}{(1+r)^3} + ... + \frac{D_1(1+g)^{T-1}}{(1+r)^T} + \frac{P_T}{(1+r)^T} \qquad 13.$$

$$P_0 = \frac{D_1}{1+r}\left[1 + \frac{1+g}{1+r} + \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^2 + .... + \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^{T-1}\right] + \frac{P_T}{(1+r)^T} \qquad 13 \text{ bis.}$$

Dans la partie droite de notre équation, il y a la somme de la valeur actualisée du prix auquel l'action sera vendue et d'un produit de deux termes. Le premier est la valeur actualisée du premier dividende et le second est la somme partielle des T premiers termes d'une suite géométrique dont la raison est le rapport (1+g)/(1+r). Ce fait nous permet d'écrire $P_0$ de la manière suivante :

$$P_0 = \frac{D}{1+r}\left[\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^T}{1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)}\right] + \frac{P_T}{(1+r)^T} \qquad 14.$$

Si r>g alors le rapport $((1+g)/(1+r))^T$ tend vers 0 quand T tend vers l'infini. Ce qui implique que :

$$P_0 = \frac{D}{r-g} \qquad 15.$$

Pour appliquer cette formule en vue d'évaluer[4] le prix actuel d'un actif générant un flux de dividendes croissant au taux g et un revenu final $P_T$, il faut retenir l'hypothèse d'une croissance régulière et réaliste des dividendes g et qu'effectivement l'actualisation se fait au taux r.

## 4. Courbe d'indifférence et couple risque-rentabilité

Remarquons la différence entre le revenu que génère l'action qui est incertain et le revenu de l'obligation qui est en principe certain. Si l'on connaît les flux des revenus futurs générés par les actifs d'une manière certaine on peut calculer le taux de rentabilité de chaque actif. Dans ce cas, le risque est nul et par suite la variance des rentabilités est nulle, et en conséquence on peut décider en choisissant les actifs ayant les rentabilités les plus élevées.

Toutefois, comme nous l'avons précisé précédemment les revenus des actifs ne sont pas certains. Donc, la rentabilité d'un actif est une variable aléatoire. La théorie de gestion de portefeuille est fondée sur l'espérance de la rentabilité comme mesure de la rentabilité d'un actif ou d'un projet. De même, la variance de cette rentabilité est une mesure largement acceptée du risque afférent à un actif. Discutons maintenant la relation entre ces deux paramètres et comment le décideur/investisseur fait l'arbitrage entre risque et rentabilité espérée.

[4] Le modèle de Gordon-Shapiro est aussi utilisé, avec des hypothèses plus réalistes, pour l'évaluation des entreprises. Cette problématique est très intéressante du fait que l'estimation de la valeur d'une entreprise s'impose lorsqu'on a un changement du propriétaire, l'arrivé d'un nouveau associé, l'introduction en bourse, etc.

Remarquons que devant les situations incertaines, le décideur, qu'il soit gestionnaire de portefeuille ou joueur d'une loterie, est obligé de choisir entre des actifs dont les gains sont pas certains. Autrement dit, le gestionnaire choisira parmi plusieurs alternatives représentées par une v.a. (le gain) dont la distribution de probabilité est connue.

Supposons que les $E(r_i)$ pour les n actifs (i=1, 2, …, n) sont données. Il est incontestable que si le décideur est rationnel il choisira l'actif dont le risque est le plus petit c'est-à-dire l'actif dont la variance $\sigma^2(r_i)$ ou l'écart-type $\sigma(R_i)$ est minimale. Maintenant étant donné que les seuls déterminants de sélection entre actifs sont $E(r_i)$ et $\sigma(r_i)$ alors on peut supposer que l'utilité d'un actif est déterminée par sa rentabilité espérée et son écart-type. On peut écrire donc :

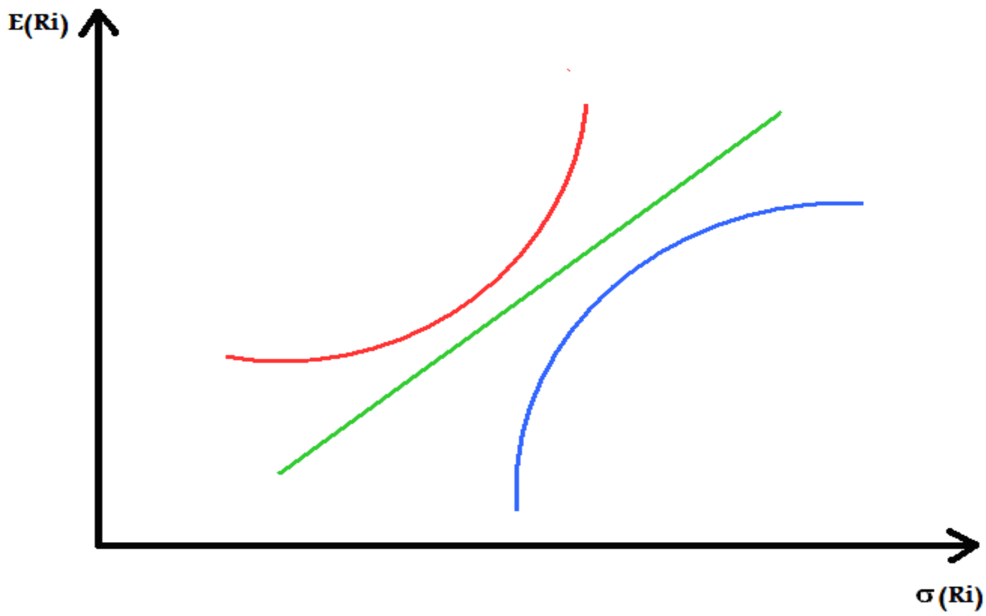
$$U(actif\ i)=f(E(r_i),\ \sigma(_{ri}))=f(\mu_{,},\ \sigma_i)$$

Il est évident que : $f_{E(ri)} > 0$ et $f_{\sigma(ri)} < 0$

Remarquons que l'accroissement de la rentabilité espérée est une bonne chose pour le décideur alors que l'accroissement du risque est une mauvaise chose. En conséquence, un agent économique n'acceptera de supporter une unité de risque supplémentaire qu'en contrepartie d'un certain accroissement de la rentabilité espérée. Ce dernier est déterminé en fonction des préférences du décideur et surtout de sa tolérance pour le risque. La tolérance pour le risque d'un investisseur mesure exactement son aversion pour le risque. Un investisseur qui est très peu tolérant au risque n'acceptera un accroissement unitaire du risque que si la rémunération conséquente qui est l'accroissement de $E(_{Ri})$ est suffisamment élevée pour le convaincre de le faire. En conséquence, les deux composantes du couple risque-rentabilité évoluent inversement.

On peut, comme en microéconomie, établir des courbes d'indifférence. Ces dernières donnent pour chaque investisseur les couples $E(r_i)$ et $\sigma(r_i)$ entre lesquels il est indifférent. Si pour un investisseur la rentabilité espérée augmente plus vite au risque alors l'investisseur est averse au risque ou risquophobe (courbe rouge). Si le lien entre la rentabilité espérée et le risque est linéaire alors l'investisseur est neutre au risque (droite verte). Lorsque la rentabilité espérée augmente moins vite que le risque alors l'investisseur aime le risque ou risquophile (courbe bleue).

Graphique : Courbes d'indifférence entre risque et rentabilité espérée




## 5. Brève histoire de la théorie financière

La théorie financière ou plus largement les financial economics remontent à 1900 lorsque Luis Bachelier a soutenu une thèse en mathématiques portant sur la théorie de la spéculation. L. Bachelier a modélisé, en utilisant les processus stochastiques, les cours des actions. Dans la même période (1903), Filip Lundberg, de l’université d’Uppsala (Suède), a développé des instruments sophistiqués pour faire la même chose dans la théorie des assurances. Dans les années 1920s, la théorie financière a été nourrie de l’étude des décisions microéconomiques de la firme. Le problème de l’allocation de l’épargne pour l’investissement, qui est une question d’arbitrage intertemporel, a poussé I. Fisher en 1930 à proposer le concept d’actualisation et de préférence pour le présent ce qui permet, en acceptant cette hypothèse et en disposant d’un taux d’actualisation/de préférence, pour le présent et d’une prévision acceptable des flux de revenus à évaluer la valeur actuelle d'un actif.

Le Big Bang de la théorie financière moderne date de 1952 lorsque H. Markowitz publia son article *Portfolio selection* dans *Journal of Finance*. En adoptant quelques hypothèses pas très irréalistes, H. Markowitz a pris l’espérance de la rentabilité et la variance de cette dernière comme les seuls éléments qui commandent le choix entre actifs. Depuis la publication des travaux de H. Markowitz, la finance a certes évolué mais le modèle Moyenne-variance est toujours utilisé par les gestionnaires de fonds pour traiter d’autres problèmes pratiques ce qui en fait une plateforme de recherche.

W. Sharpe, J. Lintner, Mossin et autres ont utilisé le cadre moyenne-variance élaboré par H. Markowitz, pour créer le modèle d’évaluation des actifs financiers. Ce modèle montre l’existence, lorsque les prix des actifs sont déterminés par la loi de l’offre et de la demande, d’une relation précise entre la rentabilité espérée d’un actif, la rentabilité espérée du marché, la rentabilité certaine de l’actif sans risque et la mesure de la volatilité de l'actif $\beta$.

L’hypothèse de l’efficience des marchés a été proposée en 1965 par P. Samuelson et a été approfondie après par E. Fama dans une série d'articles. Un marché est dit efficient si les prix reflètent toutes les informations disponibles concernant un actif échangé sur le marché. Le concept d’efficience reprend l'idée centrale de L. Bachelier selon laquelle le prix d'un actif financier est aléatoire conditionnellement/par rapport à l'état présent des affaires.

Un autre jalon dans la théorie financière moderne est la contribution de F. Modigliani et Merton Miller dans le domaine de la corporate finance. En effet, ces deux auteurs ont montré en 1958 que, sous certaines hypothèses, la structure financière d'une firme n'a pas d'impact sur sa valeur.

Une importante révolution de la théorie financière moderne a été initiée par la découverte, par F. Black, M. Scholes et R. Merton, d'une formule pour la tarification d'une option européenne d'achat ou de vente d'une action ne versant pas de dividendes. En effet, ces trois auteurs ont formulé la théorie des options permettant via une modélisation du processus de formation des prix des actifs de calculer la probabilité que le cours $P_t$ dépasse une certaine valeur K à la date t.

A la fin des années 1970s et au début des années 1980, Harrison, Pliska et Kreps ont utilisé la théorie des processus stochastiques continus pour asseoir l'apport de Black, Scholes, et Merton sur la théorie solide des martingales et par suite la possibilité de tarifer d'autres produits financiers dérivés.

## 6. Conclusion

Depuis toujours, les hommes savent diversifier les instruments de placements de leurs richesses pour tirer profit des avantages procurés par chaque placement. Le souci principal des investisseurs est de ne pas mettre leurs œufs dans le même panier. Remarquons que lorsque les rentabilités des actifs sont corrélées ce n'est pas un actif précis qui est important mais le mix ou le portefeuille des actifs qui l'est. Le premier avantage de la constitution d'un portefeuille est la diversification des risques.

La théorie de gestion de portefeuille a permis de rationaliser le processus de constitution de portefeuilles. En plus de son utilité dans les problèmes de construction de portefeuille, c'est encore un domaine de recherche intellectuellement très excitant. Malgré presque 60 ans depuis la publication par H. Markowitz de son papier, des améliorations, des raffinements et des adaptations sont continuellement réalisés pour exploiter le cadre d'analyse en vue de parfaire la qualité des décisions prises que ce soit par les actionnaires ou les gestionnaires de fonds soucieux d'améliorer le couple risque-rentabilité de leurs portefeuilles.

**Questions**

1. Un exportateur marocain a des devises et pense que cet argent est un actif. Expliquez comment?
2. Une résidence secondaire non louée est un actif, oui ou non ?
3. Un projet est un actif acquis à un certain prix et permettant de disposer d'un flux de revenus y compris une valeur résiduelle en cas de liquidation du projet à une certaine date future T. Expliquez.
4. Une firme est un actif qui généré des revenus. Expliquez.
5. La rentabilité espérée et l'écart type de l'actif A sont $E(r_a)$=0,07 et $\sigma(r_a)$=0,10. L'investisseur $I_1$ déclare qu'il est indifférent entre obtention d'un actif A ou d'un actif C de rentabilité espérée $E(r_c)$=0,14 et d'écart type $\sigma(r_c)$=0,23. L'investisseur $I_2$ déclare qu'il est indifférent entre acquérir l'actif A ou un nouvel actif D de rentabilité espérée 0,25 et d'écart type 0.23. Lequel des deux investisseurs est plus averse au risque ?
6. Une entreprise qui vend la licence d'exploitation d'un brevet considère ce dernier comme un actif, est-ce justifié?

7. Un entrepreneur veut soumissionner pour s'adjuger le droit d'exploitation des arbres d'une forêt. D'après les données qu'il a collecté, les cash flows qu'il peut réaliser avec certitude de la vente du bois à la fin de chacune des trois années de l'exploitation sont 1 900 000, 2 300 000 et 3 000 000. La loi d'exploitation des forêts exige le reboisement de la forêt et ce coût est égal à 350 000 DH. Déterminer le montant maximum que l'investisseur acceptera de payer pour avoir l'autorisation d'exploiter la forêt. Le taux de placement sûr

**Références**

Viviani, J.-L., Gestion de portefeuille, 2ème édition, Dunod, Chapitre 2. Evaluation actuarielle et simplifiée d’action pp. 21-62

Miller, M. H., (1999), The History of finance, an eyewitness account, The Journal of Portfolio Management, Summer, pp. 95-101

Whelan, S. F., D. C. Bowie and A. J. Hibbert, (2002), A primer in financial economics, B.A.J. 8, I, 27-74 (2002)