

L'aide multicritère à la décision.

Introduction.

1. De monocritère vers le multicritère.
2. L'aide multicritère à la décision.
3. Les différentes problématiques multicritères.
4. Les principales méthodes multicritères.
5. Exigences pour des méthodes multicritères appropriées.
6. Les avantages et les limites de l'analyse multicritère.

Conclusion.

Introduction:

Dans le chapitre précédent, nous avons constaté que la prise de décision constitue l'activité principale et essentielle des gestionnaires dans les organisations. Cette activité devient de plus en plus complexe, car ces gestionnaires (décideurs) cherchent à intégrer dans leurs décisions plusieurs facteurs de nature assez diversifiée. Les situations de choix sont nombreuses où les actions potentielles sont évaluées sur la base de plusieurs objectifs ou critères.

L'aide multicritère à la décision est un nouveau monde de concepts, d'approches, de modèles et de méthodes qui visent à aider le gestionnaire (le décideur) à décrire, évaluer, ranger, choisir ou rejeter un ensemble d'actions, pouvant être exercées sur des candidats, des produits ou des projets. Cet exercice est basé sur l'évaluation à l'aide de notes (scores), de valeurs, d'intensité de préférence, et ce, en fonction d'un ensemble de critères. Ces derniers peuvent représenter divers aspects tels que: les objectifs, les buts, les cibles, les valeurs de préférence, les degrés d'aspiration et les fonctions d'utilité.

Dans ce chapitre, on présente quelques notions fondamentales en problème multicritère, les différentes problématiques multicritères, les principales méthodes multicritères et aussi les avantages et les limites de l'analyse multicritère.

1. De monocritère vers le multicritère:

1.1- Le paradigme monocritère:

Le paradigme monocritère se formule de la façon suivante:

$$\text{Opt } \{f(x) / x \in A\}$$

Cette expression fait clairement apparaître les trois étapes de la modélisation: ⁵²

- (1) Il faut définir l'espace **A** de solution.
- (2) La modélisation des préférences du décideur se fait au moyen d'un critère d'évaluation **f(x)**. Pour tout **x** \in **A**, **f(x)** est un nombre réel représentant soit un profit (dans ce cas il doit être maximisé) soit un coût (il doit alors être minimisé).
- (3) Le processus d'investigation mathématique consiste à optimiser **f(x)** (maximiser ou minimiser) sur l'espace **A**. Il s'agit souvent d'un algorithme, plus ou moins compliqué selon le cas.

Le paradigme monocritère apparaît donc comme un problème d'optimisation, et son avantage est de donner lieu à un problème clairement posé. Tous les problèmes classiques de la recherche opérationnelle, établis progressivement depuis 1937, sont de ce type. Citons notamment la programmation linéaire, non linéaire, dynamique, la théorie des graphes et des réseaux, l'optimisation combinatoire, la théorie des jeux, les problèmes de localisation, les problèmes de transport, la théorie de file d'attente, la gestion des stocks, les problèmes d'ordonnancement, la gestion de la production,...

Le paradigme monocritère implique que la modélisation des préférences se fasse au moyen d'un critère qui synthétise à lui seul tous les objectifs du décideur, toutes les conséquences de la décision.

D'après **Schärli**, cette approche est bien adaptée au traitement de certains problèmes techniques, mais présente toute fois de gros inconvénients dans un grand nombre de cas, surtout où le facteur humain intervient. ⁵³

Pour bien illustrer le fait que les problèmes monocritère ne sont pas adaptés aux traitements de la réalité humaine, considérons l'exemple suivant:

Considérons un individu qui doit acheter une nouvelle voiture. S'il ne raisonnait que suivant un seul critère et ne s'intéressait qu'au coût de l'achat (car lorsqu'on ne s'intéresse qu'à un seul critère, c'est souvent l'aspect financier qui l'emporte), il roulerait avec la voiture la moins

⁵²-Alain Schärli, "Décider sur plusieurs critères: Panorama de l'aide à la décision multicritère", 1^{er} Ed, Presse polytechniques romandes, Lausanne, 1985, p 33.

⁵³-Idem, p 33.

chère sur le marché. Or on sait que la réalité est tout autre: on voit toutes sortes de voitures dans les rues, de la moins chère à la plus onéreuse: le chef d'entreprise préférera avoir la voiture la plus confortable et la plus voyante sans vraiment faire attention au prix, le chef de famille voudra un véhicule pratique et assez grand pour emmener toute sa famille, tandis que l'étudiant se contentera de la voiture la moins chère, pourvu qu'elle fonctionne...

Cela ne peut s'expliquer que par la prise en compte, dans la tête de chaque individu, d'autres critères en plus du pécuniaire: le confort sous tous ses aspects, la satisfaction personnelle, l'impression produite sur autrui, et ainsi de suite.

1.2- Propriétés du paradigme monocritère:

Considérons le modèle monocritère: $\text{Opt } \{f(x) / x \in A\}$, où nous supposerons, sans perte de généralité, que le critère $f(x)$ doit être maximisé.

Ce problème monocritère possède plusieurs propriétés:⁵⁴

Propriété 1: problème bien posé

Dans le paradigme monocritère, la notion de solution optimale a en général un sens. Il s'agit d'une solution x' telle que:

$$f(x') \geq f(x), x \in A$$

C'est une solution optimale que l'on soumettra au décideur dans le cas d'une problématique de choix. Si le décideur estime que le modèle est cohérent avec la réalité, il n'a plus d'espace de liberté. Il doit alors adopter une solution optimale.

Propriété 2: relation de dominance (I,P)

Le critère $f(x)$ permet de différencier les actions de A . Il implique de façon naturelle une relation de dominance (I,P) sur les éléments de A pris deux à deux et telle que:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(a) > f(b) \iff aPb \\ f(a) = f(b) \iff aIb \\ f(a) < f(b) \iff aRb \end{array} \right.$$

⁵⁴-Célin Vilain, "Méthode flowsort au problème du tri multicritère", Mémoire de licence en sciences mathématiques, Université libre de Bruxelles, 2007, p 15.

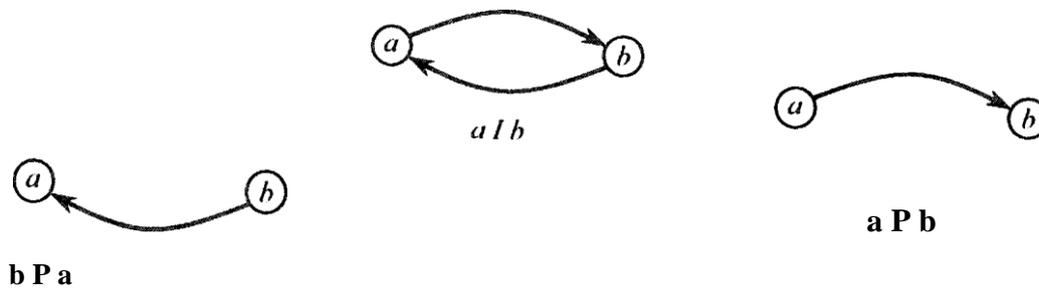


Figure n° 06: Relation de dominance

Où **P** désigne la préférence et **I** l'indifférence. La figure précédente est une représentation graphique de cette relation.

Propriété 3: préordre complet

La relation (**I,P**) n'est pas une relation quelconque. Elle permet aussi de ranger les actions de la moins bonne à la meilleure, avec éventuellement la présence d'ex aequo. On parle dans ce cas de préordre complet.

Ce préordre sera soumis au décideur en cas de problématique de rangement. Le préordre est complet car toutes les actions sont comparables deux à deux.

Propriété 4: transitivité

Les relations **I** et **P** sont transitives. En effet:

$$\begin{cases} aPb, bPc \implies aPc \\ aIb, bIa \implies aIc \end{cases}$$

Illustrons ces propriétés par l'exemple très simple suivant: le problème réel est de sélectionner un équipement parmi quatre équipements possibles (a_1, a_2, a_3, a_4). On connaît le profit résultant du choix de chacun de ces équipements. Le décideur souhaitant simplement maximiser son profit, celui-ci devient le critère d'évaluation. La réalité est donc modélisée de la façon suivante.

Le graphe de dominance de la figure fait clairement apparaître la relation (**I,P**). Toutes les actions sont comparables. Il y a au moins une flèche entre chaque paire d'actions.

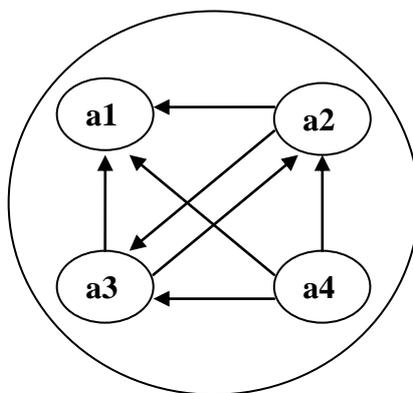


Figure n° 07 : Equipements, profits et graphe de dominance.

Dans ce cas-ci, la solution optimale est unique: a3 maximise le profit. Les solutions peuvent également être rangées de la meilleure à la moins bonne. Le classement correspondant est donné comme suit:

a3, (a2 et a4 ex æquo), a1

On remarque que le préordre complet comporte des ex-æquo.

1.3- Critiques du paradigme monocritère:

Les critiques principales de l'approche monocritère pour un problème de décision sont les suivantes:⁵⁵

- Ne pas tenir compte de la situation d'incomparabilité qui pourtant est une caractéristique bien humaine. Il est en effet fréquent que, comparant deux actions potentielles, un décideur ne parvienne pas à dire laquelle il préfère.
- Ne pas considérer qu'il existe des cas où l'indifférence est intransitive.

Sous ces hypothèses, la relation caractéristique est donc supposée complète et transitive, ce qui implique qu'un problème monocritère sera toujours représenté par une structure de préordre total. Pour pallier à ces hypothèses qui semblent trop fortes pour pouvoir modéliser un problème dans lequel le facteur humain apparaît, nous introduisons ici un modèle multicritère.

⁵⁵-Alain Schärlig; op cit; p38.

1.4- pourquoi l'approche multicritère?

Une approche multicritère a comme principale caractéristique de formaliser (ou modéliser) la préparation des décisions. Tout d'abord, elle améliore la transparence du processus de décision. Ensuite, elle définit, précise et met en évidence la responsabilité du décideur.

Bernard Roy caractérise le paradigme multicritère comme un «nouveau schéma de pensée pour comprendre ou agir sur un système», en considérant que:⁵⁶

- Plusieurs critères sont à l'œuvre pour conduire le système ou guider son évolution.
- Ces critères sont, au moins localement, conflictuels.
- Les compromis ou arbitrages ont pour objet de conférer aux critères des valeurs compatibles avec une certaine forme d'équilibre et, s'il y a succession, cela tient au caractère transitoire de l'équilibre atteint.

1.5- Le paradigme multicritère:

Le paradigme multicritère s'énonce de la façon suivante:⁵⁷

$$\text{Max } \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x) / x \in A\}$$

On suppose ici que les k critères $f_j(x)$, $j=1,2,\dots,k$ sont des applications de A sur l'ensemble des nombres réels. Ces critères sont en général exprimés dans des unités distinctes. On considère ici le cas où le décideur souhaite maximiser tous les critères, ce qui facilite l'énoncé des propriétés. Ce cas n'est cependant pas restrictif et les résultats énoncés s'étendent directement au cas plus général dans lequel certains critères sont à maximiser et d'autres à minimiser.

⁵⁶-Jérôme Costa, Negar Armaghan, Jean Renaud, Michel Martinez, Article: "Connaissances industrielles et analyse multicritère", France, mars 2006, p 134.

⁵⁷-Perny P, "Multicriteria filtering methods based on concordance and non-discordance principales", Annals of Operations Research, 1998, p 137.

1.6- Propriétés du paradigme multicritère:

Propriété 1: problème mal posé.

Un modèle multicritère correspond à une certaine réalité économique, industrielle ou autre, le décideur souhaitant optimiser plusieurs critères simultanément. Conformément aux vœux du décideur, le problème est donc bien posé, économiquement bien posé. Malheureusement, et c'est ici la difficulté majeure de l'approche multicritère, ce problème n'admet généralement pas de solution x' telle que:⁵⁸

$$f_j(x') \geq f_j(x), \forall x \in A, \forall j = 1, 2, \dots, k$$

Dès lors, il s'agit d'un problème sans solution, donc mathématiquement mal posé.

Bien entendu, s'il existe une solution optimale sur l'ensemble des critères (cas rare), cette solution sera soumise au décideur dans le cas d'une problématique de choix. Sinon, il faudra se contenter d'une solution de compromis. Chaque méthode multicritère s'efforce de proposer les meilleures solutions de compromis possibles.⁵⁹

Propriété 2: relation de dominance (I, P, R)

Les k critères induisent de façon naturelle la relation de dominance suivante sur A :⁶⁰

$$aPb \Leftrightarrow \begin{cases} f_j(a) \geq f_j(b), \forall j=1, \dots, k \\ \exists h: fh(a) \succ fh(b) \end{cases}$$

$$aIb \Leftrightarrow f_j(a) = f_j(b), \forall j=1, \dots, k$$

$$aRb \Leftrightarrow \begin{cases} \exists h: fh(a) \succ fh(b) \\ \exists h': fh'(a) \prec fh'(b) \end{cases}$$

Où **P** désigne la préférence, **I** l'indifférence et **R** l'incomparabilité, c'est-à-dire l'absence de relation entre **a** et **b**. la relation de dominance, si l'on exclut **R**, est donc une relation partielle.

Observons que la préférence et l'indifférence sont fondées sur l'unanimité des points de vue (de tous les critères).

⁵⁸ -Landry M, "L'aide multicritère à la décision comme support à la construction du sens dans l'organisation", système d'information et management, vol 3, 1998, p 39.

⁵⁹ -Idem, p40.

⁶⁰ -Vansnick J.C, "L'aide multicritère à la décision: une activité profondément ancrée dans son temps", Newsletter of the European Working Group, Series 6, Spring, 1995, p 20.

Propriété 3: Pareto-optimalité (efficacité)

Une solution $a \in A$ est appelée Pareto-optimale ou efficace si elle n'est dominée par aucune autre solution. Si E désigne l'ensemble des solutions efficaces, le décideur est logiquement invité à décider parmi les solutions de E dans le cas d'une problématique de choix.⁶¹

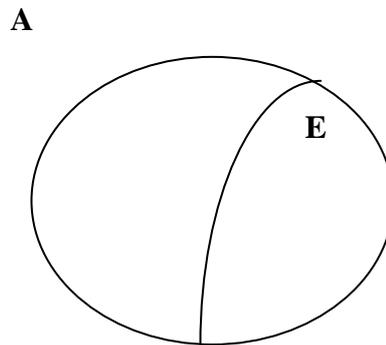


Figure n° 08: solutions efficaces.

Il faut cependant observer que la détermination de l'ensemble E , à laquelle se limite d'ailleurs un certain nombre de méthodes multicritères, ne résout en général pas le problème. En effet, d'une part E contient souvent un nombre élevé de solutions (le cas n'est d'ailleurs pas rare où toutes les solutions sont efficaces) et d'autre part les solutions efficaces sont souvent de nature opposée: quand une solution est bonne sur un critère, elle est généralement moins bonne sur d'autres.

Nous sommes donc confrontés à une situation fort différente du cas monocritère dans lequel une solution optimale s'impose (ou éventuellement plusieurs solutions optimales indifférentes).⁶²

Il importe donc de ne pas confondre les notions d'optimalité (cas monocritère) et de Pareto-optimalité (cas multicritère). Dans ce dernier cas, décider sur E reste un problème délicat: les solutions efficaces, bien qu'incomparables, ne sont pas indifférentes.

Propriété 4: transitivité

Certaines méthodes multicritères respectent la transitivité de la préférence ou de l'indifférence, d'autres non. Ceci dépend de la technique proposée par chaque méthode pour la recherche de solutions de meilleur compromis.

Observons à ce sujet qu'en cas d'évaluation multiple, il n'y a pas lieu d'imposer la propriété de transitivité.⁶³

⁶¹ -Mareschal B, "Stochastic multicriteria decision making under uncertainty", European Journal of Operation Research, p 58.

⁶² -Idem, p59.

2. L'aide multicritère à la décision:

2.1- Définition:

Philippe Vincke a défini l'aide multicritère ainsi: "L'aide multicritère à la décision vise, comme son nom l'indique, à fournir à un décideur des outils lui permettant de progresser dans la résolution du problème de décision à plusieurs points de vue, souvent contradictoires, doivent être pris en compte."⁶⁴

Pour **Bouyssou**, l'argument réaliste selon lequel la réalité étant multidimensionnelle, il est naturel que l'on prenne en compte plusieurs points de vue pour aider à la décision et donc qu'on utilise des méthodes multicritères, ne peut à lui seul justifier d'adopter une démarche multicritère pour aider à la décision. Utiliser un tel argument conduirait à voir le monocritère comme un cas limite et dégénéré du multicritère.⁶⁵

L'aide multicritère à la décision œuvre à apporter un éclairage et des explications à une catégorie de problèmes où:⁶⁶

- Plusieurs critères quantitatifs et qualitatifs sont pris en considération;
- Ces critères sont souvent hétérogènes;
- Ces critères sont généralement conflictuels;
- Ces critères sont généralement considérés d'inégale importance.

2.2- Concepts et terminologie:

A/ Les actions:

Une action est une représentation de l'élément de solution qui contribue à la décision (par exemple, une région, un site, un investissement, une offre..., etc; constituent des actions); quand les actions sont exclusives, on pourra utiliser le terme variantes (en anglais alternatives).

Action potentielle:

Une action potentielle est une action réelle ou fictive provisoirement jugée réaliste par un acteur au moins ou présumée telle par l'homme d'étude en vue de l'aide à la décision; l'ensemble des actions potentielles sur lequel l'aide à la décision prend appui au cours d'une phase d'étude est notée "A"⁶⁷.

⁶³ -Bouyssou D, Roy B, "Aide multicritère à la décision: methodes et cas", Economica, Paris, 1993, p52.

⁶⁴-Philippe Vincke, "L'aide multicritère à la décision", 1^{er} Ed, Ed de l'université de Bruxelles, Belgique, 1989, p18.

⁶⁵-Bouyssou D, "Décision multicritère ou aide multicritère?", Newsletter of the european working groupe, Series 2, 1993, p 2.

⁶⁶-Amor Laaribi, "SIG et analyse multicritère", Hermes science publications, 1^{er} Ed, Paris, 2000, p 51.

⁶⁷-Bernard Roy, "Méthodologie multicritère d'aide à la décision", op cit, p 62.

B/ Les objectifs:

Un objectif indique le sens de l'amélioration qu'un décideur souhaite apporter à un système lors d'un changement d'état. Il reflète l'aspiration du décideur. Les trois manières de poursuivre un objectif sont de le maximiser, de le minimiser ou de le maintenir dans un certain état. Des exemples industriels classiques de ces situations sont: maximiser le profit, minimiser le coût ou maintenir un équilibre économique. Des auteurs ajoutent à ces situations d'autres types d'objectifs comme: près d'une cible (but), plus grand ou plus petit qu'un certain seuil, dans un intervalle⁶⁸, ...

C/ Les attributs:

Les attributs correspondent à des caractéristiques des alternatives. Les attributs permettent d'évaluer les niveaux des objectifs.

D/ Les critères:

On peut parler de facteurs pour désigner tous les éléments qui contribuent à juger une action dans le domaine considéré. Ces facteurs peuvent être de deux types: des critères ou des contraintes.

Critère:

C'est un facteur de jugement sur la base duquel on mesure et on évalue une action; il diffère de la notion de variable dans la mesure où un critère est relié aux préférences du décideur alors qu'une variable ne l'est pas nécessairement.

Contrainte:

C'est un facteur permettant de circonscrire et de limiter les actions prises en considération; on pourrait l'appeler aussi critère d'admissibilité (par exemple, le site d'implantation d'une usine doit être à 500 mètres d'une autoroute). Il y a lieu d'émettre quelques remarques:⁶⁹

- Si les contraintes présentent des conditions qui doivent être complètement satisfaites, les critères présentent des conditions qu'on désire satisfaire à leur maximum;
- également, on constate dans la littérature qu'on a tendance à les confondre; ceci est un effet induit de l'approche monocritère où l'objectif est perçu comme étant opérationnel et nécessite un résultat (il s'apparente au critère dans notre perception).
- D'autres auteurs, utilisent le terme objectif pour les problèmes d'évaluation continus et le terme critère pour les problèmes discrets.

⁶⁸-Imed Othmani, "Optimisation multicritère: fondements et concepts", thèse de doctorat, l'université Joseph Fourier de Grenoble, 1998, p 5.

⁶⁹-Amor Laaribi, op cit, p 53.

2.3- Le problème multicritère:

La décision multicritère s'intéresse aux problèmes de prise de décision en présence de critères multiples éventuellement contradictoires. Ces problèmes se rencontrent à tous les niveaux, national, régional; managérial et personnel, et dans tous les domaines économiques, sociaux et environnementaux. Par exemple il peut s'agir de choisir entre plusieurs schémas d'organisation du système de santé celui qui permet au mieux de maîtriser les coûts, d'améliorer la qualité et l'accessibilité aux soins; de sélectionner des candidats à un concours selon les critères requis par les postes; d'adopter un nouveau processus de production dans une usine pour améliorer les délais, la qualité, et réduire les coûts en tenant compte de l'investissement et de la capacité d'apprentissage des employés.⁷⁰

Un problème de décision multicritère est une situation où, ayant défini un ensemble **A** d'actions et une famille **F** cohérente de critères sur **A**, on désire:⁷¹

- Soit déterminer un sous-ensemble d'actions considérées comme les meilleurs vis-à-vis de **F** (problème de choix).

- Soit partitionner **A** en sous-ensembles suivant des normes préétablies (problème de tri).

- Soit ranger les actions de **A** de la meilleure à la moins bonne (problème de rangement).

Un problème de décision multicritère n'est évidemment pas une réalité objective dont on peut donner une description immédiatement acceptable par tout le monde (comme le sont souvent les phénomènes relevant des "sciences exactes").

2.4- Formulation multicritère d'un problème de décision:

Dans la terminologie introduite par **Vansnick**⁷², la formulation multicritère d'un problème de décision peut être définie comme le modèle "**A,A/F,E**" où:

A est l'ensemble des actions potentielles (envisageables, admissibles...). Cet ensemble peut être défini explicitement (ensemble fini), les conditions étant implicites, ou implicitement (en général ensemble infini), les contraintes étant explicites. Dans ce deuxième cas, on a recours à la programmation mathématique à objectifs multiples (**PMOM**) et l'on désigne souvent l'ensemble des actions admissibles par le système **X**;

⁷⁰-Philippe Vincke, op cit, p 54.

⁷¹-Idem, p 54.

⁷²-Vansnick J.C, "Measurement theory and decision aid", Readings in multiple criteria decision aid, Springer-verlog, Berlin, 1990, p 81.

A/F est l'ensemble fini des attributs ou critères (selon l'école à la quelle on adhère), généralement conflictuels, à partir desquels les actions seront évaluées;

E est l'ensemble des évaluations de performances des actions selon chacun des attributs ou critères, c'est-à-dire l'ensemble des vecteurs de performances, un vecteur par action.

D'après **Jacquet-Lagrèze**, dans plusieurs problèmes de décision multicritère, la modélisation formelle du problème s'arrête à la définition des actions et des critères, laissant au décideur la responsabilité de la prise de décision, sans aucun modèle mathématique pour agréger les différents critères⁷³.

Par ailleurs, la grande partie des travaux en aide multicritère (**AMC**) concernent la phase d'évaluation (développement des méthodes). Néanmoins, on s'intéresse de plus en plus à la première phase; celle de la structuration. Au-delà de la définition de l'ensemble d'action **A**, qui n'est pas du tout une activité triviale, une partie clé pour tout modèle multicritère est la sélection de la famille de critères qui seront utilisés pour l'évaluation. Il ne s'agit pas d'une étape triviale qui doit se faire obligatoirement avant la phase d'évaluation. Elle permet de rendre explicite les systèmes de valeur de tous les acteurs impliqués dans le problème de décision. La phase de structuration de différentes opportunités de décision, la construction de nouvelles actions ainsi que l'évaluation des actions.⁷⁴

2.5- Difficulté d'un problème multicritère:

La plupart des décisions qui font l'objet d'études multicritères sont de nature complexe et leurs conséquences sont importantes et stratégiques. L'aspect conflictuel des critères, l'indétermination et le manque d'information liés au problème sont souvent avancés comme les sources de sa complexité⁷⁵.

La principale difficulté d'un problème multicritère est qu'il s'agit d'un problème mathématiquement mal posé. C'est-à-dire sans solution objective. Il n'existe pas, en général, d'action meilleure que toutes les autres simultanément pour les critères: le concept de solution optimale n'a donc pas de sens dans un contexte multicritère. De même, un problème de rangement n'aura une solution objective que si tous les critères donnent le même rangement, ce qui est tout à fait exceptionnel. «Résoudre» un problème de décision multicritère ne consiste donc pas à rechercher une sorte de vérité cachée (alors que c'est le cas dans un

⁷³-Salem Chakhar, "Cartographie décisionnelle multicritère: formalisation et implémentation informatique", Thèse de Doctorat en informatique, Université Paris Dauphine, 2006, p 37.

⁷⁴ -Idem, p38.

⁷⁵-Bouyssou D, "Approches descriptives et constructives d'aide à la décision: fondements et comparaison", Thèse de Doctorat, Université Paris Dauphine, 1984, p 43.

problème d'optimisation classique), mais à aider le décideur à maîtriser les données (souvent complexes) de son problème et à progresser vers une solution. Celle-ci sera donc plutôt une action de compromis et il faut accepter qu'elle dépende fortement de la personnalité du décideur, des circonstances dans lesquelles se fait l'aide à la décision, de façon dont on formule le problème et de la méthode d'aide à la décision qui est utilisée. Ces caractéristiques sont évidemment gênantes pour des scientifiques habitués à résoudre des problèmes dont la solution existe indépendamment d'eux⁷⁶.

2.6- Démarche multicritère:

Il existe différentes démarches pour faire face à la situation de décision multicritère. Chacune met l'accent sur certains aspects aux dépens d'autres et, par conséquent, chacune a ses avantages et ses inconvénients.

Roy se base sur une approche de "bas vers le haut" (bottom-up) qui consiste à identifier toutes les conséquences pouvant résulter de la mise en œuvre des actions, quel'on structure en dimensions puis en axes de signification autour desquels sont construits les critères⁷⁷.

Keeney se base sur l'approche du "haut vers le bas" (top-down) qui consiste à construire une structure hiérarchique ayant à son premier niveau l'objectif global qui est éclaté en sous-objectifs jusqu'à ce que l'on atteigne un niveau mesurable que l'on qualifie d'attributs⁷⁸.

Laaribi a proposé une approche intermédiaire qui, selon lui, est de portée générale. IL décrit son approche comme suit:⁷⁹

Partant d'une situation de décision quelconque (perception d'un problème de décision), il y a lieu de tenter de dégager au départ les objectifs qu'on cherche à atteindre. En tenant compte de ces objectifs, un faisceau de points de vue pourrait se dégager, exprimant en quelque sorte des classes de critères. Aussi, les objectifs permettraient de définir des actions (globales) ou des scénarios (ensemble d'actions fragmentées), tandis que la famille de points de vue se traduit généralement en un ensemble de critères qui permettent de procéder à une évaluation des

⁷⁶-Philippe Vincke, op cit, p55-56.

⁷⁷-Bernard Roy; op cit, p 318.

⁷⁸-Keeney R.L, "Valued-focused thinking: A path to creative decision", Harvard university press, Cambridge, USA, 1992, p123.

⁷⁹-Amor Laaribi, op cit, p 57.

actions ou des scénarios. Une fois l'évaluation effectuée, on procédera à l'investigation par une procédure d'agrégation multicritère appropriée afin de parvenir à une recommandation.

Différents démarches d'analyse multicritère⁸⁰:

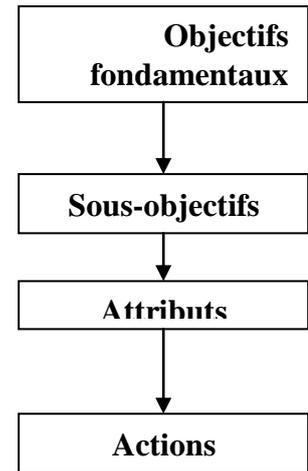
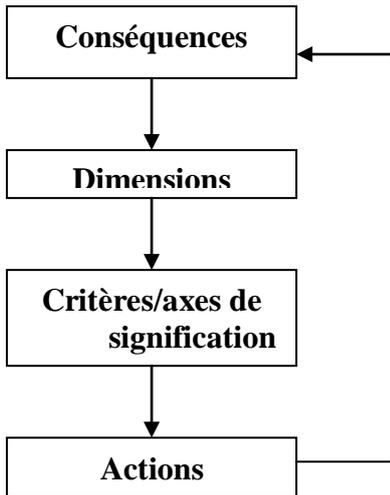


Fig n°09:démarche top-down de Kenney

Fig n°10:démarche bottom-up de Roy

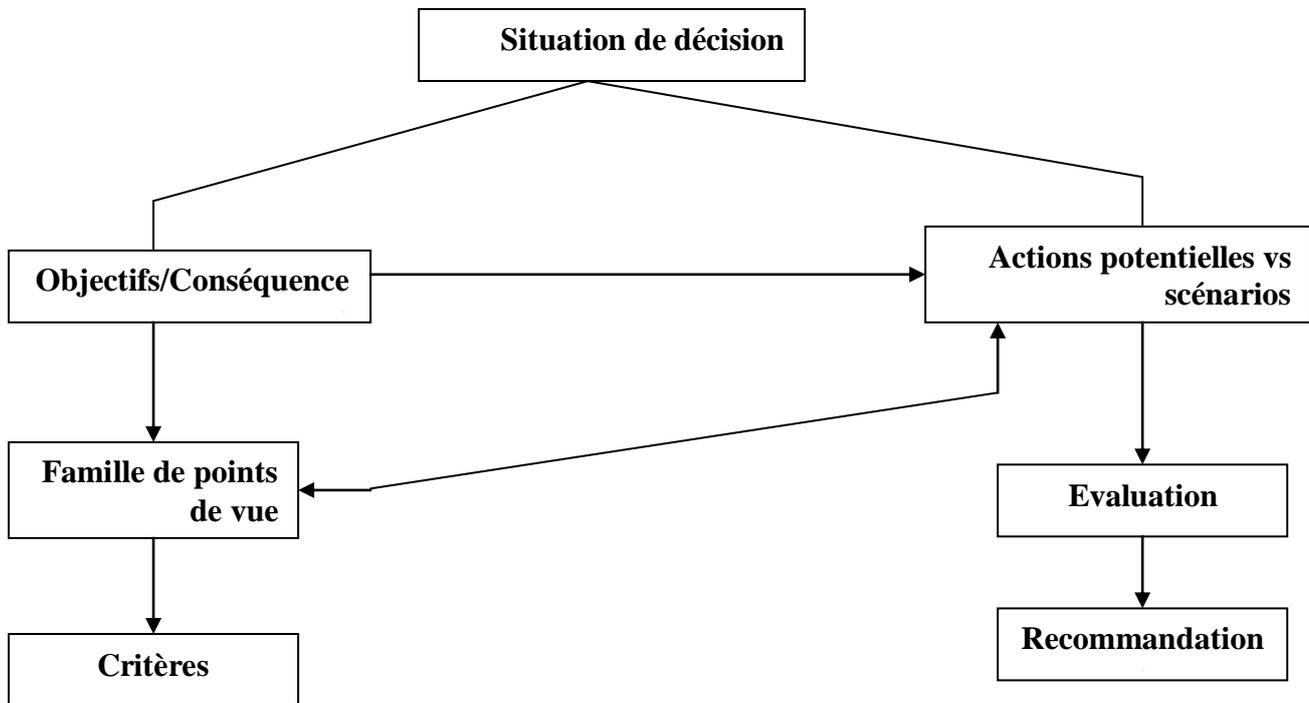


Figure n°11:Démarche intermédiaire de Laaribi.

⁸⁰ - Idem, p 59.

2.7- Nature des problèmes multicritères:

Les problèmes multicritères sont généralement classifiés selon⁸¹:

- La nature des conséquences des décisions qui sont modélisées comme
 - déterministes, stochastique ou floues,
 - réversibles, lourdes, ou irréversibles;
- La nature de l'ensemble des alternatives qui sont modélisées
 - explicite avec un nombre d'alternatives fini.
 - implicite avec un nombre d'alternatives infini. Dans cette classe, nous retrouvons les problèmes de programmation multi-objectif;
- Le contexte dans lequel la décision est prise: décision publique ou privée;
- Le nombre de décideurs: décision de groupe ou individuelle.

L'ensemble des méthodes et des modèles développés en analyse multicritère ont un but commun qui vise à aider le décideur à prendre une décision qui le satisfait, et ce, au meilleur de sa connaissance vis-à-vis de la situation décisionnelle à laquelle il fait face. En ce sens, il s'agit de la meilleure solution qu'il peut trouver en utilisant un outil opérationnel tel qu'un modèle ou une méthode. Ce processus d'aide à la décision vise à intégrer le décideur dans la démarche décisionnelle en lui offrant la possibilité de progresser vers une solution. Celle-ci dépendra de plusieurs facteurs, qui sont de nature subjective, tel que: la personnalité du décideur, les circonstances entourant l'activité décisionnelle, la façon dont le problème a été formulé et la méthode d'aide à la décision utilisée⁸².

En général et dans le contexte de l'ensemble **A** des actions potentielles, le problème de décision multicritère consiste à choisir une «meilleur» action (problème de choix) ou à trier les actions en vue d'une classification suivant des normes préétablies (problématique de rangement).

2.8- Les étapes d'aide à la décision multicritère

Brans⁸³ propose une démarche en trois étapes. Dans un premier temps, les alternatives potentielles sont identifiées. Dans un deuxième temps, les préférences du décideur sont modélisées, ce qui permettra de différencier les actions potentielles. Pour finir, un processus,

⁸¹-Imed Othmani, déjà cité, p 9.

⁸²-Philippe Vinck, op cit, p 52.

⁸³-Sébastien Bernard, "Spécification d'un environnement d'ingénierie collaborative multiste", Thèse de doctorat, Ecole national supérieur d'arts et métiers, centre d'Aix-en-Provence, 2004, p 87.

d'investigation mathématique, c'est-à-dire une procédure d'agrégation, est définie ou choisie afin de fournir des éléments de réponse au problème de décision.

1- Identification des alternatives potentielles:

L'identification des alternatives potentielles consiste à définir l'ensemble des alternatives qui doivent être examinées. Cet ensemble d'alternatives n'est pas toujours définitivement délimité. Il peut être soumis à des révisions. Des alternatives peuvent apparaître ou disparaître.

2- Modélisation des préférences du décideur:

La comparaison des alternatives à partir de leurs conséquences est souvent rendue difficile à cause de l'imprécision, de l'incertitude et de la mauvaise détermination de ces conséquences. C'est pourquoi la notion de critère est introduite. Les critères permettent de comparer les alternatives entre elles. Un critère est une fonction C à valeurs réelles définie sur l'ensemble des alternatives potentielles. Cette fonction est définie de telle sorte que deux alternatives a_1 et a_2 puissent être comparées en se basant sur les nombres $C(a_1)$ et $C(a_2)$. Les préférences du décideur peuvent ainsi être représentées par un ensemble de critères. Un poids peut aussi être associé à chaque critère, selon l'importance du critère par rapport aux autres.

Pour garantir une bonne représentation de ces préférences, l'ensemble des critères doit répondre à des exigences d'exhaustivité, de cohésion et de non redondance. Lorsque ces exigences sont vérifiées, la famille de critères est dite cohérente. L'évaluation des alternatives se fait sur la famille des critères.

Un tableau de performances qui présente les résultats de cette évaluation sur chaque critère donne une vue de l'ensemble des alternatives. Les critères sont sur les colonnes et les alternatives sont sur les lignes. La case $C_j(a_i)$ donne la performance de l'alternative a_i selon le critère C_j .

| | | Critères | | | | | |
|--------------|-------|----------|---------|-----|---------|-----|---------|
| | | $C_1()$ | $C_2()$ | ... | $C_j()$ | ... | $C_k()$ |
| Alternatives | a_1 | | | | | | |
| | a_2 | | | | | | |
| | ... | | | | | | |
| | a_i | | | | | | |
| | ... | | | | | | |
| | a_n | | | | | | |
| | | | | | | | |
| Poids | | | | | | | |

Tableau n°03: Matrice d'évaluation Alternatives/Critères.⁸⁴

⁸⁴ -Idem, p 88.

3- La procédure d'agrégation:

Une procédure d'agrégation multicritère doit être définie afin de répondre à la problématique de décision posée en s'appuyant sur le tableau des performances qui caractérise les alternatives potentielles à évaluer.

3. Les différentes problématiques multicritères

La problématique peut être perçue comme étant une orientation de l'investigation qu'on adopte pour un problème de décision donné. Elle exprime les termes dans lesquels le décideur ou l'homme d'étude pose le problème et traduit le type de la prescription qu'il souhaite obtenir. Roy distingue quatre problématiques:⁸⁵

3.1- Problématique du choix(P.α): aider à choisir une «meilleur» action ou à élaborer une procédure de sélection.

Il s'agit de la problématique la plus classique: celle qui consiste à poser le problème en termes du meilleur choix. C'est par rapport à elle que se sont développées les procédures d'optimisation. Toutefois, la définition que nous proposons ci-après fait apparaître la problématique de l'optimisation comme un cas particulier de cette problématique du choix.

- Définition: la Problématique du choix (**P.α**) consiste à poser le problème en termes de choix d'une seule meilleure action, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'un sous-ensemble **A'** de **A** aussi restreint que possible, conçu pour éclairer directement le décideur sur ce que doit être l'issue du prochain temps fort et ce compte-tenu du caractère éventuellement révisable et/ou transitoire de **A**; cette problématique prépare une forme de prescription ou de simple participation visant⁸⁶:

- Soit à indiquer avec un maximum de précision et de rigueur une décision à préconiser;
- Soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure de sélection (d'une meilleure action) convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.
- Soit du fait du caractère révisable et/ou transitoire de **A**;
- Soit parce que les éléments objectifs servant à asseoir la comparaison des actions sont insuffisamment précis;
- Soit par suite de la multiplicité des systèmes de valeurs qui sont en jeu;

⁸⁵ - Bernard Roy, "Méthodologie multicritère d'aide à la décision", op cit, p75.

⁸⁶- Bernard Roy, op cit, "Méthodologie multicritère d'aide à la décision", p 76.

3.2- Problématique du tri(P.β): aider à trier les actions d'après des normes ou à élaborer une procédure d'affectation

- **Définition:** la problématique du tri(P.β) consiste à poser le problème en termes de tri des actions par catégories, celles-ci étant conçues relativement à la suite à donner aux actions qu'elles sont destinées à recevoir, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'une affectation des actions de **A** à ces catégories en fonction de normes portant sur la valeur intrinsèque de ces actions et ce compte-tenu du caractère révisable et/ou transitoire de **A**; cette problématique prépare une forme de prescription ou de simple participation visant⁸⁷:

- Soit à préconiser l'acceptation ou le rejet pour certaines actions; d'autres pouvant donner lieu à des recommandations plus complexes compte-tenu de la conception des catégories;

- Soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure d'affectation à des catégories de toutes les actions convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.

3.3- Problématique du rangement(P.γ): aider à ranger les actions selon un ordre de préférence décroissante ou à élaborer une procédure de classement.

- **Définition:** la problématique du rangement(P.γ) consiste à poser le problème en termes de rangement des actions de **A** ou de certaines d'entre elles, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'un classement défini sur un sous-ensemble de **A** conçu en vue de discriminer les actions se présentant comme «suffisamment satisfaisantes» en fonction d'un modèle de préférences et ce compte-tenu du caractère révisable et/ou transitoire de **A**; cette problématique préparer une forme de prescription ou de simple participation visant⁸⁸:

- Soit à indiquer un ordre partiel ou complet portant sur des classes regroupant des actions jugées équivalentes;

- Soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure de classement (de tout ou partie de **A**) convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.

3.4- Problématique de la description(P.δ): aider à décrire les actions et/ou leurs conséquences de façon systématique et formalisée ou à élaborer une procédure cognitive.

- **Définition:** la problématique de la description(P.δ) consiste à poser le problème en termes limités à une description des actions de **A** et/ou de leur conséquences, c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'informations relatives aux actions potentielles

⁸⁷- Idem, p 80.

⁸⁸- Bernard Roy, op cit, "Méthodologie multicritère d'aide à la décision", p 84.

conçues en vue d'aider directement le décideur à les découvrir, à les comprendre, à les jauger et ce compte-tenu du caractère révisable et/ou transitoire de **A**; cette problématique prépare une forme de prescription ou de simple participation visant⁸⁹:

- Soit à présenter une description systématique et formalisée des actions et de leurs conséquences qualitatives ou quantitatives;

- Soit à proposer l'adoption d'une méthodologie fondée sur une procédure cognitive convenant à une éventuelle utilisation répétitive et/ou automatisée.

4. Les principales méthodes multicritères:

La littérature en aide multicritère à la décision renferme de nombreuses méthodes. **Roy** a regroupé ces dernières dans trois catégories principales représentant chacune d'entre elles des approches différentes. Ces catégories se présentent comme suit⁹⁰:

4.1-Méthodes d'agrégation selon l'approche du critère unique de synthèse:

Selon **Roy** cette approche est la plus classique. Les méthodes appartenant à cette catégorie sont généralement désignées sous le nom des méthodes d'agrégation complète. Elles consistent à agréger l'ensemble des critères, de manière à obtenir une fonction critère unique qui synthétise cet ensemble. Ainsi, cette fonction à optimiser, qui peut être par exemple une fonction d'utilité ou de valeur, agrège les préférences locales, au niveau de chaque critère ou attribut⁹¹. En d'autres termes, ceci revient, selon **Schärli**, à transformer un problème multicritère en un problème monocritère. Cependant, il est important de ne pas confondre analyse multicritère et analyse monocritère. **Roy** souligne, à ce sujet, que même lorsqu'une analyse multicritère s'achève par l'agrégation des critères en un critère unique, celle-ci diffère d'une analyse monocritère. Il considère que cette dernière prend a priori comme référence un critère unique en faisant l'économie de la détermination de l'ensemble des critères pertinents eu égard au contexte décisionnel en présence.

⁸⁹- Idem, p 89.

⁹⁰-Kazi Tani Amel, "La modélisation des préférences du décideur dans le modèle du goal programming", Thèse de doctorat en science de gestion, Université de Tlemcen, 2009, p 31-33.

⁹¹-Martel J.M, "L'aide multicritère à la décision: méthodes et applications", CORS-SCRO Bulletin, vol 33, N°1, 1999, p 6.

Il est à souligner que les termes fonction d'utilité et fonction de valeur sont parfois utilisés indifféremment dans la littérature relative à ce domaine pour désigner l'utilisation d'une fonction à des fins de modélisation des préférences du décideur.

Elles renvoient généralement aux préférences du décideur en rapport avec les degrés d'atteinte d'un critère⁹². Admis, tel que le souligne **Aouni**, que les fonctions d'utilité (multi-attribut) correspondent à un environnement incertain tandis que les fonctions de valeur sont utilisées dans les contextes décisionnels où l'information est déterministe. Ces méthodes qui se basent sur la construction d'une fonction d'utilité/de valeur ont été parmi les premières à être utilisées dans le domaine de l'aide multicritère à la décision. Avec l'évolution de la recherche relative à l'analyse multicritère, d'autres méthodes plus récentes sont apparues.

4.2- Les méthodes de surclassement selon l'approche du surclassement de synthèse:

A l'inverse de la première catégorie, cette classe de méthodes accepte, selon **Roy** considéré généralement comme le fondateur de ces méthodes, l'incomparabilité entre les différentes actions. Les méthodes appartenant à cette approche, d'inspiration française, sont appelées également les méthodes d'agrégation partielle. Cette appellation est due au fait que ces méthodes procèdent, généralement, par paires d'actions. En effet, les actions sont comparées deux à deux pour pouvoir vérifier l'existence d'une relation de surclassement ou pas. Une fois toutes les actions comparées de cette façon, une synthèse de l'ensemble des relations binaires est élaborée afin d'apporter des éléments de réponse à la situation décisionnelle posée. Il est à souligner qu'en général, ce type de méthodes s'applique aux cas où l'ensemble des actions est fini. Parmi les méthodes de surclassement les plus connues, nous retrouvons la méthode **ELECTRE** de **Roy** ainsi que les divers développements qu'elle a connus et la méthode **PROMETHEE** de **Brans**.

4.3- Les méthodes interactives selon l'approche du jugement local interactif:

Les méthodes interactives sont également appelées méthodes d'agrégation locale et itérative. Cette appellation renvoie au fait que ces dernières procèdent, en premier

⁹²-Aouni B, "Le modèle de programmation mathématique avec buts dans un environnement imprécis: sa formulation, sa résolution et une application", Thèse de doctorat, Faculté des sciences de l'administration, Université Laval, 1998.

lieu, par la détermination d'une solution de départ. Elles effectuent ensuite une recherche dans l'environnement de cette solution pour essayer d'aboutir à un meilleur résultat, d'où le qualificatif et progressif, le terme itératif a été également utilisé pour qualifier les méthodes interactives. Ainsi ces dernières permettent de modéliser les préférences du décideur de manière séquentielle et itérative. En effet, elles s'attachent à révéler progressivement des phases de calcul et de dialogue. Cette succession d'étapes a pour finalité d'arriver à un compromis final qui puisse satisfaire le décideur⁹³.

Depuis leur apparition aux alentours des années 70, plusieurs méthodes interactives ont été développées. Nous pouvons en citer quelques-unes: la méthode **STEM** de **Benayoun** et **Al**, la méthode **GDF** de **Geoffrion** et **Al**, et la méthode du point de référence de **Wierzbicki**.

5. Exigences pour des méthodes multicritère appropriées

La plupart des méthodes multicritères enrichissent la relation de dominance et exploitent les résultats obtenus en vue d'aider le décideur. Chaque méthode procède de façon différente. L'aide fournie au décideur par des méthodes distinctes ne sera donc pas forcément la même.

Dans ce paragraphe, nous formulons quelques conditions qui nous semblent devoir être remplies pour donner lieu à des méthodes satisfaisantes. De telles conditions peuvent être étudiées du point de vue du décideur, et alors il s'agit d'exigences très pratiques, ou du point de vue du mathématicien, et dans ce cas il s'agit plutôt de formuler des axiomes ou des propriétés devant être vérifiées.

En conclusion, il nous semble que, pour être de nature à donner satisfaction au décideur, une méthode multicritère doit au moins remplir les sept conditions suivantes: ⁹⁴

Condition 1: prise en compte des écarts

Il est important de prendre en compte les écarts entre les évaluations des actions sur chaque critère. Ce sont des données disponibles dès l'instant où les évaluations sont connues. Dans la pratique on observe d'ailleurs que les décideurs souhaitent toujours accorder une préférence plus ou moins grande à l'une ou l'autre action en fonction des écarts observés.

Condition 2: élimination des effets d'échelle

Les évaluations étant en général exprimées dans des unités différentes; il est essentiel d'éliminer toute influence des effets d'échelle. Il est impensable en effet que les résultats

⁹³-Kazi Tani A, déjà cité, p 33.

⁹⁴-Brans J.P, Bertrand M, "PROMETHEE-GAIA une méthodologie d'aide à la décision en présence de critères multiples", 1^{er} Ed, Edition de l'université de Bruxelles, Belgique, 2003, p 43-46.

fournis par une méthode multicritère soient dépendants des échelles utilisées. Ces effets peuvent être particulièrement pervers.

Condition 3: incomparabilité

Lorsque deux actions sont comparées, une des quatre conclusions suivantes doit pouvoir être proposée au décideur:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{a P b} & \mathbf{a \text{ est meilleur que } b} \\ \mathbf{b P a} & \mathbf{b \text{ est meilleur que } a} \\ \mathbf{a I b} & \mathbf{a \text{ est indifférente à } b} \\ \mathbf{a R b} & \mathbf{a \text{ et } b \text{ sont incomparables}} \end{array} \right.$$

des incomparabilités doivent être admises. Cet aspect est important: il permet au modèle de ne pas décider lorsque l'information disponible est insuffisante. Si l'on ne force pas le modèle à décider en toute situation, l'information fournie au décideur pourra être considérée comme sûre et fiable.

En revanche une méthode qui exclut toute situation d'incomparabilité, fournira une information plus discutable.

Condition 4: simplicité

Chaque méthode multicritère possède sa logique propre et peut ainsi donner lieu à des résultats différents. Toute méthode se doit donc d'être simple, c'est-à-dire compréhensible par le décideur, car choisir une méthode c'est déjà choisir en partie le résultat. Une méthode ne peut donc pas apparaître comme une "boîte noire" fournissant des solutions.

Cette situation paradoxale n'a pas cours pour le traitement de problèmes monocritères, bien posés. On peut par exemple résoudre un programme linéaire par l'algorithme du simplexe, par celui du gradient projeté. Dans chaque cas on obtient la même solution optimale (ou en tout cas des solutions optimales équivalentes).

Condition 5: signification de l'information supplémentaire

Toute méthode multicritère requiert l'introduction d'information supplémentaire : des fonctions ou des valeurs de paramètres par exemple. Cette information ne peut avoir une interprétation purement technique. Le décideur doit en comprendre la signification économique et la portée.

Condition 6: aspects conflictuels des critères

Toute méthode doit informer le décideur sur le caractère conflictuel de ses critères d'évaluation. Il est utile de pouvoir détecter et apprécier des critères exprimant des préférences

similaires, indépendantes ou opposées sur l'ensemble des actions, ceci en vue de pouvoir au besoin renforcer ou atténuer interactivement certaines orientations.

Condition 7: interprétation des poids

Toutes méthode doit préciser l'importance relative attribuée aux différents critères. Pour ce faire, on utilise le plus souvent des poids. Il est dès lors important de fournir au décideur une interprétation claire de la signification de ces poids ou, à défaut, un instrument permettant d'apprécier aisément les conséquences qu'entraîne une variation de ces poids sur les décisions proposées par la méthode.

Ceci est fondamental : d'autres poids impliquent d'autres solutions. Les poids sont liés à la personnalité du décideur. Ils constituent son espace de liberté.

6. Les avantages et les limites de l'analyse multicritères:

Avantages:⁹⁵

Trouver une solution dans des situations complexes

L'avantage le plus important de l'analyse multicritère est sa capacité à pouvoir simplifier des situations complexes. Il est en effet admis qu'au-delà de quelques critères, la plupart des décideurs ne sont plus capables d'intégrer la totalité de l'information dans leur jugement. L'analyse multicritère permet alors en décomposant et en structurant l'analyse de procéder pas à pas à la recherche d'une solution, en toute transparence.

Une méthode compréhensible

Même si les outils mathématiques utilisés pour traiter l'information peuvent être complexes, les bases sur lesquelles s'effectuent les choix des critères et la notation des performances sont en revanche souvent simples, compréhensibles et mis au point par le groupe qui conduit l'analyse. De ce fait, les acteurs impliqués dans le processus ont une bonne visibilité de la démarche et des choix opérés successivement.

Une méthode rationnelle

Grâce à une approche homogène et simultanée lors de l'évaluation d'un grand nombre d'objets, la méthode permet également une appréciation stable des différents éléments entrant dans l'analyse. En ce sens, elle rationalise le processus conduisant aux choix.

⁹⁵- Mayster Lucien Yves, Bollinger Dominique, "Aide à la négociation multicritère: Pratiques et conseils", Presses Polytechniques et universitaires romandes, 1999, p 53.

Un outil de négociation utile aux débats complexes

Du fait de ses avantages, l'analyse multicritère est devenue un outil très utilisé dans la résolution de problèmes complexes, dans des contextes conflictuels comme l'aménagement du territoire par exemple.

La clarté de la méthode permet de " dépassionner " le débat et de surcroît, de développer la communication entre les acteurs. Elle constitue ainsi un outil de négociation utile aux débats entre les usagers.

Limites:⁹⁶

Conditions préalables

Un minimum de points d'accord entre les acteurs est un préalable indispensable à l'analyse. Ainsi, par exemple, une analyse multicritère des objectifs opérationnels d'un programme ne peut être conduite que si les acteurs sont d'accord avec l'objectif global et si possible l'objectif spécifique du programme. Par exemple, il faut que les acteurs soient d'accord sur la nécessité d'améliorer la circulation automobile dans un secteur pour envisager de les faire travailler sur les variantes d'un projet routier.

Lourdeurs des débats

Les difficultés opérationnelles pour choisir des actions ou des variantes à étudier, pour définir des critères de comparaison et pour produire des grilles de notation, ne sont pas à sous estimer. Les débats pour résoudre ces points essentiels à la réussite de l'exercice peuvent parfois être très longs et compliqués.

Disponibilité des données

Le manque de données fiables, sur une durée suffisante pour mettre en place et valider les méthodes peut se révéler être un handicap dans certaines situations.

Facteur temps

La durée de réalisation des analyses (et leur coût) est souvent le facteur le plus limitant dans le cadre d'une évaluation. Les analyses multicritères sont souvent basées sur des processus lents et itératifs, qui peuvent nécessiter une part de négociation importante et de longue durée. Dans le cadre de l'évaluation, ce besoin de temps peut s'avérer être une limite.

Technicité de la méthode

La technicité nécessaire à une bonne conduite de la démarche est évidente. Outre les outils informatiques qu'il faut savoir manier, les concepts ainsi que les méthodes mathématiques

⁹⁶ - Idem, p 54.

d'agrégation des données nécessitent un savoir-faire de haut niveau pour ne pas produire des conclusions erronées ou conduire l'analyse dans la confusion.

Dimension subjective de l'analyse

Enfin, bien que l'analyse multicritère rationalise sans contester l'approche des problèmes complexes, incluant des données objectives et subjectives, il n'en demeure pas moins qu'elle peut être considérée, par ses détracteurs, comme une approche subjective.

Conclusion:

Le but de l'analyse multicritère est de fournir au décideur des outils lui permettant de progresser dans la résolution de problèmes décisionnels faisant intervenir plusieurs points de vue généralement contradictoires. Il n'est dès lors plus question de découvrir des solutions optimales, des décisions les meilleures selon chacun des points de vue, mais d'aider le décideur à dégager une ou plusieurs solutions de compromis, en accord avec son propre système de valeurs.

Les méthodes d'aide multicritère à la décision sont des techniques assez récentes et en plein développement. Par leur manière d'intégrer tout type de critères, ces procédures semblent mieux permettre de se diriger vers un compromis judicieux plutôt qu'un optimum souvent désuet.

Nous aurons à développer dans le chapitre suivant l'une des méthodes qui répond de manière objective à notre objectif à savoir la méthode PROMETHEE.



Chapitre III: La méthode PROMETHEE.

Chapitre III: La méthode PROMETHEE.

Introduction.

1. Le principe de la méthode PROMETHEE.
2. Le choix des fonctions de préférence.
3. Procédure de synthèse de surclassement.
4. Exploitation de la valeur de la relation de surclassement.
 - La méthode PROMETHEE I: rangement partiel.
 - La méthode PROMETHEE II: rangement complet.
 - PROMETHEE III, α : Amplification de la relation d'indifférence.
 - PROMETHEE VI: Problèmes aisés ou difficiles.
 - PROMETHEE V: Problèmes multicritères avec contraintes

additionnelles.

5. Le plan GAIA.
6. Avantages et inconvénients de la méthode PROMETHEE.

Conclusion.

Introduction:

La méthode **PROMETHEE** (Preference Ranking Organisation **METH**ods for Enrichement Evaluation) a été proposée pour la première fois en 1982 par **Jean Pierre Brans**⁹⁷. Elle fait partie de la famille des méthodes de surclassement value, pour lequel deux traitements mathématiques particuliers sont proposés: le premier permet de ranger les actions en un préordre partiel et qui mène à l'incomparabilité (méthode **PROMETHEE I**), le second permet de ranger les actions potentielles selon un préordre total (méthode **PROMETHEE II**).

Ces méthodes s'adressent à tout problème multicritère du type:

$$\text{Opt } \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x) / x \in A\}$$

Où **A** est un ensemble fini de **n** actions potentielles, et $f_j(\cdot)$, $j=1, \dots, k$ sont **k** critères qui sont des applications de **A** sur l'ensemble des nombres réels. Les données relatives à un tel problème peuvent être représentées dans un tableau (**n** × **k**) de dimension.

| Actions/Critères | $f_1(x)$ | $f_2(x)$ | | $f_j(x)$ | | $f_k(x)$ |
|----------------------|------------|------------|------|------------|------|------------|
| a₁ | $f_1(a_1)$ | $f_2(a_1)$ | | $f_j(a_1)$ | | $f_k(a_1)$ |
| a₂ | $f_1(a_2)$ | $f_2(a_2)$ | | $f_j(a_2)$ | | $f_k(a_2)$ |
| | | | | | | |
| a_i | $f_1(a_i)$ | $f_2(a_i)$ | | $f_j(a_i)$ | | $f_k(a_i)$ |
| | | | | | | |
| a_n | $f_1(a_n)$ | $f_2(a_n)$ | | $f_j(a_n)$ | | $f_k(a_n)$ |

Tableau n°04: Tableau d'évaluation.

D'après **Brans**, les méthodes **PROMETHEE** appartiennent à la classe des méthodes de surclassement et reposent sur les trois étapes suivantes⁹⁸:

1- Enrichissement de la structure de préférence

Nous allons définir une nouvelle notion, celle de critère généralisé, qui sera définie à partir d'une fonction de préférence. Cette notion est introduite afin de tenir compte

⁹⁷ -Brans J.P, "Elaboration d'instruments d'aide à la décision: méthode PROMETHEE", Colloque d'aide à la décision, Université Laval, Québec, 1982, p3.

⁹⁸ -Brans J.P, Bertrand M, "Prométhée-Gaia: une méthodologie d'aide à la décision en présence de critères multiples", op cit, p50.

des amplitudes des écarts entre les évaluations sur les différents critères, et également afin d'éliminer tous les effets d'échelle liés aux unités dans lesquelles les critères sont exprimés.

2- Enrichissement de la relation de dominance

Une relation de la valeur de surclassement tenant compte de l'ensemble des critères est proposée et pour chaque paire d'actions, un degré de préférence globale d'une action sur l'autre sera établi.

3- Aide à la décision

La relation de surclassement est exploitée en vue d'éclairer le décideur. Prométhée I fournira un rangement partiel des actions, tandis que Prométhée II fournit un rangement total.

1. Le principe de la méthode PROMETHEE:

1.1- Les trois phases de la méthode PROMETHEE:

La mise en œuvre de la méthode peut être ramenée à l'exécution des trois étapes suivantes:⁹⁹

1-Choix de critère généralisés

A chaque critère C_1, C_2, \dots, C_n sera associé un critère généralisé choisi sur base d'une fonction de préférence et les effets d'échelle seront éliminés.

2-Détermination d'une relation de surclassement

Dans une deuxième phase, il convient de déterminer une relation de surclassement par le biais d'un indice de préférence (par exemple: l'écart maximum entre 2 actions) qui quantifiera les préférences du décideur.

3-Evaluation des préférences

L'évaluation de la préférence du décideur par la prise en compte des flux entrant et sortant.

Le principe de la méthode PROMETHEE consiste à établir un processus de comparaison numérique de chaque action par rapport à toutes les autres actions. Ainsi il est possible de calculer le plus (mérite) ou le moins (démérite) de chaque action par rapport à toutes les autres. Le résultat de cette comparaison permet le classement ordonné des actions.¹⁰⁰

1.2- La notion de critère généralisé:

Soit $C_i(a)$ un critère à optimiser (soit maximiser, soit minimiser) pour chaque action "a" appartenant à "A", $C_i(a)$ est une évaluation de cette action (critère C_i pour l'action "a").

Lorsque deux actions " a_1 " et " a_2 " sont comparées sur base de ce critère, le résultat de cette comparaison devra être donné sous la forme d'une expression de la préférence appelée la fonction de préférence.

Cette fonction traduit l'intensité de préférence de l'action " a_1 " par rapport à l'action " a_2 ".

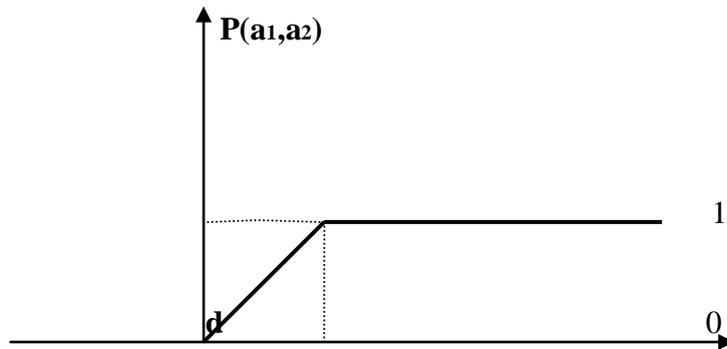
Il est réaliste de considérer que cette fonction de préférence est une fonction non décroissante de la différence entre les deux évaluations $C_i(a_1)$ et $C_i(a_2)$:

$$\text{Soit } d = C_i(a_1) - C_i(a_2)$$

$P(a_1, a_2) = f[d]$ pourrait, par exemple, avoir la forme suivante:

⁹⁹ - Jean Marc Harventg, Article: "Les méthodes de surclassement", L'université libre de Bruxelles, Belgique, 2005, p 10.

¹⁰⁰ - Brans J.P, "Elaboration d'instruments d'aide à la décision: méthode PROMETHEE", Déjà cité, p 5.



Cette fonction pourrait être interprétée comme suit:¹⁰¹

$P(a_1, a_2) = 0$: indifférence de "a1" par rapport à "a2" $C_i(a_1) = C_i(a_2)$.

$P(a_1, a_2) \approx 0$: préférence faible de "a1" par rapport à "a2" $C_i(a_1) > C_i(a_2)$.

$P(a_1, a_2) \approx 1$: préférence forte de "a1" par rapport à "a2" $C_i(a_1) \gg C_i(a_2)$.

$P(a_1, a_2) = 1$: préférence stricte de "a1" par rapport à "a2" $C_i(a_1) \gg \gg C_i(a_2)$.

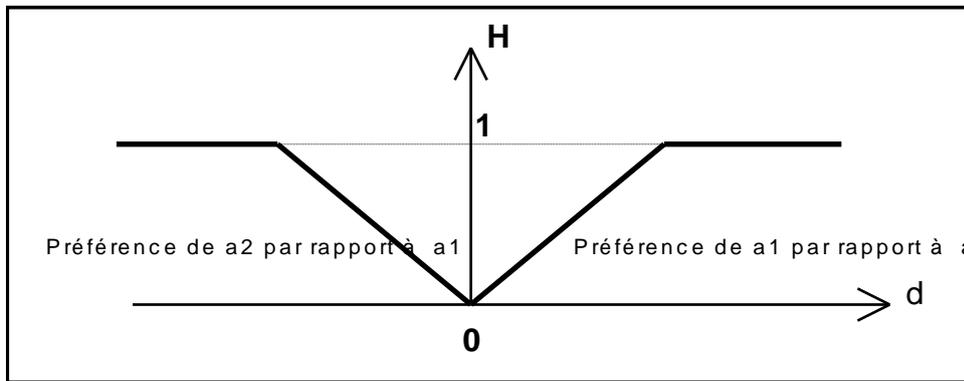
A fin de mieux mettre en évidence le domaine d'indifférence, nous considérerons plutôt la fonction de préférence **H** qui traduira aussi bien la préférence de "a1" par rapport à "a2" que celle de "a2" par rapport à "a1". Ceci revient à considérer le quadrant de gauche sur le graphique précédent. Ce quadrant servira à la fonction de préférence de "a2" par rapport à "a1", qui dans beaucoup de cas est symétrique par rapport à la fonction de préférence de "a1" par rapport à "a2". Nous représenterons mathématiquement ces deux fonctions par:¹⁰²

$$\mathbf{H} = \{P(a_1, a_2) \geq 0, P(a_1, a_2) \leq 0\}$$

Le couple (**H**, **d**) est appelé critère généralisé associé au critère au **Ci**. Il faut remarquer que **H** n'est pas nécessairement symétrique.

¹⁰¹-Brans J.B, Mareschal B, "The PROMCALC and GAIA decision support system for multicriteria decision aid", 1994, vol 12, p297.

¹⁰² - Alain Schärliig, "Pratiquer Electre et Prométhée: un complément à décider sur plusieurs critères", Presses polytechniques et universitaires romandes, 1^{er} édition, Paris, 1996, p 67.



Commentaires:

- La définition d'un critère généralisé revient à dire que pour résoudre le problème multicritère posé, nous devons définir un critère généralisé c'est-à-dire un couple

(H, d) par critère **Ci**.

- Afin de faciliter la détermination des fonctions de préférence, ces dernières ont été regroupées en 6 familles.

Chacun des types de critère généralisé ainsi défini est fonction de 1 ou 2 paramètres à savoir:¹⁰³

q seuil d'indifférence: c'est la plus grande valeur de "d" en dessous de laquelle le décideur considère qu'il y a indifférence.

p seuil de préférence stricte: c'est la plus petite valeur de "d" au dessus de laquelle le décideur qu'il y a préférence stricte.

σ paramètre équivalent à l'écart standard d'une distribution normale (loi de Gauss).

Tout ces paramètres ont, pour le décideur, une signification économique.-

Par exemple: choix d'une offre:

$q = 60$ signifie qu'une différence de prix de 60 unités monétaires m'est indifférente (négligeable).

$p = 600$ signifie que si une offre a_1 coûte 600 unités monétaires en moins que l'offre a_2 , a_1 sera strictement préférée à a_2 .

¹⁰³ -Idem, p 67.