MCours.com

Chapitre II. Etude bibliographique sur la modélisation numérique du FSW

I. Introduction		17
II.1.	Méthode EF	18
II.2.	Méthodes particulaires, méthodes sans maillage	20
III.	Formulation Eulérienne	24
III.1.	Méthodes classiques	24
III.2.	Méthodes particulières	26
IV.	Formulation ALE	28
V. Applications		30
V.1.	Contrainte résiduelles	30
V.2.	Modélisation du soudage multi-matériaux	32
V.3.	Prédiction des défauts de soudure	33
V.4.	Caractérisation de la qualité de la soudure	36
V. 4	4. a. Microstructure	36
V. 4	4. b. Dureté, tenue mécanique	37
V.5.	Influence des paramètres procédés	38
V. !	5. a. Vitesses d'avance et de rotation	38
V. !	5. b. Effort axial	39
V. !	5. c. Géométrie d'outil et configuration	39
VI. Conclusion		41

I. Introduction

La simulation numérique d'un procédé aussi complexe que le procédé FSW présente plusieurs difficultés. En effet de grandes déformations sont mises en jeu dans la zone thermo mécaniquement affectée ainsi que dans le noyau et de forts gradients thermiques ont lieu à proximité de l'outil. L'écoulement de matière à simuler résulte de flux rotatifs et rectilignes dus au mouvement de l'outil, et de flux perpendiculaires à ceux-ci dus à la présence de filets sur le pion ou à l'inclinaison de l'outil. Un point clé pour calculer un bon écoulement est le traitement du contact, celui-ci étant un des acteurs principaux de ce fort couplage thermomécanique (voir Figure II-1). Le contact est directement lié au frottement de l'épaulement sur la pièce qui génère une élévation de température dans les deux corps. De cette température dépend le comportement du matériau qui est pâteux dans la zone proche de l'outil et solide loin de l'outil. Un contact imparfait, c'est-à-dire mal établi peut alors entrainer un échauffement insuffisant de la pièce, un mauvais malaxage et ainsi résulter en la formation de trous. De plus le contact est fortement lié à l'évolution de la surface libre et impacte donc la modélisation des bavures. Il est donc crucial de modéliser correctement le contact dont vont découler toutes les conditions d'écoulement de la matière, tout particulièrement dans l'optique d'être capable de prédire la formation des défauts de soudage.



Figure II-1 : Couplage thermomécanique.

Outre le calcul de la surface de contact, il faut aussi modéliser les échanges thermiques entre la pièce à souder, les outils et l'air. L'évolution de la température gouverne l'évolution microstructurale et modifie le comportement du matériau. La connaissance de l'histoire thermique est alors indispensable, en particulier, pour prédire les caractéristiques métallurgiques et donc les performances du matériau assemblé. Il faut modéliser les 2 sources de chaleur à l'origine du procédé : la puissance dissipée par frottement et la puissance dissipée par déformation plastique. Pour la première ceci nécessite de disposer d'un modèle de frottement bien calibré et de modéliser le plus précisément possible la géométrie du pion, c'est-à-dire l'action mécanique des filets quand ils sont présents sur l'outil. Pour la seconde, il faut modéliser précisément le comportement du matériau.

Nous classons l'ensemble des méthodes numériques permettant de résoudre ce problème physique en 2 catégories : l'approche fluide où nous considérons l'écoulement d'un fluide visqueux autour de l'outil de soudage, et l'approche solide où nous prenons en compte l'établissement des contraintes résiduelles dans la plaque soudée. De cette vision découlent 3 grandes catégories de méthodes numériques : les approches lagrangiennes où le maillage suit les points matériels, les approches eulériennes où le maillage voit passer les points matériels dans la zone soudée et les approches combinant les deux.

II. Formulation Lagrangienne

Dans l'approche lagrangienne, la description du domaine suit la matière dans son déplacement de sorte que le domaine de calcul possède la même vitesse que le domaine matériel. Nous commençons par traiter des méthodes lagrangiennes classiques, c'est-à-dire où le domaine est défini à l'aide d'un maillage et où les particules matérielles sont représentées par les nœuds du maillage. Des modèles aux différences finies ont été développés pour le procédé FSW (Song & Kovacevic 2003), (Palm et al. 2004), (Gallais et al. 2004) mais nous nous focalisons, dans ce document, sur la description des modèles éléments finis (EF) plus récents.

II.1. Méthode EF

La description lagrangienne d'un mouvement de matière implique que chaque particule est définie à partir de sa configuration initiale. Dans le cas de la méthode du lagrangien réactualisé, la configuration initiale est réactualisée à chaque pas de temps. Nous distinguons deux domaines, le domaine matériel représentant l'ensemble des particules du matériau et le maillage contenant l'ensemble des nœuds, qui est un sous ensemble du premier. Le maillage se déplace avec le domaine matériel au cours du temps (voir Figure II-2), c'est-à-dire que, entre deux remaillages, chacun de ses nœuds est associé à une unique particule tout au long de la simulation.



Figure II-2 : Schématisation de l'évolution du maillage avec une approche lagrangienne.

Les logiciels commerciaux lagrangiens utilisés pour la modélisation du FSW sont les suivants :

- Ansys : (Chen & Kovacevic 2003),
- Abaqus : (McCune et al. 2004), (Schmidt & Hattel 2005), (Yan et al. 2011), (Yu et al. 2012),
- Deform : (Buffa et al. 2006), (Gök & Aydin 2013),
- Forge : (Gemme et al. 2010), (Fourment et al. 2004).

Les approches sont parfois explicites, comme avec Abaqus, ce qui accélère les calculs, mais rend la convergence conditionnellement stable. Afin d'éviter ce problème, Deform et Forge utilisent une approche implicite. La description lagrangienne présente l'avantage de calculer directement l'histoire thermomécanique f de chaque particule par simple intégration temporelle :

$$d_t f = \partial_t f, \qquad \qquad II-1$$

où d_t est la dérivée temporelle totale et ∂_t est la dérivée temporelle partielle. Nous visualisons sur la (Figure II-3) les champs thermomécaniques, tels que la température et les déformations, obtenus par (Buffa et al. 2009).





Fig. 13. Temperature distribution in a transverse section for (a) R=500 rpm, (b) R=700 rpm and (c) R= 1000 rpm case studies (T3).

Fig. 14. Strain distribution in a transverse section for (a) *R* = 500 rpm, (b) *R* = 700 rpm and (c) *R* = 1000 rpm case studies (T3).

Figure II-3 : Champs de température à gauche et champs des déformations à droite avec une approche lagrangienne (Buffa et al. 2009).

Avec l'évolution de l'écoulement et conséquemment du maillage, l'aire de contact entre l'outil et la matière peut évoluer tant que l'état stationnaire n'est pas atteint. Ainsi la formulation lagrangienne permet de calculer précisément l'état de contact au cours du temps sous l'épaulement et autour du pion. Le contact permet de gérer la non pénétration des nœuds dans les outils; il peut être de différentes natures, unilatéral ou bilatéral. Le frottement, lui, peut être considéré collant ou glissant. Un contact unilatéral défini à l'interface entre l'outil et la matière signifie que la matière peut se déplacer dans les directions normales et tangentes à l'outil ; c'est-à-dire que celle-ci peut se décoller de l'outil sans toutefois pénétrer à travers. Par opposition, un contact bilatéral n'autorise la matière à bouger que dans la direction tangentielle ; aucun décollement n'est possible. Seul le contact unilatéral permet donc de modéliser les pertes de contact entre l'outil et la pièce afin d'étudier la mise en place de défauts et plus particulièrement des trous tunnels présents en FSW. L'évolution du maillage selon le mouvement de matière permet également de suivre la surface libre et de modéliser les bavures le long de l'outil. La formulation lagrangienne permet donc de modéliser complètement le procédé au travers des phases transitoires de plongée et de début d'avance. Cependant les grandes déformations, dues à l'écoulement fortement rotationnel proche de l'outil, engendrent des distorsions importantes du maillage et ainsi une dégénérescence des éléments le constituant. Ainsi, pour considérer précisément le flux de matière proche de l'outil, il est nécessaire de recourir à de fréquents remaillages. Plusieurs techniques sont utilisées telles que le remaillage automatique (Coupez et al. 1991), (Gemme et al. 2010), global ou local. Pour contrôler la qualité des calculs, nous pouvons recourir à un remaillage adaptatif (Buffa & Fratini 2004), (Boussetta et al. 2006), (Fourment & Guerdoux 2008) c'est-à-dire qu'un critère de taille de maille local est appliqué. Il est basé sur une estimation de l'erreur de discrétisation. Le coût temporel de la simulation croît avec les procédures de remaillages. D'autre part, il y a une diffusion numérique plus importante lors des transports de champs. Ceci est une conséquence de l'interpolation des champs de vitesse, de déformations et des contraintes après remaillage, entre des maillages incompatibles.

La description EF lagrangienne permet donc de disposer de l'histoire thermomécanique des particules tout en permettant une gestion du contact et des interfaces assez précises mais le remaillage à chaque pas de temps entraîne des coûts élevés de calcul et engendre une perte de précision des résultats. Ce type de formulation s'adapte difficilement au malaxage du matériau. C'est pourquoi certains chercheurs ont développé des méthodes particulaires ou sans maillage décrites dans le paragraphe suivant, dans le but de réduire ces coûts de calculs et de suivre l'évolution de chaque particule des matériaux à souder.

II.2. Méthodes particulaires, méthodes sans maillage

Les méthodes sans maillage reposent uniquement sur la position de nœuds. L'intégration spatiale est effectuée comme pour les méthodes EF. Les équations de la mécanique des milieux continus permettent de modéliser l'écoulement comme pour les méthodes EF. Parmi ces méthodes nous citons celle des éléments naturels (MEN) (Alfaro et al. 2007), (Alfaro et al. 2009). A chaque pas de temps, pour un nuage de nœuds, un pavage de Voronoï constitué de cellules (dites de 1^{er} ordre) centrées sur ces nœuds est construit ainsi que son ensemble dual, la triangulation de Delaunay (voir Figure II-4), afin de définir les fonctions d'interpolation. Les nœuds dont les cellules ont une face en commun sont appelés voisins naturels, ils sont à équidistance de cette face. Les fonctions de forme sont ensuite définies en fonction du rapport d'aires des cellules de second et premier ordre (voir Figure II-4).



Figure II-4 : Pavage de Voronoï (traits pleins) et triangulation de Delaunay (traits en pointillés). Cellule de second ordre (aefb) (Alfaro et al. 2009).

Ces méthodes permettent de suivre la trajectoire des nœuds et de visualiser le malaxage de la matière par le pion FSW (voir Figure II-5).



Figure II-5 : Suivi 2D du malaxage en FSW par la méthode NEM, la zone d'avance est colorée en rouge et la zone de retrait est colorée en bleu (Alfaro et al. 2007). A gauche à l'instant initial et à droite au bout de 4000 pas de temps.

La création des triangulations de Delaunay (Figure II-4), à chaque pas de temps, est pratiquement aussi coûteuse que les procédures de remaillage. En revanche, la méthode NEM permet de gérer les grandes déformations autour de l'outil et présente l'avantage de ne pas nécessiter le transport des champs puisque toutes les variables peuvent être définies aux nœuds. Ceci lui confère une meilleure précision de transport mais ne lui permet pas de modéliser aussi précisément le contact outil/matière ni la surface libre, lesquels sont 2 points importants en FSW. En effet, sans maillage reliant les particules du matériau, il faut alors recourir à des algorithmes de reconstruction de la surface, de sorte que la frontière du domaine n'est pas définie de manière aussi précise qu'avec la méthode EF.

D'autres approches sans maillage, les méthodes particulaires reposent sur les équations de la mécanique des fluides. Dans ces méthodes, le fluide est vu comme un ensemble de particules sans éléments les reliant entre elles comme en EF, évitant ainsi tout problème lié à la distorsion de maillage. En l'absence de maillage, il est assez facile de raffiner les calculs en ajoutant des particules. Nous citons les méthodes SPH (smoothing particles hydrodynamics) développées initialement pour des applications en astronomie (Gingold & Monaghan 1977) et étendues à l'étude de l'interaction fluide-structure (Liu et al. 2013). Elles ont été adaptées au FSW par (Timesli et al. 2011) (voir Figure II-6) ou (Pan et al. 2013). Les interactions entre les particules sont gérées au travers des équations de continuité et de quantité de mouvement, ce qui implique que la température est calculée à partir du champ des vitesses calculé et non à partir du frottement de l'outil sur la matière. A l'instar des méthodes NEM elles gèrent difficilement le contact et surtout le frottement considéré collant.



Figure II-6 : Suivi 2D de particules malaxées par l'outil avec la méthode SPH (Timesli et al. 2011).

D'autres méthodes particulaires appelées MPS (moving particle semi-implicit) appliquées par exemple à l'étude de la fission d'un fluide (Koshizuka & Oka 1996) ou aux écoulements multiphasiques (Shakibaeinia & Jin 2012) ont également été adaptées à la modélisation du FSW (Yoshikawa et al. 2012). Elles ressemblent aux méthodes SPH à la formulation de l'approximation des dérivées spatiales près. L'approche a été étendue à la modélisation du soudage de matériaux différents (voir Figure II-7). Elles ont été développées en 3D et permettent alors de représenter l'évolution de la surface libre et le contact à l'interface outil/pièce. Ces méthodes sont alors très attractives. Cependant, le contact à l'interface outil / pièce est comme précédemment considéré comme collant. La chaleur dissipée par frottement de l'outil sur le matériau est négligée et seule la chaleur dissipée par déformation plastique, lors du malaxage de l'outil, est prise en compte.



Figure II-7 : Suivi 3D de particules avec la méthode MPS : soudage des aluminiums 5056 en rouge et 1100 en bleu (Yoshikawa et al. 2012).

D'autres méthodes particulaires ont été développées pour mieux traiter le contact. Les auteurs (Iordanoff et al. 2008), (Terreros et al. 2009) ont adapté la méthode des éléments discrets (DEM) afin de l'appliquer au FSW. Dans les approches EF, les corps sont modélisés par une représentation

continue ; nous considérons que les discontinuités sont très faibles par rapport à la taille caractéristique du corps. Dans le cas du FSW où le contact et le frottement jouent un rôle très important, il peut être intéressant d'adopter une approche plus fine de leur modélisation qu'un modèle continu, et cela en se plaçant à une échelle plus fine. Afin d'avoir plus de détails sur la théorie de cette méthode le lecteur peut se référer à (Terreros 2013). Les méthodes DEM sont initialement utilisées pour les procédés liés aux poudres cependant il existe des applications plus proches du FSW (Iordanoff et al. 2002) dans le sens où l'étude traite du frottement, du contact et de l'usure en présence du 3^{ème} corps.

(Terreros et al. 2009) ont notamment comparé la cohésion entre les particules calculée numériquement avec la DEM, à la dureté expérimentale du matériau. Nous pouvons voir sur la Figure II-8 que la dureté du matériau et la cohésion entre les particules décroissent avec la température lorsqu'on s'éloigne du cordon de soudure et qu'elles sont maximales dans le noyau ou les déformations sont les plus fortes.



Figure II-8 : Coupe perpendiculaire au cordon de soudure. Comparaison entre le profil de dureté obtenue expérimentalement (haut) et la cohésion entre les particules obtenue numériquement (bas), bleu : matériau de base, vert : cohésion la plus faible et rouge : cohésion les plus forte. (Terreros et al. 2009).

Nous visualisons sur la Figure II-9, le malaxage lors du soudage de 2 matériaux différents.



Figure II-9 : Malaxage de 2 matériaux par l'outil FSW (Terreros et al. 2009).

Selon les auteurs, le modèle 3D proposé présente des temps de calcul élevés dus principalement à la recherche du contact entre les particules. Pour les réduire, ils envisagent de coupler la méthode DEM dynamique à la méthode DEM statique dans les zones où les mouvements sont nuls, c'est à dire loin de l'outil, et à la méthode EF pour calculer plus rapidement l'évolution thermique dans les zones où les mouvements sont faibles mais où un gradient thermique existe (voir Figure II-10).



Figure II-10 : Modèle couplé MEF-DEM afin d'accélérer les temps de calculs (Terreros et al. 2009).

En conclusion les méthodes particulaires ou sans maillage sont adaptées au FSW dans le sens où elles permettent de prendre en compte l'écoulement en s'affranchissant des remaillages liés aux dégénérescences du maillage. Les méthodes particulaires sont capables de modéliser l'interaction des particules de différents matériaux et leur malaxage ce qui est très adapté au soudage de matériaux différents lorsqu'une loi de comportement de mélange est définie, et/ou à l'étude d'outils de géométries complexes. Cependant elles gèrent difficilement le contact et tout particulièrement le frottement. Un contact collant modélise l'interaction outil/matière et néglige donc la dissipation de chaleur par frottement ce qui tend à surestimer les déformations plastiques et la chaleur dissipée si les particules ne sont pas d'une taille suffisante pour modéliser un 3^{ème} corps. De plus elles s'avèrent couteuses car pour atteindre le niveau de précision des approches EF, la taille des particules doit être beaucoup plus faible que la taille de maille (Pan et al. 2013), et qu'à taille de maille égale les méthodes EF sont plus performantes. Quant aux méthodes sans maillage, le frottement peut y être modélisé de la même manière qu'avec les méthodes EF, mais le problème réside dans l'intégration le long de la surface de frottement.

III. Formulation Eulérienne

L'ensemble des méthodes lagrangiennes présentées permettent chacune de résoudre une partie du problème mais pas son intégralité. En réponse à la méthode éléments finis lagrangienne résultant en un coût de calcul élevé et une perte de précision liée aux remaillages intensifs pour corriger les distorsions de maillage, des chercheurs se sont tournés vers une formulation eulérienne, souvent utilisée en mécanique des fluides (CFD).

III.1. Méthodes classiques

Dans cette approche, le maillage est fixe et la matière s'écoule au travers de celui-ci. Chaque nœud du maillage est donc occupé successivement par différentes particules (voir Figure II-11).



Figure II-11 : Schématisation de l'évolution du maillage avec une approche eulérienne.

Les codes commerciaux basés sur une formulation eulérienne et utilisés en FSW sont Fidap (Ulysse 2002), Comsol (Roy et al. 2012) et surtout Fluent (Langerman & Kvalvik 2003), (Colegrove & Shercliff 2004) ou Ansys Fluent (Wang et al. 2013). Intrinsèquement à la formulation eulérienne, l'histoire thermomécanique du champ f doit être transportée du domaine matériel sur le domaine maillé et est donc accessible par la résolution d'une équation de transport, lors de l'intégration temporelle des équations :

$$d_t f = \partial_t f + v \nabla f, \qquad \qquad II-2$$

où v est la vitesse d'advection, soit la différence entre la vitesse matérielle et la vitesse de maillage et ∇f est le gradient spatial du champ. Le calcul de ce terme d'advection introduit, comme dans tout schéma d'intégration temporelle, des erreurs et de la diffusion numérique. Cependant cette erreur peut être contrôlée dans l'espace et dans le temps avec une formulation robuste. La représentation eulérienne est fréquemment utilisée pour simuler l'écoulement des fluides ; elle est ainsi bien adaptée au calcul de l'écoulement de matière autour de l'outil FSW en rotation (Cho et al. 2007), (Cho et al. 2008), (Jacquin et al. 2011), (Roy et al. 2012). Sur la Figure II-12, nous visualisons l'influence de la vitesse de rotation sur l'écoulement qui devient alors asymétrique. L'absence de mouvement de maillage enlève toutes les imprécisions dues aux remaillages.



Figure II-12 : Influence de l'action de l'outil FSW sur l'écoulement de matière au travers de la visualisation des lignes de courant : l'outil est fixe en rotation à gauche, il est en rotation à droite (Jacquin et al. 2011).

La formulation eulérienne est adaptée pour modéliser la phase stationnaire d'avance et tout particulièrement le flux de matière autour de l'outil mais elle gère difficilement le contact entre l'outil et la matière. Le maillage étant fixe, elle ne permet pas de suivre l'évolution de la surface libre et de la surface de contact ; ce sont deux données d'entrée du modèle qui sont définies au préalable, par l'expérience. Un point négatif de cette approche est alors de ne pas pouvoir prédire la formation de trous, seuls des indicateurs de défauts sont disponibles. (He et al. 2008) contournent ce problème en modélisant un endommagement du matériau soudé au travers de l'évolution de la fraction volumique de la porosité. Comme le contact n'évolue pas, cette approche calcule ainsi un état stationnaire, directement ou non, ce qui lui donne l'avantage de temps de calcul réduits par rapport aux approches où le maillage est en mouvement. L'état stationnaire étant atteint, il est alors possible de coupler efficacement le modèle thermomécanique eulérien à des modèles microstructuraux (Boyce et al. 2006) ou métallurgiques (Cho et al. 2007), (Carlone & Palazzo 2013) en y injectant la température calculée par le modèle macroscopique. Nous reviendrons sur les différentes applications de cette approche en FSW dans la suite de ce chapitre.

L'approche eulérienne EF présente donc des avantages pour la simulation du flux de matière, qui est très important et complexe en FSW. En raison de son faible coût de calcul elle peut facilement être couplée à des modèles numériques microstructuraux permettant alors de prédire les performances mécaniques du joint soudé. Cependant elle présente des difficultés pour modéliser précisément le contact et les surfaces libres (dont le pourcentage de l'épaulement effectivement en contact). De plus elle n'est pas adaptée pour considérer géométriquement des outils de géométries complexes telles que la présence de filets, de « canaux » (ribs) ou des pions non circulaires. C'est pourquoi certains auteurs ont développé des méthodes numériques particulières, se rapprochant des méthodes ALE (arbitrairement lagrangiennes eulériennes) que nous décrivons par la suite.

III.2. Méthodes particulières

(Feulvarch et al. 2011) et (Chiumenti et al. 2013b) ont mis au point une méthode numérique spécifique au FSW en utilisant le formalisme eulérien. Le but est d'observer l'influence de géométries d'outils FSW complexes sur l'écoulement et la thermique. Par géométries complexes, il est question d'outils à géométries non symétriques et présentant des particularités tels que des canaux, des gorges ... En effet de telles géométries induisent des mouvements des aires de contact au cours du soudage qui ne peuvent être modélisés avec un maillage fixe.

Le domaine de calcul des pièces à souder est divisé en deux parties. La zone proche de l'outil, cylindrique, appelée la zone de malaxage (zone en gris sur la Figure II-13) est modélisée par l'approche eulérienne et est soumise à un mouvement de translation ainsi qu'à un mouvement de rotation dont les vitesses sont égales à celle de l'outil. Tandis que la zone représentant le reste de la pièce (zone en vert sur la Figure II-13) est modélisée par l'approche eulérienne habituelle et n'est soumise qu'à un mouvement de translation.



Figure II-13 : Division du domaine maillé en 2 sous domaines : le domaine en gris représentant la zone de malaxage proche de l'outil tourne à la vitesse de l'outil ; le domaine en vert représentant le reste de la pièce est fixe en rotation (Feulvarch et al. 2013).

Dans la zone de malaxage, la vitesse du maillage eulérien est égale à celle de l'outil. Comme le maillage tourne, à l'inverse du maillage du reste de la pièce, celui-ci est défini minutieusement, afin de conserver la conformité à l'interface entre les 2 zones, de manière périodique pour que les nœuds des 2 zones soient en cohérence lors de la rotation (voir Figure II-14). Le pas de temps est alors calculé en fonction de cette période et de la vitesse de rotation.



Figure II-14 : Mouvement périodique du domaine ALE par rapport au domaine eulérien (Feulvarch et al. 2013).

(Chiumenti et al. 2013b) ont utilisé cette approche afin de modéliser le soudage FSW à l'aide d'un pion triflute (voir zone en vert sur la Figure II-15).



Figure II-15 : Domaine de calcul : pion (en vert) = approche lagrangienne ; zone de malaxage (en bleu) = approche ALE ; reste de la pièce (en gris) = approche eulérienne (Chiumenti et al. 2013b).

Cette approche, basée sur une astuce spécifique du maillage, permet de considérer des géométries d'outils très complexes avec une erreur de convection des champs nodaux nulle et des temps de calcul faibles par rapport à une formulation ALE. Sa limitation est que le matériau doit rester en contact avec l'outil de sorte qu'un contact bilatéral est modélisé à l'interface outil/matière. En ce sens les défauts de soudage tels que les trous ne peuvent pas être simulés et l'empreinte de l'épaulement sur le matériau est supposée parfaite. C'est pourquoi les méthodes Arbitrairement Lagrangienne ou Eulérienne (ALE), combinant à la fois les avantages des méthodes eulériennes et ceux des méthodes lagrangiennes, ont été elles aussi adaptées au procédé FSW.

IV. Formulation ALE

Les approches lagrangienne et eulérienne ont toutes les deux des difficultés à modéliser le contact et le suivi de la surface libre. En effet, en lagrangien le coût de calcul est élevé pour obtenir une représentation précise du contact ; quant à la formulation eulérienne, elle nécessite de définir a priori la surface de contact puisque celle-ci n'évolue pas, à moins de la coupler à un suivi d'interfaces de type level-set ou d'utiliser des approches eulériennes de type volume of fluide (VOF) ou encore d'effectuer des itérations de surface libre comme dans (Ripert 2014) pour une application au laminage. Ce type de méthode nécessite généralement d'adapter le maillage à la déformation de la surface, ce qui présente certaines difficultés. Il n'existe pas de telles méthodes appliquées au FSW dans la littérature, à ce jour. Ainsi, lorsqu'une connaissance précise de l'interface outil/matière et de la surface libre est indispensable, une formulation combinant les 2 approches précédentes devient nécessaire : la formulation arbitrairement lagrangienne eulérienne. Le code Abaqus explicite est le plus souvent utilisé dans ce contexte (Schmidt & Hattel 2005), (Zhang et al. 2007), (Zhang & Zhang 2009), (Al-Badour et al. 2013), (Malik & Hebbar 2014). Il y a aussi Forge, qui est un code implicite, (Fourment & Guerdoux 2008) ou Ansys (Esmaily & Shokuhfar 2010). Le principe de cette méthode ALE est de gérer le maillage indépendamment de la matière. Le maillage est régularisé, c'est-à-dire que les nœuds sont déplacés afin de conserver la qualité des éléments, et aucun nœud n'est ajouté. Le nombre d'éléments et les connectivités sont ainsi conservés (voir Figure II-16). Ceci permet de réduire considérablement les distorsions de maillage en FSW. Le mouvement du maillage est de type eulérien dans la direction tangente à l'outil et à la surface de la plaque et de type lagrangien dans les directions radiales et verticales de manière à suivre la surface libre et l'évolution du contact outil/pièce. Une présentation plus détaillée de cette approche dans le logiciel Forge est présentée au Chapitre III.



Figure II-16 : Schématisation d'une approche ALE.

Un terme convectif dû à la différence de vitesse entre le maillage et la matière apparait dans l'équation de transport :

$$d_t f = \partial_t f + (v - w)\nabla f \qquad II-3$$

où *w* est la vitesse de maillage. Ces méthodes sont certes plus coûteuses que les approches eulériennes puisque le maillage n'est plus fixe mais elles permettent de prédire le contact et la surface libre. Elles sont par contre moins coûteuses que les approches lagrangiennes car elles ne nécessitent pas autant de remaillages. La description ALE permet de modéliser plus exactement et plus efficacement le procédé dans la zone proche de l'outil durant les phases transitoires, lorsque les états de contact et thermiques ne sont pas correctement stabilisés ou sont inconnus. Elle permet donc de modéliser les principaux défauts en FSW tels que les trous ou les bavures. La Figure II-17 compare les résultats, au bout de 7 s, avec un maillage fixe (approche eulérienne) où la zone de contact est une donnée d'entrée résultant de calculs préalables ou d'une bonne connaissance du procédé, avec l'approche ALE où le contact évolue dans le temps jusqu'à ce que le procédé se stabilise. Nous notons une température significativement plus élevée de 15 à 30 °C dans le cas ALE due à un contact mieux établi et donc à un échauffement

plus important sous l'épaulement et le long du pion. Il en résulte des valeurs plus fortes de la pression et des contraintes de contact notamment en bout de pion. Les résultats ont été comparés à l'expérience depuis des mesures de températures et de force dans l'outil (Fourment & Guerdoux 2008). Les auteurs valident la solution ALE, très proche des valeurs expérimentales.



Figure II-17 : Distribution des contraintes normales (en bas), des températures (en haut) en eulérien (à gauche) ou ALE (à droite) pour un frottement de Coulomb (Assidi et al. 2010).

V. Applications

V.1. Contrainte résiduelles

Après le passage de l'outil FSW, la matière se refroidit provoquant des retours élastiques dus aux contraintes résiduelles. Afin de prédire la forme finale des pièces soudées, la modélisation de ces contraintes résiduelles est décisive. L'approche lagrangienne, où le maillage évolue avec la matière dans toute la pièce, couplée à une loi de comportement élastoplastique du matériau permet de calculer les champs de déformations et de contraintes dans la pièce. Ainsi le calcul des contraintes résiduelles est possible, (McCune et al. 2004), (Fratini et al. 2010), (Yan et al. 2011).

(Fratini et al. 2010) ont obtenus un bon accord entre la distribution des contraintes résiduelles calculées et celles trouvées dans la littérature expérimentale. Les contraintes résiduelles longitudinales sont plus importantes que celles transverses. Ces auteurs ont obtenu le profil de contraintes visible sur la Figure II-18. Le comportement en traction proche de l'outil est dû au malaxage et à l'échauffement de la matière alors que la matière est froide et non déformée sur les bords de la tôle, d'où un comportement en compression. Les 2 pics observés correspondent à l'épaulement. La chute des contraintes au niveau de la ligne de soudure est due à la température locale élevée entrainant une dissolution des précipités soit une diminution de la limite d'élasticité et donc de la formation de contraintes résiduelles.



Figure II-18 : Contraintes résiduelles longitudinales en fonction de la distance au cordon de soudure (Fratini et al. 2010).

(Yan et al. 2011) ont obtenu un profil de la tôle après le soudage (voir Figure II-19) où il est visible que la forme de la tôle est convexe dans le sens longitudinal et concave dans le sens transverse. Ils sont allés plus loin dans la validation en comparant leurs résultats à des résultats expérimentaux. Ils ont obtenu une bonne corrélation sur la mesure de température dans la plaque, malgré une non asymétrie du champ de température comme dans la réalité, en raison de l'utilisation d'un modèle de la source de chaleur symétrique. Les tendances de la déformée sont en accord avec la simulation (voir Figure II-19) et plus précisément l'erreur est inférieure à 20 %. Ils ont également étudié les contraintes résiduelles sur une structure avec des raidisseurs (voir Figure II-20). Il s'avère que les contraintes résiduelles suivent alors le même profil mais elles sont plus faibles, principalement dans la direction

longitudinale. Les contraintes longitudinales ont ainsi été plus fortement diminuées car ces contraintes étaient dues principalement au flambage de la tôle.



Figure II-19 : Résultats expérimentaux (haut) et numériques (bas) de retours élastiques (Yan et al. 2011).



Figure II-20 : Contraintes résiduelles calculées sur une tôle contenant des raidisseurs (Yan et al. 2011).

La méthode lagrangienne n'est pas la seule à pouvoir calculer ces contraintes résiduelles ; une approche découplée peut également être utilisée. (Zhang & Zhang 2009) ont modélisé le champ thermique à l'aide d'une approche ALE et ils ont ensuite injecté ce champ dans une plaque à laquelle ils ont fait subir un refroidissement suivant une approche lagrangienne. Ils ont observé que lorsque les deux vitesses d'avance et de rotation augmentent, les contraintes résiduelles augmentent également. Les contraintes résiduelles peuvent finalement servir à prédire la propagation de fissures (Citarella et al. 2013).

V.2. Modélisation du soudage multi-matériaux

Les méthodes les plus appropriées pour modéliser un soudage de différents matériaux sont les méthodes particulaires car il est aisé de suivre l'évolution des particules de chaque matériau. (Yoshikawa et al. 2012) ont modélisé le soudage des aluminiums 5056 et 1100 (voir Figure II-21). Chaque particule de chaque nuance d'aluminium est définie par ses propriétés matériau.



Figure II-21 : Malaxage en 3D de 2 aluminiums 5056 en rouge et 1100 en bleu, avec la méthode particulaire MPS (Yoshikawa et al. 2012).

En plus de la modélisation du malaxage des 2 matériaux, les champs thermomécaniques tels que la température (voir Figure II-22) et la viscosité (voir Figure II-23) du matériau sont calculés. Les auteurs observent que la zone déformée semble être plus large qu'en expérimental. Ceci serait dû à un calcul de la viscosité inexact, en effet celle-ci est calculée sans seuil sur la température ou le taux de déformations. En réalité, l'écoulement plastique ne peut avoir lieu si la température est trop faible ou si le taux de déformations est trop élevé (Yoshikawa et al. 2012).



Figure II-22 : Champ de température pour le soudage de 2 alliages différents avec une méthode particulaire (Yoshikawa et al. 2012).



Figure II-23 : Viscosité dynamique (Yoshikawa et al. 2012).

Ce ne sont pas les seules méthodes que nous recueillons dans la littérature pour ce genre d'étude. Les auteurs (Fratini et al. 2010) ont utilisé une approche lagrangienne pour modéliser un soudage en T d'un 2024 sur du 7075. Pour cela, ils ont intégré une fonction de transformation de phase permettant de connaitre la fraction volumique de chaque matériau au sein de la plaque à souder, les 2 matériaux étant considérés comme 2 phases d'un seul matériau. Les résultats numériques sont en accord avec les essais expérimentaux (voir Figure II-24).



Figure II-24 : Fraction volumique du 2024 par rapport au 7075 (AS = advancing side et RS = retreating side) : à gauche coupe expérimentale et à droite calcul numérique (Fratini et al. 2010).

V.3. Prédiction des défauts de soudure

La qualité d'une soudure se distingue par l'absence de trous tunnels, de porosités, de bavures ou de flashs - c'est-à-dire des bavures de tailles plus importantes. Il est possible de modéliser de tels défauts lorsque l'approche numérique utilisée permet de suivre l'évolution de la surface libre du domaine et qu'un contact unilatéral modélise l'interface entre l'outil et la tôle. Les méthodes en question reposent sur des formulations lagrangiennes et ALE. Ce suivi de surface libre permet de modéliser l'apparition de bavures (Fourment & Guerdoux 2008) (voir Figure II-25) et d'en comprendre la formation. En suivant le mouvement des particules, (Zhang 2008) ont pu observer que lors de la création de bavures, les particules en rotation sur le bord de l'épaulement étaient déposées du côté de la zone retrait car elles n'entraient pas sous l'épaulement.



Figure II-25 : Comparaison expérimentale/numérique d'une bavure (Fourment & Guerdoux 2008).

Avec ces approches, le contact est modélisé précisément, ce qui est un point important car celui-ci n'est pas immédiatement stabilisé lors de l'opération de soudage comme nous pouvons le voir dans (Assidi et al. 2010) (voir Figure II-26). L'approche ALE permet de calculer plus rapidement cet état de contact.



Figure II-26 : Evolution de la surface de contact, à 0s (gauche), après 0.5s (milieu) et 7s (droite) – Gris / bleu = contact, noir/rouge = surface libre (Assidi et al. 2010).

Afin de modéliser les décollements qui vont entrainer la formation de trous en arrière du pion, il est nécessaire d'utiliser un contact unilatéral autorisant la matière à bouger dans la direction normale à l'outil (tandis que son déplacement dans la direction tangentielle est régi par la loi de frottement). L'approche lagrangienne (Buffa & Fratini 2004), (Tutunchilar et al. 2012), (Gök & Aydin 2013) permet ainsi de modéliser un trou tunnel (voir Figure II-27). Certains auteurs expliquent sa création à l'aide du champ de déformations des particules placés autour de l'outil (Buffa et al. 2013).



Figure II-27 : Trou tunnel en arrière de pion simulé numériquement (Tutunchilar et al. 2012).

De même, l'approche ALE permet de modéliser ces trous tunnels mais à moindre coût de calcul. (Schmidt & Hattel 2005) ont ainsi validé leur modèle en terme de température dans la plaque, de force et de couple dans l'outil pour obtenir une bonne corrélation avec l'expérience, avant de modéliser un trou en arrière de pion (voir Figure II-28). Nous retrouvons la modélisation de ces défauts dans

(Fourment & Guerdoux 2008), (Zhang & Zhang 2009). En plus de les modéliser, certains auteurs ont récemment étudié l'influence du coefficient de frottement sur la formation de défauts (Al-Badour et al. 2013), (Malik & Hebbar 2014) : plus il augmente et plus la taille du défaut diminue.



Figure II-28 : Formation d'un trou à l'arrière du pion (Schmidt & Hattel 2005).

Malgré le fait que la formulation eulérienne ne permette pas de modéliser ces décollements, (He et al. 2008) ont pu les estimer au travers de l'évolution de la fraction volumique de porosité. A l'instant initial ils ont considéré une fraction volumique de 0.01% de porosité dans le matériau de base ; celle-ci évolue au cours du soudage et principalement à l'arrière du pion du côté de la zone d'avance où des valeurs de porosité maximales sont observées (voir Figure II-29).



Figure II-29 : Contour de la porosité en fraction volumique (He et al. 2008).

V.4. Caractérisation de la qualité de la soudure

V. 4. a. Microstructure

Lorsque le modèle thermique est validé, il peut être couplé à des modèles microstructuraux (Boyce et al. 2006), (Cho et al. 2007). Ce couplage peut, par exemple, permettre de visualiser la zone de soudure (Boyce et al. 2006), celle-ci est comparée à celle expérimentale sur la Figure II-30. Nous notons une similitude de la zone malaxée même si elle semble moins étendue sous l'épaulement dans le modèle numérique. La microstructure est également observable au travers de la taille de grains (Carlone & Palazzo 2013) (voir Figure II-31) qui a été comparée à des données expérimentales et a montré une bonne corrélation.



Figure II-30 : Zone de soudure expérimentale en haut et modélisée en bas (soit l'ensemble de la ZAT, de la ZATM et du noyau) (Boyce et al. 2006).



Figure II-31 : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques sur la taille de grains à mi-hauteur de la ligne de soudure (Carlone & Palazzo 2013).

Les approches eulériennes n'ont pas l'exclusivité des études microstructurales. (Pan et al. 2013) ont réalisé une telle étude à l'aide d'une approche particulaire SPH, nous visualisons la taille de grains dans la section transverse au cordon de soudure sur la Figure II-32.



Figure II-32 : Taille de grain dans le plan de coupe perpendiculaire à la ligne de soudure (Pan et al. 2013).

V. 4. b. Dureté, tenue mécanique

La carte microstructurale est corrélée à la métallurgie du matériau afin de prédire les performances mécaniques des tôles soudées. (Cho et al. 2007) ont comparé le profil de température obtenue dans la plaque par rapport à l'expérience et ont obtenu une bonne corrélation. Ils ont ensuite modélisé l'écrouissage du matériau et ont pu calculer la résistance mécanique de l'assemblage final (voir Figure II-33 b) lequel est raisonnablement cohérent avec le profil de dureté du matériau obtenu expérimentalement (voir Figure II-34). La résistance de la zone soudée est plus forte que celle du matériau de base, cependant elle est maximale, soit dans la zone d'avance, soit dans la zone de retrait, selon les conditions opératoires du procédé.



Figure II-33 : Champs de température (gauche) et résistance (droite) (Cho et al. 2007).



Figure II-34 : Dureté expérimentale en fonction de la distance à l'outil (Cho et al. 2007).

(Heidarzadeh & Saeid 2013) ont développé un modèle permettant d'obtenir la contrainte limite de traction, l'élongation en traction et la dureté avec un niveau de confiance de 95% selon la régression ANOVA. Ils ont plus particulièrement observé l'influence des vitesses de rotation et d'avance, et l'influence de la force sur ces variables de tenue mécanique.

Bien que l'approche eulérienne soit la plus appropriée pour une étude microstructurale, en raison du coût de calcul plus faible, on trouve des modèles lagrangiens dans lesquels la microstructure est reliée aux déformations (Fratini & Buffa 2005). Avec la méthode SPH, (Pan et al. 2013) ont également approximé la dureté. Ils ont trouvé des résultats comparables à ceux issus de la littérature expérimentale.

V.5. Influence des paramètres procédés

La simulation numérique est un atout majeur pour comprendre ou optimiser le procédé FSW. Pour cela des études paramétriques font l'objet de nombreux articles.

V. 5. a. Vitesses d'avance et de rotation

Les principaux axes de recherche portent sur l'étude des paramètres procédés tels que la vitesse d'avance et la vitesse de rotation. Ce sont les paramètres les plus influents sur l'écoulement FSW (Cho et al. 2007). (Zhang & Zhang 2009) ont observé l'influence de ces 2 paramètres sur les déformations, la température, la puissance dissipée ou encore l'écoulement et donc sur la formation de trous, au travers d'un suivi de particules. Ainsi la vitesse de rotation doit être ajustée au mieux car plus elle augmente, meilleur est le malaxage de la matière et donc la qualité de la soudure. Cependant à forte vitesse de rotation, la matière peut atteindre des températures trop élevées qui altèrent les propriétés mécaniques et créent des bavures excessives. De plus le rapport de soudage¹ doit être ajusté afin de ne pas conduire à une soudure trop froide qui provoquerait l'apparition de trous. Plus ces deux paramètres augmentent plus la puissance totale nécessaire augmente (Zhang & Zhang 2009), (Jacquin et al. 2011).

(Zhang et al. 2007) sont allés plus loin en observant l'influence de ces paramètres sur la part de dissipation plastique et celle de frottement. Nous précisons qu'ils ont obtenu une bonne corrélation

¹ le rapport entre la vitesse d'avance et celle de rotation

entre la déformation plastique équivalente calculée et la microstructure observée expérimentalement. Lorsque la vitesse d'avance augmente, la déformation plastique diminue et l'effet de l'épaulement sur la matière est plus faible car la quantité de matière à malaxer augmente mais le temps de malaxage diminue. A très fortes vitesses d'avance, nous assistons à un tourbillon du côté de la zone d'avance où les vitesses deviennent négatives. Lorsque la vitesse de rotation augmente, les déformations plastiques équivalentes augmentent, cependant la part de dissipation interne par déformation plastique diminue par rapport à celle dissipée en surface par frottement (Zhang & Zhang 2009). En fait le rapport entre la vitesse de rotation de la matière et celle de l'outil augmente, c'est-à-dire que le contact change de nature et devient plus glissant. Ceci a également été observé par (Gemme et al. 2010) lors de la calibration du coefficient de frottement sur le couple expérimental pour 2 vitesses de rotation différentes. Pour une vitesse de 600 tpm un coefficient de frottement de Norton de 0,7 est le plus en accord avec l'expérience alors que pour 1200 tpm une valeur de 0,4 correspondant à un frottement moins fort donne de meilleurs résultats. Lorsque la vitesse de rotation augmente, la puissance totale dissipée augmente mais dans une moindre mesure, ce qui résulte en une diminution du couple dans l'outil. Avec une vitesse de rotation plus élevée, les performance mécaniques en terme de résistance à la traction, du joint diminuent (Buffa et al. 2009), (Fratini et al. 2010).

V. 5. b. Effort axial

Dans le cas où l'outil est piloté en position, la force est une résultante ; elle augmente avec la vitesse d'avance et diminue avec la vitesse de rotation (Ulysse 2002), (Chen & Kovacevic 2003). Il est intéressant de prédire la force de forgeage afin de minimiser les efforts sur l'outil qui favorisent sa casse. Il en est de même pour le couple qui peut être minimisé au travers du coefficient de frottement entre la pièce et l'outil (Jacquin et al. 2011). Plus ce contact est collant, plus le couple augmente favorisant la rupture de l'outil. Si le pilotage se fait en force, il est intéressant d'observer son influence sur la soudure afin de l'optimiser. Ceci n'est possible numériquement que si nous considérons un maillage adapté. En effet pour modéliser l'influence du chargement, il est nécessaire d'adapter la position de l'outil et la géométrie de la pièce. (Zhang et al. 2007) ont observé que lorsque la force axiale augmente, la déformation plastique équivalente augmente dans le noyau. Dans (Heidarzadeh & Saeid 2013), lorsque la vitesse d'avance ainsi que la force sont élevées et que la vitesse de rotation est forte, la résistance à la traction augmente. Cependant avec ces paramètres, si la vitesse de rotation est faible, le frottement et les déformations plastiques sont plus faibles et la résistance à la traction diminue, pouvant entrainer la formation d'un trou. Ainsi il faut trouver un compromis entre une force peu élevée permettant de ne pas trop solliciter l'outil et l'obtention de bonnes caractéristiques mécaniques du joint.

V. 5. c. Géométrie d'outil et configuration

Afin de minimiser la casse de l'outil, il est important d'avoir de bonnes conditions de soudage en termes de paramètres procédés (v, w, Fz) comme vu précédemment. Cette qualité de soudure peut également être optimisée grâce à la géométrie de l'outil. Il a été montré qu'un outil à pion conique donnait de meilleurs performances mécaniques qu'un pion cylindrique (Gratecap et al. 2007), (Buffa et al. 2009). Une bonne soudure est également dépendante de la configuration de soudage. Par exemple, le positionnement par recouvrement (Figure II-35) peut améliorer les performances mécaniques du joint soudé. (Buffa et al. 2009) observent que les meilleurs résultats ont été obtenus pour la configuration (A) de la Figure II-35 où la résistance au test de cisaillement a été doublée. La différence entre les 2 configurations résulte de la différence de comportement du matériau selon qu'il est dans la zone d'avance (A.S) ou dans la zone de retrait (R.S) ; sur ces 2 configurations ces 2 zones ne sont pas placées de la même manière par rapport à l'ensemble des plaques.



Figure II-35 : Optimisation de la configuration par recouvrement de 2 tôles en aluminium 2198 T4 (Buffa et al. 2009).

VI. Conclusion

Cette revue bibliographique a mis en évidence les diverses méthodes pour modéliser le FSW. En effet, si le but de l'étude est de coupler le modèle macroscopique à des modèles microstructuraux en vue de prédire la tenue mécanique du joint soudé, les approches eulériennes EF sont à privilégier. Ces dernières présentent des temps de calcul réduits et sont en plus efficaces pour modéliser l'écoulement complexe du matériau. En revanche, elles ne sont pas adaptées à la modélisation des phases transitoires puisque l'état de contact n'évolue pas au cours du temps. D'autres méthodes sont pertinentes pour modéliser l'écoulement : les méthodes particulaires ou discrètes. Elles sont adaptées si nous souhaitons observer en détails le malaxage du matériau en s'affranchissant des difficultés liées aux grandes déformations de la matière au voisinage de l'outil. Elles sont très intéressantes pour étudier le soudage de matériaux différents. Cependant malgré l'absence de maillage, elles nécessitent des coûts de calcul importants pour atteindre une précision semblable à celle obtenue avec les méthodes lagrangiennes EF. Ces dernières sont particulièrement adaptées pour modéliser les phases transitoires du procédé. Elles permettent de modéliser la forme finale de la pièce soudée, la formation de défauts et de suivre la surface libre. Le point faible de ces méthodes est leur coût de calcul dû aux remaillages intensifs nécessaires dans la zone proche de l'outil. C'est pourquoi l'approche ALE s'avère plus efficace tout en permettant une modélisation précise du contact jusqu'à l'obtention d'un état stationnaire. Ces méthodes sont utiles pour la modélisation de trous et de bavures, et la prédiction de l'enfoncement et de l'empreinte de l'outil dans la tôle. Plus globalement, seules les approches EF lagrangiennes et ALE permettent précisément d'observer l'influence de la force et du frottement, les approches EF eulériennes ou les méthodes particulaires ne modélisant qu'un contact collant.

Le choix d'une méthode se fait naturellement en fonction de l'objet de l'étude bien que dans la littérature il dépende aussi des logiciels à la disposition des chercheurs. Ainsi, nous avons pu voir que certaines astuces ont été développées afin d'appliquer des méthodes à des études pour lesquelles elles ne sont a priori pas adaptées. C'est ainsi que des méthodes eulériennes se sont avérées pertinentes pour modéliser l'influence de géométries d'outils complexes à faible coût de calcul ou pour estimer l'endommagement dans la tôle. Des méthodes lagrangiennes EF ont également été utilisées pour modéliser 2 matériaux différents, et des méthodes particulaires ont été utilisées pour modéliser la microstructure dans le cordon de soudure.

Au travers des différentes applications FSW, nous avons pu voir que les modèles numériques sont principalement validés au travers de la température dans la plaque à souder, c'est-à-dire assez loin de la zone de soudage proprement dite, (Langerman & Kvalvik 2003), (Cho et al. 2007), (Yan et al. 2011), (Roy et al. 2012), (Hersent 2010), (Cho et al. 2013), (Gök & Aydin 2013), (Malik & Hebbar 2014), (Guedoiri et al. 2011). Une calibration plus précise peut être obtenue en utilisant également les information de couple et de force dans l'outil (Ulysse 2002), (Chen & Kovacevic 2003), (Schmidt & Hattel 2005), (Gemme et al. 2010), (Al-Badour et al. 2013). Afin de valider avec plus de précision encore la température et donc l'écoulement de matière au plus près de l'outil, il est indispensable de disposer des températures dans l'outil (Fourment & Guerdoux 2008), (Esmaily & Shokuhfar 2010).

Pour ce travail nous retenons la formulation ALE. En effet nous souhaitons disposer d'une approche modélisant précisément le soudage FSW jusqu'à un état stationnaire tout en permettant de juger de la qualité de la soudure, et cela à des temps de calcul réduits. Cette méthode est alors adaptée pour modéliser de manière précise le contact et le suivi de la surface libre nécessaires à la simulation numérique de défauts de soudure tels que les trous ou les bavures. Nous décrivons en détails cette formulation dans le chapitre suivant.

