

Chapitre III Cadre méthodologique

MCours.com

Ce chapitre présente la méthodologie utilisée pour cette étude. Elle s'inscrit dans le contexte de l'implantation du renouveau pédagogique au deuxième cycle du secondaire, au moment où les élèves présentent de sérieuses lacunes en algèbre. Le premier objectif de la recherche étant de comprendre les difficultés des élèves lors du processus de mise en équation algébrique, il semblait pertinent de débiter par l'étude des productions écrites des élèves. Pour ce faire, une épreuve de quatre questions faisant intervenir la mise en équation algébrique leur a été administrée. Celle-ci était construite de manière à commander la pensée structurale (voir section 2.3.3), et présentait un niveau de difficulté suffisamment élevé, pour permettre un questionnement en profondeur lors des entretiens subséquents. C'est la composition de cette épreuve de même que les constats à la suite des entretiens individuels qui ont permis de répondre au second objectif de la recherche qui consistait à identifier des pratiques favorisant le développement de la pensée algébrique. Les pages qui suivent décrivent le type de recherche dont il s'agit, la composition de l'échantillon, les instruments de cueillette de données, de même que le déroulement et la durée des séances.

3.1 Type de recherche

La recherche est de type qualitatif interprétatif. Dans ce type de recherche, on ne tente pas d'établir un lien de cause à effet, mais on cherche à mieux comprendre certains phénomènes à partir de l'opinion de ceux qui les vivent (Karsenti & Savoie-Zajc, 2004). Les données obtenues proviennent en partie du discours des élèves à partir d'un travail sur le terrain. Celles-ci ne sont pas généralisables car l'échantillon n'est pas choisi en fonction de la représentation de la population. Il est de petite taille et il est composé d'élèves qui sont tous issus d'un même groupe-classe.

3.2 Composition de l'échantillon

L'échantillon choisi était uniquement composé d'élèves de troisième secondaire fréquentant l'école secondaire de l'Odyssée Dominique-Racine de Chicoutimi. Ils étaient tous issus d'un même groupe d'élèves, soit une classe de mathématique de profil régulier. Le profil régulier est la voie empruntée par la majorité des élèves de troisième secondaire de cette école et constitue la suite logique du deuxième secondaire régulier. Le nombre d'élèves ayant répondu au questionnaire correspond au nombre d'élèves composant le groupe, soit 31 élèves.

Les élèves faisant partie de ce groupe ont tous déjà été familiarisés avec la mise en équation algébrique au cours de l'année précédente, puisque l'algèbre constitue l'un des éléments du programme de mathématiques de deuxième secondaire. Les participants à cette étude possèdent donc une expérience suffisante en algèbre pour les besoins de la présente recherche.

3.3 Instruments de collecte de données

3.3.1 Épreuve écrite

Le principal intérêt de cette recherche étant de comprendre le raisonnement des élèves dans un contexte impliquant une maîtrise fonctionnelle du calcul algébrique, l'épreuve administrée devait se composer de problèmes faisant appel aux dimensions objet et outil de l'algèbre. Ainsi, la tâche qui a été proposée aux élèves consistait, dans un premier temps, à convertir des énoncés présentés dans le langage naturel en équations algébriques, pour ensuite les solutionner à l'aide des propriétés de transformation des équations.

Chacun des problèmes représentait une situation où il fallait traiter plusieurs inconnus devant être exprimés les uns en fonction des autres à l'aide d'une variable. Le

niveau de difficulté des exercices proposés dans cette épreuve était gradué afin de situer le moment où les difficultés apparaissaient. De plus, chacune des questions a été élaborée en vue d'imposer une gradation dans le degré d'implication de l'algèbre mis en jeu.

Pour parvenir à résoudre chacun des problèmes, l'élève devait franchir les quatre étapes suivantes avec succès :

- Déterminer et inscrire les différents inconnus
- Représenter chacun des inconnus par une expression algébrique appropriée
- Traduire les informations par une équation à une variable
- Résoudre l'équation posée

Les questions faisant partie de l'épreuve ont été spécifiquement construites pour la présente étude. Elles ont été inspirées de problèmes que l'on retrouve dans le manuel de classe des élèves de 3^e secondaire (Breton, 1996) et retravaillées pour les besoins de la présente étude. Chacune d'elles devait présenter une ou des particularités devant être prises en considération, lors de la résolution, de manière à imposer une interprétation des données.

La première question de l'épreuve visait à déterminer les difficultés associées à la procédure et aux techniques de résolution d'équations. L'élève devait donc être en mesure de résoudre le problème, en reproduisant fidèlement la démarche exposée par l'enseignante. Cette question comportait donc plusieurs similarités avec l'exemple présenté en classe :

- Aucune information n'était fournie sur l'une des valeurs cherchées
- La relation entre les inconnus pouvait être établie en fonction de celle-ci
- L'équation à poser était une somme dont on connaissait la valeur

Les trois autres questions visaient à déterminer la compétence de l'élève à utiliser l'algèbre dans sa dimension outil. Pour les besoins de la cause, le niveau d'implication de l'algèbre mis en jeu devait être plus élevé. L'objectif étant de forcer l'élève à pousser plus loin son raisonnement, chacune des questions a été construite de manière à revêtir une ou des particularités faisant en sorte que la procédure ne puisse être appliquée intégralement.

Ainsi, la deuxième question de l'épreuve faisait intervenir non pas une, mais à deux inconnues pour lesquelles aucune information n'était fournie. L'élève devait donc trouver par lui-même, un moyen d'établir la relation entre les différentes valeurs cherchées. Pour résoudre le troisième problème, l'élève devait poser l'équation correspondant au périmètre d'un rectangle. Il devait faire appel à sa connaissance du concept de périmètre, au moment de poser son équation. Enfin, la dernière question faisait appel à quelques concepts mathématiques en plus de ne fournir aucune donnée strictement numérique. Pour résoudre ce problème, l'élève devrait faire preuve d'une bonne compréhension du sens des expressions algébriques. Une copie de l'épreuve administrée aux élèves est fournie à l'annexe 1.

3.3.2 Entretiens individuels

Afin de comprendre les difficultés rencontrées par les participants à partir de leur propre perspective, ceux-ci ont été conviés à un entretien d'explicitation. Ce type d'entretien semblait constituer le meilleur choix puisqu'il permet une connaissance précise des démarches intellectuelles individuelles mises en œuvre dans la réalisation d'une tâche (Vermersch, 1994). Il s'agit d'un mode de questionnement constitué d'un ensemble de techniques qui ont pour but d'aider les élèves à verbaliser la manière dont ils réalisent une tâche (Vermersch, 2003) et il s'intéresse particulièrement au vécu de l'action, c'est-à-dire la succession d'actions que le sujet met en œuvre pour atteindre un

but. L'avantage de cette méthode, c'est qu'elle ne permet pas seulement de renseigner le chercheur, mais elle apprend également à l'élève à s'auto-informer en verbalisant une connaissance en acte qui n'a pas encore été conceptualisée.

Lors d'un entretien d'explicitation, le questionnement doit faire référence à une tâche réelle et spécifiée, c'est pourquoi les élèves ont dû, dans un premier temps, réaliser l'épreuve écrite décrite un peu plus tôt. Le protocole d'entretien est fourni à l'annexe 2.

Chaque élève a été rencontré individuellement pour discuter de l'épreuve. Il a été invité à décrire sa démarche de résolution, à expliquer son raisonnement et à s'exprimer sur les difficultés rencontrées. Le protocole d'entretien fourni en annexe donne un aperçu du déroulement de chacune des rencontres. La durée des entretiens a varié de vingt minutes à soixante-quinze minutes.

3.4 Déroulement et durée des séances

Dans un premier temps, l'enseignante a effectué un bref rappel de la mise en équation algébrique. Pour ce faire, elle a exécuté un problème au tableau en explicitant chacune des étapes de sa démarche. L'exemple présenté au tableau, de même que les explications données en classe, figurent à l'annexe 3.

Par la suite, tous les élèves ont répondu simultanément au questionnaire écrit. On ne leur a pas imposé de limite de temps pour accomplir ce travail, mais après vingt-cinq minutes tous les élèves avaient terminé ou abandonné la tâche. Aucune explication n'était fournie pendant la passation de cette épreuve, mais les élèves étaient avisés qu'ils auraient l'occasion de faire part de leurs interrogations lors des entretiens individuels.

Les productions d'élèves ont ensuite été corrigées (sans faire de marque apparente sur la copie de l'élève) et certains éléments ont été retenus pour élaborer le protocole d'entretiens.

Finalement, chaque élève a été rencontré individuellement pour discuter de l'épreuve. Il a été invité à décrire sa démarche de résolution, à expliquer son raisonnement, et à s'exprimer sur les difficultés rencontrées. La durée des entretiens a varié de vingt minutes à soixante-quinze minutes et chacun d'entre eux a été enregistré.

Chapitre IV

Analyse des résultats

Ce chapitre présente les résultats obtenus aux épreuves écrites et aux questions des entretiens individuels. La première section définit les niveaux de réussite qui ont été établis pour analyser l'épreuve écrite. Les résultats obtenus à cette épreuve sont présentés sous forme de tableaux et chacun d'eux est brièvement commenté de manière à faire ressortir les tendances. Par la suite, certains constats sont dégagés des entretiens individuels. Ceux-ci sont appuyés de quelques propos d'élèves qui ont été retranscrits à partir des enregistrements. Enfin, une discussion dresse un bilan complet des résultats de l'étude et les compare à ceux d'autres recherches.

4.1 Niveaux de réussite pour l'épreuve écrite

Comme il a été mentionné plus tôt, la démarche attendue des élèves pour résoudre chacun des problèmes de l'épreuve écrite comprenait quatre étapes.

- **Étape 1** : Relever les différentes valeurs recherchées (inconnues)
- **Étape 2** : Attribuer une expression algébrique à chacune des valeurs inconnues
- **Étape 3** : Traduire les informations du texte par une équation
- **Étape 4** : Résoudre l'équation obtenue

Pour fin d'analyse, des niveaux d'atteinte ont été établis en fonction de chacune de ces étapes. Ainsi, chaque niveau d'atteinte que l'on retrouve dans le tableau 1 correspond à une étape de résolution franchie avec succès.

Tableau 1 : Niveaux de réussite pour l'ensemble des items de l'épreuve écrite

Niveau 0	L'élève n'a tenté aucune démarche
Niveau 1	L'élève a correctement identifié les inconnues
Niveau 2	L'élève a attribué une expression algébrique à chacune des inconnues
Niveau 3	L'élève a traduit les informations par une équation appropriée
Niveau 4	L'élève a résolu algébriquement l'équation

L'atteinte d'un niveau suppose que l'élève a exécuté la tâche correctement. L'élève ayant bien identifié chacune des inconnues, sans avoir correctement attribué les expressions, n'est donc pas réputé comme ayant atteint le niveau 2. De plus, chacun des niveaux est inclusif, c'est-à-dire que l'atteinte d'un niveau signifie l'atteinte de chacun des niveaux inférieurs.

4.2 Résultats obtenus pour l'ensemble des items de l'épreuve écrite

Le tableau 2 présente les niveaux d'atteinte pour chacun des items de l'épreuve. La compilation des résultats permet de comparer le nombre de répondants (sur un total de 31) ayant réussi à franchir chacune des étapes. À titre d'exemple, on peut constater que 23 élèves ont réussi à franchir l'étape 4 à l'item #1, alors que 20 élèves ne sont parvenus qu'à franchir l'étape 2 à l'item #4.

Tableau 2 : Niveaux d'atteinte pour chacun des items de l'épreuve écrite

	Niveau 0 Aucune tentative	Niveau 1 Repérer les inconnues	Niveau 2 Attribuer les expressions algébriques	Niveau 3 Poser l'équation appropriée	Niveau 4 Résoudre correctement l'équation
Item #1	0 élève	1 élève	5 élèves	2 élèves	23 élèves
Item #2	0 élève	11 élèves	5 élèves	1 élève	14 élèves
Item #3	1 élève	6 élèves	16 élèves	2 élèves	6 élèves
Item #4	3 élèves	20 élèves	1 élève	3 élèves	4 élèves

Une première analyse de ce tableau nous permet de constater que le nombre d'élèves ayant réussi à atteindre le niveau 4, diminue d'un item à l'autre. Ainsi, 23 élèves ont résolu complètement et correctement la question numéro 1, alors que ce

nombre n'est que de 4 élèves pour l'item #4. Cela montre bien que le degré de difficulté s'intensifiait d'une question à l'autre.

On remarque également que pour chacun des items de l'épreuve, le nombre d'élèves ayant atteint le niveau 3, correspondant à la mise en équation, est inférieur au nombre d'élèves ayant atteint le niveau 4, associé à la résolution de l'équation. Le tableau montre en effet que des 25 élèves ayant posé correctement l'équation à l'item #1, seulement 2 ne sont pas parvenus à la résoudre. Il montre également qu'un seul des 15 élèves ayant posé correctement l'équation pour l'item #2 ne l'a pas résolue correctement, que 6 des 8 élèves ayant posé l'équation à l'item #3 sont parvenus à la résoudre, et que 4 des 7 élèves ont correctement résolu l'équation qu'ils avaient posé à l'item #4. Cela suggère que l'étape de mise en équation cause davantage de problèmes aux élèves que l'étape de résolution d'équation, puisqu'une fois l'équation posée, la plupart des élèves parviennent à la résoudre.

Enfin, pour les problèmes 1 et 2, aucun élève n'apparaît sous la colonne de niveau 0, ce qui indique que tous les élèves ont au moins été en mesure d'identifier les valeurs cherchées qui auraient pu être représentées par des expressions algébriques.

4.3 Résultats obtenus pour chacun des items de l'épreuve écrite

4.3.1 Résultats obtenus à l'item numéro 1 de l'épreuve écrite

Le tableau 3 illustre la compilation du nombre d'élèves ayant atteint chacun des niveaux de réussite à l'item #1 de l'épreuve écrite. Ci-dessous, on retrouve l'énoncé du problème de même qu'un exemple de production attendue.

Trois amis se partagent un montant de 425\$ de la façon suivante : Marc-André reçoit 15\$ de plus que le double du montant que reçoit Frédéric, tandis que Mathieu reçoit 40\$ de moins que le triple du montant que reçoit Frédéric. Quel est le montant que reçoit chacun d'entre eux ?

Exemple de production attendue pour cet item :

1. Identifier les inconnues et leur assigner une expression algébrique :

Montant d'argent de Marc-André : $2x + 15$

Montant d'argent de Mathieu : $3x - 40$

Montant d'argent de Frédéric : x

2. Poser l'équation et la résoudre :

$$2x + 15 + 3x - 40 + x = 425$$

$$6x = 450$$

$$x = 75$$

3. Déterminer la solution en remplaçant x par sa valeur

Marc-André reçoit 165\$, Mathieu reçoit 185\$ et Frédéric reçoit 75\$.

Tableau 3 : Nombre d'élèves ayant atteint chacun des niveaux de réussite à l'item #1

Niveau d'atteinte	Nombre d'élèves	Pourcentage
Niveau 0	0	0 %
Niveau 1	1	3,2 %
Niveau 2	5	16,1 %
Niveau 3	2	6,5 %
Niveau 4	23	74,2 %
Total	31	100 %

À la lecture de ce tableau, on peut constater que 23 des 31 élèves (soit 74,2% d'entre eux) sont parvenus à résoudre le problème à l'aide d'une démarche algébrique appropriée. Les traces laissées par chacun des élèves, de même que la disposition de chacun des éléments, sont très similaires. On retrouve généralement les expressions algébriques associées à chacune des inconnues à la gauche de l'encadré, la résolution de l'équation au centre et la solution à droite, comme le montrent les reproductions de copies d'élèves ci-après :

Élève #4 :

$A: 2x+15$ $F: x$ $M: 3x-40$	$2x+15+x+3x-40=425$ $2x+15+x+3x-40=425$ $6x=450$ $x=75$	$\left. \begin{array}{l} A: 165\$ \\ F: 75\$ \\ M: 180\$ \end{array} \right\} \text{RÉP.}$
------------------------------------	--	--

Élève #15:

$\text{Fred} = x$ $\text{Math} = 3x-40$	$x+2x+15+3x-40=425$ $6x-25=425$ $6x=450$ $x=75$	$\left. \begin{array}{l} \text{Fred} = 75\$ \\ \text{Math} = 185\$ \end{array} \right\}$
--	--	--

Élève 24 :

$M-A: 2x+15$ $\text{Fred}: x$ $\text{Math}: 3x-40$	$x+2x+15+3x-40=425$ $6x-25=425$ $6x=450$ $x=75$	$\left. \begin{array}{l} \text{Fred} = 75\$ \\ \text{Math} = 185\$ \end{array} \right\}$
--	--	--

Cinq élèves ont représenté correctement les inconnus par des expressions algébriques, sans parvenir à poser l'équation. Parmi eux, deux ont tenté de poursuivre la résolution sans avoir recours à l'algèbre. On peut distinguer dans les traces qu'ils ont laissées, une division par trois, mais rien de signifiant par la suite.

Élève #5 :

$M-A = 2x+15$ $\text{Fred} = x$ $\text{Math} = 3x-40$	$425 \div 3 = 141$ $141 \div 3 = 47$
---	---

Élève #11 :

$2x + 15 = 425 - 3(2x + 15)$
 .. Trois amis se partagent un montant de 425 \$ de la façon suivante : Marc-André reçoit 15\$ de plus que le double du montant que reçoit Frédéric, tandis que Mathieu reçoit 40\$ de moins que le triple du montant que reçoit Frédéric. Quel est le montant que reçoit chacun d'entre eux ?

M-A: $2x + 15$
 F: x
 M: $3x - 40$

Réponse: M-A → 165\$
 F → 70\$
 M → 185\$

Ainsi, malgré une démarche algébrique bien amorcée, certains ont préféré utiliser une approche de type arithmétique pour tenter de résoudre le problème et seul l'un d'entre eux y est arrivé.

Enfin, tous les élèves ont été en mesure d'identifier les différentes inconnues, ce qui montre qu'il est rare qu'un élève soit totalement démuni face à ce genre de problème.

4.3.2 Résultats obtenus à l'item #2 de l'épreuve écrite

Le tableau 4 illustre la compilation du nombre d'élèves ayant atteint chacun des niveaux de réussite à l'item #2 de l'épreuve écrite. Ci-après, on retrouve l'énoncé du problème, de même qu'un exemple de production attendue.

Josiane possède 108 billes (des rouges, des jaunes et des bleues). Le nombre de billes rouges qu'elle possède est 9 de plus que celui de billes jaunes, mais 6 de moins que celui de billes bleues. Combien de billes de chaque couleur possède-t-elle ?

Exemple de production attendue pour cet item :

1. Identifier les inconnues et leur assigner une expression algébrique :

*Nombre de billes rouges : x
 Nombre de billes jaunes : $x - 9$
 Nombre de billes bleues : $x + 6$*

2. Poser l'équation et la résoudre :

$$\begin{aligned} x + x + 9 + x + 6 &= 108 \\ 3x &= 111 \\ x &= 37 \end{aligned}$$

3. Déterminer la solution en remplaçant x par sa valeur

Josiane possède 37 billes rouges, 28 billes jaunes et 43 billes bleues.

Tableau 4 : Nombre d'élèves ayant atteint chacun des niveaux de réussite à l'item #2

Niveau d'atteinte	Nombre d'élèves	Pourcentage
Niveau 0	0 élève	0 %
Niveau 1	11 élèves	35,5 %
Niveau 2	5 élèves	16,1 %
Niveau 3	1 élève	3,2 %
Niveau 4	14 élèves	45,2 %
Total	31 élèves	100 %

Dans ce cas-ci, représenter les inconnues par des expressions algébriques nécessitait un peu plus de réflexion, compte tenu de la formulation de la question. Le nombre d'élèves n'ayant pas franchi cette étape est passé à 11 élèves sur 31, alors qu'un seul n'avait pas réussi à le faire dans l'exercice précédent. Les démarches fournies par certains de ces élèves attestent tout de même d'une compréhension partielle.

Élève #26 :

$32 + 9 = 41$ x rouges: $x+9$ $32 + 9 - 6 = 35$ jaunes: x bleues: $x+9-6$	$x + 9 + x + x + 9 - 6 = 108$ $3x + 12 = 108$ $-12 \quad -12$ $\frac{3x}{3} = \frac{96}{3}$ $x = 32$	Justiane possède 32 billes jaunes, 41 billes rouges et 35 billes bleues.
---	--	--

Élève #27 :

$R: x + 9 = 41$ $J: x = 32$ $B: x + 9 - 6 = 35$	$108 = x + 9 + x + x + 9 - 6$ $108 = 3x + 12$ $96 = 3x$ $\frac{96}{3} = \frac{3x}{3}$ $x = 32$	Elle possède 41 billes rouges, 32 billes jaunes et 35 billes bleues.
---	--	--

Comme on peut le constater, en établissant la relation entre les différents inconnues, ces élèves ont attribué « 6 de moins » au nombre de billes bleues, alors que cette information concernait le nombre de billes rouges. De plus, bien que l'équation posée ne traduise pas correctement la donnée du problème, elle a tout de même été bien résolue dans les deux cas. D'ailleurs, la plupart des élèves ayant posé une équation, qu'elle soit erronée ou non, sont parvenus à la résoudre, comme en font foi les extraits de démarches suivants :

Élève #1 :

$\#$ billes rouges: $x+9$ $\#$ billes jaunes: x $\#$ billes bleues: $x+3$	$3x + 12 = 108$ $-12 \quad -12$ $\frac{3x}{3} = \frac{96}{3}$ $x = 32$	Rouges: 41 Jaunes: 32 Bleues: 35
---	---	--

Élève #7 :

$32 + 9 = 41$ $32 + 9 - 6 = 35$ x rouges: $x+9$ x jaunes: x $x+9-6$ bleues: $x+3$	$x + 9 + x + x + 9 - 6 = 108$ $3x + 12 = 108$ $-12 \quad -12$ $\frac{3x}{3} = \frac{96}{3}$ $x = 32$	$x = 32$
---	--	----------

Parmi les 20 élèves ayant réussi à représenter les inconnues par une expression algébrique appropriée, 15 ont réussi à poser l'équation et 14 l'ont résolue correctement. Dans ce cas-ci, c'est donc la représentation des inconnus par des expressions algébriques qui a posé problème puisqu'une fois cette étape franchie, la plupart des élèves sont parvenus à résoudre le problème.

4.3.3 Résultats obtenus à l'item #3 de l'épreuve écrite

Le tableau 5 illustre la compilation du nombre d'élèves ayant atteint chacun des niveaux de réussite à l'item #3 de l'épreuve écrite. Ci-après, on retrouve l'énoncé du problème, de même qu'un exemple de production attendue.

Le périmètre d'un rectangle est 37 cm. Sachant que la longueur mesure 1 cm de moins que le double de la largeur, détermine les dimensions de ce rectangle.

Exemple de production attendue pour cet item :

1. Identifier les inconnues et leur assigner une expression algébrique :

Longueur du rectangle : $2x - 1$

Largeur du rectangle : x

2. Poser l'équation et la résoudre :

$$2(2x - 1) + 2(x) = 37$$

$$4x - 2 + 2x = 37$$

$$6x = 39$$

$$x = 6,5$$

3. Déterminer la solution en remplaçant x par sa valeur :

Le rectangle mesure 6,5 cm de largeur et 12 cm et sa longueur .

Tableau 5 : Nombre d'élèves ayant atteint chacun des niveaux de réussite à l'item #3

Niveau d'atteinte	Nombre d'élèves	Pourcentage
Niveau 0	1 élève	3,2 %
Niveau 1	6 élèves	19,4 %
Niveau 2	16 élèves	51,6 %
Niveau 3	2 élèves	6,4 %
Niveau 4	6 élèves	19,4 %
Total	31 élèves	100 %

La relation entre les deux nombres cherchés était décrite de manière similaire à celle du problème numéro 1 qui a été très bien réussi. Il n'est pas surprenant que le nombre de participants ayant réussi à associer les expressions algébriques pour la longueur et la largeur soit passé à 24, comparativement à 11 pour l'exercice précédent.

Cependant, bien que 24 des 31 élèves soient parvenus à exprimer les inconnus à l'aide des expressions algébriques qui convenaient, 16 élèves n'ont pas traduit l'énoncé par une équation qui soit appropriée. L'erreur commise par 12 de ces 16 élèves a été de poser une égalité pouvant être traduite par : « longueur + largeur = 37 » pour convertir en langage algébrique : « le périmètre d'un rectangle est 37 cm ». Or, on sait que le périmètre d'un rectangle correspond à la somme des mesures de chacun de ses côtés, ce qui représente deux fois la somme de la longueur et de la largeur. Il semble qu'un élément de la donnée du problème ait échappé à ces élèves, puisque le terme périmètre n'a pas été pris en considération lors du processus de mise en équation. Voici, à titre d'exemple, les traces laissées par quelques élèves :

Élève #3 :

longueur : $2x - 1 = 24,34 \text{ cm}$	$3x - 1 = 37$
largeur : $x = 12,66 \text{ cm}$	$+ 1 \quad + 1$
	$3x = 38$
	$\frac{3}{3} \quad \frac{38}{3}$
	$x = 12,66$

Élève #22 :

$longueur: 2x - 1 \rightsquigarrow 24,34$
 $largeur: x \rightsquigarrow 12,67$
 $37,01 \text{ cm}$

$2x - 1 = 37$
 $2x = 38$
 $x = 19$

$x = 12,67$

La longueur est d'environ 24,34 cm et la largeur de 12,67 cm.

Deux élèves ont semblé tenir compte du terme périmètre, mais sans savoir quoi en faire. Ceux-ci ont abandonné la tâche au moment de poser l'équation, comme en font foi ces extraits de leurs démarches :

Élève #12 :

Le périmètre d'un rectangle est 37 cm. Sachant que la longueur mesure 1 cm de moins que le double de la largeur, détermine les dimensions de ce rectangle.

$longueur: 2x - 1$
 $largeur: x =$

Élève #27 :

$luc: x$
 $long: 2x - 1$

4.3.4 Résultats obtenus à l'item #4 de l'épreuve écrite

Le tableau 6 illustre la compilation du nombre d'élèves ayant atteint chacun des niveaux de réussite à l'item #4 de l'épreuve écrite. Ci-après, on retrouve l'énoncé du problème, de même qu'un exemple de production attendue.

La somme de deux nombres naturels pairs consécutifs est égale à 16 de moins que le triple du plus petit de ces deux nombres. Quels sont ces deux nombres ?

Exemple de production attendue pour cet item:

1. Identifier les inconnues et leur assigner une expression algébrique :

Premier nombre : x Deuxième nombre : $x + 2$

2. Poser l'équation et la résoudre :

$$x + x + 2 = 3x - 16 \rightarrow x = 18$$

3. Déterminer la solution en remplaçant x par sa valeur

Les deux nombres sont 18 et 20.

Tableau 6 : Nombre d'élèves ayant atteint chacun des niveaux de réussite à l'item #4

Niveau d'atteinte	Nombre d'élèves	Pourcentage
Niveau 0	3 élèves	9,7 %
Niveau 1	20 élèves	64,5 %
Niveau 2	1 élève	3,2 %
Niveau 3	3 élèves	9,7 %
Niveau 4	4 élèves	12,9 %
Total	31 élèves	100 %

En plus de comporter plusieurs termes spécifiques aux mathématiques, l'énoncé de ce problème ne fournissait aucune donnée strictement numérique et la relation entre les deux inconnus n'était pas clairement indiquée. Aussi, seulement quatre élèves sont parvenus à solutionner complètement et correctement ce problème. Ceux-ci ont tous présenté une solution similaire à celle attendue.

Bien que 28 des 31 élèves, soit 90,3% de l'échantillon aient identifié correctement les deux inconnues (1^{er} nombre et 2^e nombre), seulement huit d'entre eux sont parvenus à leur associer une expression algébrique. Il faut cependant préciser que la relation entre les deux inconnues était donnée de façon plus subtile, en ce sens qu'elle devait être tirée du fait qu'il s'agissait de deux nombres naturels pairs consécutifs. Ce

type de formulation ne faisant pas clairement ressortir un inconnu pour lequel aucune information n'est fournie, c'est l'élève qui doit prendre l'initiative d'associer la variable x à l'un d'entre eux. Il doit par la suite déduire logiquement qu'il y a forcément une différence de deux unités entre ces deux nombres, pour arriver à attribuer l'expression algébrique qui convienne ($x+2$ ou $x-2$) pour le second nombre.

Parmi les 20 élèves ayant identifié les inconnus sans parvenir à leur attribuer des expressions algébriques correctes, près de la moitié (9 d'entre eux) ont associé la variable x au premier nombre et l'expression algébrique $3x - 16$ au deuxième nombre cherché, comme le montrent les extraits qui suivent :

Élève #1 :

$$\begin{array}{l} 1^{\text{er}} \text{ nombre: } x \\ 2^{\text{e}} \text{ nombre: } 3x - 16 \end{array}$$

Élève #17 :

$$\begin{array}{l} n_1 = x \\ n_2 = 3x - 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x - 16 = 0 \\ \underline{-x + 16} \\ 4x = 16 \\ \underline{-4x} \\ -16 = -16 \\ x = 4 \end{array}$$

Wah... ..

Élève #25 :

$$\begin{array}{l} ? \#n = 3x - 16 \\ \cdot \#n = x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x - 16 = \\ \underline{-x + 16} \\ 4x = 16 \\ \underline{-4x} \\ -16 = -16 \\ x = 4 \end{array}$$

Ces élèves ont commis l'erreur d'attribuer au plus grand nombre, une expression équivalant à seize de moins que le triple du plus petit nombre. Cependant, la donnée du problème précisait que c'était la somme des deux nombres, qui valait seize de moins que le triple du plus petit des deux. Ils ont ensuite tenté de poser une équation, se sont retrouvés dans une impasse, et ont abandonné la tâche.