

Chapitre 4

Simulation et validation du modèle analytique vs le modèle numérique

Ce chapitre est consacré à la validation du modèle analytique vs le modèle numérique qui est un modèle complexe et coûteux. Lors du développement du modèle analytique, nous avons imposé certaines hypothèses pour formuler un modèle simple et complet. Dans les sections suivantes, nous allons comparer ces deux modèles en simulant certaines manoeuvres standards dans le domaine des véhicules terrestres.

4.1 Décalage latéral de la charge du liquide

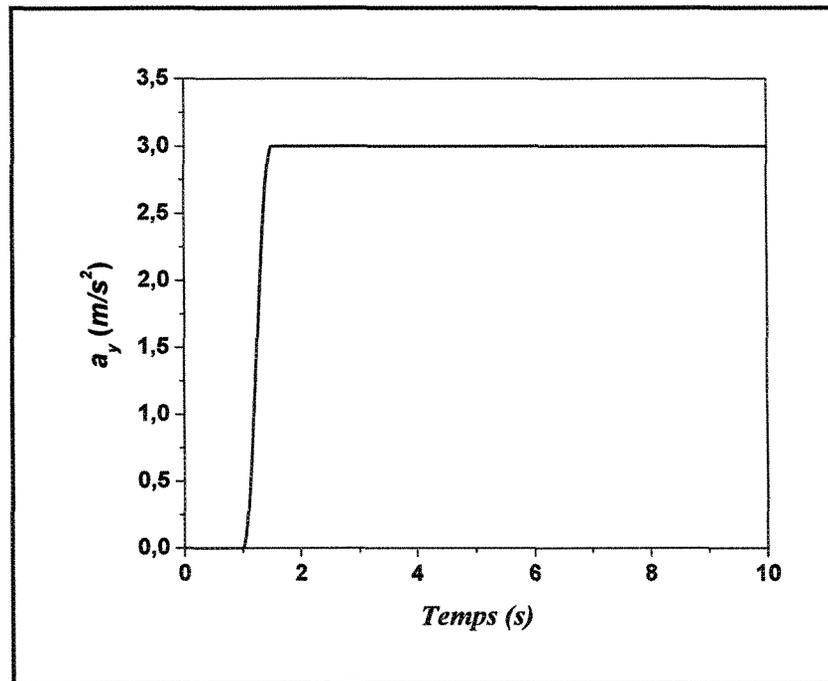
Pour comparer entre les deux modèles, nous avons choisi un liquide de faible viscosité pour générer plus d'oscillations dans un cas de remplissage partiel. La citerne partiellement remplie ($\tau = 50\%$ et $\tau = 75\%$) est de section elliptique de demi axes $a = 1.2m$, $b = 1m$ et $L_c = 7.5m$. Le liquide transporté est de l'huile domestique ($\rho = 960 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 0.048 \text{ kg/m.s}$). La réponse transitoire du ballonnement du liquide est évaluée par le déplacement instantané des coordonnées du centre de masse, des moments d'inertie et la force de pression exercée par le liquide sur les parois de la citerne. Ces paramètres sont calculés par intégration numérique qui couvre le domaine

du liquide exprimé par les équations (3.31, 3.32 et 3.33). Ces résultats seront comparés aux résultats du modèle analytique calculés par intégration analytique définie par l'équation (3.12). Pour évaluer la réponse de la stabilité directionnelle, plusieurs manoeuvres peuvent être exécutées telles que la manoeuvre de direction pour négocier une courbe (steady state turning), le changement de voie simple (single lane change manoeuvre) et le changement de voie double (double lane change manoeuvre).

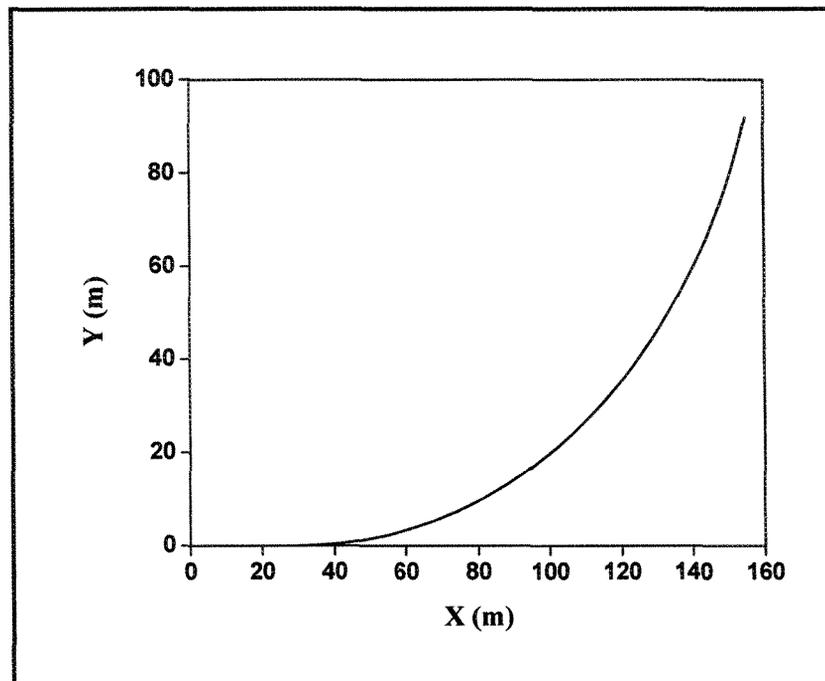
4.1.1 Mouvement dans une courbe

Cette manoeuvre consiste à, une fois la phase transitoire de l'angle de direction est terminée, le véhicule est engagé dans une courbe avec un rayon de courbure constant telle que définie par l'équation (4.1) et illustrée par la figure (4.1).

$$\left\{ \begin{array}{ll} a_y = 0 & , \quad t \leq t_1 \\ a_y = -\frac{A}{2} \cos(2(t - t_1) + \pi) + t_2 & , \quad t_1 < t \leq t_2 \\ a_y = A & , \quad t > t_2 \\ A = 3 \text{ m/s}^2, t_1 = 1 \text{ s et } t_2 = 1.5 \text{ s} \end{array} \right. \quad (4.1)$$



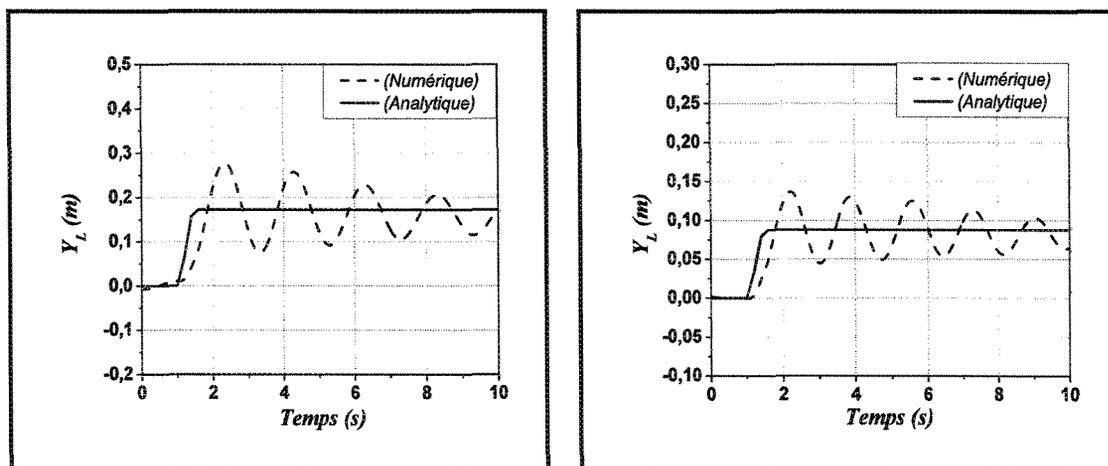
a) Accélération latérale.



b) Distance parcourue.

Figure 4.1: Profil de l'accélération latérale et la trajectoire désirée lors d'une manoeuvre dans une courbe.

Les figures (4.2 et 4.3) représentent le décalage de la charge sous l'influence de l'excitation latérale a_y . Les résultats montrent une petite variation dans l'amplitude de la coordonnée verticale z_L comparativement à celle de la coordonnée latérale y_L . La variation augmente en fonction de l'amplitude de l'accélération latérale. Cette oscillation est due au mouvement du ballonnement du liquide dans le plan lateral qui est infiniment petit par rapport à la longueur de la citerne. Nous avons remarqué également que cette variation diminue lorsqu'on augmente le taux de remplissage. Au début, il y a une petite différence due à l'oscillation de la surface libre, qui a été négligée dans le modèle analytique. Par contre, dès que le liquide atteint le régime établi, la corrélation entre les deux modèles se stabilise.



a) $\tau = 50\%$

b) $\tau = 75\%$

Figure 4.2: Déplacement latéral du centre de masse y_L .

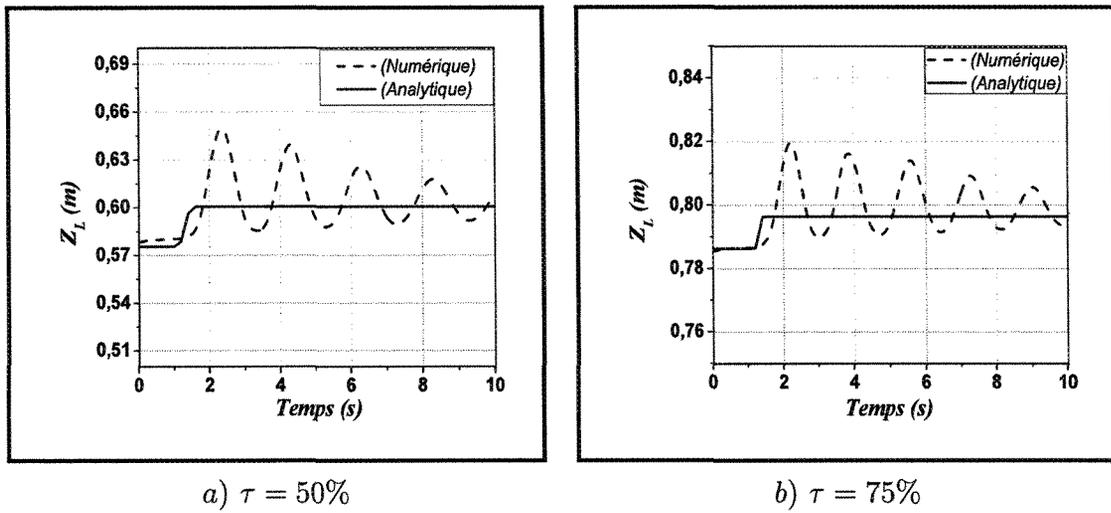
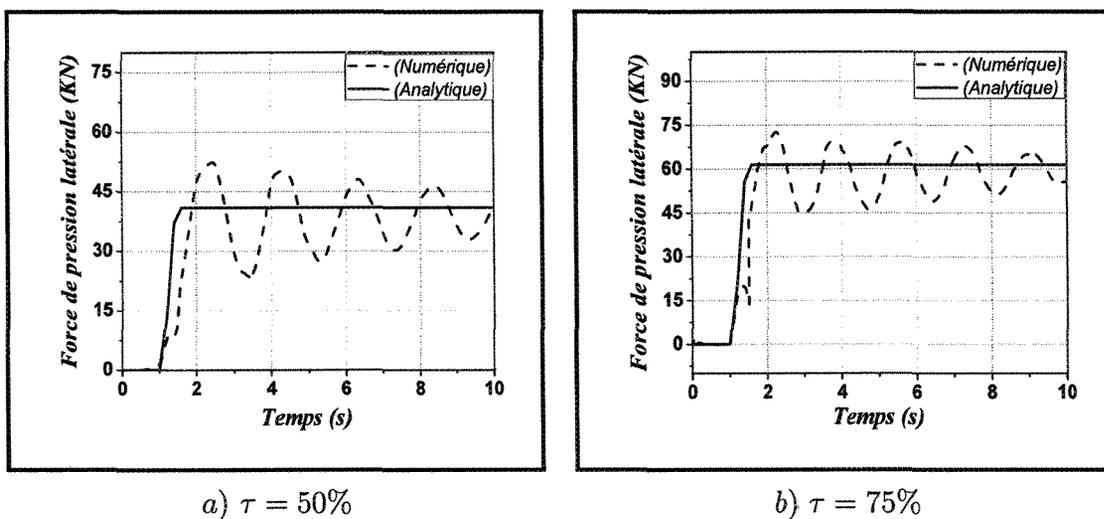
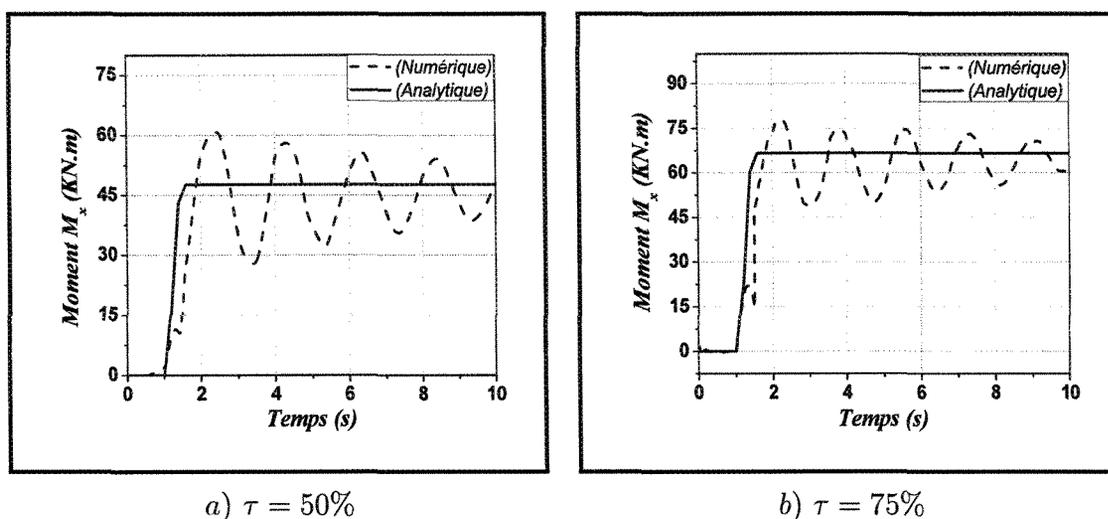


Figure 4.3: Déplacement vertical du centre de masse z_L .

Les figures (4.4, 4.5 et 4.6) illustrent la variation de la force de pression latérale F_y , le moment M_x dû à la force de pression et le moment d'inertie de roulis I_{xx} respectivement. Nous constatons clairement que nous avons une très bonne corrélation entre les deux modèles et la différence est petite comparativement au décalage du centre de masse. Une fois que le liquide a atteint le régime établi, la corrélation se stabilise et l'amplitude du décalage pour les deux modèles se rapproche. Les valeurs du modèle analytique sont presque égales à la moyenne des oscillations du modèle numérique.

Figure 4.4: Force de pression latérale F_y .Figure 4.5: Moment M_x due à la force de pression par rapport à l'origine du système de référence O .

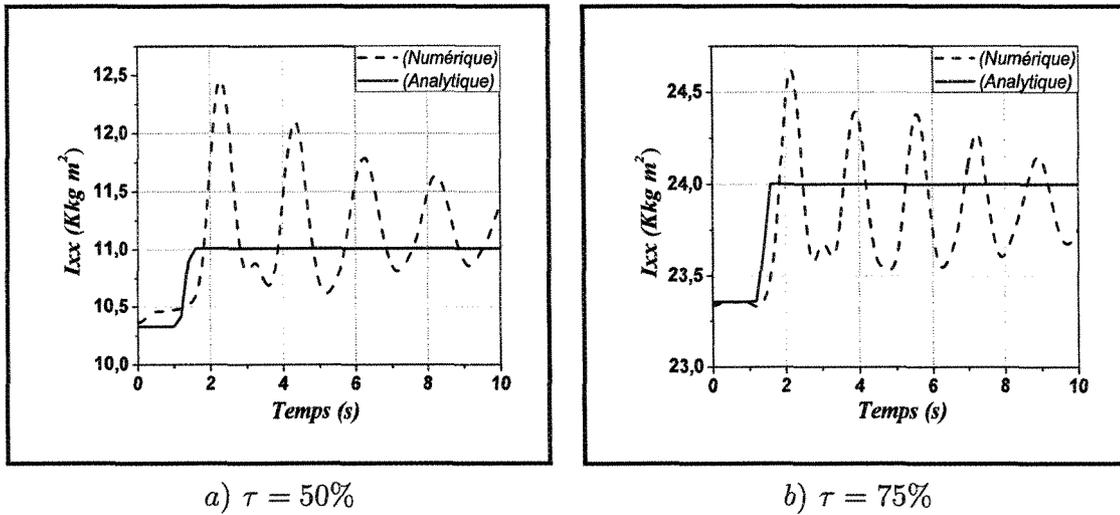


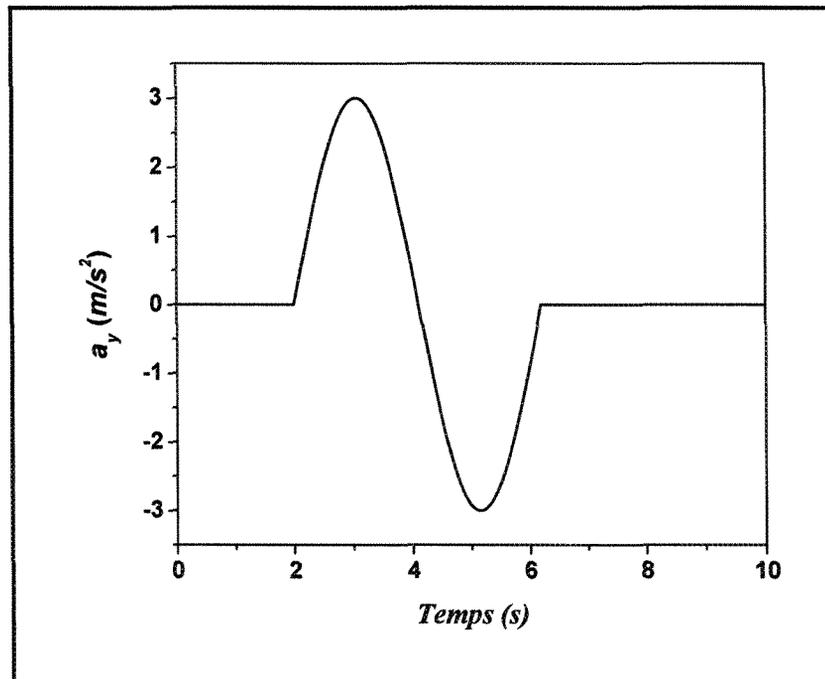
Figure 4.6: Variation du moment d'inertie I_{xx} .

4.1.2 Mouvement de changement de voie simple

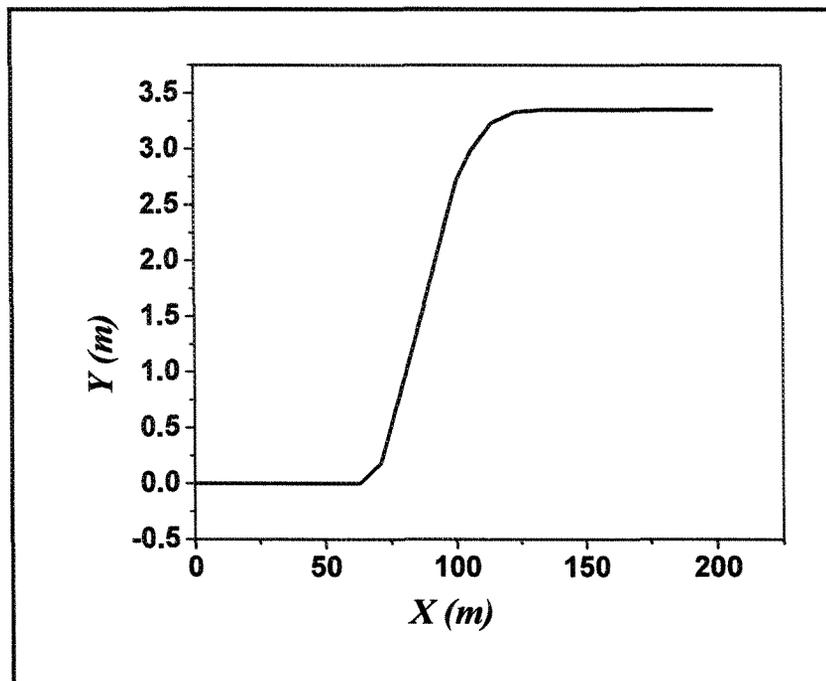
La deuxième évaluation consiste en une manoeuvre de changement de voie simple (single lane change manoeuvre), tel que définie par l'équation (4.2). Cette manoeuvre est équivalente à un dépassement. Dans ce cas, le véhicule doit exécuter une manoeuvre de changement de voie simple pour ne pas dévier de son chemin de distance de 61 m. L'accélération latérale du centre de masse et la distance parcourue sont représentées par la figure (4.7).

$$\left\{ \begin{array}{ll} a_y = 0 & , \quad t \leq t_1 \\ a_y = A \sin \left(\frac{2\pi(t - t_1)}{t_2 - t_1} \right) & , \quad t_1 < t \leq t_2 \\ a_y = 0 & , \quad t > t_2 \end{array} \right. \quad (4.2)$$

$$A = 3 \text{ m/s}^2, \quad t_1 = 2 \text{ s} \text{ et } t_2 = 6.2 \text{ s}$$



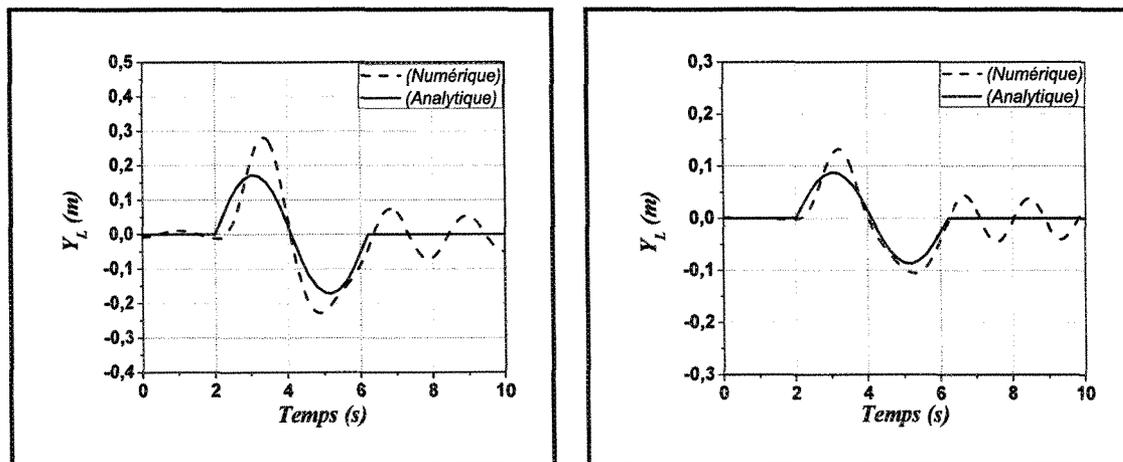
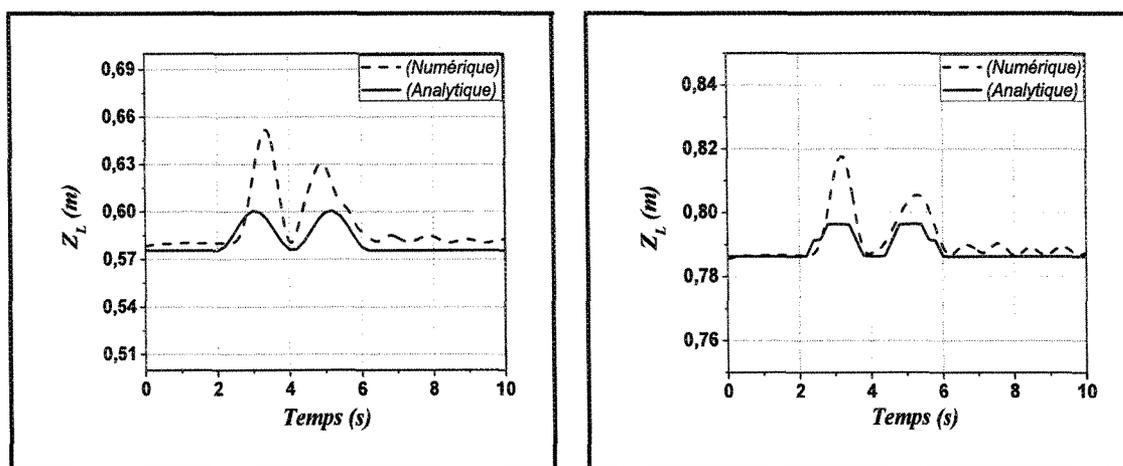
a) Accélération latérale



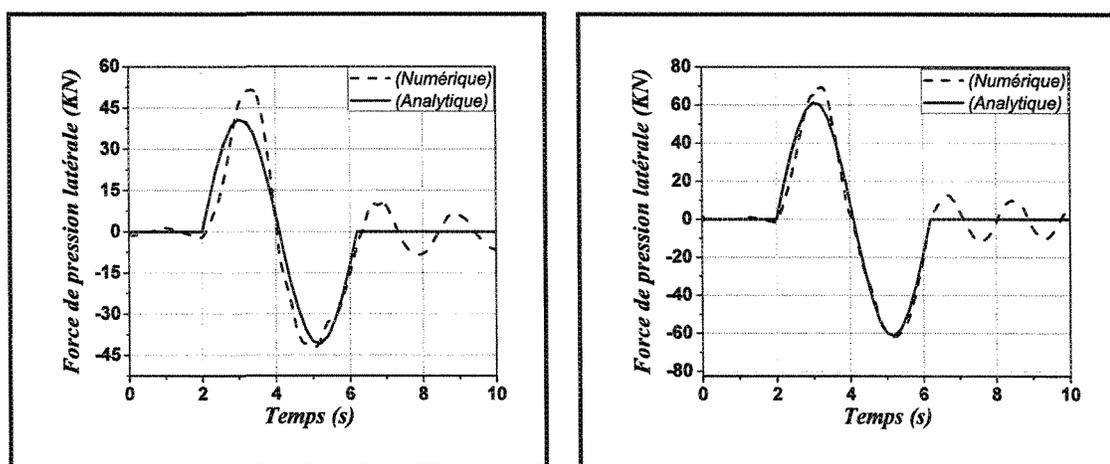
b) Distance parcourue

Figure 4.7: Profil de l'accélération latérale et la trajectoire désirée lors d'une manoeuvre de changement de voie simple.

Les résultats de cette simulation représentés par les figures (4.8 et 4.9) démontrent qu'en général, nous avons une bonne concordance entre les deux modèles analytique et numérique. Par contre, l'amplitude est plus grande pour le modèle numérique comparativement au modèle analytique due à l'effet double de la variation de l'accélération latérale (positive-négative).

a) $\tau = 50\%$ b) $\tau = 75\%$ Figure 4.8: Déplacement latéral du centre de masse y_L .a) $\tau = 50\%$ b) $\tau = 75\%$ Figure 4.9: Déplacement vertical du centre de masse z_L .

Les figures (4.10 , 4.11 et 4.12) montrent respectivement la variation de la force de pression latérale F_y , le moment M_x dû à la force de pression et le moment d'inertie de roulis I_{xx} . Nous constatons qu'au début, il y a une petite différence entre les deux modèles. Un petit retard a été également noté dans la réponse du modèle numérique comparé au modèle analytique. Cependant, cette variation diminue lorsqu'on augmente le taux de remplissage. Cette différence entre les deux modèles est due à la phase transitoire et au ballonnement dynamique du liquide. Une fois cette phase transitoire disparue, la corrélation se stabilise et l'amplitude du décalage pour les deux modèles se rapproche et les valeurs du modèle analytique sont presque égales à la moyenne des oscillations du modèle numérique.



a) $\tau = 50\%$

b) $\tau = 75\%$

Figure 4.10: Force de pression latérale F_y .

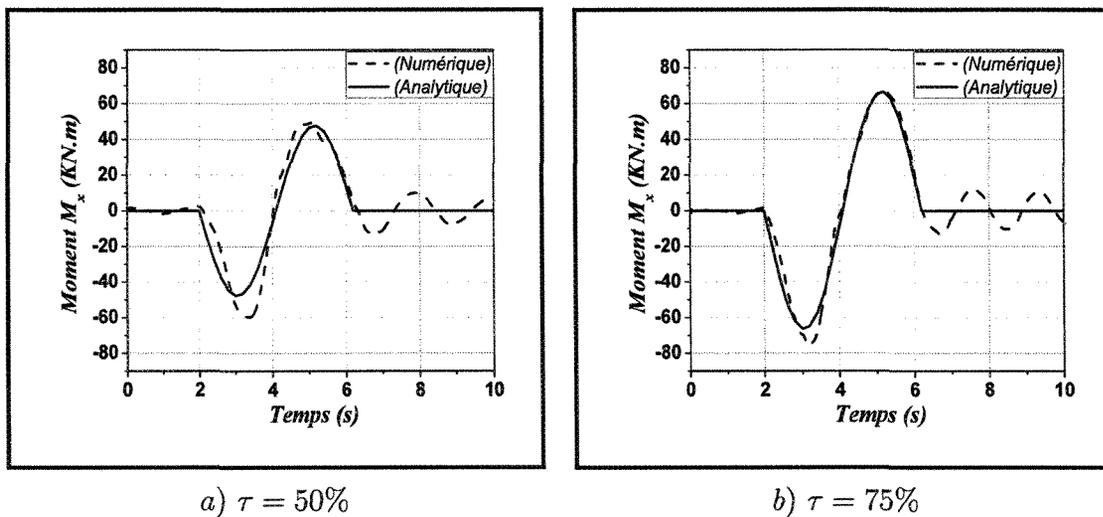


Figure 4.11: Moment M_x due à la force de pression par rapport à l'origine du système de référence.

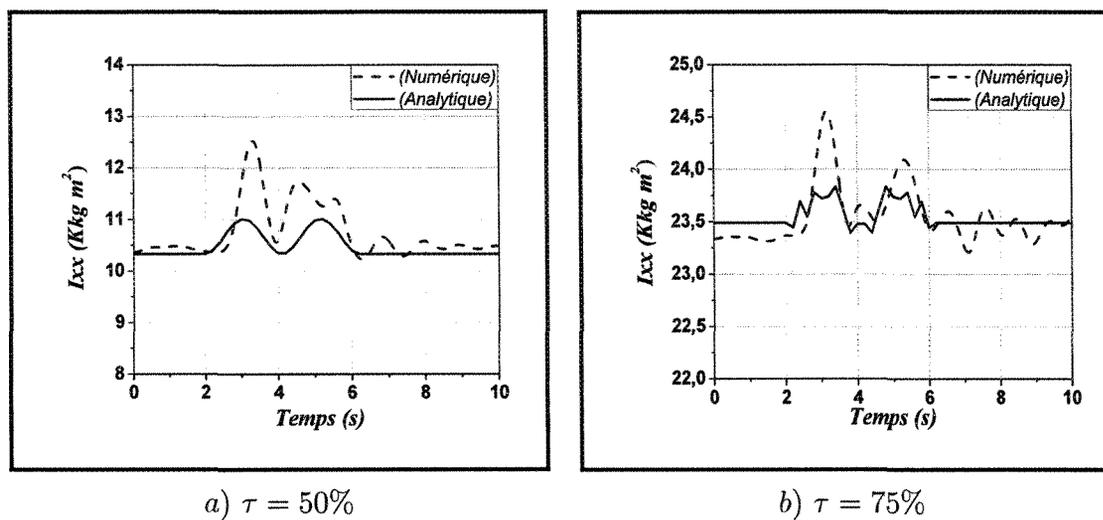
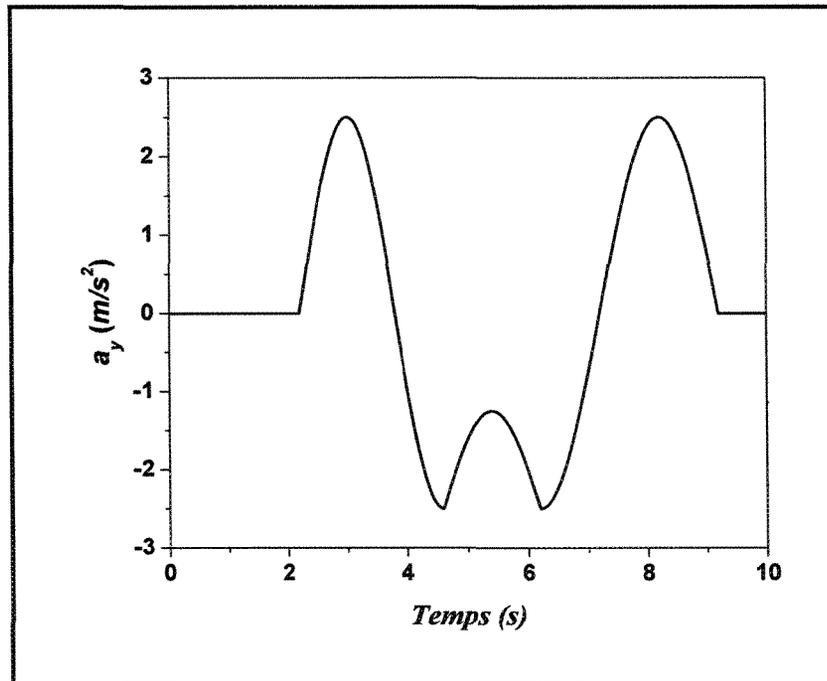


Figure 4.12: Variation du moment d'inertie de roulis I_{xx} .

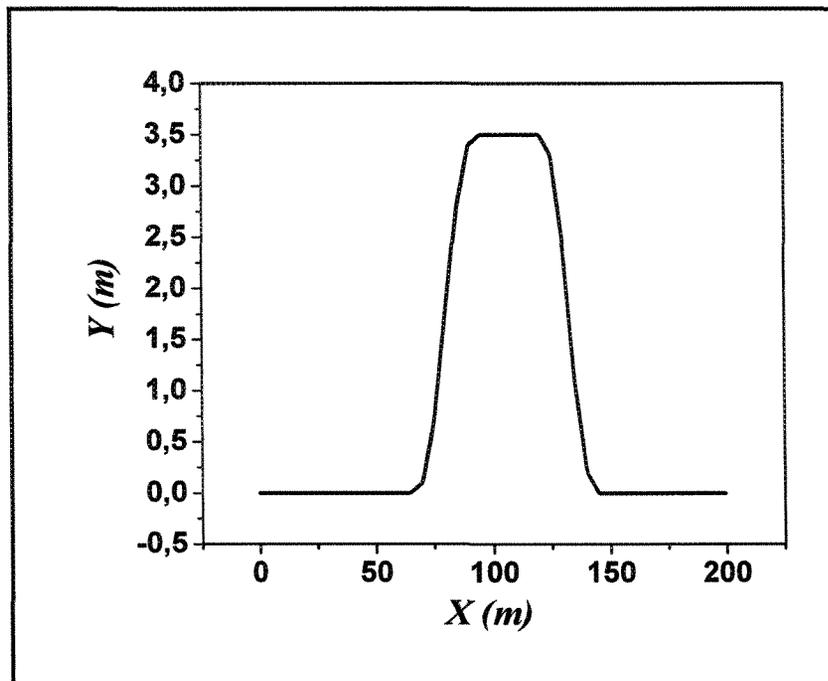
4.1.3 Mouvement de changement de voie double

Une manoeuvre de changement de voie double représente un dépassement ou un évitement d'un obstacle tel que définie par l'équation (4.3). L'accélération latérale du centre de masse et la distance parcourue sont représentées par la figure (4.13).

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 a_y = 0 & , \quad t \leq t_1 \\
 a_y = A \sin \left(\frac{2\pi(t - t_1)}{3.2} \right) & , \quad t_1 < t \leq t_2 \\
 a_y = \frac{A}{2} \left(\sin \left(\frac{2\pi(t - t_2)}{3.2} \right) - 2 \right) & , \quad t_2 < t \leq t_3 \\
 a_y = -A \cos \left(\frac{2\pi(t - t_3)}{4} \right) & , \quad t_3 < t \leq t_4 \\
 a_y = 0 & , \quad t > t_4 \\
 A = 2.5m/s^2, t_1 = 2.2s, t_2 = 4.6s, t_3 = 6.2s \text{ et } t_4 = 9.2s &
 \end{array} \right. \quad (4.3)$$



a) Accélération latérale



b) Distance parcourue

Figure 4.13: Profil de l'accélération latérale et la trajectoire désirée lors d'une manoeuvre de changement de voie double.

La corrélation est également bonne entre les deux modèles analytique et numérique durant cette manoeuvre telle qu'illustrée par les figures (4.14–4.18). Cependant, le modèle analytique est en retard comparativement au modèle numérique. Nous concluons que ce retard est dû à l'effet double de changement de voie qui génère plus d'oscillations du liquide dans la surface libre du modèle numérique. Cette oscillation prend plus de temps pour se stabiliser. Toutefois, il est moins important dans le cas du taux de remplissage de $\tau = 75\%$. En effet, il y a moins d'espace vide dans la citerne, donc, moins d'oscillations. Également, l'amplitude du décalage pour les deux modèles se rapproche et les valeurs du modèle analytique sont presque égales à la moyenne des oscillations.

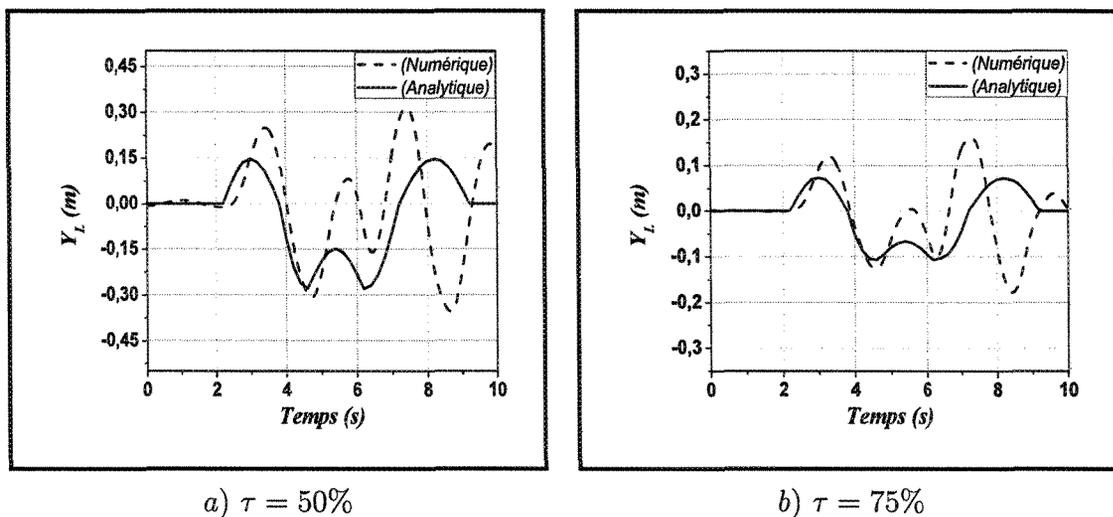
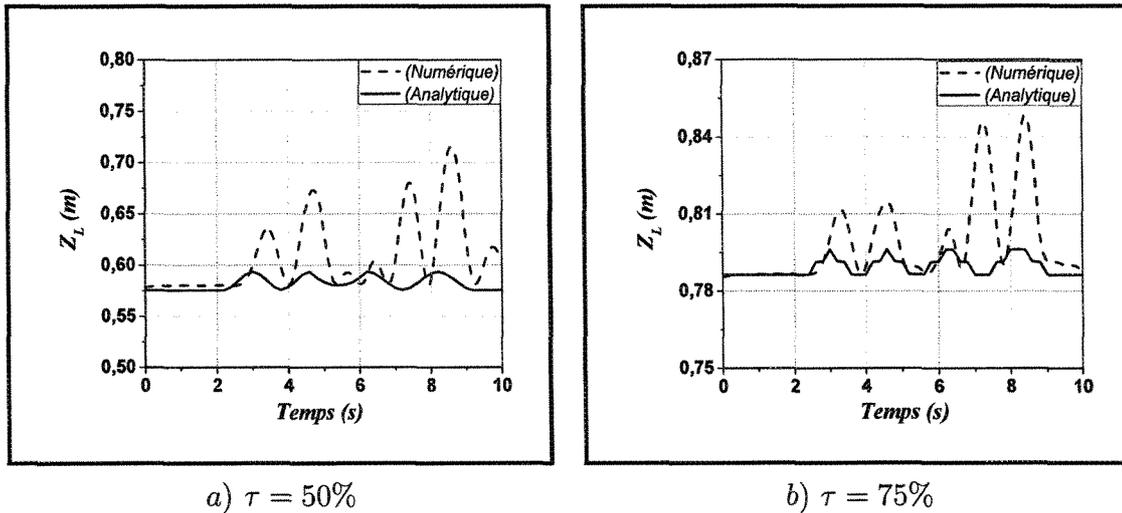
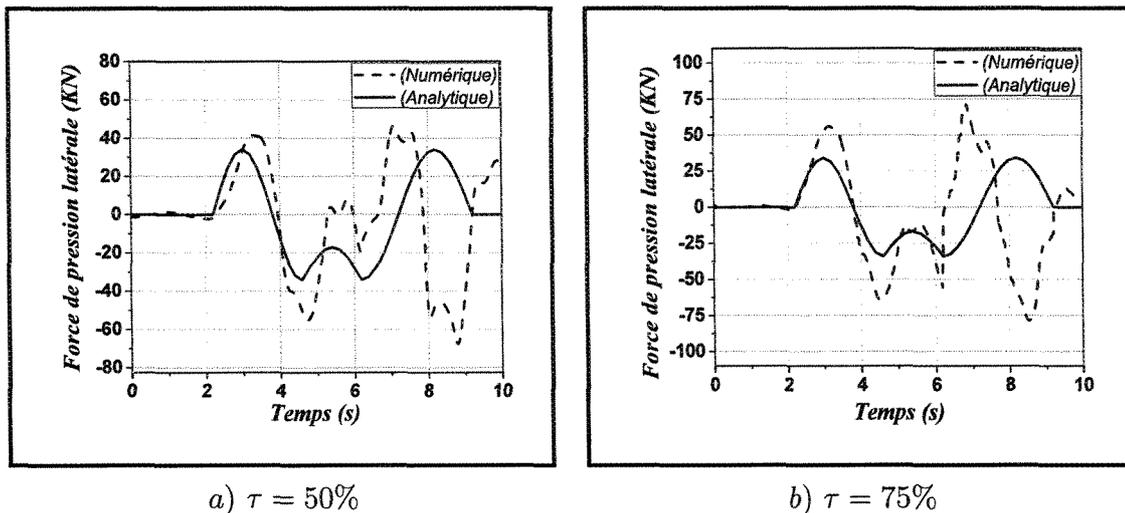
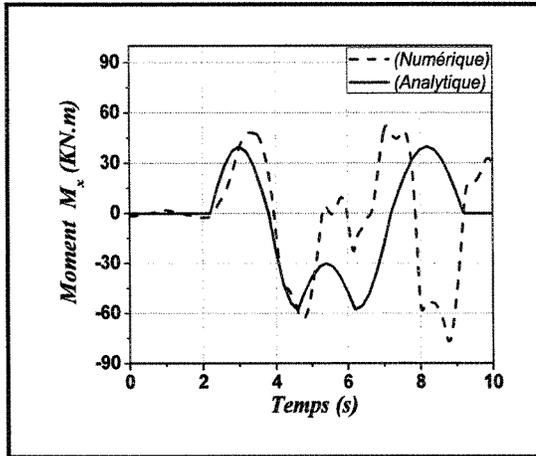
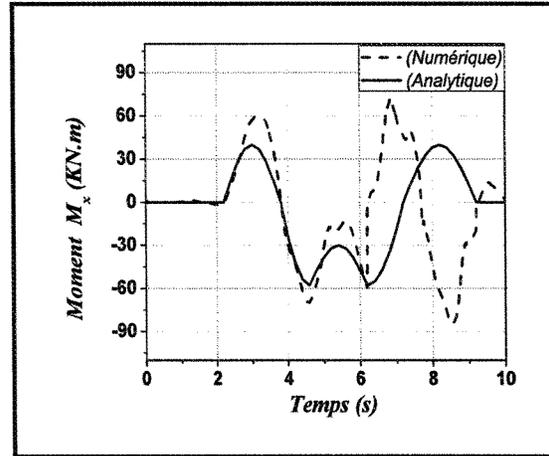


Figure 4.14: Déplacement latéral du centre de masse y_L .

Figure 4.15: Déplacement vertical du centre de masse z_L .Figure 4.16: Force de pression latérale F_y .

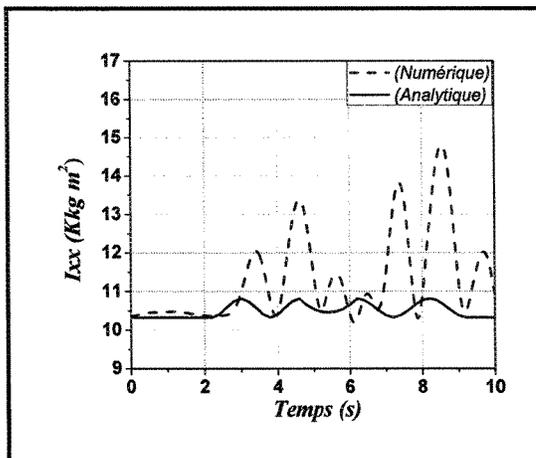


a) $\tau = 50\%$

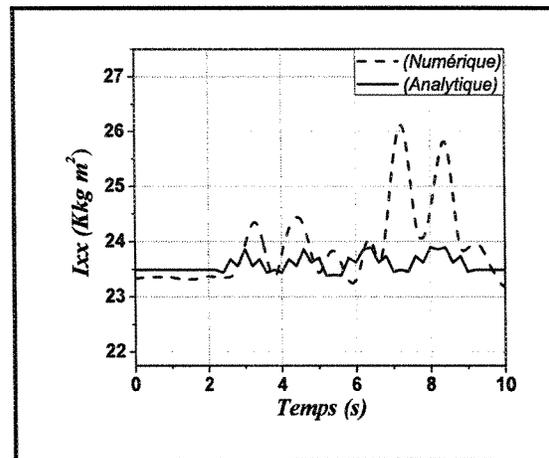


b) $\tau = 75\%$

Figure 4.17: Moment M_x causé par la force de pression par rapport à l'origine du système de référence.



a) $\tau = 50\%$



b) $\tau = 75\%$

Figure 4.18: Variation du moment d'inertie I_{xx} .

4.2 Décalage longitudinal de la charge du liquide

Dans cette simulation, nous utilisons les mêmes paramètres que les résultats précédents. La réponse transitoire du ballonnement du liquide est évaluée par le déplacement instantané des coordonnées du centre de masse, des moments d'inertie et de la force de pression exercés par le liquide sur les parois de la citerne. Ces paramètres sont évalués en utilisant l'intégration numérique sur le domaine du liquide défini par les équations (3.31), (3.32) et (3.33). Ces résultats seront comparés aux résultats du modèle analytique calculés par l'intégration analytique exprimée par l'équation (3.16). La réponse a été analysée pour deux différentes fonctions à échelons modifiées pour réaliser la variation linéaire de la décélération. Cette fonction est définie par l'équation (4.4) et illustrée par la figure (4.19).

$$\left\{ \begin{array}{ll} a_x = 0 & , \quad t \leq t_1 \\ a_x = -\frac{A}{2} \cos(2(t - t_1) + \pi) + t_2 & , \quad t_1 < t \leq t_2 \\ a_x = A & , \quad t > t_2 \end{array} \right. \quad (4.4)$$

$$A = 2.5 \text{ m/s}^2 \text{ où } A = 4.5 \text{ m/s}^2, t_1 = 1 \text{ s et } t_2 = 1.5 \text{ s}$$

Nous avons choisi deux conditions critiques de remplissage partiel 50% et 70% pour une citerne de section circulaire, qui correspondent aux volumes du liquide de 7.8 et 10.9 m^3 . Les dimensions géométriques de la citerne et les propriétés physiques du liquide et de l'air sont récapitulées dans les tableaux (4.1 et 4.2).

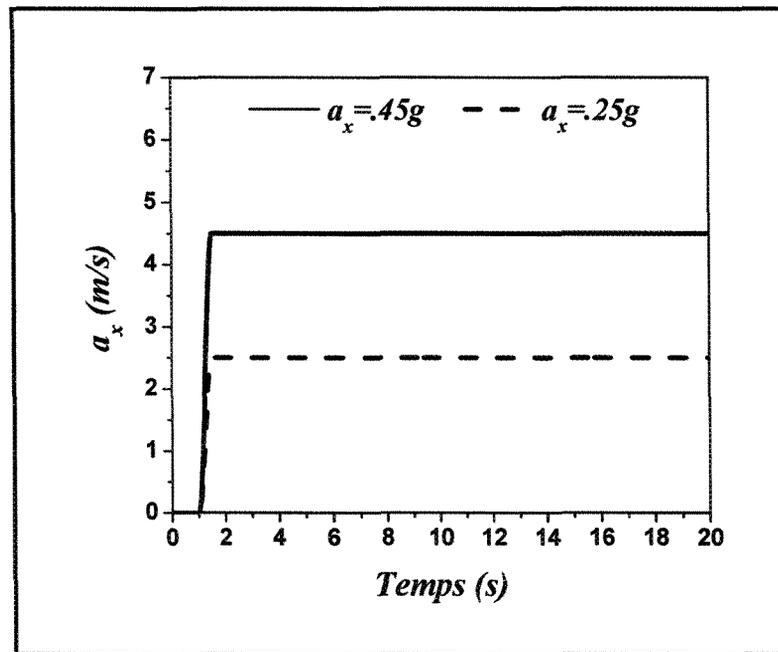


Figure 4.19: Décélération d'impulsion à échelon modifié.

Tableau 4.1: Paramètres de la géométrie de la citerne.

Paramètres	Symbole	Valeur
Longueur du compartiment	L_1	1.5 m
	L_2	1.5 m
	L_3	1.5 m
Diamètre de la citerne	d	2.1 m
Diamètre de l'orifice, égal à 30% du diamètre de la citerne	d_0	0.61 m

Tableau 4.2: Paramètres physiques.

Fluide	Paramètres	Valeur
Huile domestique	densité	$\rho = 960kg/m^3$
	viscosité dynamique	$\eta = 0.048kg/m.s$
Air	densité	$\rho = 1.225kg/m^3$
	viscosité dynamique	$\eta = 1.7894e^{-05}kg/m.s$

4.2.1 Cas d'une citerne sans chicanes

La comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne sans chicane sera en terme des valeurs moyennes des paramètres définis par les équations (3.31, 3.32 et 3.33) pour le modèle numérique et l'équation (3.16) pour le modèle analytique. Les figures (4.20, 4.21 et 4.22) montrent clairement que nous avons une bonne corrélation entre les deux modèles. Telles qu'illustrées par les figures (4.20 et 4.21), pour un taux de remplissage de $\tau = 50\%$ ou de $\tau = 70\%$ et pour deux amplitude de décélération $a_x = 0.25g$ et $a_x = 0.45g$, nous remarquons que nous avons une augmentation de la valeur moyenne du décalage des coordonnées du centre de masse longitudinal Δx_{Lmoy} et vertical z_{Lmoy} . Telles que montrés par les figures (4.20, 4.21 et 4.22), l'augmentation est plus significative dans le cas du taux de remplissage de $\tau = 50\%$ où $\Delta x_{Lmoy} = 0.3355m$, $z_{Lmoy} = 0.118m$ et $Fx_{moy} = 17.24kN$ comparativement au taux de remplissage de 70% où $\Delta x_{Lmoy} = 0.1845m$, $z_{Lmoy} = 0.066m$ et $Fx_{moy} = 24.05kN$. D'autre part, nous observons que pour le taux de remplissage de 70% , nous avons une augmentation de la force de pression de 20% . Cette augmentation est due à la quantité du liquide. À partir des résultats représentés par les figures (4.20, 4.21 et 4.22) qui représentent le cas d'une décélération d'amplitude constante $a_x = 0.25g$ où $0.45g$, nous remarquons que nous avons une augmentation de la valeur moyenne de la coordonnée du centre de masse longitudinal Δx_{Lmoy} et la force de pression longitudinale moyenne Fx_{moy} . Cependant, cette augmentation est plus significative pour une décélération de $a_x = 0.45g$ où $\Delta x_{Lmoy} = 0,31036m$, $z_{Lmoy} = -0,08917$ et $Fx_{moy} = 24.05kN$ comparée à la décélération de $a_x = 0.25g$. Par contre, la valeur moyenne de la coordonnée verticale z_{Lmoy} est réduite.

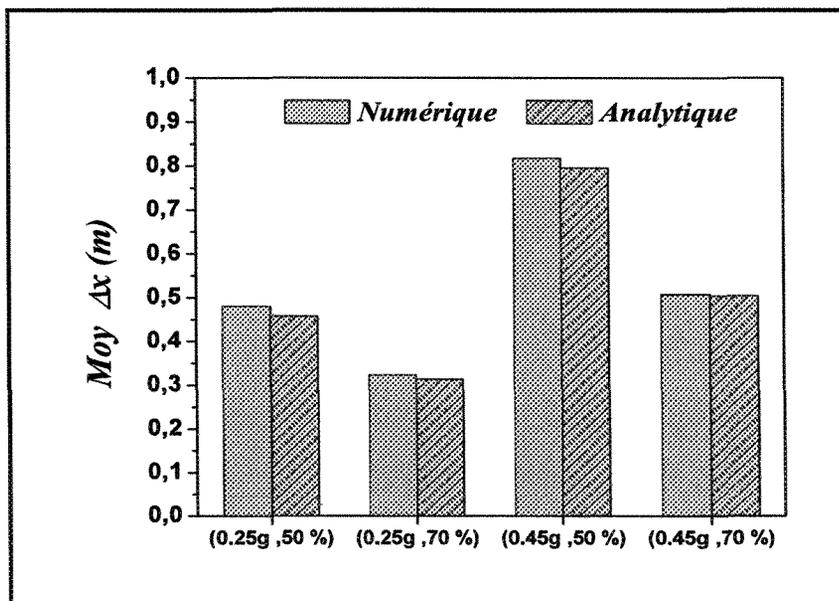


Figure 4.20: Variation moyenne de la coordonnée longitudinale du centre de masse Δx_L .

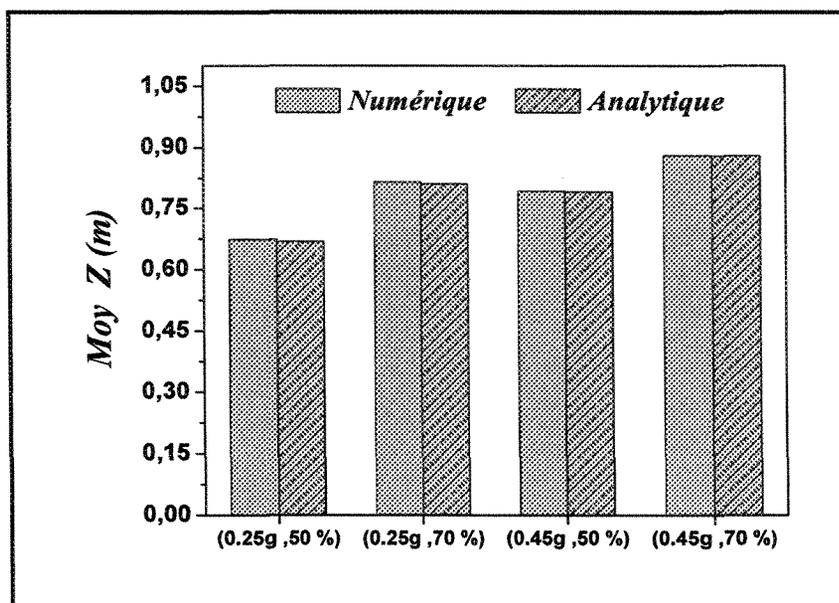


Figure 4.21: Variation moyenne de la coordonnée verticale du centre de masse z_L .

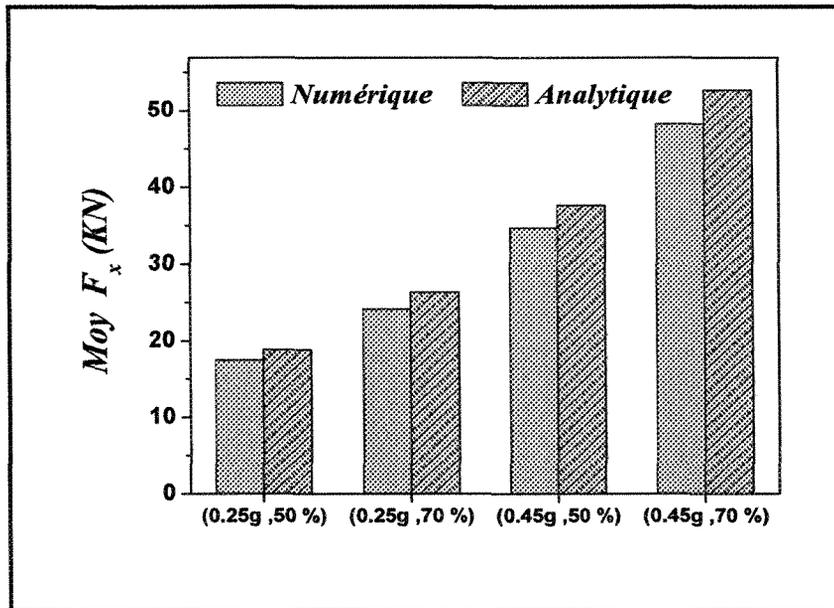


Figure 4.22: Variation de la force de pression longitudinale F_x .

La figure (4.23) illustre respectivement la variation des moments d'inertie de roulis I_{xx} , de tangage I_{yy} et de lacet I_{zz} . Nous concluons, que l'augmentation suit la trajectoire de l'excitation pour le taux de remplissage de 50% à 70%, ainsi elle suit l'augmentation de l'amplitude de la décélération de $a_x = 0.25g$ à $0.45g$. Cependant, l'augmentation est plus significative dans le cas du taux de remplissage 70% dû à la relation mathématique linéaire entre le moment d'inertie et la masse du liquide ($m_{70\%} > m_{50\%}$). Dans l'ensemble, nous avons une bonne corrélation entre les deux modèles analytique et numérique.

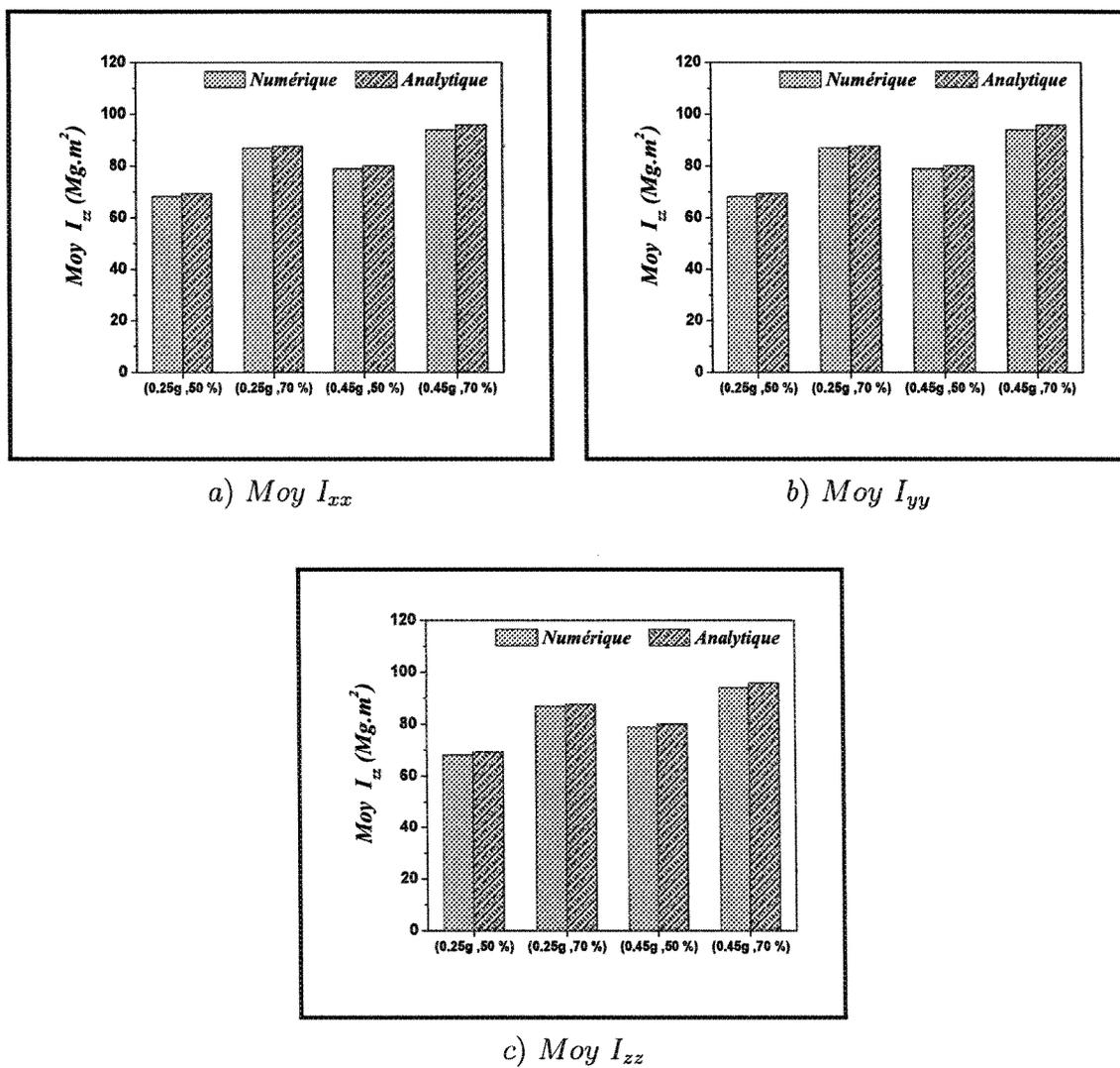


Figure 4.23: Variation moyenne des moments d'inertie principaux de masses.

4.2.2 Cas d'une citerne avec des chicanes à orifices

Dans cette section nous étudions la comparaison entre le modèle analytique et numérique dans le cas d'une citerne avec chicanes à orifices. La citerne est partiellement remplie ($\tau = 50\%$ et $\tau = 70\%$). Elle est excitée avec deux différentes amplitudes d'impulsions à échelons en terme de décélérations ($0.25g$ et $0.45g$). De la même façon telle que discutée précédemment; la comparaison sera en terme du décalage de la charge du liquide, de la force de pression et la variation de la matrice d'inertie du liquide. Cette comparaison est illustrée par les figures (4.24 et 4.25). Nous notons, clairement que l'oscillation est atténuée comparativement aux citernes sans chicane étudiées dans la section précédente. Les résultats montrent que pour un taux de remplissage de 70%, nous avons une bonne corrélation entre le modèle analytique et numérique. Au début, nous avons une petite différence en faveur du modèle analytique qui sous-estime la réponse. Cette différence est due au fait que le modèle analytique ne prend pas en compte la phase transitoire. Par contre, cette phase est prise en consideration par le modèle numérique. Une fois la phase transitoire terminée après environ deux secondes, les valeurs se stabilisent et les deux modèles se rapprochent de manière presque identique. Les mêmes conclusions peuvent être tirées pour le taux de remplissage de 50% représenté à la figure (4.25). Par contre, la différence est plus grande durant la phase transitoire. Cette différence peut être expliquée par le fait que nous avons plus de volume vide dans la citerne pour le taux de 50%. Ceci, laisse plus d'espace pour les oscillations et augmente le ballonnement du liquide et ainsi prolonge la durée de la phase transitoire. Après environ six secondes, cette phase est terminée et nous avons une bonne similitude entre les deux modèles.

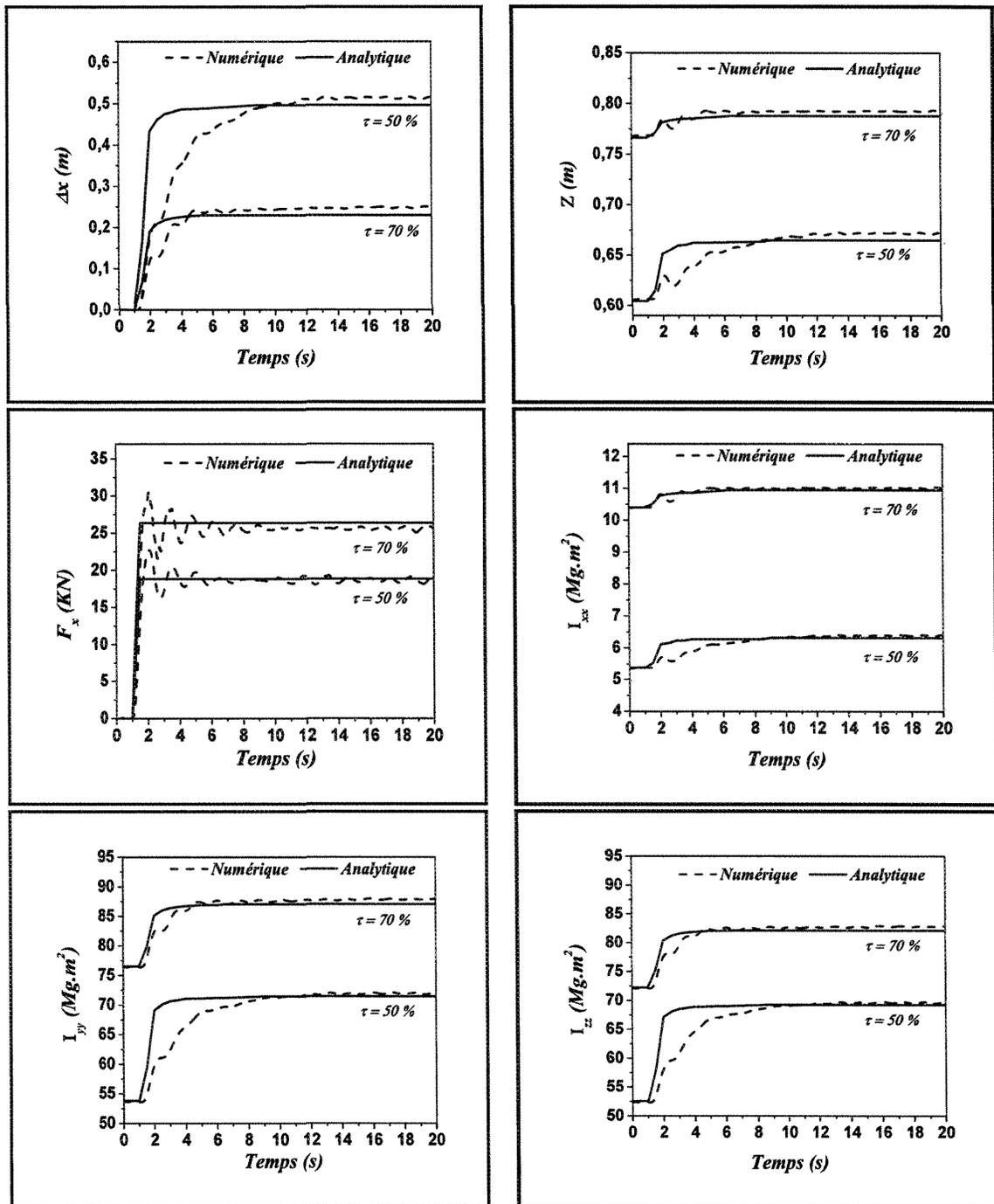


Figure 4.24: Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne avec des chicanes à orifices partiellement remplie (50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude $a_x = 0.25g$.

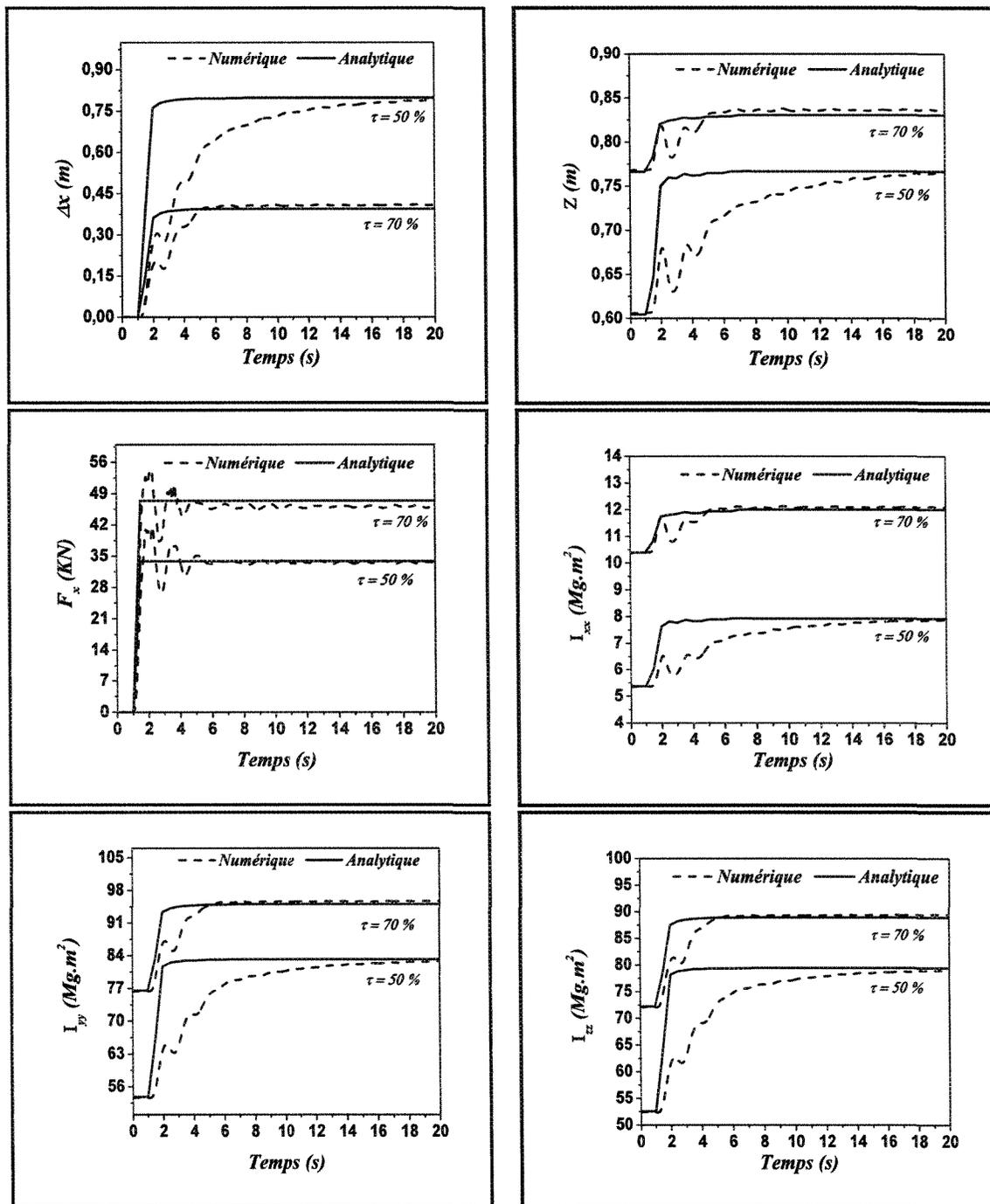


Figure 4.25: Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne avec des chicane à orifices partiellement remplie (50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude $a_x = 0.45g$.

Afin de compléter la comparaison entre les deux modèles pour les deux cas avec et sans chicane à orifices, nous avons choisi la comparaison en terme de valeurs moyennes. Les mêmes paramètres cités précédemment seront sélectionnés pour cette analyse. Les figures (4.26 et 4.27) représentent la comparaison entre les deux modèles dans les deux cas avec et sans chicanes à orifices. Nous remarquons clairement que l'effet des chicanes à orifices est significatif pour diminuer l'amplitude de l'oscillation. Pour les deux cas de décélération d'amplitude de $a_x = 0.25g$ et de $a_x = 0.45g$. Cette diminution est de l'ordre de 10% pour le déplacement longitudinal de la coordonnée du centre de masse Δx_{Lmoy} dans le cas du taux de remplissage de 50% et elle augmente jusqu'à 30% dans le cas du taux de remplissage de 70%. Les différences sont minimales, pour la coordonnée verticale du centre de masse z_{Lmoy} , la force de pression longitudinale Fx_{moy} et les moments d'inertie (I_{xx} , I_{yy} et I_{zz}). Elles sont de l'ordre de 5% pour les deux taux de remplissage 50% et 70%.

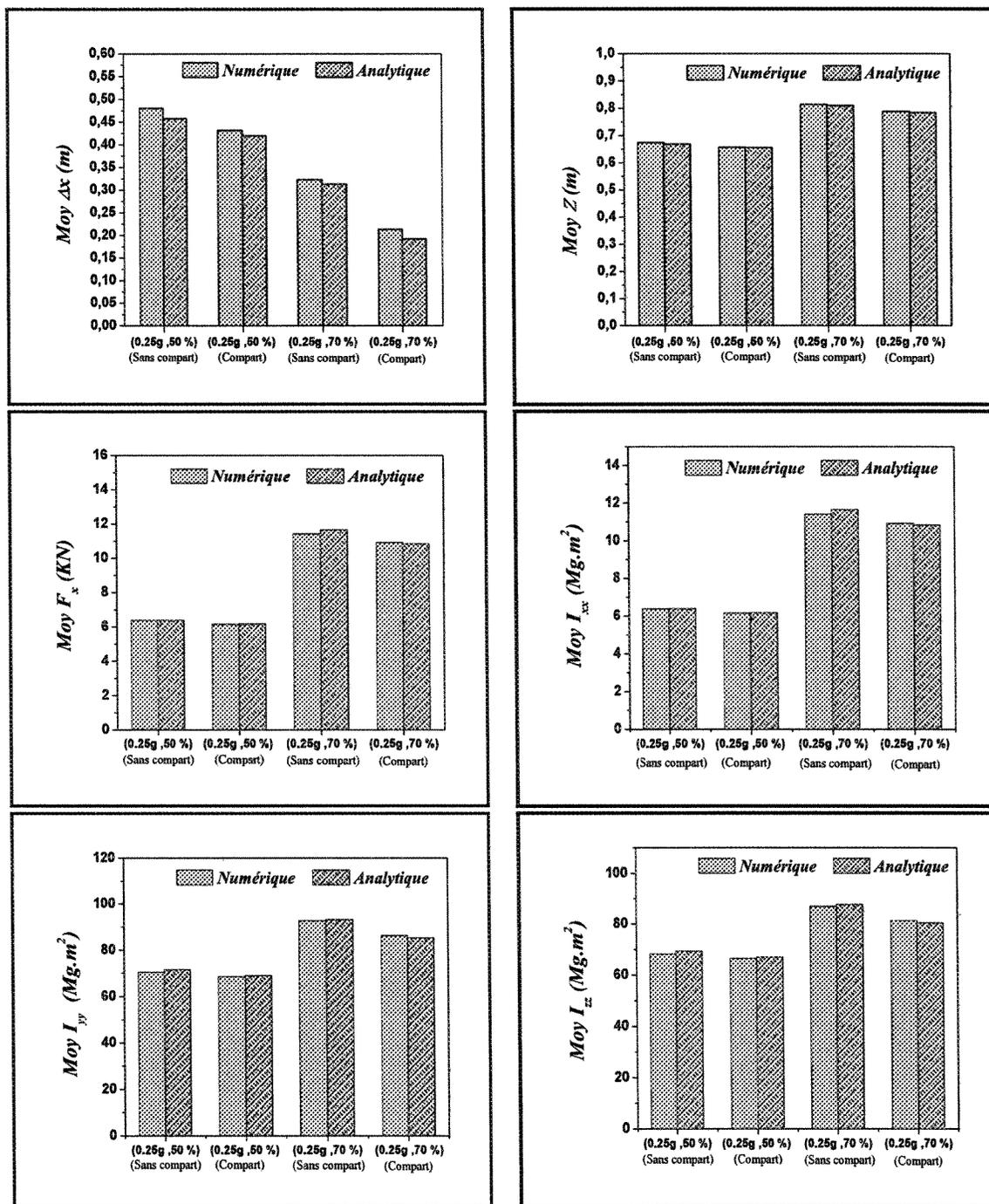


Figure 4.26: Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne sans (**Sans compart**) et avec (**Compart**) des chicane à orifices partiellement remplie (50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude $a_x = 0.25g$.

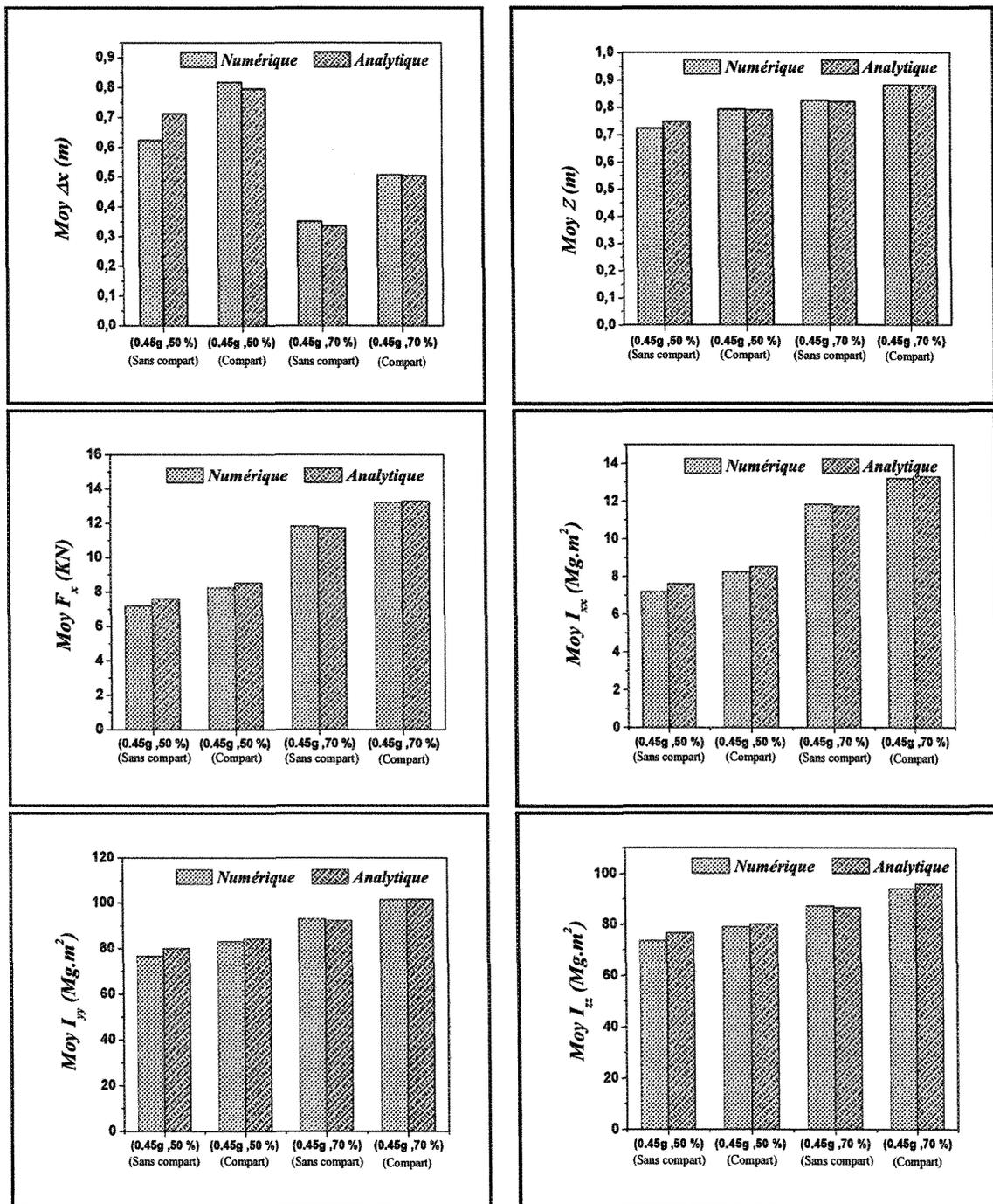
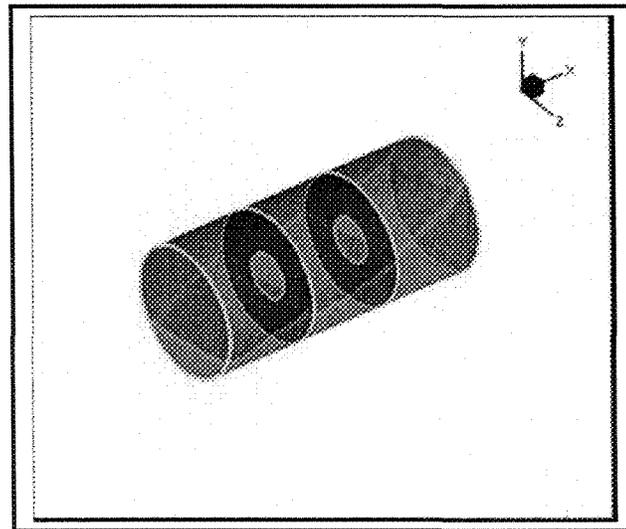
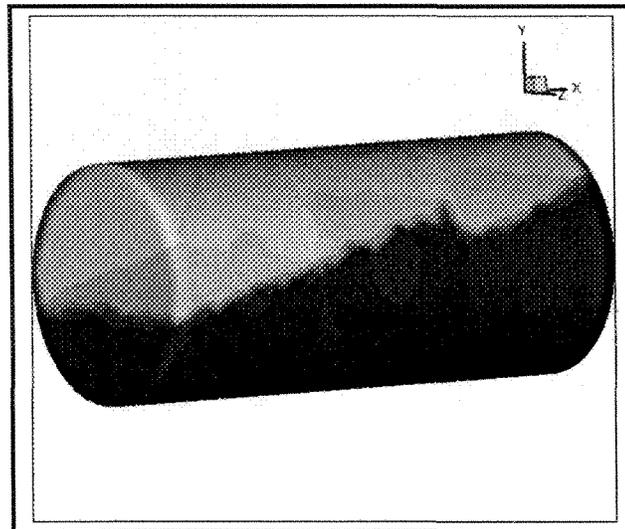


Figure 4.27: Comparaison entre le modèle analytique et numérique pour une citerne sans (**Sans compart**) et avec (**Compart**) des chicanes à orifices partiellement remplie(50% et 70%) sujet à une décélération d'amplitude $a_x = 0.45g$.

Finalement, afin de mettre en valeur cette analyse, nous avons comparé la forme de la surface libre entre les deux modèles analytique et numérique telles qu'illustrées par les figures (4.28 et 4.29). La comparaison montre qu'au début du mouvement nous avons une petite différence due à la phase transitoire. Cependant, une fois cette phase disparue, nous obtenons une bonne corrélation.

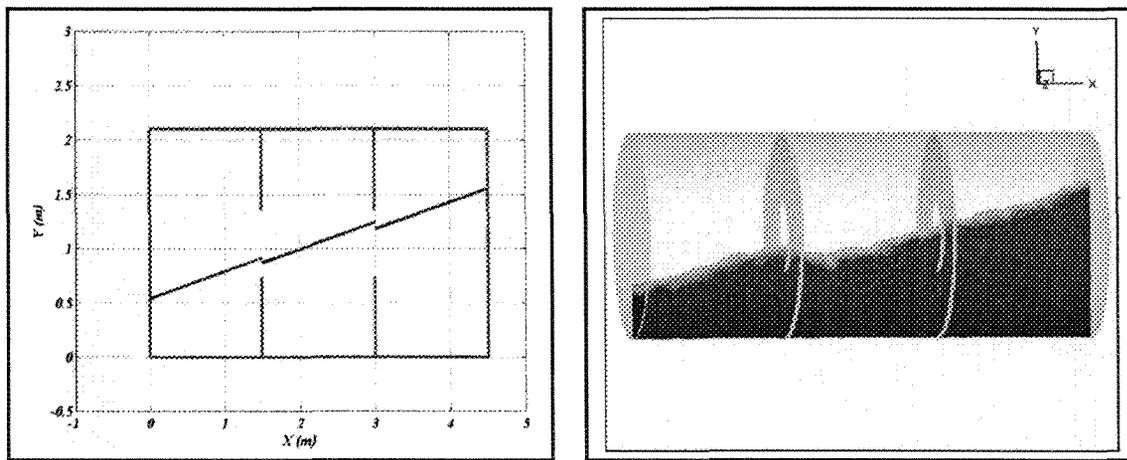


a)

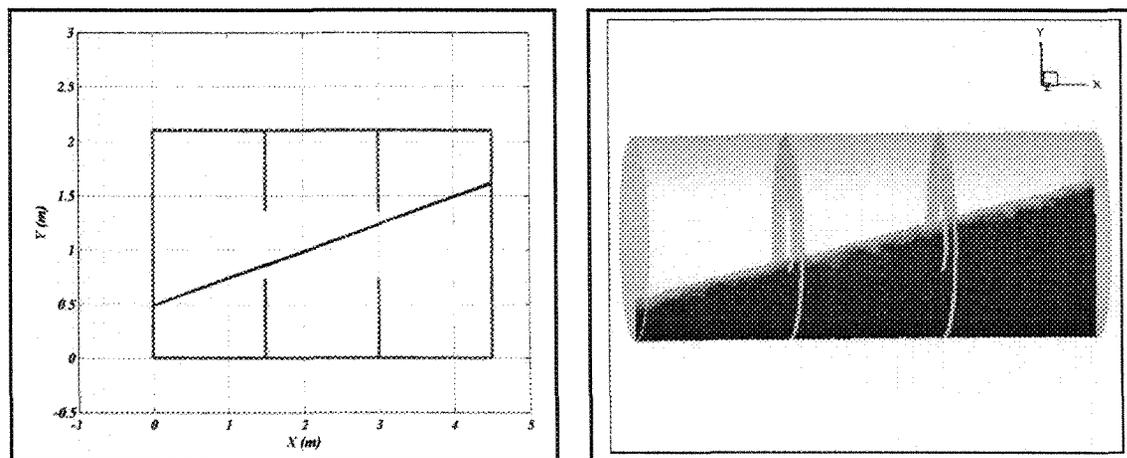


b)

Figure 4.28: Configuration de la surface libre sujet à une décélération.

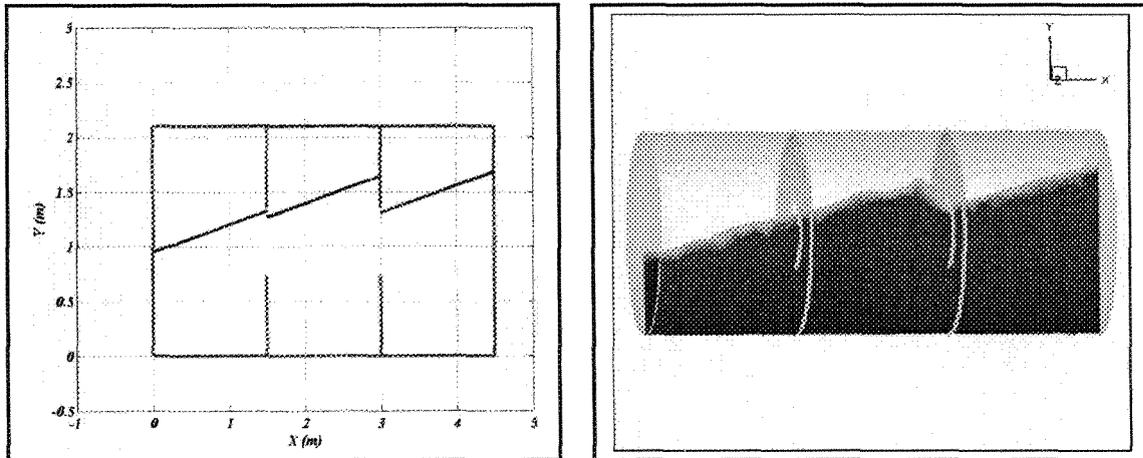


a) $a_x = 0.25g$, $t=2s$, $\tau = 50\%$

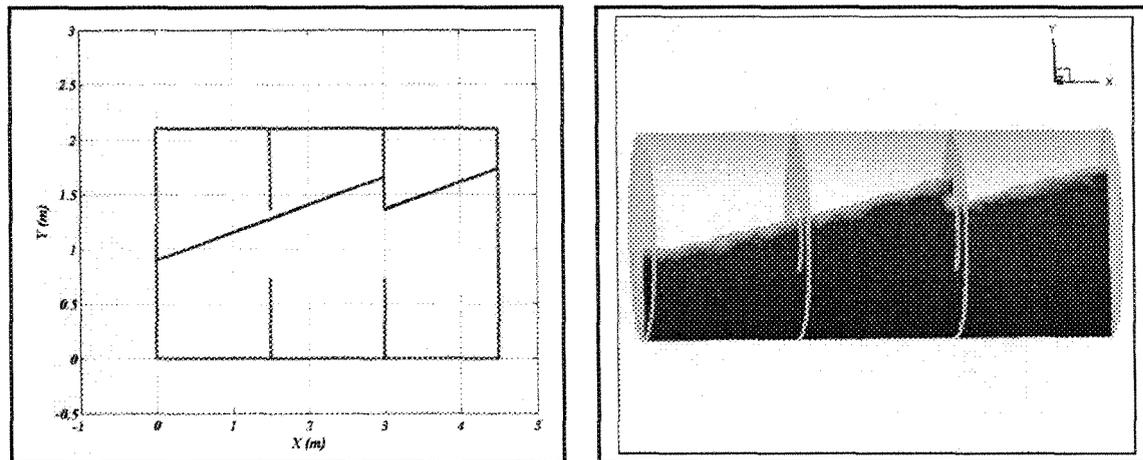


b) $a_x = 0.25g$, $t=10s$, $\tau = 50\%$

Figure 4.29: Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.

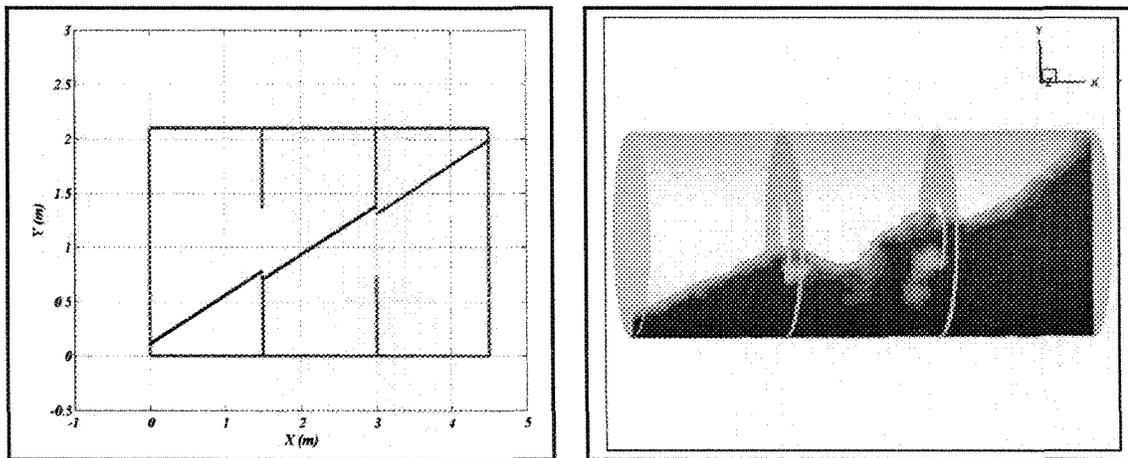


a) $a_x = 0.25g$, $t=2s$, $\tau = 70\%$

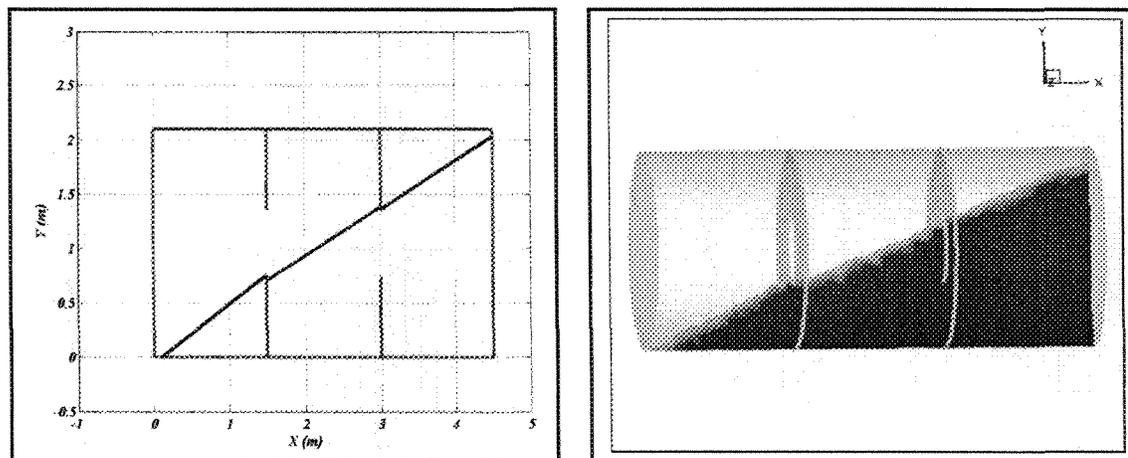


b) $a_x = 0.25g$, $t=10s$, $\tau = 70\%$

Figure 4.29: Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.

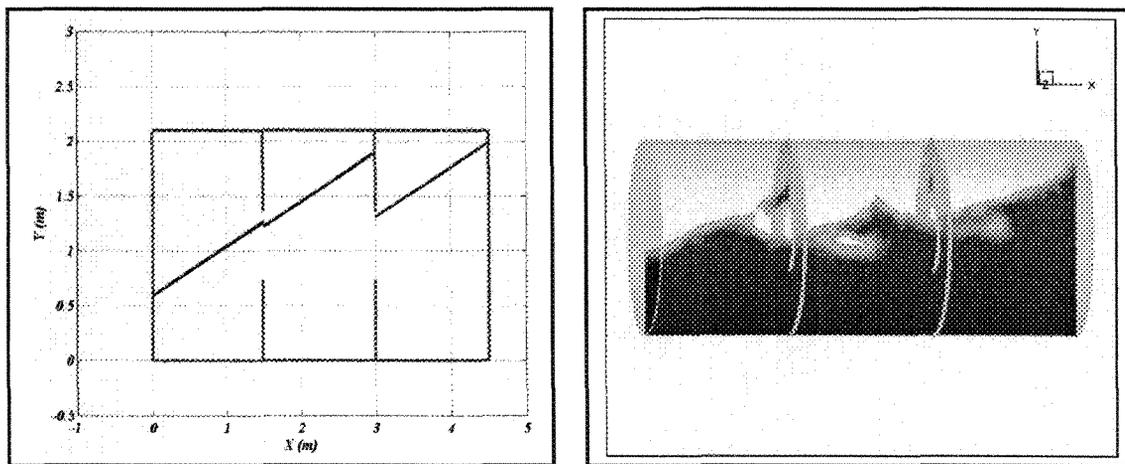


a) $a_x = 0.45g$, $t=2s$, $\tau = 50\%$

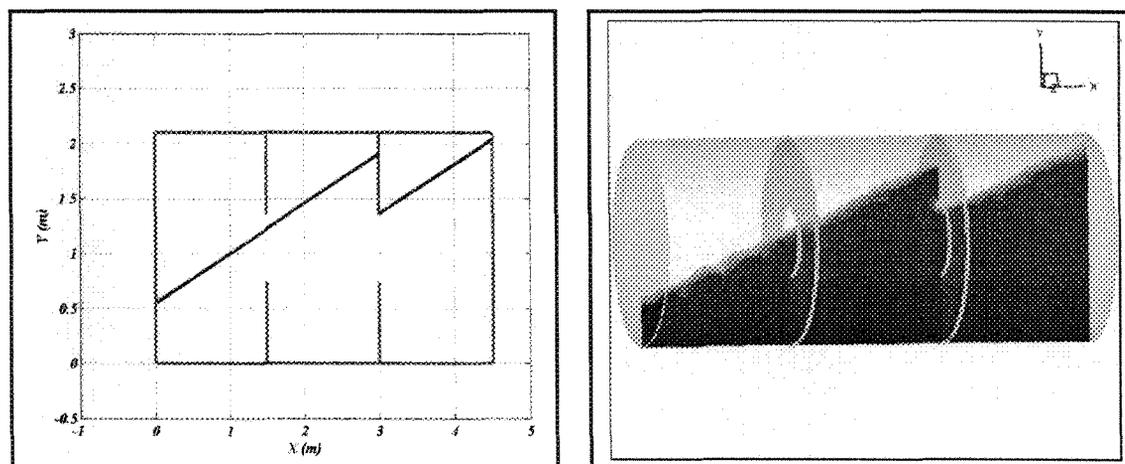


b) $a_x = 0.45g$, $t=10s$, $\tau = 50\%$

Figure 4.29: Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.



a) $a_x = 0.45g$, $t=2s$, $\tau = 70\%$



b) $a_x = 0.45g$, $t=10s$, $\tau = 70\%$

Figure 4.29: Comparaison de la forme de la surface libre entre le modèle analytique (gauche) et le modèle numérique (droite) pour une citerne avec chicanes à orifices.