

# CHAPITRE I

## Modélisation et simulation de la machine asynchrone

[MCours.com](http://MCours.com)

## I.1. Introduction

La machine asynchrone, de part sa simplicité de conception et d'entretien, a la faveur des industriels depuis son invention par Nikola Tesla en 1890, quand il découvrit les champs magnétiques tournants engendrés par un système de courants polyphasés. Cette simplicité s'accompagne toutefois d'une grande complexité physique, liée aux interactions électromagnétiques entre le stator et le rotor. La modélisation est une étape très importante et nécessaire, que soit pour étudier les comportements ou/et élaborer des commandes des différents types des machines (à courant continu DC ou alternatif AC).

Dans ce chapitre, nous proposons la modélisation classique de la machine asynchrone en utilisant les transformations de Park, nous citons les propriétés des différents repères et les équations mathématiques (magnétiques, électriques et mécanique) qui gèrent la machine dans chaque repère. Puis nous étudions la simulation à vide, en charge et inversion de sens de rotation.

## I.2. Modélisation de la machine asynchrone [1]

### I.2.1. Hypothèses simplificatrices

Pour établir des relations simples entre les tensions d'alimentation du moteur et ses courants, il faut s'appuyer sur un certain nombre d'hypothèses :

Le bobinage est réparti de manière à donner une f.m.m. sinusoïdale s'il est alimenté par des courants sinusoïdaux.

Nous supposons également que nous travaillons en régime non saturé.

Nous négligeons le phénomène d'hystérésis, les courants de Foucault et l'effet de peau. Enfin, le régime homopolaire est nul puisque le neutre n'est pas relié à la terre (isolé).

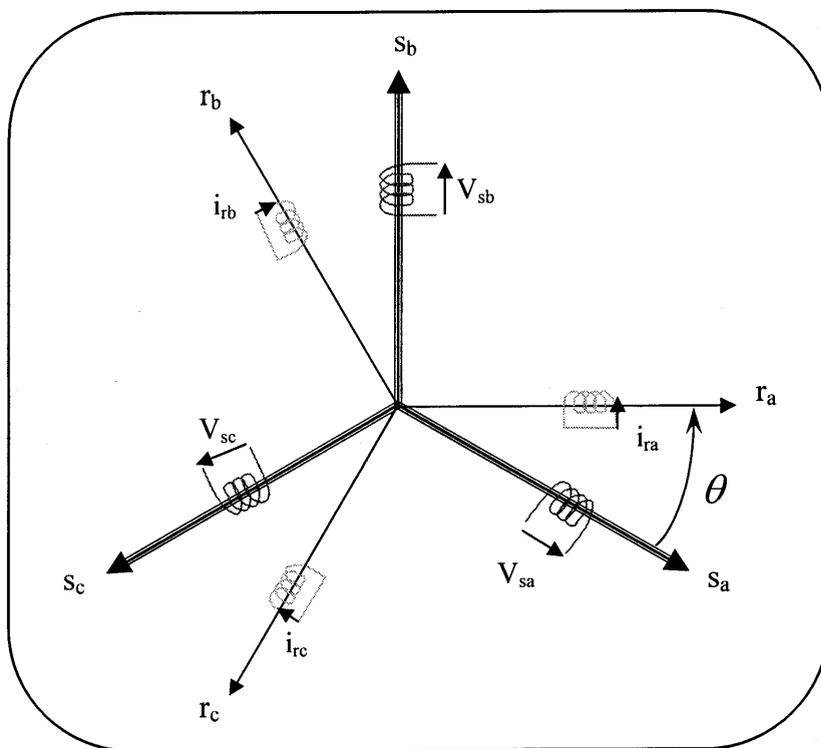
Ces choix signifient entre autres que :

Les flux sont additifs, les inductances propres sont constantes, il y a une variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre les enroulements statoriques et rotoriques en fonction de l'angle électrique de leurs axes magnétiques.

### I.2.2. Modèle mathématique du moteur asynchrone triphasé

Le modèle mathématique permet principalement d'observer les différentes évolutions des grandeurs électromécaniques d'une part, et d'autre part de prévoir le contrôle nécessaire pour palier aux différents problèmes qui accompagnent les opérations de variation de charge, de vitesse...etc.

La machine est alimentée en tension, les composantes du vecteur de commande de l'équation d'état seront donc des tensions. Les différentes grandeurs seront, dans un premier temps exprimées dans leurs repères respectifs.



**Figure (I.1) :** Modèle des enroulements statoriques et rotoriques d'une MAS

Les enroulements des trois phases statoriques et des trois phases rotoriques dans l'espace peuvent être représentés comme indiqué sur la Figure (I.1). Les phases rotoriques sont court-circuitées sur elle mêmes.  $\theta$  est l'angle électrique entre l'axe de la phase  $a$  statorique et la phase  $a$  rotorique.

La loi de Faraday permet d'écrire :

$$V = Ri + \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{I.1})$$

### I.2.2.1. Au stator

L'écriture matricielle condensée pour les trois phases statoriques est résumé par ces écritures:

**a. Equation électrique:**

$$[V_{sabc}] = [R_s][i_{sabc}] + \frac{d}{dt}[\Phi_{sabc}] \quad (I.2)$$

Cette notation est l'écriture condensée de :

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} \quad (I.3)$$

La résistance statorique étant la même pour les trois phases:

$$R_s = R_{as} = R_{bs} = R_{cs}$$

**b. Equation magnétique :**

$$[\Phi_{sabc}] = [L_s][i_{sabc}] + [M_{sr}][i_{rabc}] \quad (I.4)$$

Cette notation est l'écriture condensée de :

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + M_0 \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \quad (I.5)$$

Avec :

$L_s$ ,  $R_s$  résistance et inductances propre d'une phase rotorique

**I.2.2.2. Au rotor****a. Equation électrique**

$$[V_{rabc}] = [R_r][i_{rabc}] + \frac{d}{dt}[\Phi_{rabc}] \quad (I.6)$$

Le rotor étant en court-circuit, ses tensions sont nulles.

$$\begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} \quad (I.7)$$

De même :

$$R_r = R_{ar} = R_{br} = R_{cr}$$

### b. Equation magnétique

$$[\Phi_{rabc}] = [L_r][i_{rabc}] + [M_{rs}][i_{sabc}] \quad (I.8)$$

Cette notation est l'écriture condensée de :

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + M_0 \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \quad (I.9)$$

Sachant que :

$$[M_{sr}] = [M_{rs}] = M_0 \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (I.10)$$

On aura finalement :

$$[V_{sabc}] = [R_s][i_{sabc}] + \frac{d}{dt} ([L_s][i_{sabc}] + [M_{sr}][i_{rabc}]) \quad (I.11)$$

$$[V_{rabc}] = [R_r][i_{rabc}] + \frac{d}{dt} ([L_r][i_{rabc}] + [M_{rs}][i_{sabc}]) \quad (I.12)$$

### I.2.3. Modèle mathématique biphasée du moteur asynchrone

Pour réduire l'ordre du système et fait rendre les équations indépendantes du temps on introduit la transformation de park.

I.3.1. Transformation de Park [2]

A cause de la complexité et la non linéarité des équations précédentes il est difficile de simuler le système, alors il est indispensable de transformer le système triphasé équilibré  $(a,b,c)$  en un système biphasé  $(d,q)$  par la transformation de Park. A condition de conserver la force magnétomotrice et la puissance instantanée.

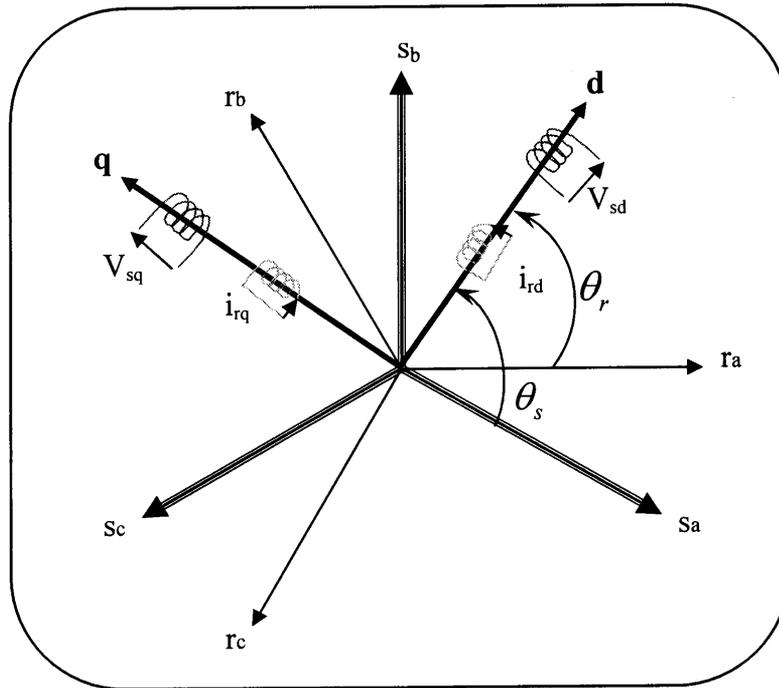


Figure (I. 2) : Transformation de Park

La transformation de Park normalisée est obtenue à l'aide de la matrice de passage :

$$[p(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (I.13)$$

Le changement de variables relatif aux courants, tensions et flux est défini par la transformation :

$$[d, q] = [p(\theta)][a \ b \ c]$$

La matrice inverse de la transformation de PARK normalisée a pour expression :

$$[p(\theta)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{I.14})$$

Alors les variables réelles sont obtenues à partir des variables biphasées ( $d, q$ ) par transformation inverse comme suit :

$$[a \ b \ c] = [p(\theta)]^{-1} [d, q]$$

avec:

L'angle  $\theta$  correspond à la position du repère choisi pour la transformation.

$\theta = \theta_s$  : pour le stator (angle entre l'axe  $od$  et la phase  $a$  du stator);

$\theta = \theta_r$  : pour le rotor (angle entre l'axe  $od$  et la phase  $a$  du rotor);

La composante homopolaire est nulle, pour un système triphasé équilibré.

### I.3.2. Ecriture du modèle mathématique biphasée de la machine

Après l'introduction de la transformation de Park, les équations électriques et magnétiques deviennent :

#### a. Equations électriques

Les équations aux tensions deviennent

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{coor} \\ \omega_{coor} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} \quad (\text{I.15})$$

$$\begin{bmatrix} V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_{coor} - \omega_r) \\ (\omega_{coor} - \omega_r) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{I.16})$$

$v_{rd}$  et  $v_{rq}$  sont nuls puisque le rotor étant en court-circuit.  $\omega_{coor}$  représente la pulsation des axes  $dq$  sur des coordonnées arbitraires.

### b. Equations magnétiques

L'écriture des flux devient:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{I.17})$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \quad (\text{I.18})$$

Où :

$$L_s = l_s - M ; L_r = l_r - M ; M = \frac{3}{2} M_0 ; \omega_s = \frac{d\theta_s}{dt} ; \omega_r = \frac{d\theta_r}{dt} ; \omega_{\text{coor}} = \frac{d\theta}{dt} .$$

Pour que le modèle soit complet, on doit lui adjoindre d'équation mécanique.

### c. Equation mécanique

L'étude du comportement de la machine asynchrone aux différents régimes de fonctionnement en particulier, le régime transitoire met en évidence l'équation du mouvement qui est définie comme suit :

$$C_e - C_r = J \frac{d\Omega}{dt} + f\Omega \quad (\text{I.19})$$

Donc le couple électromagnétique est donné par l'expression suivante:

$$C_e = p \frac{M}{L_r} \left[ \Phi_{rd} \cdot i_{sq} - \Phi_{rq} \cdot i_{sd} \right] \quad (\text{I.20})$$

### I.3.3. Choix du repère

Jusqu'à présent, nous avons exprimé les équations et les grandeurs de la machine dans un repère  $(d, q)$  qui fait un angle électrique  $\theta_s$  avec le stator et qui fait également un angle électrique  $\theta_r$  avec le rotor, mais qui n'est pas défini par ailleurs c'est à dire qu'il est libre.

Il existe trois choix importants. On peut fixer le repère  $(d, q)$  au stator, au rotor ou au champ tournant. Rappelons que le repère  $(d, q)$  est le repère mobile c'est-à-dire qu'il nous appartient de calculer les angles des transformations de Park  $\theta_s$  et  $\theta_r$  afin d'effectuer les rotations.

Il existe différentes possibilités pour le choix de l'orientation du repère d'axe qui dépendent généralement des objectifs de l'application. On peut choisir le référentiel le mieux adapté aux problèmes posés. Le choix se ramène pratiquement à trois référentiels orthogonaux.

- Référentiel des axes  $(\alpha, \beta)$  : système biphasé à axes orthogonaux ( $\theta = 0$ )
- Référentiel tournant des axes  $(d, q)$  : système biphasé à axes orthogonaux ( $\theta = \theta_s$ )
- Référentiel des axes  $(x, y)$  : système biphasé à axes orthogonaux ( $\theta = \theta_r$ ).

Avec l'angle  $\theta$  est une position quelconque d'observation que l'on peut choisir de trois manières différentes.

**a. Référentiel fixe par rapport au stator**

Ce système d'axe est immobile par rapport au stator.

Dans ce cas :

$$\theta = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d \rightarrow \alpha \\ q \rightarrow \beta \end{cases}$$

$$\omega_{coord} = \frac{d\theta_s}{dt} = 0 \tag{I.21}$$

Les équations électriques prennent la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{s\alpha} \\ \Phi_{s\beta} \end{bmatrix} \tag{I.22}$$

$$\begin{bmatrix} V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega_r \\ -\omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \end{bmatrix} \tag{I.23}$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \tag{I.17}$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \tag{I.18}$$

Ce système peut être utilisé pour régime de démarrage et freinage (dynamique) des machines asynchrones .

**b. Référentiel fixe par rapport au rotor**

Ce système d'axes est immobile par rapport au rotor tournant à une vitesse  $\omega_r$  .

Dans ce cas :

$$\theta = \theta_r \Leftrightarrow \begin{cases} d \rightarrow x \\ q \rightarrow y \end{cases}$$

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r = \omega_{\text{coor}} \quad (I.26)$$

Les équations électriques prennent la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} V_{sx} \\ V_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sx} \\ \Phi_{sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_r \\ \omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{sx} \\ \Phi_{sy} \end{bmatrix} \quad (I.27)$$

$$\begin{bmatrix} V_{rx} \\ V_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{rx} \\ \Phi_{ry} \end{bmatrix} \quad (I.28)$$

Ce système est utilisé pour étudier les processus transitoires dans les machines synchrones et asynchrones.

### c. Référentiel fixe par rapport au champ tournant

Ce système d'axes tourne avec la vitesse de champ électromagnétique  $\omega_s$  créée par les enroulements du stator. Dans ce cas :

$$\theta = \theta_s \Leftrightarrow \begin{cases} d \rightarrow d \\ q \rightarrow q \end{cases}$$

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_{\text{coor}} = \omega_s, \omega = \omega_{\text{coor}} - \omega_r = \omega_s - \omega_r \quad (I.29)$$

Les équations électriques prennent la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_s \\ \omega_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} \quad (I.30)$$

$$\begin{bmatrix} V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} \quad (I.31)$$

Ce référentiel est souvent utilisé dans l'étude de l'alimentation des moteurs asynchrones à fréquences variables, comme il est utilisé notamment dans la commande des machines électriques dans les systèmes en boucle fermée où les grandeurs à contrôler sont obligatoirement continues.

La description de l'état magnétique des machines à courant alternatif dans le référentiel (d, q) nous conduit à un modèle électromagnétique unifié valable pour toutes les machines standards:

machine asynchrone à rotor bobiné ou à cage, machine synchrone à pôles lisses ou à pôles saillants, machines à aimants permanents et machine à réluctance.

Dans notre cas, nous avons choisi le repère immobile par rapport au stator. et dans ce cas le modèle s'obtient de la manière suivante :

### I.3.4. Expression du modèle de la machine

Le modèle de la machine asynchrone sera exprimé, dans notre cas, dans le repère statique ( $\alpha\beta$ ), et nous allons choisir le flux rotorique  $\varphi_{r\alpha}, \varphi_{r\beta}$  comme et le courant statorique  $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$  variables d'état, pour cela nous devons effectuer une recherche des équations différentielles qui décrivent ces deux variables et cela à partir du modèle donné par les équations (I.22), (I.23), (I.24), et (I.25).

#### • Equations des flux rotoriques $\varphi_{r\alpha}, \varphi_{r\beta}$

à partir de (I.23) et (I.25) :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_r & 0 \\ 0 & -R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{I.32})$$

$$\begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-M}{L_r} & 0 \\ 0 & \frac{-M}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{I.33})$$

En remplaçant (I.33) dans (I.32), on obtient alors :

$$\begin{bmatrix} \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} \\ \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{MR_r}{L_r} i_{s\alpha} - \frac{R_r}{L_r} \varphi_{r\alpha} - \omega \varphi_{r\beta} \\ \frac{MR_r}{L_r} i_{s\beta} + \omega \varphi_{r\alpha} - \frac{R_r}{L_r} \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{I.34})$$

notant que  $\omega = p\Omega$ .

#### • Equations des courant statoriques $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$

À partir de dérivée (I.24) et après dérivation :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-M}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{-M}{L_s} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{s\alpha} \\ \varphi_{s\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} \quad (\text{I.35})$$

de (I.22) on écrit :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{s\alpha} \\ \varphi_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & 0 \\ 0 & -R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (I.36)$$

En dérivant (I.33), on obtient :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-M}{L_r} & 0 \\ 0 & \frac{-M}{L_r} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_r} \end{bmatrix} \quad (I.37)$$

En remplaçant les équations (I.32), (I.34) et (I.35) dans (I.33) :

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} + kp\Omega\varphi_{r\beta} \\ -\gamma i_{s\beta} - kp\varphi_{r\alpha} + \frac{k}{T_r}\varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (I.38)$$

En plus, l'expression de la vitesse est :

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{pM}{JL_r} (\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{f_{vis}}{J} \Omega - \frac{C_r}{J} \quad (I.39)$$

#### I.4. Représentation d'état du modèle de la machine asynchrone [3]

Le modèle utilisé dans ce chapitre est un modèle de Park classique pour lequel nous exprimons les grandeurs électriques dans un repère dit « repère fixe lié au stator » ; Le modèle d'état de la machine asynchrone, dans ce référentiel est une représentation non linéaire de la machine obtenue à partir des équations (I.32), (I.36) et (I.37). Il peut être s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \\ \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} \\ \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\alpha} + kp\Omega\varphi_{r\beta} \\ -\gamma i_{s\beta} - kp\Omega\varphi_{r\alpha} + \frac{k}{T_r} \varphi_{r\beta} \\ \frac{M}{T_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\alpha} - p\Omega\varphi_{r\beta} \\ \frac{M}{T_r} i_{s\beta} + p\Omega\varphi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \varphi_{r\beta} \\ \frac{pM}{JL_r} (\varphi_{r\alpha} i_{s\beta} - \varphi_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{f_{vis}}{J} \Omega - \frac{C_r}{J} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix}$$

sous forme condensé :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{I.40})$$

où :

$x = (i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ \Phi_{r\alpha} \ \Phi_{r\beta} \ \Omega)^t$  : vecteur d'état ;

$u = (v_{s\alpha} \ v_{s\beta})^t$  : Vecteur de commande.

$$f(x) = \begin{pmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + \frac{K}{T_r} \Phi_{r\alpha} + pk \Omega \Phi_{r\beta} \\ -\gamma i_{s\beta} + \frac{K}{T_r} \Phi_{r\beta} - pk \Omega \Phi_{r\alpha} \\ \frac{M}{T_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \Phi_{r\alpha} - p \Omega \Phi_{r\beta} \\ \frac{M}{T_r} i_{s\beta} - \frac{1}{T_r} \Phi_{r\beta} + p \Omega \Phi_{r\alpha} \\ \frac{pM}{JL_r} (\Phi_{r\alpha} i_{s\beta} - \Phi_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{1}{J} (f \Omega + C_r) \end{pmatrix} ; \quad g(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.41})$$

Avec :

$$\begin{cases} Tr = \frac{L_r}{R_r} ; \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r} \\ K = \frac{M}{\sigma L_s L_r} ; \gamma = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_s L_r^2} \end{cases} \quad (\text{I.42})$$

Le vecteur d'état est représenté par quatre grandeurs électriques deux composantes du flux rotoriques, et deux composantes du courant statorique, et une équation mécanique qui gouverne la vitesse de rotation.

### I.5. Simulation du modèle d'état :

La simulation numérique du modèle mathématique de la machine asynchrone à rotor bobiné utilisé, permet d'avoir une idée globale et correcte sur leur performance. La mise sous forme d'équation le modèle de la machine asynchrone permet la simulation de cette dernière. L'objectif de l'étude réalisée dans cette section est d'établir un schéma bloc à partir duquel la machine

asynchrone est alimentée directement par le réseau triphasé [220/380V, 50Hz]. Les paramètres de la machine asynchrone utilisée dans ce travail sont donnés .

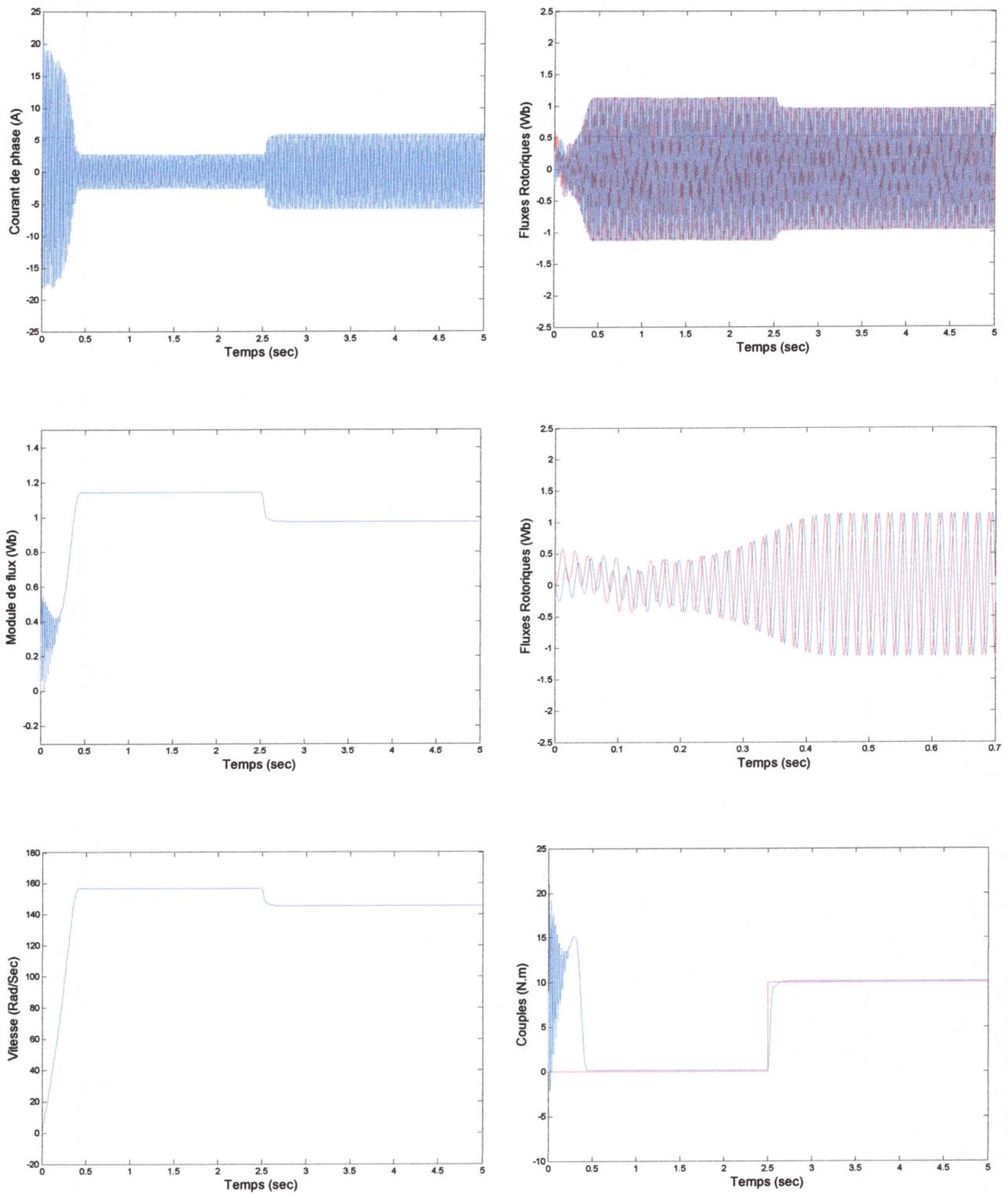
Les tensions d'alimentation sont supposées parfaitement sinusoïdales d'amplitudes constantes, où  $V_{eff} = 220$  V (Valeur efficace de tension) et  $\omega = 2\pi f$  avec  $f = 50$  Hz (Fréquence du réseau). Les résultats de simulations sont effectués avec le logiciel MTLAB/SIMULINK 7.3, pour une machine asynchrone dont les caractéristiques sont données par le tableau suivant :

**Tableau I.1.** Caractéristiques de la machine asynchrone utilisée.

❖ Paramètres électriques	
Résistance statorique	$R_s = 9.65\Omega$
Résistance rotorique	$R_r = 4.3047\Omega$
Inductance mutuelle	$L_m = 0.4475H$
Inductance statorique	$L_s = 0.4718H$
Inductance rotorique	$L_r = 0.4718H$
❖ Paramètres mécaniques	
Moment d'inertie	$J = 104e - 3 [kg.m^2]$
Coefficient de frottement	$f = 13e - 3$
❖ Plaque signalétique	
Puissance nominale	1.1 kw
Courant nominale	2.6/4.3 [A]
Tension nominale	400/230 [V]
Facteur de puissance	$\cos \varphi = 0.85 / 0.82$
Nombre de paire de pôles	2
Vitesse nominale	1425 tr / min

On va tester le fonctionnement de la machine dans deux cas différents :

1. un démarrage à vide.
2. un démarrage à vide suivi d'une augmentation du couple de 10 N.m à l'instant  $t=2.5$  seconds.



**Figure (I.3) :** Simulation de la machine asynchrone (démarrage à vide suivi d'un couple de charge de  $C_r = 10N.m$  à l'instant  $t = 2.5sec$

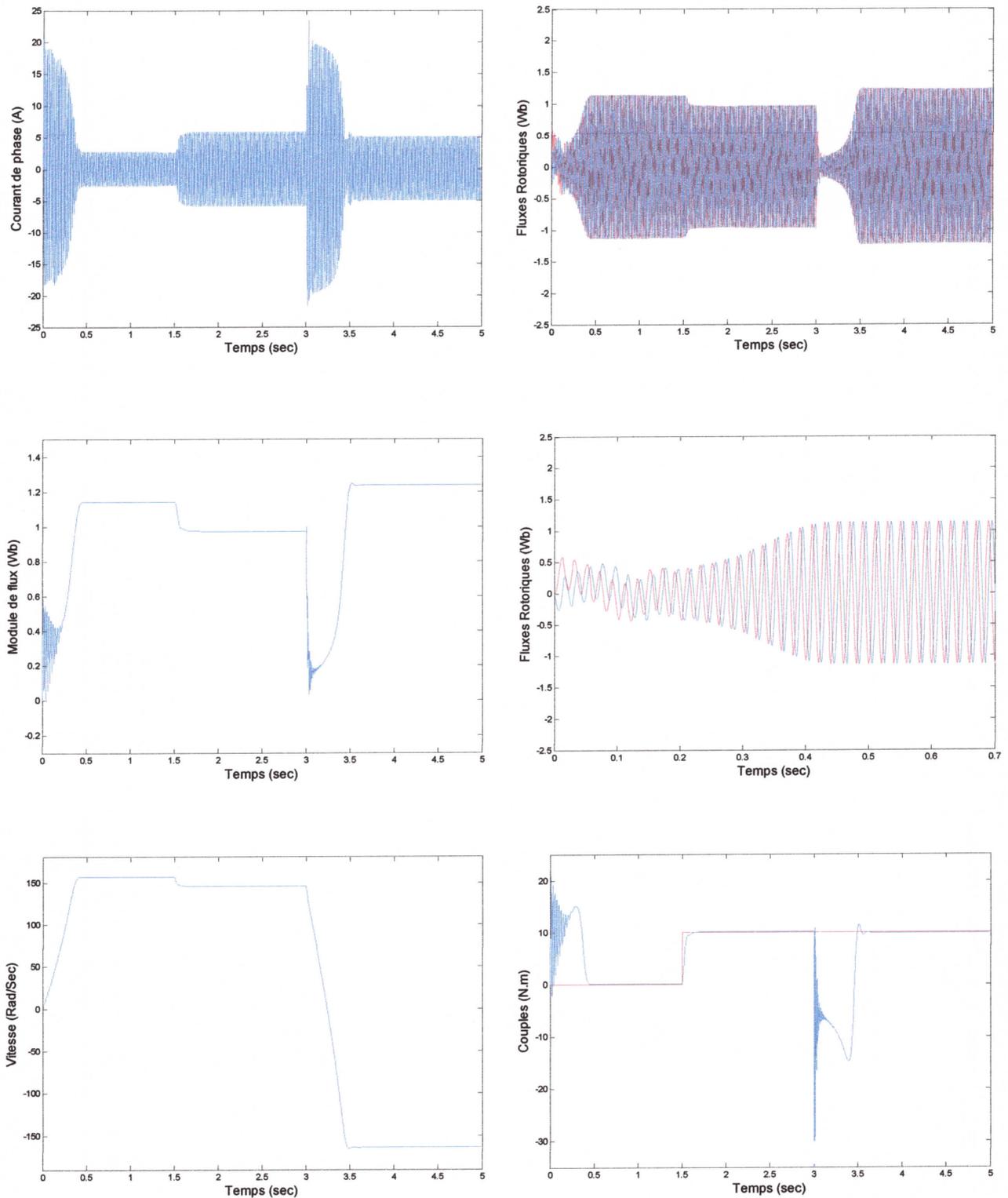


Figure (I.4) : Simulation de la machine asynchrone avec un inversement du sens de rotation à l'instant  $t = 2.5$  sec .

### I.6. Interprétation des résultats de simulation:

Les résultats de simulation donnés par les figures I.3 et I.4 (les deux tests) représentent l'évolution des grandeurs fondamentales de la machine asynchrone : les courants statoriques ( $i_s$ ), les flux rotoriques ( $\phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}$ ), le module de flux ( $\phi_r$ ), la vitesse ( $\Omega$ ) et le couple électromagnétique ( $C_{em}$ ).

- Démarrage à vide suivi d'une charge, figure (I-3) : A l'instant ( $t = 2.5\text{sec}$ ) on a appliqué un couple de charge ( $C_r = 10\text{N.m}$ ), pendant le régime transitoire, le couple électromagnétique est fortement pulsatoire par contre en régime stationnaire, le couple électromagnétique tend à compenser les pertes par frottement, après le régime transitoire les flux rotoriques  $\phi_{r\alpha}$  et  $\phi_{r\beta}$  prennent des formes sinusoïdales, l'allure de la vitesse  $\Omega$  ne reste pas constante, c'est à dire, l'introduction d'un couple de charge provoque une diminution de la vitesse, les courants statoriques ( $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$ ) présentent des dépassements excessifs avec faible vitesse mais ils disparaissent (dépassement dû au régime transitoire) au bout de quelques alternances et on obtient une forme sinusoïdale d'amplitude constante.
- Démarrage à vide suivi d'une charge et inversement du sens de rotation : Lorsqu'on inverse deux phases ( $t = 3\text{sec}$ ), et sachant que la machine est déjà chargée avec un couple résistant de ( $C_r = 10\text{N.m}$ ) appliqué à l'instant ( $t = 1.5\text{sec}$ ), les mêmes remarques du test précédent peuvent être tirées et en plus nous pouvons remarquer que la vitesse de la machine diminue jusqu'à zéro et démarre à nouveau dans le sens contraire, cet inversement du sens de rotation a provoqué la création d'un régime transitoire et crée un fort couple électromagnétique d'environ  $C_{em} = -30\text{N.m}$  à cause de l'inertie de la machine.

### I.7. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons pu établir un modèle mathématique de la machine asynchrone triphasée dont la complexité a été réduite, en utilisant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, en appliquant la transformation de Park permet de passer du système triphasé

vers le système biphasé de Park. Cette modélisation nous a permis essentiellement de simuler la machine asynchrone dans le but de voir le comportement et les performances lors d'un démarrage à vide suivi d'une introduction de couple résistant et d'un inversement de sens de rotation, bien sûr, avec une interprétation des résultats retrouvée. Lorsqu'on introduit le couple résistant, la vitesse de rotation diminue, ce qui nécessite la régulation de la vitesse par une loi de commande.

La machine est alimentée directement à partir du réseau triphasé équilibré, de fréquence et d'amplitude des tensions constantes, ce qui impose une vitesse de synchronisme constante.

MCours.com