

MCours.com

PARTIE C :
CALCULS DES PARAMETRES
DE CHARGEMENT

Cette partie de mémoire sera consacrée à la validation des paramètres et des équations que nous utiliserons par la suite dans la partie D intitulée « résultats et discussion ». Nous commencerons par l'étude de la répartition des contraintes dans les éprouvettes destinées à l'étude du comportement des fissures courtes. Ensuite, nous déterminerons le facteur d'intensité de contrainte à partir des résultats de calcul de l'intégrale de Rice (intégrale J) pour les éprouvettes de traction à entaille latérale (type SENT) ainsi que pour les éprouvettes présentant un congé à faible concentration de contrainte. Dans le cas des fissures courtes, nous aborderons aussi bien le cas des fissures de surface que celui des fissures de coin et nous modéliserons les cas où le front de fissure est circulaire ou elliptique.

Tous les calculs de cette partie seront réalisés avec le code de calcul par éléments finis ABAQUS Standard développé par Hibbitt, Karlsson et Sorensen [Hib1, Hib2].

Ces calculs seront effectués pour plusieurs tailles de fissures, de forme circulaire ou elliptique, dans le cas de chargement :

- élastique ;
- élastoplastique sans plastification étendue.

Finalement, les résultats de calculs seront comparés :

- aux normes ASTM [ASTM, ASTM86] pour les fissures longues ;
- aux résultats issus des expressions de Newman et Raju [New83, Raj97(1), Raj97(2)] pour les fissures courtes.

CHAPITRE VI:

REPARTITION DES CONTRAINTES DANS LES EPROUVETTES ENTAILLEES

Pour étudier le comportement des fissures courtes, nous avons choisi d'utiliser des échantillons munis d'un large congé circulaire situé au centre de l'éprouvette de rayon 20 mm avec 3 mm de pénétration (Figure VI-3). Cette entaille produit localement une faible concentration de contrainte dans l'éprouvette mais néanmoins suffisante pour localiser la zone d'amorçage des fissures courtes et donc faciliter la détection et le suivi. Dans ce chapitre, nous présenterons la méthode et les résultats du calcul du coefficient de concentration de contrainte K_T qui a été déterminé par la méthode des éléments finis à l'aide du code de calcul ABAQUS\Standard v6.3. La modélisation a ensuite été validée expérimentalement grâce à des mesures effectuées par des micro-jauges de déformation placées sur la surface de l'éprouvette (entaille et partie plane).

VI-1 Choix des éléments et convergence du maillage

Compte tenu de la géométrie de l'échantillon employé, notre choix s'est porté sur une modélisation tridimensionnelle et donc sur des éléments volumiques. Nous avons utilisé des éléments (C3D8R) hexaédriques linéaires à 8 nœuds à intégration réduite (Figure VI-1) ainsi que des éléments (C3D20R) hexaédriques quadratiques à 20 nœuds à intégration réduite (Figure VI-2). L'intérêt des éléments à intégration complète n'a pas été démontré dans ce cas d'étude. L'emploi de ce type d'éléments rallonge considérablement les temps de calcul alors que les comparaisons C3D8/C3D8R et C3D20/C3D20R n'ont pas laissé apparaître de différences significatives.

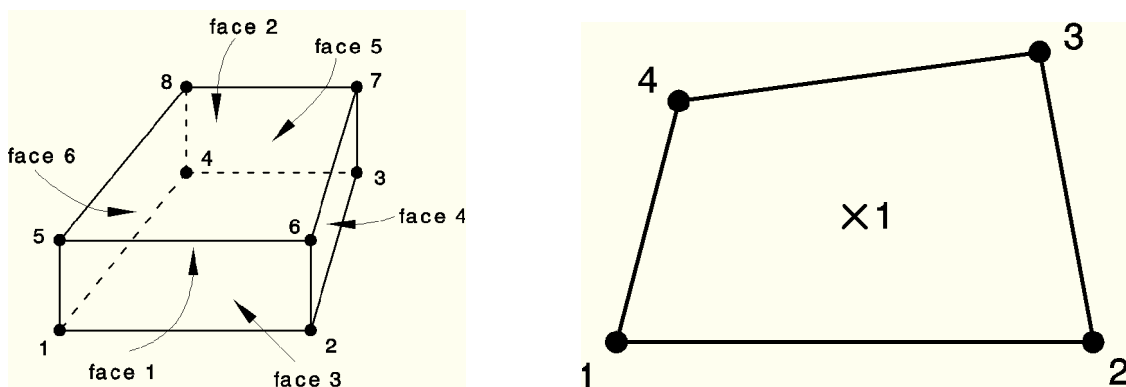


Figure VI-1 : Élément C3D8R et position des points d'intégration.

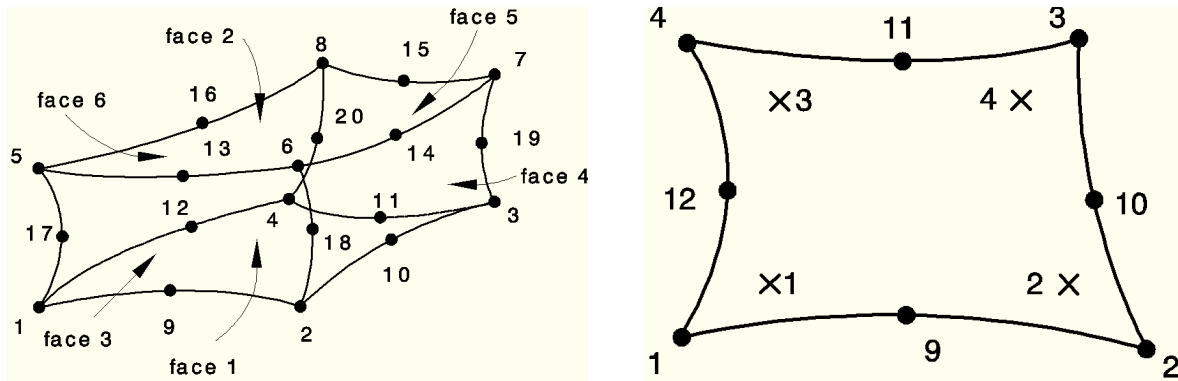


Figure VI-2 : Elément C3D20R et position des points d'intégration.

Le maillage de l'éprouvette que nous avons adopté pour cette étude est présenté dans la Figure VI-3. Comme nous pouvons le voir sur ce schéma, l'échantillon comporte 10 éléments en largeur (6 mm) et 25 éléments dans l'épaisseur (5 mm). Dans le congé, où la concentration de contrainte apparaît, un maillage fin et progressif a été choisi suivant l'épaisseur de l'éprouvette. Les résultats issus des calculs effectués avec les éléments C3D8R et C3D20R ont été comparés (Figure VI-4). L'examen de ces courbes ne laisse pas apparaître d'influence majeure entre les deux types d'éléments (environ 1%). De ce fait, tous les calculs seront réalisés par la suite avec des éléments C3D8R. Le choix de ce type d'élément est de plus lié au gain en temps de calcul qu'il procure : à même nombre d'éléments, le temps de calcul est ainsi pratiquement divisé par dix par rapport aux calculs établis avec des éléments C3D20R.

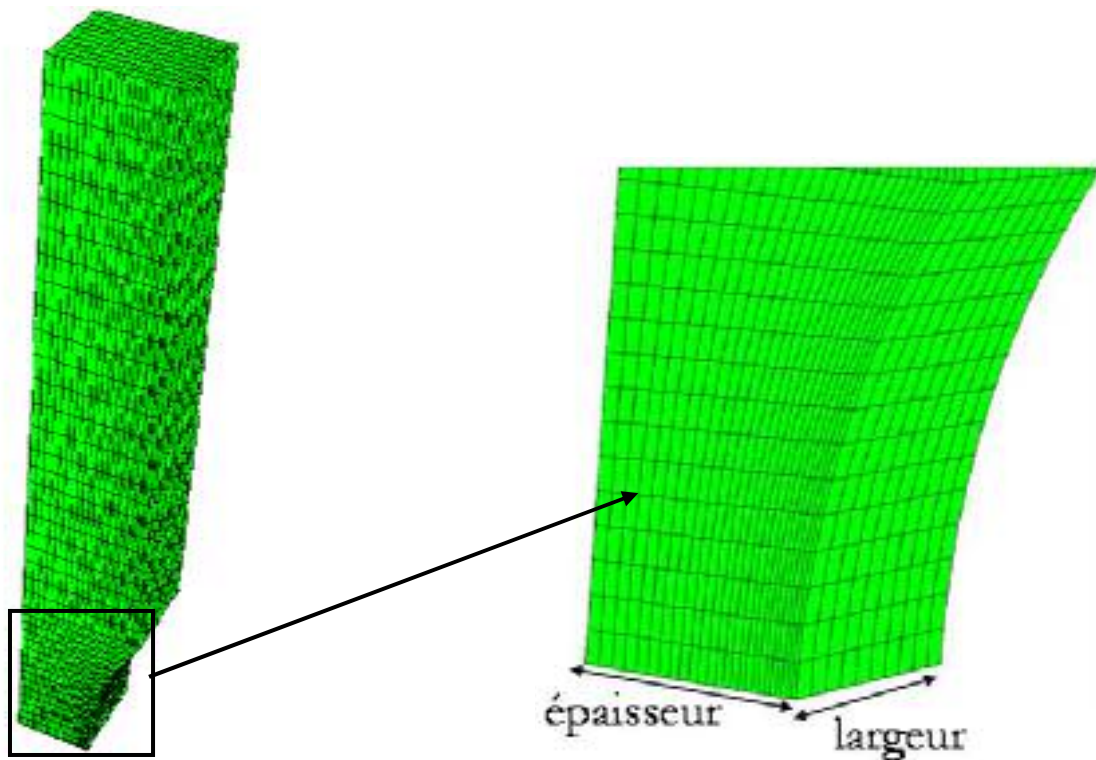


Figure VI-3 : Maillage employé pour l'éprouvette munie d'un congé, de largeur 6 mm et d'épaisseur 5 mm.

Afin de vérifier la convergence du maillage adopté, nous avons utilisé plusieurs tailles d'éléments. Le maillage final que nous avons choisi est tel que la taille des éléments n'a plus

d'influence sur les résultats obtenus. La Figure VI-5 montre l'évolution de la contrainte principale maximale suivant l'épaisseur de l'éprouvette pour deux maillages différents : la largeur moyenne des mailles dans le congé est de 0,6 mm dans un cas (8400 éléments) et de 0,5 mm dans l'autre (10080 éléments).

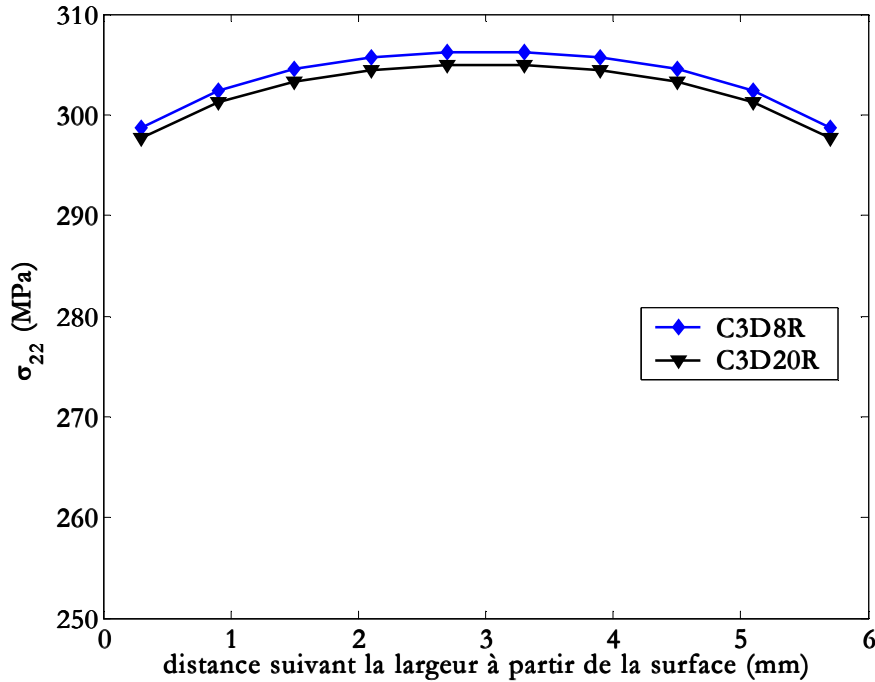


Figure VI-4 : Répartition des contraintes dans la largeur de l'éprouvette (C3D8R et C3D20R).

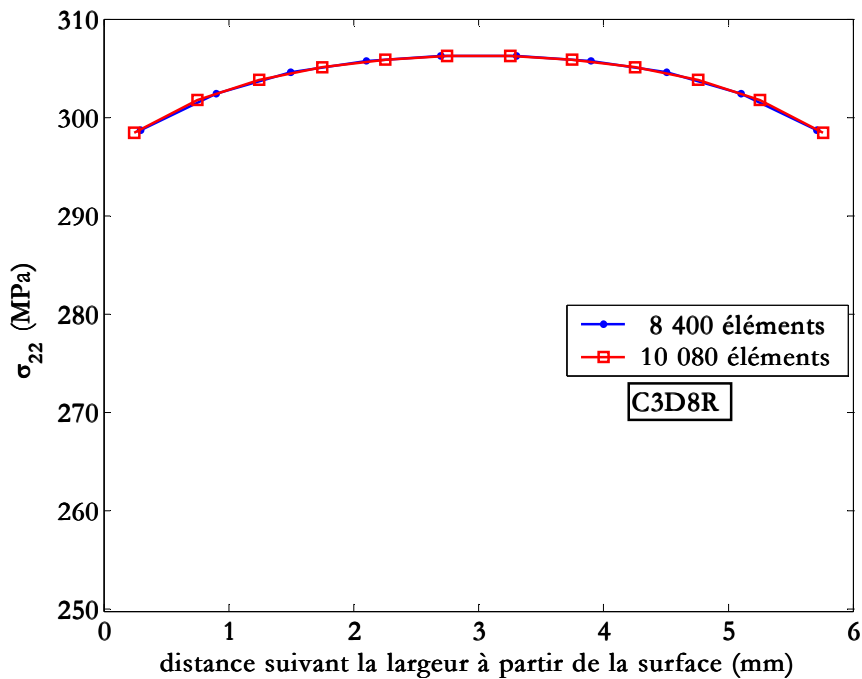


Figure VI-5 : Convergence des résultats pour deux tailles de maillages.

VI-2 Champs de contraintes élastiques et élastoplastiques

La modification de la géométrie de l'éprouvette entraîne une intensification des contraintes au voisinage de l'entaille lorsque celle-ci est chargée. Ainsi, même lorsque la charge appliquée σ_{nom} demeure inférieure à la limite d'élasticité du matériau σ_E , la contrainte localisée au voisinage du congé peut entraîner dans certains cas des déformations plastiques dans cette région. Les déformations qui agissent dans cette région restent commandées par les déformations des régions voisines qui sont élastiques.

Comme nous le verrons ultérieurement, des essais ont en effet été réalisés pour deux types de chargements :

- cas purement élastique ;
- cas globalement élastique où une plastification locale apparaît dans une partie du congé.

De ce fait, différents types de calculs par éléments finis ont été menés afin de prendre en compte le comportement local. Pour déterminer le champ local des contraintes et des déformations dans les éprouvettes entaillées, plusieurs méthodes classiques sont à notre disposition. Certaines méthodes permettent d'ailleurs un calcul approché des contraintes élastoplastiques : nous pouvons citer la méthode de Neuber (la plus connue) ou encore la méthode de Glinka.

VI-2-1 Méthode de Neuber

Pour tenir compte de la plasticité à fond d'entaille, une approche simplifiée, introduite par Neuber [Neu 61, Neu68] en 1961, consiste à considérer séparément le facteur de concentration de contrainte K_σ et le facteur de concentration des déformations K_ε . Contrairement au cas purement élastique où $K_T = K_\sigma = K_\varepsilon$, lorsqu'un état de plasticité localisée est atteint, K_ε augmente et K_σ diminue. Neuber propose alors de prendre le facteur de concentration de contrainte « théorique » K_T égal à la moyenne géométrique de K_σ et K_ε :

$$K_T^2 = K_\varepsilon K_\sigma$$

avec :

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{e}$$

$$K_\sigma = \frac{\sigma}{s}$$

$$e = \frac{s}{E}$$

où σ (s) et ε (e) désignent respectivement les contraintes et déformations principales locales (globales). Cette équation peut encore s'écrire :

$$K_T^2 = \frac{\varepsilon \sigma}{e s}$$

ou encore :

$$\sigma \varepsilon = \frac{(K_T s)^2}{E}$$

Cette équation constitue la première hyperbole de Neuber. La contrainte et la déformation localisées en fond d'entaille sont alors obtenues à l'intersection de cette hyperbole avec la courbe d'écrouissage monotone du matériau. Pour évaluer la contrainte et la déformation à fond d'entaille au cours d'un déchargement d'amplitude Δs , nous pourrions prendre cette fois l'équation sous la forme suivante :

$$\Delta\sigma \Delta\varepsilon = \frac{(K_T \Delta s)^2}{E}$$

Cette équation permet de représenter la seconde hyperbole de Neuber liée au déchargement. Pour obtenir la contrainte et la déformation, on utilise l'intersection de cette hyperbole avec la courbe d'écrouissage cyclique.

VI-2-2 Méthode de Glinka

La méthode proposée par Glinka [Mol81] s'appuie sur des concepts voisins de ceux qu'a développés Neuber. Celle-ci n'a pas l'inconvénient signalé par certains auteurs de prévoir une déformation locale excessive par rapport aux résultats des mesures ou des calculs par la méthode des éléments finis. Glinka, supposant que l'état des contraintes est uni-axial à fond d'entaille, propose la règle suivante :

$$\frac{W_\sigma}{W_{nom}} = K_T^2 \quad (\text{VI-1})$$

où W_σ est l'énergie de déformation par unité de volume au point le plus sollicité à *fond d'entaille* définie telle que :

$$W_\sigma = \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (\text{VI-2})$$

et W_{nom} est l'énergie de déformation par unité de volume due à la *sollicitation nominale* telle que :

$$W_{nom} = \int_0^{\varepsilon_{nom}} \sigma_{nom}(\varepsilon_{nom}) d\varepsilon_{nom} \quad (\text{VI-3})$$

On vérifie aisément que la relation (VI-1) est exacte lorsque le comportement du matériau est entièrement élastique. Les auteurs considèrent que cette relation reste encore valide tant que la plasticité à fond d'entaille continue à être confinée dans un environnement élastique. En considérant la loi de *comportement monotone du matériau* de la forme suivante :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + m \left(\frac{\sigma}{E} \right)^{1/n} \quad (\text{VI-4})$$

m et n étant des constantes matériau. Nous pouvons alors calculer W_σ et W_{nom} :

$$W_{\sigma} = \frac{\sigma^2}{2E} + \frac{m}{n+1} \sigma \left(\frac{\sigma}{E} \right)^{1/n} \quad (\text{VI-5})$$

$$W_{nom} = \frac{\sigma_{nom}^2}{2E}$$

L'application à la fatigue peut alors se faire aisément en remplaçant la contrainte par la variation des contraintes et la loi de comportement par l'équation (VI-6) qui décrit la forme des *boucles d'hystérésis mécaniques du matériau* :

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E} + m' \left(\frac{\Delta \sigma}{E} \right)^{1/n'} \quad (\text{VI-6})$$

m' et n' étant des constantes matériau liées à l'écroissage cyclique. Nous obtenons alors la relation suivante :

$$W_{\sigma} = \frac{(\Delta \sigma)^2}{2E} + \frac{m'}{n'+1} \Delta \sigma \left(\frac{\Delta \sigma}{E} \right)^{1/n'} \quad (\text{VI-7})$$

$$W_{nom} = \frac{(\Delta \sigma_{nom})^2}{2E}$$

Pour connaître les valeurs successives de la contrainte et de la déformation locales dans le cas d'un chargement d'amplitude variable, le calcul doit être fait itération par itération. Les énergies sont calculées à la $i^{\text{ème}}$ itération en prenant pour nouvelle origine les valeurs de la contrainte et de la déformation locales obtenues à la fin de la $(i-1)^{\text{ème}}$ itération.

VI-2-3 Méthode des éléments finis

Les deux cas de figure nécessaires à notre étude ont été traités par cette méthode. Dans un premier temps, seul le comportement élastique du matériau (E , ν) a été introduit et un calcul unique a été réalisé afin de déterminer la réponse élastique de l'échantillon. Dans un deuxième temps, la loi de comportement du matériau, déterminée expérimentalement (partie B), a été introduite dans ABAQUS et autant de calculs élastoplastiques que de configurations d'essais ont été réalisés. Les Figure VI-6 et Figure VI-7 présentent respectivement dans les cas élastique et élastoplastique, la répartition de contrainte principale maximale (au milieu ou au bord du congé) dans l'épaisseur de l'éprouvette. Le profil des contraintes pris dans le sens de la sollicitation est calculé dans la section minimale de l'éprouvette.

Dans les Figure VI-6 et Figure VI-7, nous avons représenté les répartitions de contraintes depuis le fond de l'entaille, soit à partir d'un bord, soit à partir du centre de l'éprouvette : la Figure VI-8 précise l'endroit où sont prises ces répartitions. L'objectif étant d'identifier les différences qui existent entre une fissure de coin (amorcée en bord d'éprouvette) et une fissure de surface (amorcée dans la partie centrale de l'éprouvette).

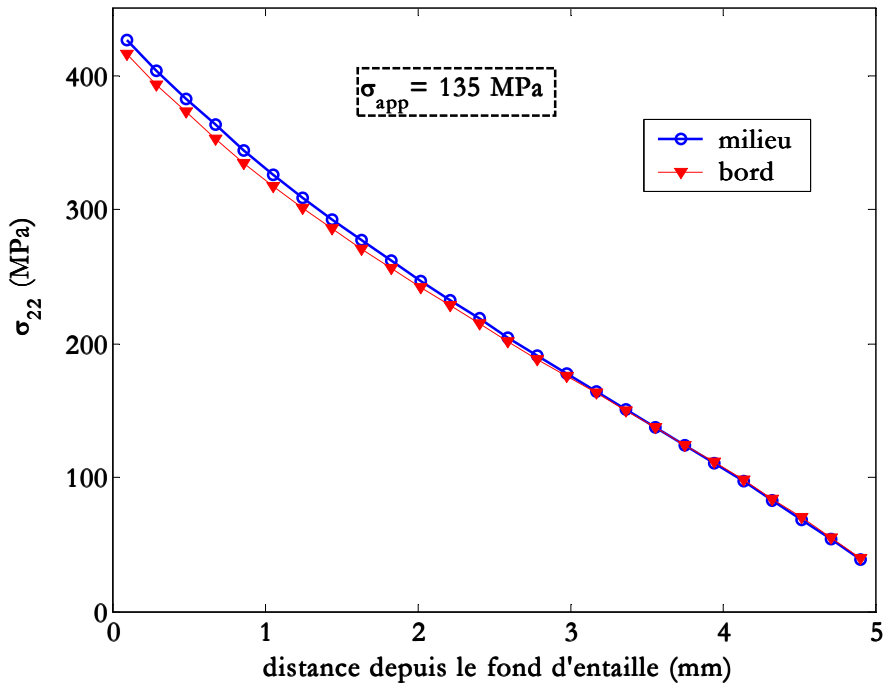


Figure VI-6 : Comportement élastique dans le congé ($\sigma_{app} = 135 \text{ MPa}$).

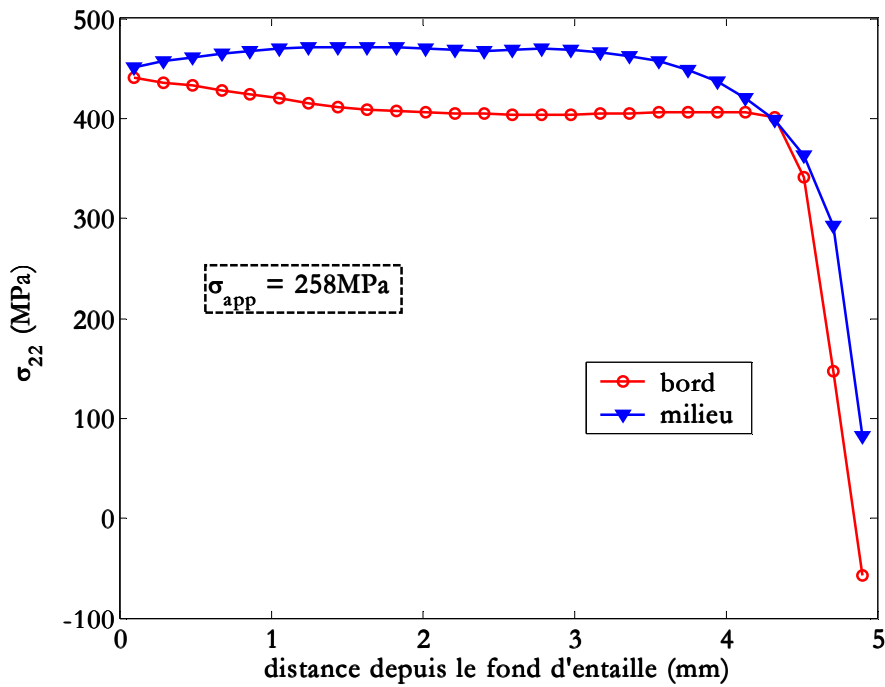


Figure VI-7 : Comportement élastoplastique dans le congé ($\sigma_{app} = 260 \text{ MPa}$).

Le facteur de concentration de contrainte est défini par la relation (VI-8) :

$$K_T = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{nom}} \tag{VI-8}$$

où la contrainte nominale σ_{nom} est déterminée en traction simple par (VI-9) :

$$\sigma_{nom} = \frac{P}{ed} \quad (\text{VI-9})$$

Cette expression peut être étendue pour une distance x du fond de l'entaille en posant, comme l'avait d'ailleurs proposé Glinka :

$$K_T(x) = \frac{\sigma_{max}(x)}{\sigma_{nom}} \quad (\text{VI-10})$$

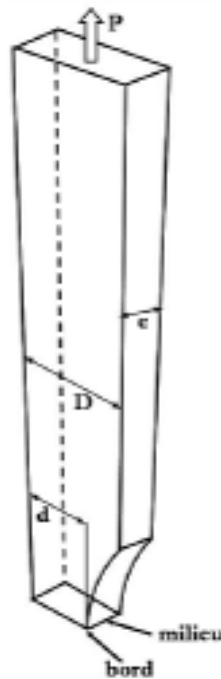


Figure VI-8 : Schéma de l'éprouvette munie d'un congé.

La Figure VI-9 représente ce facteur de concentration de contrainte généralisé $K_T(x)$ en fonction de la distance depuis le fond d'entaille dans le cas élastique. La valeur maximale de celui-ci est de 1,95. Dans la Figure VI-10, nous avons ajouté la répartition élastique à la réponse élastoplastique pour une contrainte appliquée d'environ 260 MPa. La prise en compte de la plasticité diminue le facteur de concentration de contrainte d'environ moitié. En effet, dans le cas élastique, le facteur de concentration de contrainte diminue quasiment linéairement en fonction de l'épaisseur ; par contre, dans les cas élastoplastique, il reste pratiquement constant jusqu'à environ 4 mm de l'entaille pour ensuite diminuer rapidement et atteindre les mêmes valeurs que dans le cas élastique.

Pour la suite de l'étude, nous avons choisi d'effectuer une interpolation polynomiale d'ordre 5 des différents profils de contraintes obtenus à partir du fond de l'entaille pour les charges appliquées de chaque essai. Le Tableau IV-1 présente les coefficients du polynôme qui seront utilisés pour décrire la répartition de la contrainte principale maximale dans l'ensemble des essais réalisés qu'il s'agisse de cas élastique ou élastoplastique.

chargement	σ_{max} (MPa)	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
élastique	400	2,02	-0,587	0,096	-0.016	0,0014	-7,0e-5
élastoplastique	410	1,096	0,0162	-0,0393	0,019	-0,0028	6,0e-5
élastoplastique	435	1,063	0,079	0,0107	- 0,0253	0,0096	-1,3e-3
élastoplastique	470	1,019	0,1493	- 0,0533	0,015	- 0,0023	2,0e-5

Tableau VI-1 : Valeurs des constantes a_i .

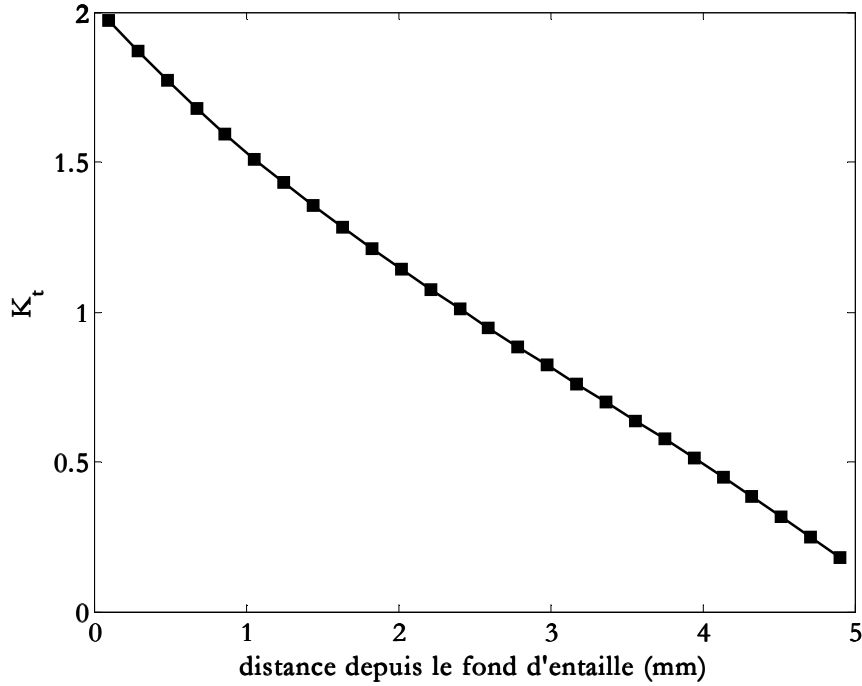


Figure VI-9 : Evolution de $K_T(x)$ dans le cas élastique ($\sigma_{app} = 135$ MPa).

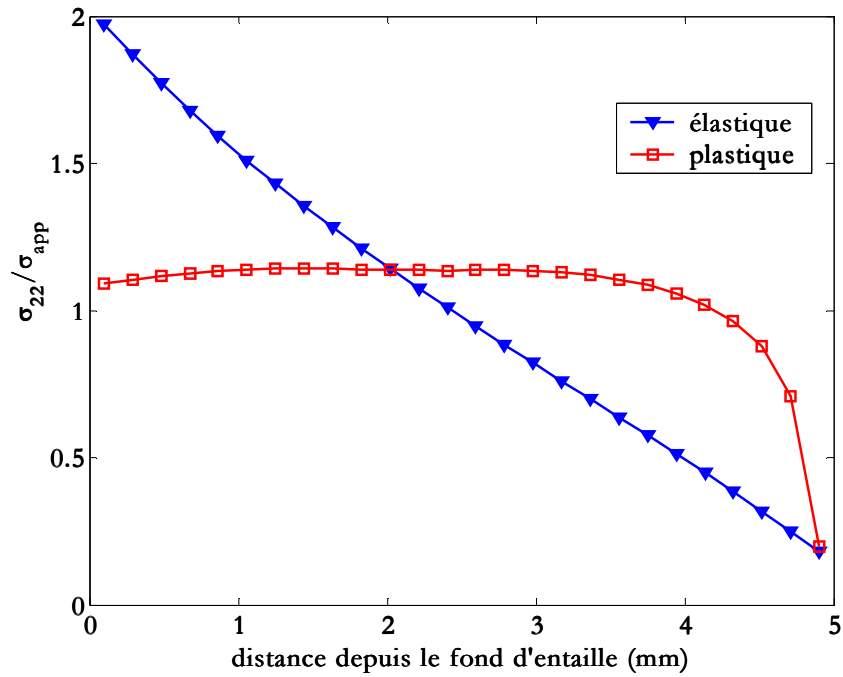


Figure VI-10 : Comparaison des $K_T(x)$ dans les cas élastique et élastoplastique ($\sigma_{app} = 260$ MPa).

VI-2-4 Méthode expérimentale

Afin de vérifier la valeur du facteur de concentration de contrainte élastique obtenue via la méthode des éléments finis, nous avons réalisé un essai de traction sur une éprouvette destinée à l'étude des fissures courtes. Sur les surfaces de l'éprouvette, nous avons placé deux microjauge [EA] : l'une suivant la longueur de l'éprouvette (jauge 1) pour mesurer la déformation longitudinale ε_{long} , et l'autre placée au cœur même du congé (jauge 2) qui nous permettra ainsi d'évaluer la déformation $\varepsilon_{congé}$ (Figure VI-11).

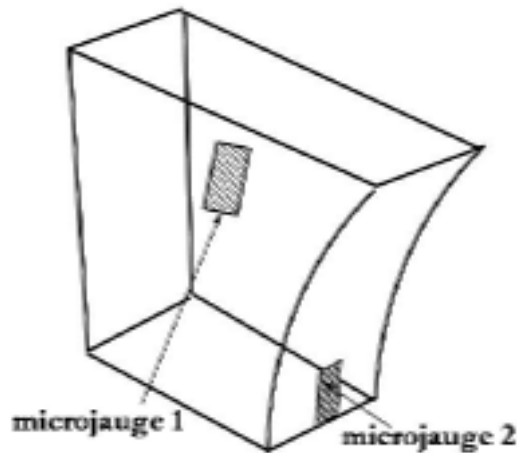


Figure VI-11 : Position des microjauge dans l'éprouvette

Cet essai nous a permis d'évaluer le module d'Young (Figure VI-12) mais surtout de calculer la valeur du facteur de concentration de contrainte (Figure VI-13) grâce à la relation suivante :

$$K_T = \frac{5 \varepsilon_{congé}}{8 \varepsilon_{long}}$$

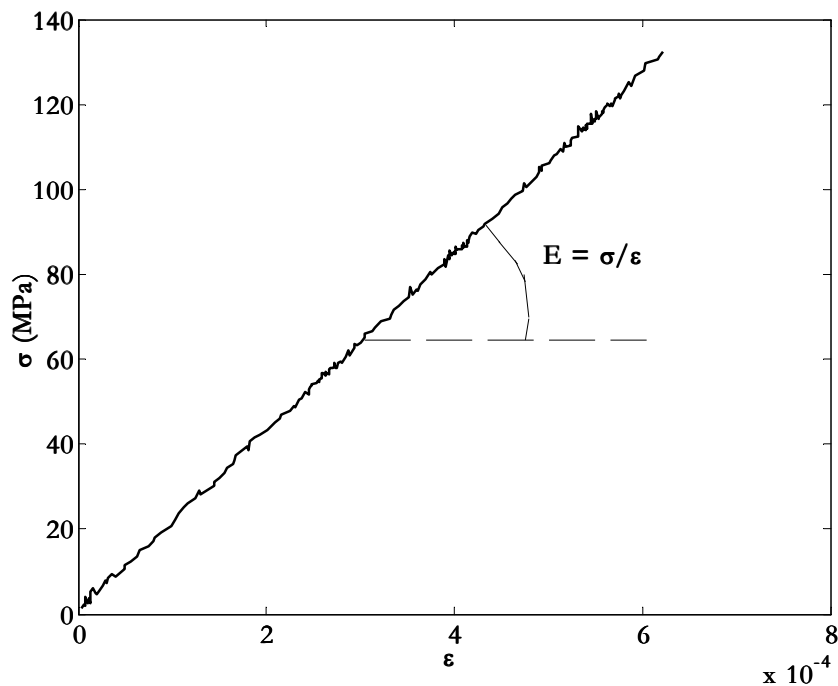


Figure VI-12 : Comportement élastique le long de l'échantillon ($\sigma_{nom} - \varepsilon_{long}$).

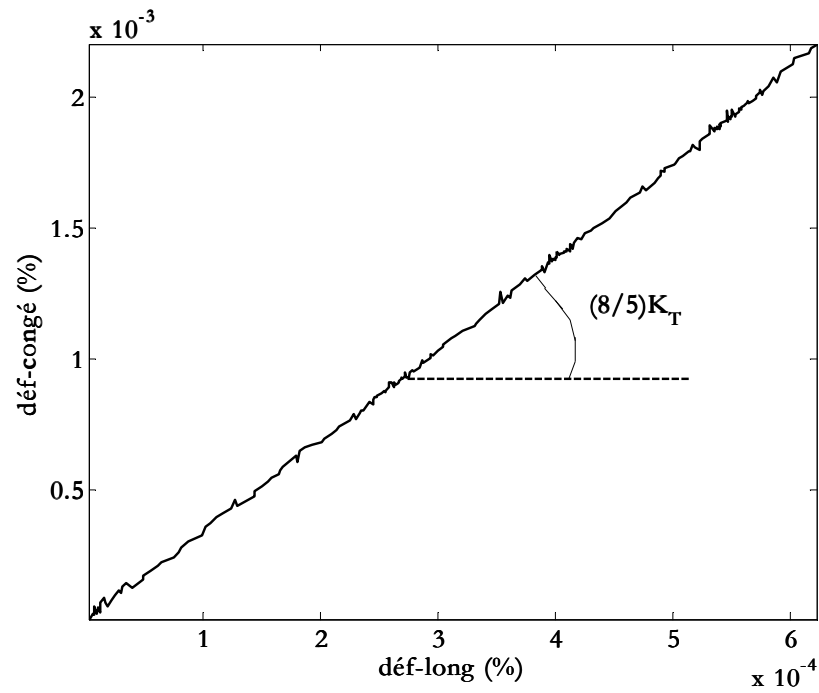


Figure VI-13 : Déformation mesurée dans le congé ($\varepsilon_{\text{congé}} - \varepsilon_{\text{long}}$).

Les valeurs du module d'Young E et du facteur de concentration de contraintes K_T valent respectivement 207 000 MPa et 2,05. Nous pouvons alors vérifier que la valeur expérimentale du facteur K_T est en bon accord avec les résultats obtenus numériquement.

MCours.com