

MCours.com

Chapitre 1
Types de commande

Résumé : ce chapitre contient une étude sur les types de commande, on a commencé par la définition de la commande PID (Proportionnel, intégral et dérivé) et les notions fondamentale de cette technique. Puis on a fait une étude sur la commande prédictive par la définition les notions de base de cette commande, en fin on a parlé sur la commande floue et ses principes.

Types de commande

Introduction

Un système dynamique est un ensemble d'objets ou de phénomènes liés entre eux et isolés artificiellement du monde extérieur. Sa modélisation vise à établir les relations qui lient les variables caractéristiques de ce processus entre elles et à représenter rigoureusement son comportement dans un domaine de fonctionnement donné. Elle nécessite, dans cet objectif, un ensemble de techniques permettant de disposer d'une représentation mathématique du système étudié. Dans le même sens, on peut dire que la modélisation théorique exige une connaissance précise des phénomènes intervenant dans le système et une aptitude à les représenter par des équations mathématiques. Et par conséquent, elle conditionne les méthodes qui seront utilisées par la suite, pour analyser ses propriétés. [1]

Le but principal de la commande de systèmes dynamique, est de pouvoir satisfaire les objectifs définis par le cahier des charges, de manière la plus performante possible.

Il s'agit, par exemple, de contrôler certains signaux (de sortie) par actions sur d'autres signaux (d'entrée) de sorte qu'il soit possible de pouvoir satisfaire les objectifs en présence d'incertitudes et changements des caractéristiques du processus (modèle) et de restrictions sur les variables opérationnelles. Il s'agit là d'un problème pratique car bien des processus réels présentent ces caractéristiques.

La plupart des systèmes non linéaires sont caractérisés par des incertitudes structurelles et / ou non structurelles variantes dans le temps, ce qui rend leur commande très délicates et complexes à mettre en œuvre. Pour résoudre ce problème, plusieurs approches ont été développées dans l'industrielle, la commande PID (Proportionnel, intégral et dérivé), commande prédictive et la commande floue par exemple sont des type de commande qui permet d'assurer la robustesse des systèmes incertains.

Ce chapitre est consacré à quelques rappels sur les différentes méthodes de commande des systèmes non linéaires.

I. La commande PID

Grâce à la découverte de l'amplificateur opérationnel, le premier PID est commercialisé en 1930, puis dans les années 1940 beaucoup d'installations PID pneumatiques voient le jour, à partir des années 1970 l'arrivée des circuits intégrés permet la commande numérique beaucoup moins restrictive que le PID. [2]

Le régulateur PID est la forme la plus courante de la rétroaction, Dans le contrôle des processus, aujourd'hui plus que 95% des boucles de régulation sont de type PID, la plupart des boucles sont en fait le contrôle PI.

Contrôleurs PID se trouvent aujourd'hui dans tous les domaines où le contrôle est utilisé, Pratiquement tous les contrôleurs PID faites aujourd'hui sont fondés sur des microprocesseurs. Cela a donné la possibilité de fournir des fonctionnalités supplémentaires comme le réglage automatique, la programmation de gain, et l'adaptation continue. [3]

I.1 Description des régulateur PID

I.1.1. Le régulateur PID classique

Le régulateur PID classique relie directement le signal de commande $u(t)$ au signal d'écart $e(t)$. Sa description temporelle est la suivante :

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (I.1)$$

Avec l'écart défini comme suit :

$$e(t) = w(t) - y(t) \quad (I.2)$$

Cette combinaison des termes P, I et D est aussi désignée sous le nom de forme parallèle ou non-interactive. Le schéma fonctionnel d'un processus réglé à l'aide d'un tel régulateur est donné à la figure (I.1) :

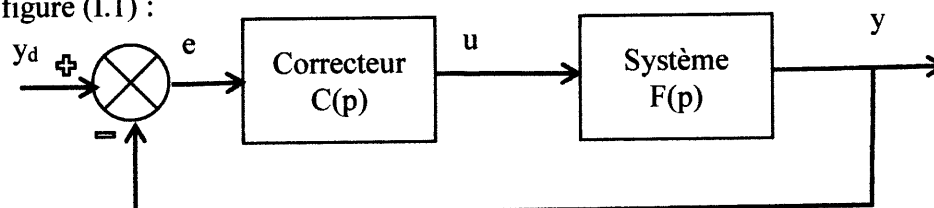


Figure I.1 : Schéma fonctionnel d'un processus réglé par un PID classique

- u commande du système,
- y mesure du signal que l'on souhaite réguler,
- y_d consigne (valeur désirée de y),
- $e = y_d - y$ signal d'erreur à partir duquel est élaborée la commande,
- C (p) = fonction de transfert du correcteur
- F (p) = fonction de transfert du système à réguler

I.1.2. Équivalent numérique du régulateur PID

Il est bien clair qu'un régulateur tel que celui décrit ci-dessus sera réalisé sous forme numérique. Dans la mesure où la période d'échantillonnage T_e est suffisamment petite, on peut se contenter de remplacer l'équation différentielle du régulateur PID par une équation aux différences prenant en compte les équivalents numériques des écarts aux instants d'échantillonnage n :

$$e(n) = w(n) - y(n) \quad (I.3)$$

$$e_p(n) = b w(n) - y(n) \quad (I.4)$$

$$e_d(n) = c w(n) - y(n) \quad (I.5)$$

I.1.2.1. Terme Intégral

L'intégrale du terme I est remplacée par la somme des écarts et la différentielle dt, par la période d'échantillonnage T_e . On a donc :

$$u_i(n) = \frac{T_e}{T_i} \sum_{k=0}^n e(k) = u_i(n-1) + \frac{T_e}{T_i} \cdot e(n) \quad (I.6)$$

I.1.2.2. Terme Dérivé

Pour trouver l'équivalent numérique du terme dérivé, il faut partir de l'équation différentielle représentant la fonction de transfert $G_d(s)$:

$$G_d(s) = \frac{U_d(s)}{E_d(s)} = \frac{sT_d}{1 + sT_d / N} \quad (I.7)$$

On en déduit alors l'expression permettant de calculer le terme dérivé :

$$u_d(n) = \frac{NT_d}{T_d + NT_e} (e_d(n) - e_d(n-1)) + \frac{T_d}{T_d + NT_e} u_d(n-1) \quad (I.8)$$

I.1.2.3. Signal de commande

Le signal de commande est la somme des 3 composantes multipliée par K_p : [3]

$$u(n) = k_p (e_p(n) + u_i(n) + u_d(n)) \quad (I.9)$$

I.1.3. Correction PID

I.1.3.1. Correcteur Proportionnel (P)

Le correcteur à action proportionnelle, est le correcteur le plus simple, puisque défini par un simple gain K_p (ou l'erreur est multipliée par un gain k_p), il Permet de jouer sur la vitesse de réponse du procédé, Si K_p augmente :

- La réponse s'accélère,
- L'erreur statique diminue
- La stabilité se dégrade : risques d'instabilité

Il faut trouver un bon compromis entre vitesse et stabilité. [4] La sortie du correcteur est donnée par :

$$u(t) = k_p e(t) \quad (I.10)$$

I.1.3.2. Correcteur Intégrale (I)

Le correcteur intégral permet d'annuler l'erreur statique et accélère la réponse, l'action intégrale est utilisée lorsqu'on désire avoir en régime permanent, une précision parfaite, en outre, elle permet de filtrer la variable à régler d'où l'utilité pour le réglage des variables bruitée (Plus l'action intégrale est élevée, plus la réponse s'accélère et plus la stabilité se dégrade).

Il faut également trouver un bon compromis entre vitesse et stabilité.

I.1.3.3. Correcteur Dérivée (D)

L'action dérivée est utilisée dans l'industrie pour réglage des variables lentes, elle n'est pas recommandée pour le réglage d'une variable bruitée ou trop dynamique, un correcteur dérivé est caractérisé par :

- Anticipatrice

- Si l'action dérivée augmente (T_d grand), la réponse s'accélère.
- Compromis vitesse stabilité. [4]

I.1.3.4. Correcteur Proportionnelle et Intégrale(PI)

Le correcteur à actions proportionnelle et intégrale (PI) est défini par l'équation différentielle suivante :

$$k_p \frac{de(t)}{dt} + k_i e(t) = \frac{du(t)}{d(t)} \quad (I.11)$$

avec

$$K = K_P \text{ et } T_i = K_p / K_i$$

Ce correcteur (de classe 1) représente l'association de deux actions (P et I) et est représenté par le schéma fonctionnel de la figure I.2 suivant :

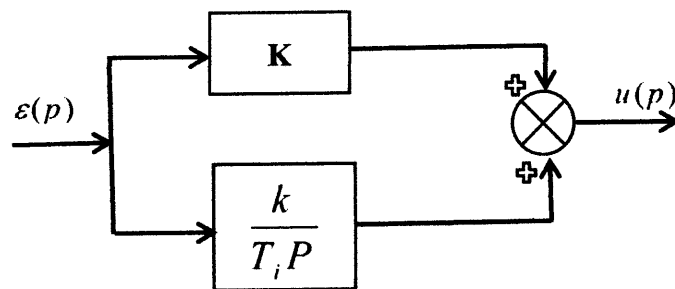


Figure I.2 : Schéma fonctionnel d'un correcteur PI

I.1.3.5. Correction Tout ou rien :

Si on est loin du but à atteindre on envoie le maximum de puissance sur la commande et le minimum si on s'en rapproche. Cette commande est la plus simple mais aussi la moins performante.

En effet, il est préférable de réduire progressivement la puissance lorsque l'on se rapproche du but. C'est le but de la commande proportionnelle. [4]

I.1.4. Résumé PID

	Action P	Action I	Action D
En statique	L'écart diminue si P augmente	Annule l'erreur statique	Aucun effet
En dynamique	Augmente la rapidité, mais risques d'instabilité	Risque d'augmenter l'instabilité	Permet de stabiliser

Tableau (I.1) Résumé de PID

I.1.5. Structures des PID

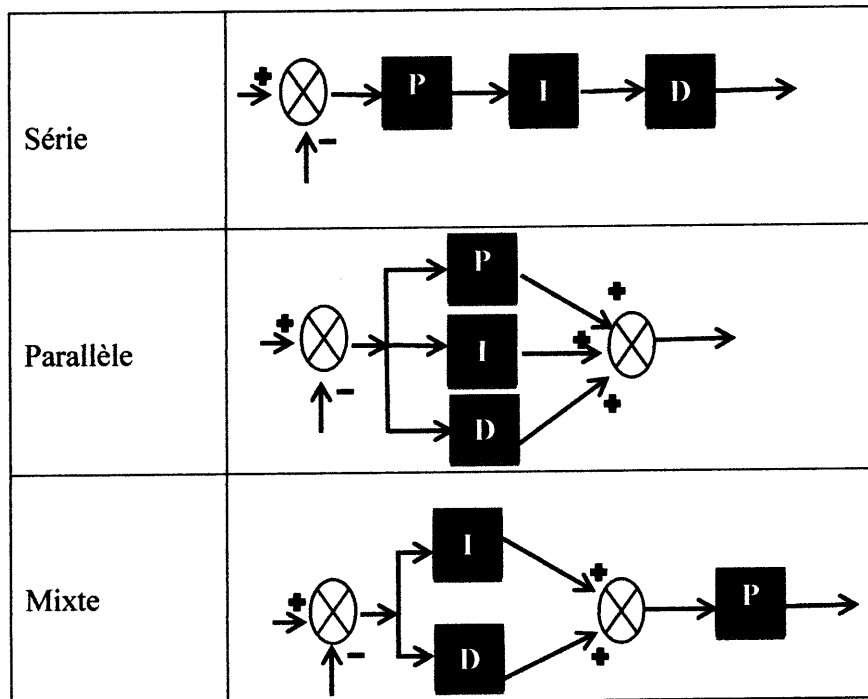


Tableau (I.2) les différents types de PID

I.2. Méthode de ZIEGLER et NECHOL (ZN)

En 1942, Ziegler et Nichols ont proposé deux approches heuristiques basées sur leur expérience et quelques simulations pour ajuster rapidement les paramètres des régulateurs P, PI et PID. La première méthode nécessite l'enregistrement de la réponse indicielle en boucle ouverte, alors que la deuxième demande d'amener le système bouclé à sa limite de stabilité. [2]

Les paramètres du régulateur PID en fonction des caractéristiques K_0 (le gain d'amène le système) et T_0 (la période oscillations) sont données dans le tableau suivant :

Régulateur	K_p	K_i	K_d
P	$K_0/2$	-	-
PI	$K_0/2.2$	$1.2K_p/T_0$	-
PID	$0.6 K_0$	$2K_p/T_0$	$K_p.T_0/e$

Tableau (I.3) Méthode de ZN

II. La commande prédictive

La philosophie de la commande prédictive se résume à “utiliser le modèle pour prédire le comportement du système et choisir la décision la meilleure au sens d’un certain coût tout en respectant les contraintes”. La commande prédictive (ou compensation ou correction anticipatrice) est une technique de commande avancée de l’automatique. Elle a pour objectif de commander des systèmes industriels complexes. Le principe de cette technique est d'utiliser un modèle dynamique du processus à l'intérieur du contrôleur en temps réel afin d'anticiper le futur comportement du procédé, La commande prédictive fait partie des techniques de contrôle à modèle interne (IMC : Internal Model Controller). En anglais on utilise le terme MPC ou MBPC pour qualifier la commande prédictive : Model (Based) Predictive Control ou aussi PFC : "Predictive Functional Control". Cette méthode a été inventée par un français, J. Richelet, en 1978 et généralisée par D.W. Clarke en 1987 en accord avec de grands groupes industriels aux États-Unis et en Europe (Shell et Adersa). [5]

II.1. Principe générale de la commande prédictive

La stratégie de la commande prédictive est très similaire à la stratégie utilisée pour la conduite automobile. Le conducteur connaît la trajectoire de référence désirée (le tracé de la route) sur un horizon de commande fini (celui du son champ visuel), et en prenant en compte les caractéristiques de la voiture (modèle mental du comportement du véhicule), il décide quelles actions (accélérer, freiner ou tourner le volant) il faut réaliser afin de suivre la trajectoire désirée. Seule la première action de conduite est exécutée à chaque instant, et la procédure est répétée à nouveau pour les prochaines actions (Figure I.3).

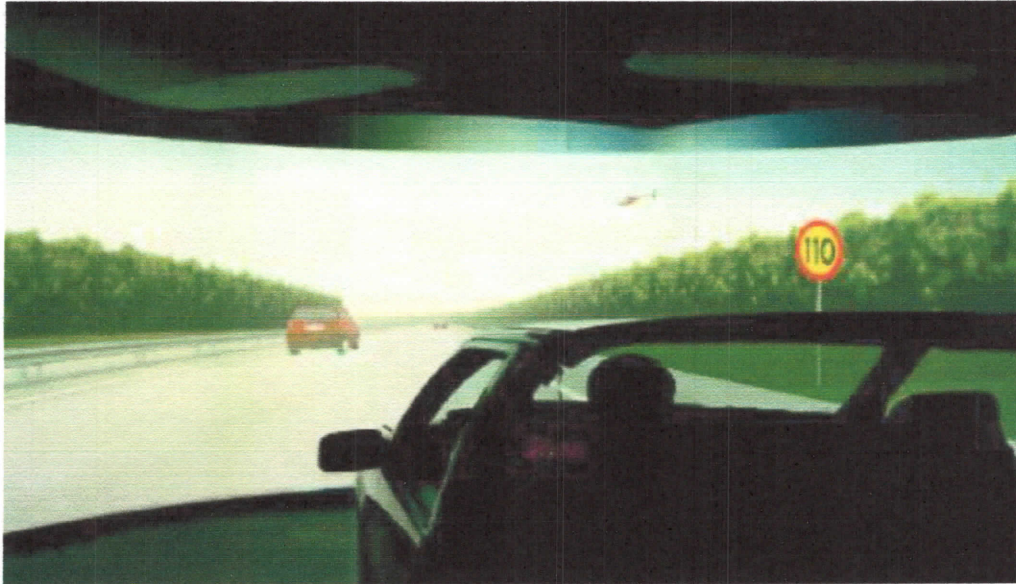


Figure (I.3) Comportement naturel d'un conducteur au volant

Cette conception consiste à prendre en compte, à l'instant présent, le comportement futur, en utilisant explicitement un modèle numérique du système afin de prédire la Sortie dans le futur sur un horizon fini. Cependant, il n'existe pas une stratégie unique mais plutôt tout un ensemble de méthodes de commande prédictive, assez similaires, bâties autour de principes communs, mais présentant néanmoins quelques différences dans l'interprétation des concepts clés. [6]

Le principe de la commande prédictive est illustré dans la Figure (I.4), à chaque période d'échantillonnage du contrôleur un calcul des prédictions des variables contrôlées est effectué jusqu'à un horizon de temps N_y (horizon de prédiction) grâce au modèle interne et la future loi de commande calculée, à appliquer sur les variables manipulées jusqu'à un horizon temporel N_u (horizon de commande), en minimisant un critère de performances. À la période d'échantillonnage suivante, seul le premier élément (en rouge) de la loi de commande calculée est appliqué sur le système. Cette procédure est ensuite répétée : c'est le principe de l'horizon fuyant. Ainsi à chaque période d'échantillonnage, un problème d'optimisation doit être résolu en temps réel. Dans le cas linéaire ce problème est exprimé sous forme d'un programme quadratique qui admet donc un seul minimum global tandis que dans le cas non linéaire, c'est un programme non linéaire avec contraintes non convexe admettant plusieurs minima locaux. [7]

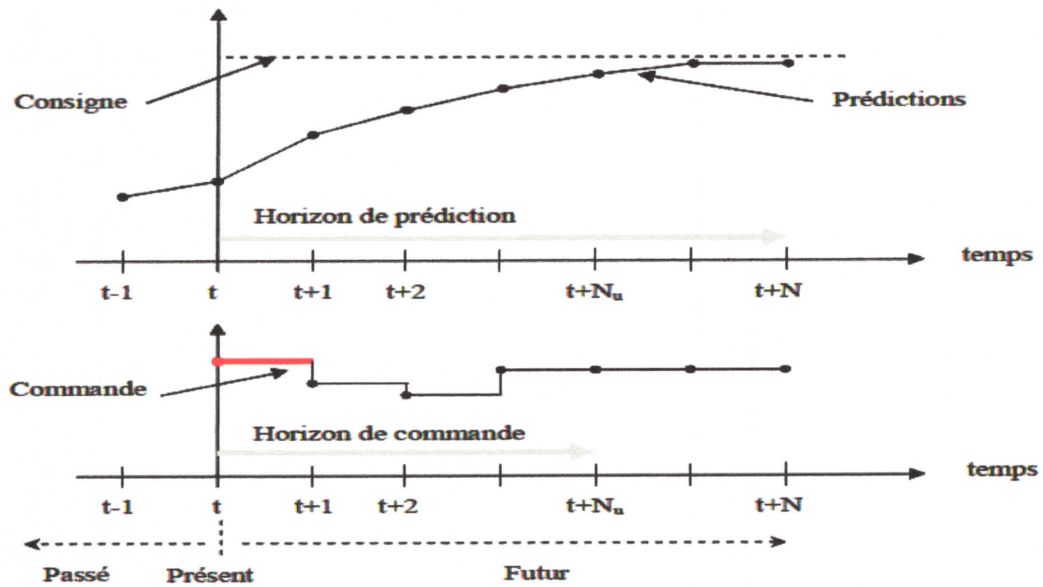


Figure (I.4) Principe de la commande prédictive. [7]

II.1.1. Résumer le principe de fonctionnement

La commande prédictive réalise à chaque période d'échantillonnage du contrôleur les mêmes étapes :

1. Calcul des prédictions des variables contrôlées jusqu'à un horizon de temps N_y grâce au modèle interne.
2. Élaboration d'une trajectoire de référence à suivre.
3. Calcul de la future loi de commande à appliquer sur les variables manipulées jusqu'à un horizon temporel N_u .
4. Seul le premier élément de la loi de commande calculée est appliqué sur le système au coup d'horloge suivant. Toutes ces étapes se répéteront ensuite, c'est le principe de l'horizon fuyant

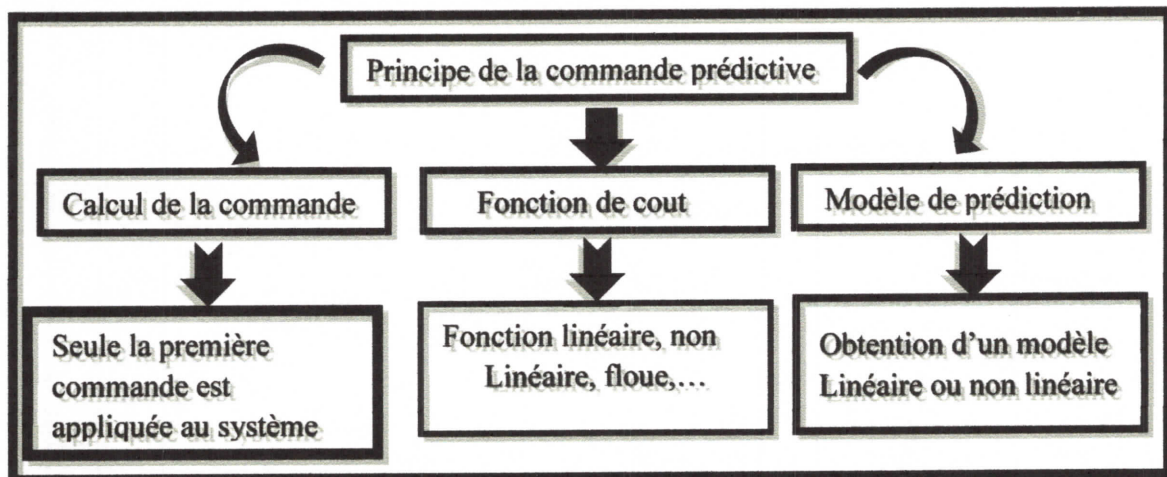


Figure (I.5) les éléments de la commande prédictive.

Le principe de l'horizon fuyant fait que seule la commande à l'instant présent $u[k]$ est appliqué sur le système. Il est alors possible de restreindre le nombre de valeurs calculées de la séquence.

II.1.2. Différents types d'horizon

Une idée importante de la commande prédictive est la notion d'horizon. Nous définissons deux horizons dans cette partie :

- L'horizon de contrôle N_u est le nombre d'actions successives sur l'entrée du procédé (ou variable manipulée) que l'on s'autorise à faire pour amener la sortie à la valeur désirée. Au bout de N_u pas de temps, on suppose que l'entrée reste constante.
- L'horizon de prédiction N_y est l'horizon sur lequel on prédit la sortie du procédé et sur lequel on cherche à lui faire suivre une consigne donnée, et ceci en faisant N_u actions sur la variable d'entrée. L'évolution du procédé au-delà de N_y pas de temps n'est pas prise en compte dans le critère à minimiser pour le calcul de l'action à effectuer.
- L'horizon de modèle N_p : la valeur de N_p est telle que à l'instant $N_p T_e$, la réponse du procédé a atteint 95 à 99% de sa valeur finale. [5]

II.2. Élément de commande prédictive

Les éléments de base de la commande prédictive (Figure (I.6)) sont :

1. Un modèle pour réaliser les prédictions.
2. Une fonction coût à minimiser plus les contraintes.
3. Un algorithme d'optimisation (pour calculer la commande future).

Différentes options peuvent être considérées pour chaque élément, ce qui donne une variété d'algorithmes de commande prédictive. [7]

Dans la figure (I.6) on montre la structure basique, de la stratégie de commande prédictive.

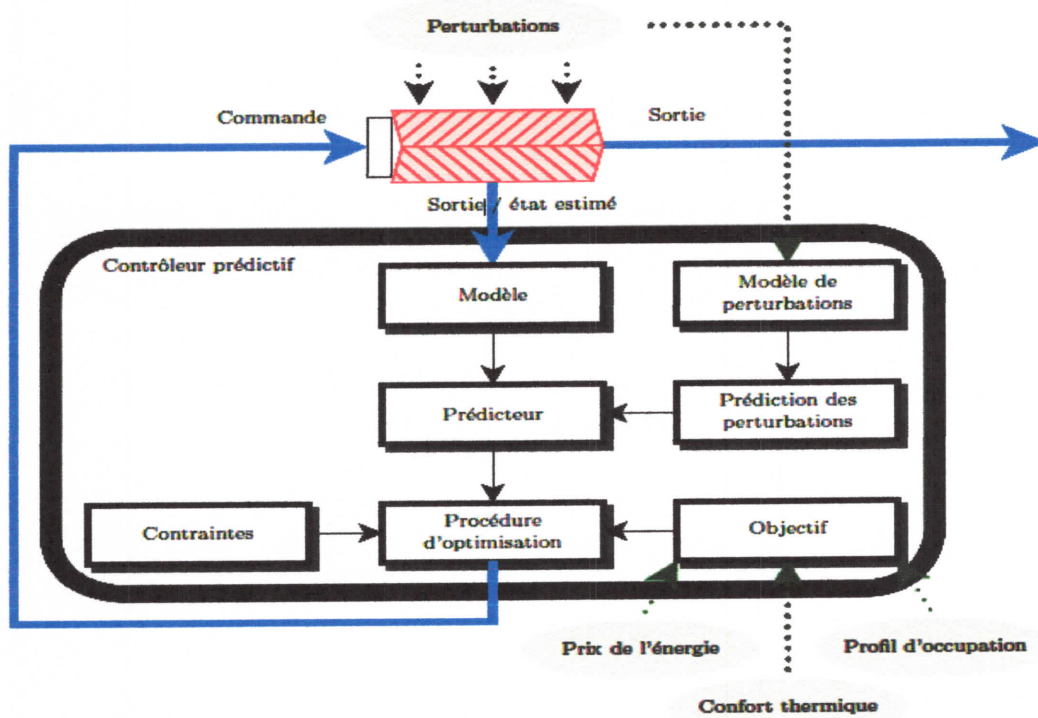


Figure (I.6) Stratégie de commande prédictive.

II.2.1. Modèle de prédiction

Le modèle joue un rôle décisif dans le calcul de la commande. Il doit reproduire avec une exactitude suffisante les caractéristiques dynamiques du processus à de futurs moments du temps $\{y(k+i/k)\}$ en se servant des valeurs passées de la commande, de la sortie et des valeurs optimales de la commande future $\{u(k+i/k)\}$. [1]

Le modèle de prédiction se compose de deux parties, la première décrit la relation entrées sorties et l'autre les perturbations et les erreurs de modélisation. Le modèle doit être discret car la commande prédictive est une commande numérique. [7]

II.2.1.1 Modèle du processus

Dans l'approche classique de la commande prédictive toute forme de modélisation, et le plus souvent linéaire, est utilisée. La réponse impulsionnelle ou celle à un échelon, sont les plus usitées, mais existent aussi les représentations par fonction de transfert et par formalisme d'état. Donnons une vision rapide de ces types de modélisation.

➤ **Réponse impulsionnelle :**

Elle apparaît dans l'algorithme MAC et dans les cas spéciaux de GPC et d'EPSAC, notamment pour les systèmes stables. Le modèle (tronqué) à utiliser pour la prédiction, est celui obtenu de la réponse impulsionnelle du système :

$$y(k+i/k) = \sum_{j=1}^N h_j u(k+i-j/k) \quad (I.12)$$

$y(k+i/k)$ est la prédiction de la sortie en $k+i$ étant donnée sa connaissance en k , $u(k+i-j/k)$ est l'entrée en $k+i-j$, h_j sont les valeurs de la sortie à chaque période d'échantillonnage quand on met à l'entrée un signal impulsionnel d'amplitude 1.

➤ **Réponse indicielle :**

Elle est utilisée dans l'algorithme DMC, et ce cas est assez semblable au précédent à la différence près que le signal d'entrée est un échelon. A nouveau, le modèle tronqué, pour les systèmes stables, est utilisé pour la prédiction de la sortie. Il se présente sous la forme :

$$y(k+i/k) = \sum_{j=1}^N g_j \Delta u(k+i-j/k) \quad (I.13)$$

$y(k+i/k)$ est la prédiction de la sortie en $k+i$ étant donnée sa connaissance en k , les g_j sont les paramètres obtenus à la sortie du système lorsqu'on applique un échelon à l'entrée, et $\Delta u(k) \{u(k)-u(k-1)\}$ les changements de l'entrée du système. Le modèle a les mêmes avantages et inconvénients que ceux expliqués précédemment.

➤ **Fonction de transfert :**

Utilisé dans GPC, UPC, EPSAC, EHAC, MUSMAR et MURHAC entre autres. Le modèle de prédiction est :

$$y(k+i/k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k+i/k) \quad (I.14)$$

Avec

$$\begin{cases} A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \\ B(z^{-1}) = 1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n} \end{cases} \quad (I.15)$$

Cette représentation est valide également pour des processus instables et elle a l'avantage d'avoir besoin de peu de paramètres, néanmoins il est nécessaire une connaissance a priori du processus, particulièrement pour déterminer l'ordre des polynômes $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$.

➤ **L'espace des états** : utilisé dans PFC, elle a la représentation suivante

$$\begin{aligned}x(k) &= Ax(k) + Bu(k) \\y(k) &= Cx(k)\end{aligned}\tag{I.16}$$

Où $x(k)$ est le vecteur d'état, $u(k)$ le vecteur des entrées et $y(k)$ des sorties, A , B , et C sont les matrices du système, de l'entrée et de la sortie respectivement. Alors la prédiction de la sortie s'écrit :

$$y(k+i/k) = C \left[A^i x(k) + \sum_{j=1}^i B u(k+i-j/k) \right]\tag{I.17}$$

Ce modèle a l'avantage de pouvoir être utilisé pour les systèmes multi variables. Son utilisation présuppose la mesure de l'état global ce qui n'est pas toujours possible, dans ce cas un observateur des états doit être envisagé.

II.2.1.2 Modèle de perturbation

La sélection du modèle à utiliser pour représenter les perturbations affectant le système est aussi important que la sélection du modèle du processus. Le modèle le plus utilisé est le modèle autorégressif de moyenne mobile intégré CARIMA (Controlled Autorégressive Integrated Moving Average) (Ljung, 1987), où les perturbations qui sont la différence entre la sortie mesurée et calculée par le modèle, sont données par :

$$\eta(t) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e(k)\tag{I.18}$$

Où le polynôme $C(z^{-1})$ peut être égal à un, le polynôme $D(z^{-1})$ est un intégrateur et $e(t)$ est un bruit blanc de moyenne nulle, ce modèle est utilisé dans GPC, EPSAC, EHAC et UPC, et avec de petites variations dans les autres méthodes. Il est possible de noter que l'inclusion de l'intégrateur élimine l'erreur stationnaire. Le filtre $C(z^{-1})/D(z^{-1})$ peut également être choisi de sorte à éliminer les perturbations de fréquence définie.

II.2.2. Fonction de coût

Les divers algorithmes MPC proposent différentes fonctions de coût pour obtenir la loi de commande. L'objectif principal consiste à faire en sorte que la sortie future pour l'horizon de prédiction considéré s'approche de la meilleure façon possible de la trajectoire de référence $\{w(k)\}$ tout, en même temps, pénalisant l'effort de commande $\{\Delta u(k)\}$ nécessaire. Une expression générale de fonction objectif adaptée à cette tâche est donnée par :

$$J(N_1, N_2, N_U) = E \left\{ \sum_{i=N_1}^{N_2} \sigma(i) [y(k+i/k) - w(k+i/k)]^2 + \sum_{i=1}^{N_U} \lambda(i) [\Delta u(k+i-1/k)]^2 \right\} \quad (I.19)$$

Dans quelques méthodes le deuxième terme, relatif à l'effort de commande, n'est pas pris en compte. Une comparaison de différents types de fonction objectif, peut être trouvée dans Campo et Morari (1986). [1]

Ce critère de performance J intègre l'écart à la trajectoire de référence, mais il peut prendre en compte d'autres contraintes telles que les caractéristiques physiques du procédé (puissance maximum, vitesse de variation des actionneurs, etc....). [9]

II.2.2.1 Paramètres

N_1 et N_2 définissent l'intervalle de temps où l'on désire que la sortie se rapproche de la référence. Si est prise une valeur élevée de N_1 c'est parce qu'il n'est pas important d'observer une erreur aux premiers instants. Dans les processus avec retard d , il n'existe pas de raison pour que N_1 soit plus petit que ce temps puisque la sortie ne commencera pas à réagir à la commande appliquée en k avant le moment $k+d$. De même si le processus est de phase non minimale, ce paramètre permet d'éliminer de la fonction objective, les moments du temps où la réponse est inverse, N_U est l'horizon de commande. Les coefficients σ' et λ sont des valeurs qui pénalisent le comportement futur, habituellement sont utilisées des valeurs constantes ou des valeurs exponentielles. Par exemple, il est possible d'obtenir un poids exponentiel pour σ'

$$\sigma(j) = \alpha^{N_2-j} \quad (I.20)$$

Si α a une valeur entre 0 et 1, alors cela signifie que les erreurs les plus éloignées du moment k sont pénalisées plus que les valeurs proches, favorisant l'obtention d'une réponse douce associé à un plus petit effort de commande. Si au contraire, $\alpha > 1$, les premières erreurs sont plus pénalisées, ce qui cause une commande plus forte. [1]

II.2.2.2. Choix des paramètres de réglage

➤ Réglage des paramètres du critère

A partir de l'étude d'un grand nombre de système types, il est cependant possible de dégager les quelques règles suivantes :

- N_1 : horizon de prédiction inférieur sur la sortie. Le produit $N_1.T_e$ (T_e période d'échantillonnage) est choisi égal au retard pur du système ;
- N_2 : horizon de prédiction supérieur sur la sortie. Le produit $N_2.T_e$ est limité par la valeur du temps de réponse. Plus N_2 est grand, plus le système corrigé est stable et lent ;
- N_u : horizon de prédiction sur la commande. Choisir N_u égal à 1 simplifie les calculs.
- λ : coefficient de pondération sur la commande. Ce paramètre est lié au gain du système, par la relation empirique :

$$\lambda_{opt} = tr(G^T G) \quad (I.21)$$

Où G est la matrice des coefficients de la réponse indicielle.

➤ Prise en compte du polynôme de perturbation

Une technique classique de robustification de la commande GPC est l'utilisation du polynôme dit de perturbation $C(q^{-1})$ du modèle CARIMA comme paramètre de réglage. Cet aspect est en fait primordial uniquement en **régulation**, puisque le polynôme de perturbation n'intervient pas lors du calcul de la fonction de transfert entrée /sortie en boucle fermée, il ne peut donc modifier la dynamique de suivi de trajectoire.

Le choix du polynôme $C(q^{-1})$ résulte donc le plus souvent d'un compromis .notons que l'on trouve dans littérature des méthodes d'optimisation permettant d'effectuer le choix de ce polynôme.

II.2.2.3 Trajectoire de référence

Un des grands avantages des commandes prédictives est que, si l'on connaît l'évolution future de la trajectoire de référence, le système peut commencer à répondre avant que le changement ne soit détecté.

L'évolution future de la référence est bien connue dans beaucoup d'applications, comme en robotique, ou les processus batch. Dans la plupart des méthodes habituelles, utilisation est faite d'une trajectoire de référence qui n'est pas nécessairement égale à la vraie référence. Par exemple, on peut approcher celle-ci au moyen d'un système du premier ordre :

$$w(k+i) = \alpha w(k+i-1) + (1-\alpha)r(k+i) \quad i=1,2,\dots,N \quad (I.22)$$

Où α est un paramètre contenu entre 0 et 1 qui constitue une valeur réglable qui influencera la réponse dynamique du système (ainsi, α proche de 1 conduira à une réponse "douce").

II.2.3 Types des contraintes

Dans la pratique, les processus sont sujets à des contraintes qui doivent, bien sûr, être prises en compte dans le problème d'optimisation afin d'obtenir des commandes admissibles. [7] Les différentes méthodologies de la commande MPC permettent d'anticiper la violation des restrictions compte tenu de leur caractère prédictif.

➤ Restrictions sur l'amplitude du signal de commande :

Les restrictions sur l'amplitude du signal de la commande, assez fréquentes en pratique (pour prendre en compte, par exemple, des effets de saturation des actionneurs), peuvent s'exprimer au moyen de l'inégalité suivante : $u_{min} \leq u(.) \leq u_{max}$

Ces contraintes sont à satisfaire sur tout l'horizon N_u d'optimisation :

$$u_{min} \leq u(k) \leq u_{max}$$

Où

$$U(k) = [u(k) \ u(k+1) \dots \ u(k+N_u-1)]^T \quad (I.23)$$

➤ Restrictions sur la vitesse de variation du signal de commande :

Les restrictions sur l'augmentation du signal de commande prennent une forme très simple, et peuvent être exprimées au moyen de l'inégalité :

$$\Delta u_{min} \leq u(k+1) - u(k) \leq \Delta u_{max} \quad (I.24)$$

Où

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{max} \quad (I.25)$$

Sachant que

$$\Delta u_k = u(k+1) - u(k) \quad (I.26)$$

➤ **Restrictions sur l'amplitude de la sortie :**

Il est très fréquent de trouver comme spécification désirée dans les processus commandés que leur sortie se trouve dans une plage autour d'une trajectoire désirée, par exemple, dans les cas de poursuite d'un certain profil avec une certaine tolérance. Ce type de condition peut être introduit pour le système de commande le forçant à ce que la sortie du système soit à tout moment comprise dans la bande constituée par la trajectoire indiquée plus ou moins la tolérance ceci se traduit par une inégalité de la forme :

$$y_{min} \leq y(k) \leq y_{max} \quad (I.27)$$

➤ **Restrictions sur la vitesse de variation du signal de sortie :**

Les restrictions sur l'augmentation du signal de sortie peuvent être exprimées au moyen de l'inégalité [8] :

$$\Delta y_{min} \leq \Delta y(k) \leq \Delta y_{max} \quad (I.28)$$

Avec :

$$\Delta y(k) = y(k) - y(k-1) \quad (I.29)$$

II.3. Avantages et inconvénients de la commande prédictive

La commande MPC présente un certain nombre d'avantages, par rapport aux autres méthodes, parmi lesquelles on trouve les avantages suivants :

- Son principe très intuitif et le réglage relativement facile de ses paramètres la rendent accessible aux personnes avec des connaissances limitées en automatique,
- Si la consigne est connue à l'avance, son caractère prédictif permet de l'anticiper et donc d'améliorer le suivi,
- Le cas multi variable se traite facilement,
- Elle est capable intrinsèquement de compenser les retards,
- S'applique à tout type de systèmes, des plus simples aux plus complexes (systèmes instables, avec retards, non minimum de phase, très peu amortis, multi variables, non linéaires, variant),
- Le correcteur obtenu est une loi de commande linéaire facile à implémenter et qui demande peu de temps de calcul,
- Numériquement stable, [10]
- La compensation par anticipation des perturbations mesurées se fait aisément ;

- Les contrôleurs linéaires résultants sont faciles à implanter,
- Le traitement des contraintes est conceptuellement simple et il peut être inclus systématiquement lors du processus de conception ;
- Elle est très pratique lorsque les consignes futures sont connues (en robotique ou pour les procédés discontinus).

À ces observations, la possibilité d'étendre la méthodologie aux cas non linéaires et la prise en considération du modèle du procédé de façon explicite dans le contrôleur devraient être ajoutées.

En contrepartie toutefois, ils mentionnent quelques inconvénients :

- L'obtention de la loi de commande demande un effort de calcul beaucoup plus grand que dans le cas d'un régulateur PID conventionnel,
- Dans le cas adaptatif, tous les calculs pour obtenir la loi de commande doivent être repris à chaque période d'échantillonnage,
- Lorsque des contraintes d'opération sont prises en considération, la solution devient itérative et les temps de calcul peuvent devenir très importants. [11]

III. La commande floue

Les systèmes d'inférence floue (SIF) peuvent être considérés comme des systèmes logiques qui utilisent des règles linguistiques pour établir des relations entre leurs variables d'entrée et de sortie. Aujourd'hui, les applications des SIF sont très nombreuses outre la commande, ils sont largement utilisés pour la commande, la modélisation, le diagnostic et la reconnaissance de formes. Pour une meilleure compréhension, nous présentons quelques notions de base de ces systèmes ainsi que leurs types et leurs caractéristiques. [12]

III. 1. Notion de base de la logique floue

III. 1.1. Sous ensemble floue

Dans la théorie des ensembles classiques, il n'y a que deux situations acceptables pour un élément, appartenir ou ne pas appartenir à un sous-ensemble. Le mérite de Zadeh a été de tenter de sortir de cette logique booléenne en introduisant la notion d'appartenance pondérée : permettre des graduations dans l'appartenance d'un élément à un sous-ensemble, c'est-à-dire d'autoriser un élément à appartenir plus moins fortement à ce sous-ensemble. [13]

- **Son support** : qui est l'ensemble des éléments de U qui appartiennent au moins un peu à A . Il est défini par :

$$\text{sup}(A) = \{x \in U / \mu_A(x) > 0\} \quad (I.30)$$

Un ensemble flou dont le support est un singleton flou dans A avec $\mu_A(x) = 1$ est appelé « singleton flou ».

- **Sa hauteur** : qui est sa plus grande valeur prise par sa fonction d'appartenance. Elle est défini par :

$$h(A) = \sup_{x \in U} \mu_A(x) \quad (I.31)$$

- **Son noyau** : qui est l'ensemble des éléments de U pour lesquels la fonction d'appartenance de A vaut 1. Il est défini par :

$$\text{noy}(A) = \{x \in U / \mu_A(x) = 1\} \quad (I.32)$$

Lorsque le noyau est réduit à un point, celui-ci est appelé « valeur modale ». Pour le triangle, elle correspond à la valeur du sommet. [12]

III. 1.2. Fonction d'appartenance

Soit un ensemble E et un sous-ensemble A de E ($A \in E$), et x un élément de E appartenant à A ($x \in A$). Pour illustrer cette caractéristique, on utilise la fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ compris entre 0 et 1, qui représente le **degré d'appartenance** de x à l'ensemble flou A . Le plus souvent, la fonction d'appartenance est déterminée par l'une des fonctions suivantes (figure I.7) :

- **Fonction trapézoïdale**

Elle est définie par quatre paramètres $\{a, b, c\}$, (figure I.7-b) :

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}, 0\right)\right) \quad (I.32)$$

- **Fonction gaussienne**

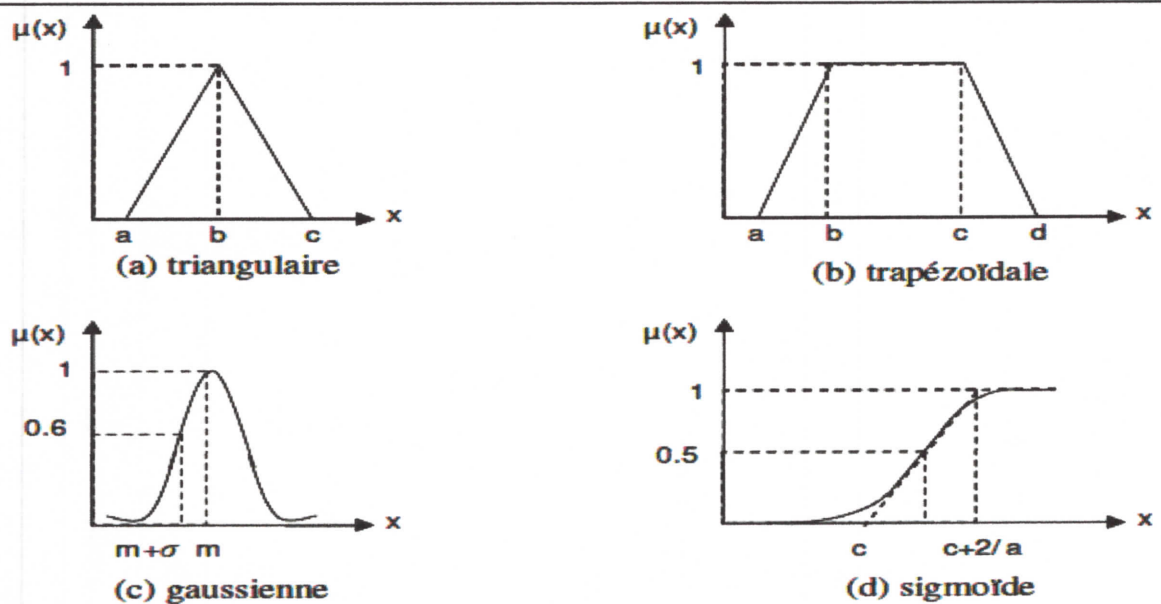
Elle est définie par deux paramètres $\{\delta, m\}$, (figure I.7-c) :

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x - m)^2}{2\delta^2}\right) \tag{I.33}$$

➤ **Fonction sigmoïde**

Elle est définie par deux paramètres {a, c}, (figure I.7-d). [12]

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x - c))} \tag{I.34}$$



Figure(I.7) : Formes usuelles des fonctions d'appartenance

II. 1.3. Opérations sur les sous-ensembles flous

- **Egalité** : Deux sous-ensembles flous A et B de X sont égaux, si leurs fonctions d'appartenance prennent la même valeur pour tous les éléments x de X .

Formellement $A = B$ si et seulement si :

$$\forall x, \mu_A(x) = \mu_B(x) \tag{I.35}$$

- **Complément** : Le complémentaire d'un sous-ensemble flou A de X noté \bar{A} est défini par

$$\forall x \in X, \mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A(x) \tag{I.36}$$

- **Union** : L'union de deux sous-ensembles flous A et B de X est le sous-ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus grand des degrés avec lesquels ils appartiennent à A et B . Formellement, $A \cup B$ est donné par :

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (I.37)$$

- **Intersection** : L'intersection de deux sous-ensembles flous A et B de X est le sous-ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus petit des degrés avec lesquels ils appartiennent à A et B .

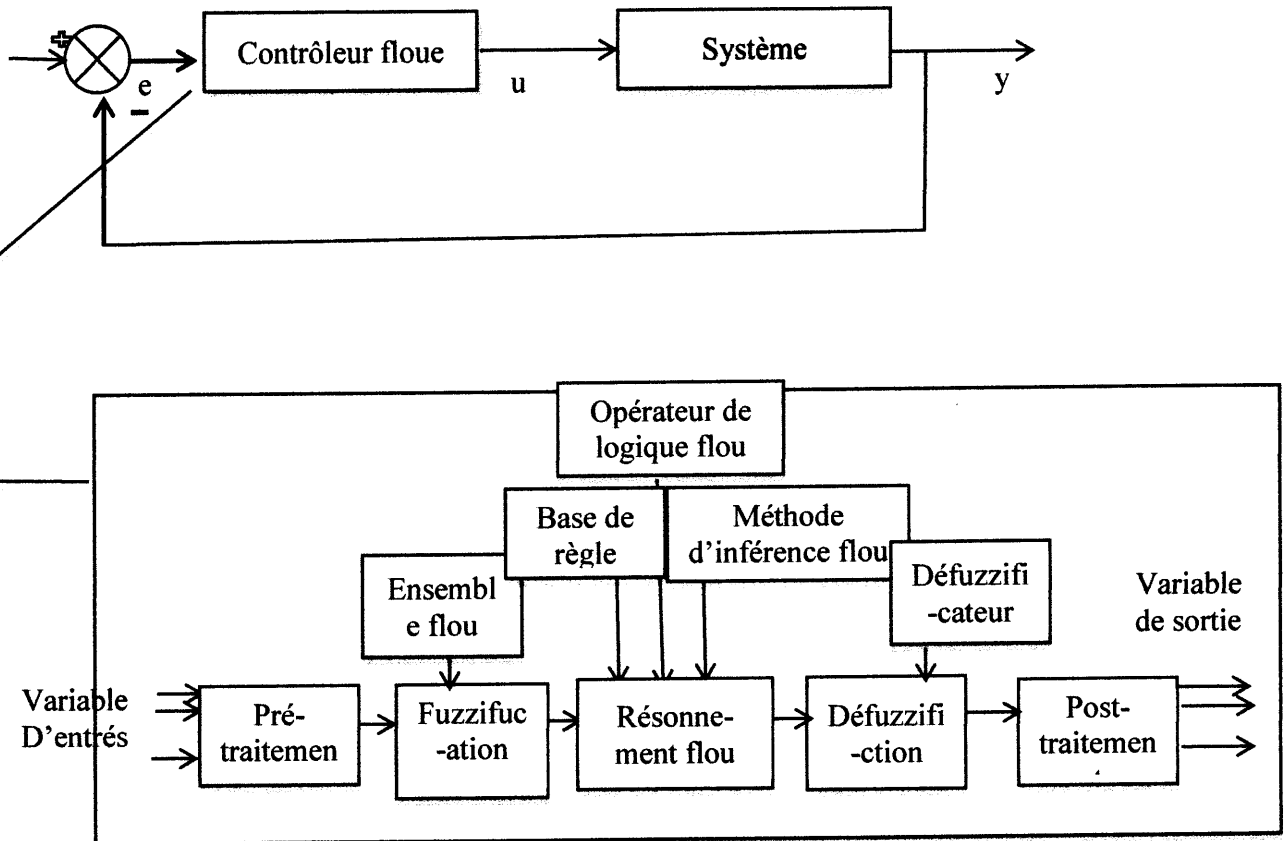
Formellement, $A \cap B$ est donné par [13] :

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (I.38)$$

III.2. Description générale d'un contrôleur flou

Le succès de la commande floue trouve aussi en grande partie son origine dans sa capacité à traduire une stratégie de contrôle d'un opérateur qualifié en un ensemble de règles linguistiques « si... alors » facilement interprétables. L'utilisation de la commande floue est particulièrement intéressante lorsqu'on ne dispose pas de modèle mathématique précis du processus à commander ou lorsque ce dernier présente de trop fortes non linéarité ou imprécisions.

En général, les contrôleurs flous sont utilisés dans les structures de commande en boucle fermée des processus (figure I.8). [12]



Figure(I.8) : Structure de base d'un régulateur flou

III.2.1. Interface de fuzzification

La fuzzification est le premier traitement qui entre en compte dans la structure d'un contrôle régi par logique floue. Ce traitement consiste à pondérer les fonctions d'appartenance des entrées aux divers sous-ensembles. Ces sous-ensembles sont aussi appelés "variables linguistiques".

[14]

III.2.2. Moteur d'inférence floue (résonnement floue)

C'est un mécanisme de décision. Il permet à partir d'un fait observé de la base des règles floues une décision en exploitant le raisonnement approximatif. Dans les inférences de régulateur par logique floue interviennent les opérateurs ET et OU. L'opérateur ET s'applique aux variables à l'intérieur d'une règle tandis que l'opérateur OU lie les différentes règles.

Pour le réglage par logique floue, on utilise en générale une des méthodes suivantes :

- ✦ Méthode d'inférence max-min (Mamdani).
- ✦ Méthode d'inférence max-prod (Larsen).
- ✦ Méthode d'inférence somme-prod (Sugeno).

III. 2.3. Interface de défuzzification

Les méthodes d'inférence fournissent une fonction d'appartenance résultante, $\mu_{Res}(x_R)$ pour la variable de sortie x_R , il s'agit donc d'une information floue. Par cette étape, se fait alors le retour aux grandeurs de sortie réelles. Il s'agit à cet effet, de calculer à partir des degrés d'appartenance à tous les ensembles flous de la variable de sortie, l'abscisse qui correspond à la valeur de cette sortie. Cette transformation est appelée défuzzification. Dans la commande en temps réel, un critère de choix de la commande de défuzzification est la simplicité de calcul.

Plusieurs stratégies de défuzzification existent, les plus utilisées sont :

- ✚ Méthode de centre de gravité.
- ✚ Méthode du maximum.
- ✚ Méthode de la moyenne des maxima.

III.3. Différents types de systèmes d'inférence floue

III.3.1. Système d'inférence floue de type Mamdani

En 1974, E.H Mamdani avait présenté, pour la première fois, la technique de commande par logique floue. Celle-ci consiste à déterminer un ensemble de règles qui maîtrise le comportement dynamique du système à commande. L'obtention de ces règles est facile auprès des experts qui connaissent bien le système. Il avait utilisé des règles à prémisses et conclusions symboliques, l'inférence (max, min), et la défuzzification par centre de gravité.

La forme de l'implication floue définie par ce type de contrôleur est de la forme :

SI x_1 est A et x_2 est B **ALORS** y est C

III.3.2. Système d'inférence flou de type Takagi-Sugeno

Dans ces systèmes, les prémisses des règles sont exprimées symboliquement et les conclusions sont par des fonctions linéaires

Notons par x_i les entrées du contrôleur flou, et par y sa sortie. Pour chaque x_i est associé mi ensemble flou F_i^j dans X_i tel que $x_i \in X_i$. La base de règles complète du contrôleur flou comporte $N = \prod_{i=1}^n m_i$ règles floues de la forme :

R_k : **Si** x_1 est F_1^k et x_2 est F_2^k et ...et x_n est F_n^k **Alors** $y = f_k(x)$; $k=1,2,\dots,n$

En général $f_k(x)$ est une fonction polynomiale en fonction des variables d'entrées :

$$f_k(x) = a_0^k + \sum_{i=1}^n a_i^k x_i \quad (I.39)$$

Alors on a affaire à un contrôleur flou de type Takagi-Sugeno d'ordre un. Si par contre $f_k(x)$ est une constante :

$$f_k(x) = a_0^k \quad (I.40)$$

On a donc un contrôleur flou de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro. Etant donné que chaque règle possède une conclusion numérique, et de cette manière, le temps consommé par la procédure de défuzzification est évité. En fait, la sortie du contrôleur flou est donnée par la relation suivante

$$y(k) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(x) f_k(x)}{\sum_{k=1}^N \mu_k(x)} \quad (I.41)$$

Avec le degré d'activation de la règle R_k

$$\mu_k(x) = \prod_{i=1}^n F_i^k, F_i^k \in \{F_i^1, F_i^2, \dots, F_i^{m_i}\} \quad (I.42)$$

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons mentionné quelque types de commande, et on a conclu que l'asservissement par PID est aujourd'hui l'un des asservissements les plus utilisés et ce pour plusieurs raisons. Premièrement, il est très simple à mettre en place et s'avère efficace pour la plupart des systèmes réels. De plus, le calcul des coefficients laisse le choix entre plusieurs méthodes de difficulté croissante. D'une part, une méthode expérimentale et très facile à mettre en place permet d'obtenir rapidement des coefficients corrects pour des systèmes ne nécessitant pas de très grandes

Dans ce chapitre on a décrit la méthodologie de la commande prédictive. Et fait une brève présentation des caractéristiques les plus importantes que présentent les principales méthodes de commande prédictive. On a décrit les principaux éléments qui apparaissent dans ces méthodologies, c'est-à-dire, le modèle de prédiction et la fonction objectif. On a mentionné les principes éléments en abordant les contraintes les plus posées dans la pratique. [1]

D'un point de vue mathématique, un système flou définit une relation non linéaire d'un espace d'entrée vers un espace de sortie, et d'un point de vue logique, un système flou est une machine de prise de décision composée de quatre parties essentielles : la fuzzification, base de connaissance et moteur d'inférence floue et la défuzzification. [12]

MCours.com