



[MCours.com](http://MCours.com)

## ***CHAPITRE II***

# ***MODELISATION DE LA MACHINE***

## ***ASYNCHONE***

---

## Chapitre II: Modélisation de la machine asynchrone

### II.1.Introduction

Actuellement, le moteur asynchrone est le plus utilisé pour effectuer la commande de la vitesse variable ou le positionnement et ceci pour plusieurs raisons :

- C'est le moteur le plus robuste et le moins cher sur le marché
- Le développement des semi- conducteurs commandés à l'ouverture et autant qu'à la fermeture (selon le niveau de tension) permet l'utilisation de ce moteur dans une large gamme de vitesse et de puissance et en particulier au-delà des limites imposées, autrefois, par la commutation forcée. [8]

La machine ou le moteur asynchrone (MAS) est largement répandue actuellement pour ses qualités bien connues, toute fois, sa commande est par contre plus difficile à réaliser que pour d'autres machines électriques à cause de l'absence de découplage naturel entre flux et couple.

La modélisation de la machine asynchrone est une phase essentielle pour l'élaboration de sa commande; le modèle, peut être obtenu par l'application de la transformation de PARK ou par l'utilisation de la notation complexe (modélisation vectorielle).

### II.2. Modélisation de la machine asynchrone

La modélisation de la machine asynchrone est établie sous les hypothèses simplificatrices suivantes

- L'entrefer est d'épaisseur uniforme et l'effet d'encochage est négligeable.
- La saturation du circuit magnétique, l'hystérésis, les courants de Foucault et l'effet de peau sont négligeables.
- Les résistances des enroulements ne varient pas avec la température.
- On admet que la force magnétomotrice (fmm) créée par chacune des phases des deux armatures est a répartition sinusoïdale.

### II.3. Schémas équivalent

La figure (II.3) représente le schéma équivalent d'une machine asynchrone. Le flux est créé par le courant circulant dans l'inductance magnétisante  $L_m$ . Les performances optimales du moteur sont obtenues si le flux, et donc le courant magnétisant constant sur toute la gamme de vitesse.

Le courant magnétisant peut être calculé par l'expression :

$$I_d = \frac{E_s}{L_m \omega} \quad (\text{II.1})$$

Avec :  $E_s = V_s - (R_s + L_s \omega)I$  en négligeant  $(R_s + L_s \omega)I$  on obtient :

$$I_d = \frac{V_s}{\omega L_m} \frac{I}{f} = \frac{V_s}{f L_m} \frac{I}{2\pi} \quad (\text{II.2})$$

Le courant magnétisant peut donc être maintenu constant en maintenant le rapport  $\frac{V_s}{f}$  sensiblement constant

Toutefois, à des fréquences et des tensions faibles, le terme  $(R_s + L_s \omega)$  ne peut plus être négligé et en particulier le terme  $R_s I$  pour maintenir le flux constant, quelle que soit la charge du moteur et donc quel que soit le courant absorbé, le maintien d'un rapport  $\frac{V_s}{f}$  constant n'est pas suffisant

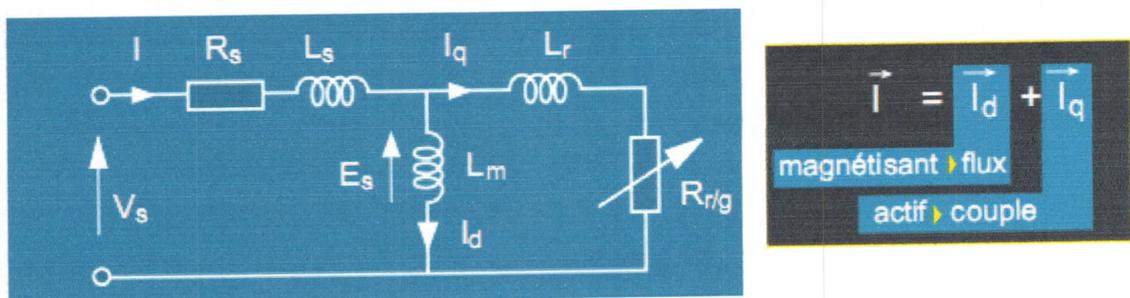


Figure (II.1): Schéma équivalent de la machine asynchrone

#### II.4. Modélisation dans le repère triphasé

La MAS triphasée, représentée schématiquement par la figure(II.2), est munie de six enroulements [17].

- Le stator de la machine est forme de trois enroulements fixes décalés de  $120^\circ$  dans L'espace et traverses par trois courants triphasés.
- Le rotor peut être modélise par trois enroulements identiques court-circuités dont la Tension aux bornes de chaque enroulement est nulle.

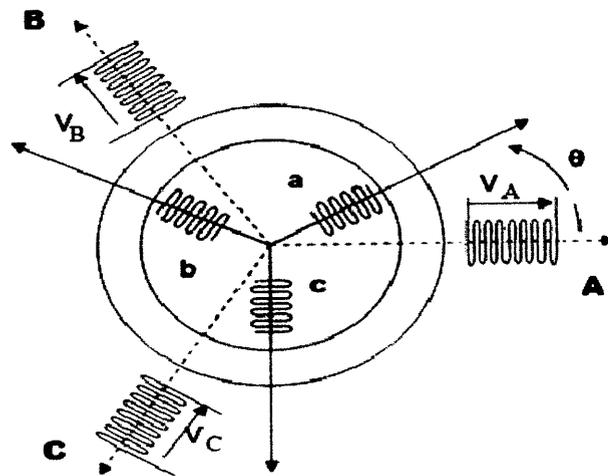


Figure (II.2) : Représentation schématique d'une machine asynchrone triphasée

Les équations des tensions statoriques écrites dans un référentiel stationnaire lié au stator, peuvent être exprimées, en utilisant la notation matricielle, par :

$$[V_s] = [R_s] \cdot [I_s] + \frac{d}{dt} [\Phi_s] \quad (\text{II.3})$$

Les équations des tensions rotoriques écrites dans un référentiel tournant lié au rotor, peuvent être exprimées par :

$$[V_r] = [R_r] \cdot [I_r] + \frac{d}{dt} [\Phi_r] \quad (\text{II.4})$$

Où :

$$\begin{aligned}
 [V_s] &= \begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{bmatrix} & [I_s] &= \begin{bmatrix} I_{as} \\ I_{bs} \\ I_{cs} \end{bmatrix} & [I_r] &= \begin{bmatrix} I_{ar} \\ I_{br} \\ I_{cr} \end{bmatrix} & [\Phi_r] &= \begin{bmatrix} \Phi_{ar} \\ \Phi_{br} \\ \Phi_{cr} \end{bmatrix} & [\Phi_s] &= \begin{bmatrix} \Phi_{as} \\ \Phi_{bs} \\ \Phi_{cs} \end{bmatrix} \\
 [R_r] &= \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} & [R_s] &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Les flux statoriques et rotoriques instantanés par phase, sont donnés par :

$$[\Phi_s] = [L_{ss}] \cdot [I_s] + [M_{sr}] [I_r] \tag{II.5}$$

$$[\Phi_r] = [L_{rr}] \cdot [I_r] + [M_{sr}] [I_s] \tag{II.6}$$

$$\text{Où : } [L_{ss}] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} ; [L_{rr}] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$[V_s] = [R_s] \cdot [I_s] + [L_{ss}] \frac{d}{dt} [I_s] + \frac{d}{dt} [M_{sr}] \cdot [I_r] \tag{II.7}$$

$$[V_r] = [R_r] \cdot [I_r] + [L_{rr}] \frac{d}{dt} [I_r] + \frac{d}{dt} [M_{sr}] \cdot [I_s] \tag{II.8}$$

Cette mise en équation aboutit à des équations différentielles à coefficients variables. L'étude analytique du comportement du système est alors relativement difficile, vu le grand nombre des variables. On utilise alors des transformations mathématiques qui permettent de décrire le comportement de la machine à l'aide des équations différentielles à coefficients constants. Les transformations utilisées doivent conserver la puissance instantanée et la

constants. Les transformations utilisées doivent conserver la puissance instantanée et la réciprocité des inductances mutuelles. Ceci permet d'établir une expression du couple électromagnétique dans le repère correspondant au système transformé et qui reste valable pour la machine réelle. Parmi les transformations utilisées, on cite celle de Park.

### II.5. Modélisation dans le repère de Park

La transformation de Park consiste à transformer le système d'axe des enroulements statorique et rotorique (système triphasé équilibré), à un système d'axe des enroulements orthogonaux équivalents. Ce passage est rendu possible par la matrice de Park  $P(\theta_s)$  pour la transformation des grandeurs physiques. Cette transformation nous donne un système d'équations différentielles à coefficients non variables [10].

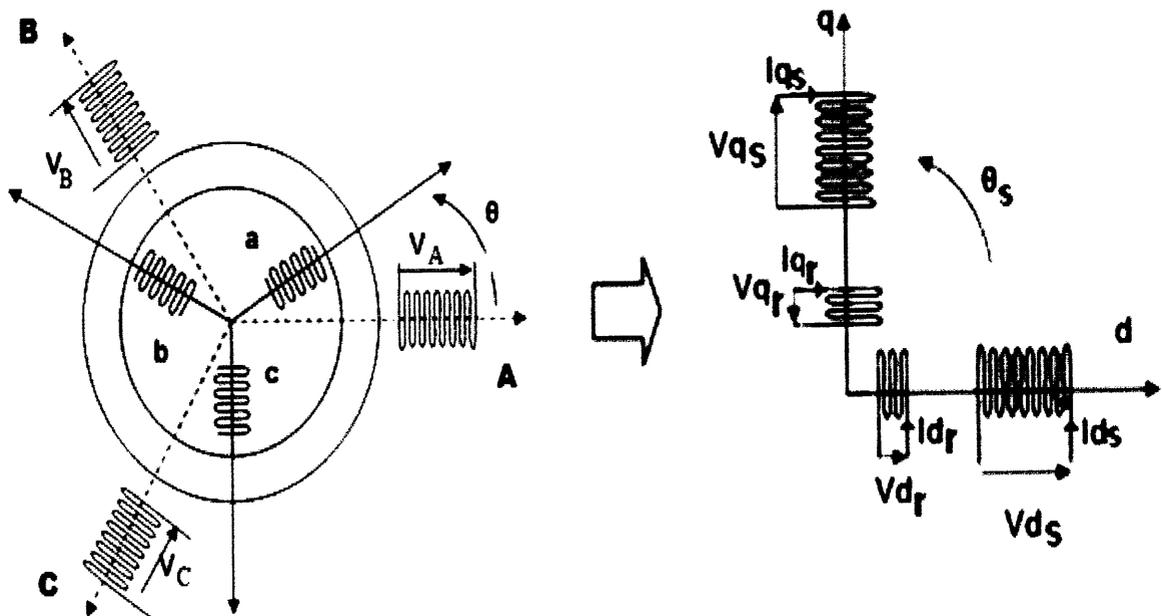


Figure (II.3): Transformation de Park appliquée à la machine asynchrone

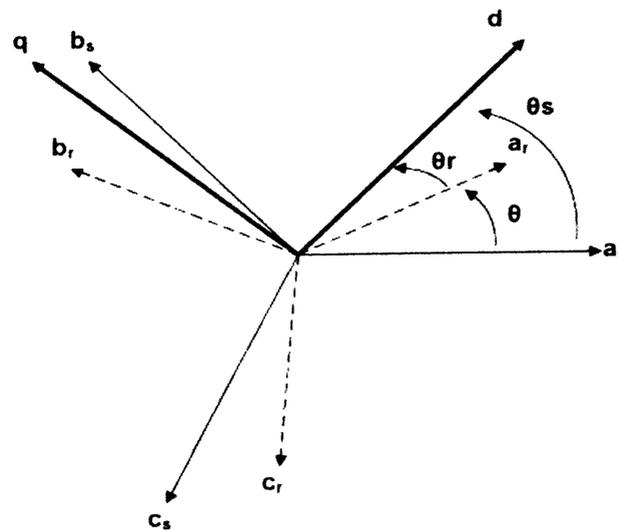


Figure (II.4) : Systèmes des axes de la machine

Donc:

- Les grandeurs  $V_s$  et  $I_s$  et  $\Phi_s$  sont définies dans un repère immobile lié au stator de système d'axes (A, B, C) situés dans un même plan et décalés deux à deux d'un angle de  $2\pi/3$ .
- Les grandeurs  $V_r$  et  $I_r$  et  $\Phi_r$  sont définies dans un repère attaché à la partie tournante de système d'axes (A, B, C) situés dans un même plan et décalés deux à deux d'un angle de  $2\pi/3$ . Ainsi, le rotor tourne à la vitesse  $w = \frac{d\theta}{dt}$ , par rapport au stator immobile. Nous définissons un système d'axes situé dans le même plan que les autres systèmes d'axes et qui tourne à la vitesse

$$w_s = \frac{d\theta_s}{dt}$$

Par rapport au repère lié au stator.

Les matrices de Park et de Park inverse sont définies sous la forme suivante [8] :

$$[P(\theta_s)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_s) & \cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_s) & -\sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.9})$$

$$[P(\theta_s)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta_s) & -\sin(\theta_s) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

Le lien entre les deux repères est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} V_{dqs} = [P(\theta_s)]V_s \\ V_{dqr} = [P(\theta_r)]V_r \end{cases} \text{ et } \begin{cases} I_{dqs} = [P(\theta_s)]I_s \\ I_{dqr} = [P(\theta_r)]I_r \end{cases}; \begin{cases} \phi_{dqs} = [P(\theta_s)]\phi_s \\ \phi_{dqr} = [P(\theta_r)]\phi_r \end{cases}$$

## II.6. Application aux équations des tensions

$$[P(\theta_s)]^{-1}[V_{dqs}] = [R_s][P(\theta_s)]^{-1}[I_{dqs}] + \frac{d}{dt} \left\{ [P(\theta_s)]^{-1}[\phi_{dqs}] \right\} \quad (\text{II.11})$$

$$[V_{dqs}] = [R_s][I_{dqs}] + \frac{d}{dt}[\phi_{dqs}] + \frac{d}{dt} \left\{ [P(\theta_s)]^{-1} \right\} [\phi_{dqs}] \quad (\text{II.12})$$

$$[P(\theta_s)]^{-1}[V_{dqr}] = [R_r][P(\theta_s)]^{-1}[I_{dqr}] + \frac{d}{dt} \left\{ [P(\theta_s)]^{-1}[\phi_{dqr}] \right\} \quad (\text{II.13})$$

$$\frac{d}{dt} [P(\theta_s)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d\theta_s}{dt} \begin{pmatrix} -\sin(\theta_s) & -\cos(\theta_s) & 0 \\ -\sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & 0 \\ -\sin(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

Après un calcul direct :

$$[P(\theta_s)] \frac{d}{dt} [P(\theta_s)]^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{d\theta_s}{dt} & 0 \\ \frac{d\theta_s}{dt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.15})$$

Sachant que :  $\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s$

Alors on abouti le système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_s \\ \omega_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

$$\begin{bmatrix} V_{dr} \\ V_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_r \\ \omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

### II.7. Application aux équations des flux

$$[P(\theta_s)]^{-1} [\Phi_{dqs}] = [L_{ss}] [P(\theta_s)]^{-1} [I_{dqs}] + [M_{sr}] [P(\theta_r)]^{-1} [I_{dqr}] \quad (\text{II.18})$$

$$[\Phi_{dqs}] = [P(\theta_s)] [L_{ss}] [P(\theta_s)]^{-1} [I_{dqs}] + [P(\theta_s)] [M_{sr}] [P(\theta_r)]^{-1} [I_{dqr}] \quad (\text{II.19})$$

Après un calcul :

$$[P(\theta_s)] [L_{ss}] [P(\theta_s)]^{-1} = \begin{bmatrix} l_s - M_s & 0 & 0 \\ 0 & l_s - M_s & 0 \\ 0 & 0 & l_s + 2M_s \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

$$[P(\theta_s)] [M_{sr}] [P(\theta_s)]^{-1} = \frac{3}{2} M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta_s - \theta_r - \theta) & \sin(\theta_s - \theta_r - \theta) & 0 \\ -\sin(\theta_s - \theta_r - \theta) & \cos(\theta_s - \theta_r - \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

D'après l'égalité :  $\theta = \theta_s - \theta_r$ ,

$$[P(\theta_s)] [L_{ss}] [P(\theta_s)]^{-1} = \frac{3}{2} M_{sr} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.22})$$

On introduit les inductances cycliques :

$$\begin{cases} L_s = l_s - M_s \\ L_m = \frac{3}{2} M_{sr} \end{cases}$$

L'expression (II.17) devienne :

$$\begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_m & 0 \\ 0 & L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

De la même manière on aura:

$$\begin{bmatrix} \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_m & 0 \\ 0 & L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix}$$

### ➤ Equations des tensions

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} - \frac{d\theta_s}{dt} \phi_{qs} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} - \frac{d\theta_s}{dt} \phi_{ds} \\ V_{dr} = R_r I_{dr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} - \frac{d\theta_r}{dt} \phi_{qr} \\ V_{qr} = R_r I_{qr} + \frac{d\phi_{qr}}{dt} - \frac{d\theta_r}{dt} \phi_{dr} \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

### ➤ Equations des flux

$$\begin{cases} \phi_{ds} = L_s I_{ds} + L_m I_{dr} \\ \phi_{qs} = L_s I_{qs} + L_m I_{qr} \\ \phi_{dr} = L_r I_{dr} + L_m I_{ds} \\ \phi_{qr} = L_r I_{qr} + L_m I_{qs} \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

### II.8. Equation Mécanique

Le couple électromagnétique développé est donné par :

$$C_{ém} = p [i_s]^T \frac{d}{dt} M_{sr} [i_r] = p(\phi_{ds} i_{qs} - \phi_{qs} i_{ds}) = \frac{pL_m}{L_r} (\phi_{dr} i_{qs} - \phi_{qs} i_{dr}) \quad (\text{II.26})$$

L'équation mécanique est donnée par :

$$\frac{J}{p} \frac{dw_m}{dt} = C_{ém} - \frac{f}{p} w_m - C_r$$

Mise en équation d'état : On substitué les équations (II.31) et (II.32) on trouve

$$\begin{cases} \frac{dI_{ds}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[ -(R_s + \frac{L_m^2}{L_r T_r}) I_{ds} + \sigma L_s w_s I_{qs} + \frac{L_m}{L_r T_r} \phi_{dr} + \frac{L_m}{L_r} w \phi_{qr} + V_{ds} \right] \\ \frac{dI_{qs}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[ -(R_s + \frac{L_m^2}{L_r T_r}) I_{qs} - \sigma L_s w_s I_{ds} + \frac{L_m}{L_r T_r} \phi_{qr} + \frac{L_m}{L_r} w \phi_{dr} + V_{qs} \right] \\ \frac{d\phi_{dr}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} I_{ds} - \frac{1}{T_s} \phi_{dr} + (w_s - w) \phi_{qr} \\ \frac{d\phi_{qr}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} I_{qs} - \frac{1}{T_s} \phi_{qr} + (w_s - w) \phi_{dr} \\ \frac{dw}{dt} = \frac{p^2}{J} \cdot \frac{L_m}{L_r} (\phi_{dr} I_{qs} - \phi_{qr} I_{ds}) - \frac{p}{J} C_r - \frac{f}{p} w_m \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

Où :  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$  est le facteur de dispersion et  $T_r = \frac{L_r}{R_r}$  est le constant du temps

rotorique.

### II.9. Simulation numérique et interprétation

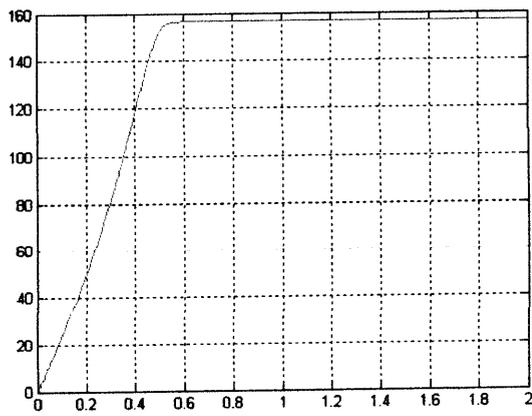
Le but est de voir le comportement dynamique de la machine à travers les différentes variables.

Les résultats de simulation sont présentés sur les figures (II.5) et (II.6). Ces figures illustrent respectivement l'évolution de la vitesse de rotation, le couple électromagnétique et le flux magnétique selon l'axe d et q.

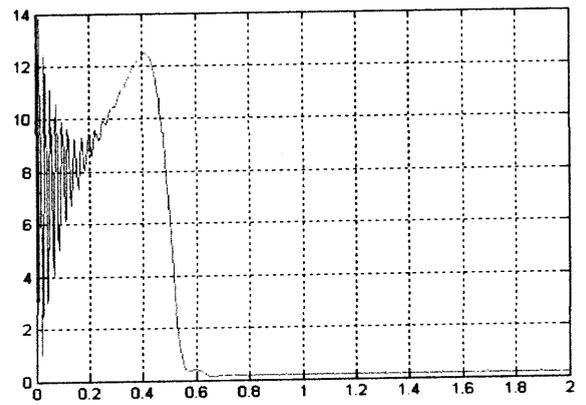
Ces résultats sont obtenus lors d'un démarrage sous pleine tension de la machine avec et sans application d'un couple de charge. On constate que la vitesse atteint sa valeur nominale  $\Omega_n = 157 \text{ rd/s}$  dans un temps  $t \approx 0.5 \text{ s}$ . lorsque cette vitesse se stabilise, le couple électromagnétique tend vers zéro, à cause de leur couplage avec le flux rotorique, on constate aussi la chute de la vitesse à cause de l'augmentation de la charge.

Il est aussi important de souligner que la variation du couple. Est suivie de la variation des deux composantes du flux, ce qui montre le couplage entre le flux et le couple.

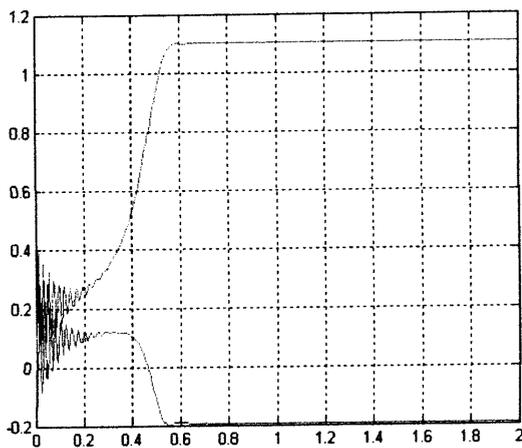




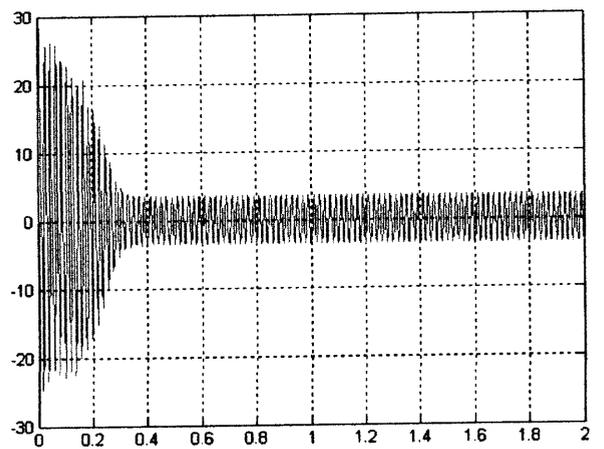
a)- La vitesse de rotation (rd/s)



b)- couple électromagnétique (N.m)

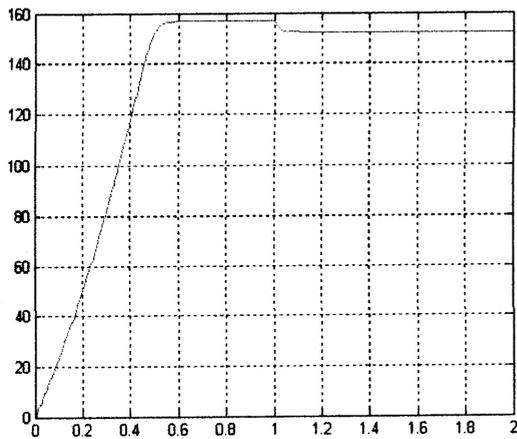


c)- les flux  $d_r$ - $q_r$  (wb)

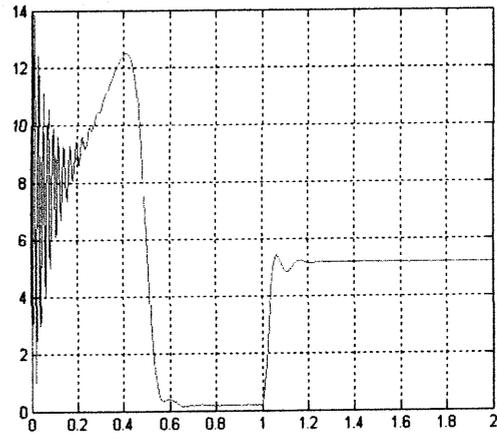


d)- courant  $I_{as}$  (A)

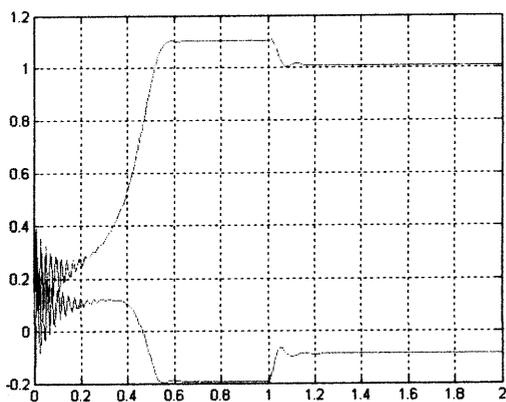
Figure(II.5) : simulation du démarrage sous pleine tension à vide



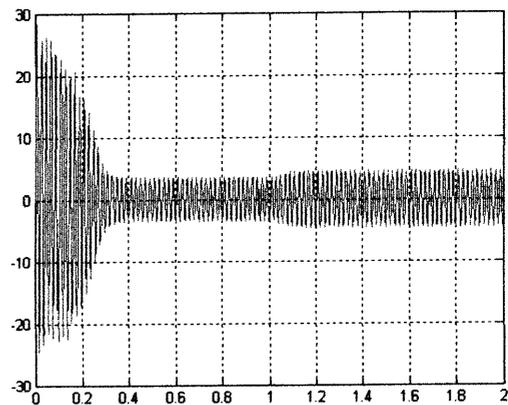
a)- La vitesse de rotation (rd/s)



b)- couple électromagnétique (N.m)



c)- les flux dr-qr (wb)



d)- courant Ias (A)

**Figure (II.6)** Démarrage sous pleine tension avec application d'un couple

Résistant ( $C_r = 5 \text{ N.m}$ ) à l'instant  $t=1\text{s}$

---

### II.6. Conclusion

Ce chapitre présente la modélisation de machine asynchrone triphasé dans un référentiel biphasé à l'aide de la transformation de Park pour avoir un modèle simplifié permettant d'obtenir des résultats conformes à la pratique et que nous utilisons pour la simulation à l'aide du logiciel MATLAB

Ce type de moteur s'est imposé dans l'industrie grâce à sa robustesse et sa simplicité de construction, cependant l'obtention d'un modèle rigoureux reste difficile à cause du couplage et de la non-linéarité de ses équations. Actuellement, la disponibilité de puissance de démarrage du moteur, suivi de l'application d'une charge entraînée a été modélisée et simulé. Les résultats obtenus confirment la validité du modèle utilisé.

MCours.com