

## CHAPITRE 1

### REVUE DE LA LITTÉRATURE

*"Le savant n'est pas l'homme qui fournit les vraies réponses; c'est celui qui pose les vraies questions", Lévi-Strauss (Claude)*

#### 1.1 Introduction

Les exploitants des réseaux électriques se sont intéressés aux équivalents dynamiques dès le début des années 1970. Des techniques de réduction furent d'abord développées autour de l'approche modale, qui admet que certains modes d'oscillations locaux ne devraient pas être affectés ou ne sont pas excités par les perturbations dans une zone particulière et peuvent par conséquent être éliminés. Ces méthodes n'ont jamais été appliquées d'une façon générale en raison, d'une part, de la difficulté à déterminer les modes d'oscillations non excités à éliminer et d'autre part, en raison de la nécessité de modifier les programmes de simulation afin de pouvoir intégrer la forme particulière de l'équivalent (modèle linéaire). Une approche alternative, développée par EPRI (Electric Power Research Institute), est basée sur le concept de cohérence. Celle-ci est déterminée par la comparaison des réponses de l'angle interne. Cette approche a trouvé quelques applications. Néanmoins, il est généralement admis, dans cette approche, que les groupes cohérents dépendent du choix et de la localisation de la perturbation.

Au début des années 1980, le concept de cohérence lente ou technique à deux échelles de temps basé sur la théorie de la perturbation singulière fut développé pour déterminer les générateurs cohérents. Cette technique combine les deux concepts de cohérence et d'analyse modale pour déterminer les zones cohérentes. D'autres approches basées sur la mesure de la distance électromécanique furent utilisées pour identifier des zones cohérentes. Toutes les méthodes développées utilisent ces mêmes concepts pour

identifier la cohérence, parfois, ces techniques sont améliorées en intégrant d'autres contraintes additionnelles telles que le degré de couplage des différentes zones entre elles ainsi que le couplage des générateurs à l'intérieur de chaque zone. Ces contraintes sont introduites pour garantir une meilleure précision.

Trois étapes principales sont nécessaires à l'élaboration d'un équivalent dynamique : l'identification des groupes cohérents, le regroupement des groupes cohérents et l'élimination des nœuds. Chacune de ces étapes sera traitée séparément dans cette revue de la littérature.

## **1.2 Identification des groupes cohérents**

Différentes méthodes de reconnaissance de la cohérence sont rapportées dans la littérature, nous les regroupons en trois principales familles, la première, appelée cohérence lente (slow coherency) [8] [9] qui exploite la propriété de deux échelles de temps des modèles de réseaux électriques [10]. Elles sont basées sur la théorie de perturbation singulière [11] pour séparer les dynamiques rapides des dynamiques lentes, ces dernières se manifestent notamment par les oscillations interzones de faible fréquence qui apparaissent dans les interconnexions entre deux zones à l'intérieur desquelles des groupes de générateurs sont fortement couplés.

Depuis l'introduction du concept de cohérence lente dans [8], il est devenu très populaire dans l'analyse dynamique des grands réseaux électriques et ce pour deux raisons principales : La première est économique, la demande en énergie ne cesse d'augmenter, dans un contexte concurrentiel, les réseaux de transport fonctionnent à pleine capacité notamment au niveau des lignes d'interconnexion, devenant, de ce fait, les seuls corridors de transmission de puissance entre diverses compagnies [12] [13]. Ces lignes sont souvent le siège d'oscillations interzones qui apparaissent, en général,

entre deux groupes de machines [14] [15]. Ces oscillations sont caractérisées par des fréquences plus faibles que celles des oscillations locales. La seconde raison est due au fait que les programmes de simulation des grands réseaux permettent d'analyser la contribution des différentes machines dans ces oscillations [16]. Cette connaissance est primordiale pour la détermination des systèmes de stabilisation et d'amortissement pour améliorer la stabilité des oscillations interzones [17].

La cohérence dite lente est définie par rapport aux modes d'oscillations les plus lents du réseau électrique. Ainsi, les oscillations entre zones cohérentes correspondent aux modes les plus lents tandis que les oscillations entre machines fortement couplées à l'intérieur des zones cohérentes correspondent aux modes les plus rapides. Cette approche a l'avantage d'être robuste par rapport à la localisation du défaut dans le réseau.

La propriété de deux échelles de temps dans les modèles des réseaux électriques est mise en évidence par l'application de la technique de la perturbation singulière [11] [18] pour séparer les dynamiques rapides et lentes dans un réseau interconnecté. Les dynamiques lentes représentent les oscillations lentes entre des groupes de générateurs rigidement connectés, et les dynamiques rapides, moins significatives, sont les oscillations de fréquence élevée entre les générateurs au sein des groupes cohérents. Ce comportement à deux échelles de temps peut être modélisé en introduisant un paramètre  $\varepsilon$  (très petit) utilisé pour la séparation des échelles de temps, il représente le rapport entre le faible degré des connexions entre les groupes cohérents et le degré élevé des connexions à l'intérieur des groupes cohérents. Cette propriété de deux échelles de temps est analysée en utilisant des modèles électromécaniques linéarisés mais qui peut être étendue aux modèles électromécaniques non linéaires [9].

L'application des résultats de la cohérence lente nécessite, en premier, l'identification des groupes de générateurs cohérents. Dans [8], un algorithme pour identifier les générateurs cohérents est proposé, se basant sur l'analyse modale du réseau électrique.

Une zone cohérente est définie comme étant composée d'un groupe de machines cohérentes ainsi que les nœuds de charges qui relient ces machines. Le phénomène de cohérence lente est principalement attribué aux connections entre les machines au sein de la même zone qui sont plus rigides (fortes) que celles entre les différentes zones.

Pour modéliser cette caractéristique, on sépare la matrice admittance en deux sous-matrices et une sous-matrice des connections internes entre les nœuds de la même zone cohérente, une sous matrice des connections externes entre différentes zones cohérentes comme le montre l'équation (1.1). Le coefficient  $\varepsilon$  est un paramètre représentant le rapport entre la densité des connections externes et internes [9] [18] [19]. Ce paramètre est petit lorsque les connections externes sont faibles ou creuses.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}^I + \varepsilon \mathbf{Y}^E \quad (1.1)$$

Cette propriété est effective puisque la partition d'un réseau interconnecté en zones cohérentes est souvent réalisée à travers les périphéries des différentes compagnies d'exploitation des réseaux de transport d'énergie. En général, le réseau est plus dense au sein même d'une compagnie que celui qui relie les compagnies avoisinantes.

Une autre approche basée sur le couplage des générateurs est proposée dans [20] où une procédure analytique est développée pour identifier les groupes cohérents par la détermination des sous-réseaux faiblement couplés à partir de la matrice d'état du réseau linéarisé. Le couplage entre deux sous-réseaux comprenant différents groupes de machines est mesuré en terme de "coefficient de couplage". Celui-ci est ensuite utilisé dans un algorithme pour réarranger la matrice d'état (ou les machines en fonction de leur degré de couplage), ce qui permet de grouper les machines fortement couplées.

La théorie de la perturbation singulière est aussi utilisée dans [21] en se basant sur l'analyse des paramètres du réseau de transfert qui relie les nœuds périphériques avec les nœuds générateurs du sous-réseau externe. Dans cette approche, le réseau électrique est

d'abord partitionné en deux sous systèmes : le premier, appelé réseau interne, le second, réseau externe. Les deux sont reliés par leurs nœuds périphériques à travers les lignes d'interconnexion. Le réseau externe et son influence sur le réseau interne sont, ensuite, analysés pour déterminer un critère de cohérence. Ainsi, l'analyse du réseau de transfert révèle que les admittances des branches équivalentes dépendent des rapports de transformation entre les nœuds des machines cohérentes et le nœud équivalent. Dans ce cas, un réseau équivalent obtenu pour un état initial (avant le défaut) serait également valable pour les autres états (au régime transitoire ou statique) si et seulement si les rapports de transformation sont maintenus constants pour tous les nœuds cohérents d'un groupe donné [22] soit :

$$\frac{V_i(t)}{V_e(t)} = \frac{V_{i0}}{V_{e0}} = a_i = C^{ste} \quad (1.2)$$

L'indice (0) indique les conditions initiales,  $V_i$ , la tension au nœuds cohérents et  $V_e$ , la tension au nœud équivalent.

Pour chaque paire de nœuds  $i, j$ , la condition (1.2) est équivalente à :

$$\frac{V_i(t)}{V_j(t)} = \frac{V_i(t)}{V_j(t)} e^{j[\delta_i(t) - \delta_j(t)]} = \frac{V_{i0}}{V_{j0}} e^{j[\delta_{i0} - \delta_{j0}]} = C^{ste}. \quad (1.3)$$

Les nœuds remplissant cette condition sont considérés "électriquement cohérents" ou simplement "cohérents". Lorsque l'amplitude de la tension aux nœuds cohérents est constante, c'est le cas des nœuds générateurs au régime permanent, la condition de cohérence (1.3) devient simplifiée :

$$\delta_i(t) - \delta_j(t) = \delta_{ij0} \quad (1.4)$$

Où  $\delta_{ij0} = \delta_{i0} - \delta_{j0}$  sont des valeurs initiales avec lesquelles les paramètres du réseau équivalent sont calculés.

En pratique, les nœuds de charges ne sont généralement pas cohérents [22]. Seules les charges très loin de la perturbation maintiennent leurs tensions (amplitude et angle) constantes. D'autre part, il est souvent possible de trouver des groupes de nœuds de

générateurs cohérents car certains groupes de générateurs ont une tendance naturelle à avoir un même comportement dans le réseau.

Le critère de cohérence donné dans les références [21] et [22] est déterminé en utilisant la théorie des systèmes dynamiques des sous systèmes externes linéarisés. L'idée de la méthode est basée sur l'hypothèse que toute perturbation à l'intérieur du réseau principal influence les générateurs dans le sous-réseau externe à travers les branches équivalentes et les branches d'interconnexion.

Si nous supposons que tous les générateurs sont représentés par un modèle classique et que tous les nœuds de charges sont éliminés. En considérant les équations de l'écoulement de puissance suivantes :

$$P_i = V_i^2 G_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^N V_i V_j [B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)] \quad (1.5)$$

$$Q_i = -V_i^2 B_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^N V_i V_j [G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)] \quad (1.6)$$

Si les conductances mutuelles  $G_{ij}$  dans la matrice admittance sont négligées, la puissance active produite par un générateur  $i$  appartenant au sous-réseau externe est donnée par :

$$P_i = V_i^2 G_{ii} + \sum_{k \in \{F\}} V_i V_k B_{ik} \sin \delta_{ik} + \sum_{l \in \{C\}} V_i V_l B_{il} \sin \delta_{il} \quad (1.7)$$

$\{F\}$  et  $\{C\}$  sont l'ensemble des nœuds frontières et des nœuds du groupe cohérent respectivement.  $V_i$  est la tension au nœud générateur  $i$ ,  $V_k$  est la tension au nœud périphérique  $k$ .  $G_{ii}$ ,  $B_{ij}$  et  $B_{ik}$  sont des éléments de la matrice admittance de transfert regroupant les nœuds périphériques et les nœuds du sous-réseau externe.

Supposons qu'une perturbation se produise dans le réseau principal (ou réseau interne), celle-ci provoquerait une variation de l'angle de la tension au nœud périphérique  $k$  d'une valeur initiale  $\delta_{k0}$  à une valeur  $\delta_k = \delta_{k0} + \Delta\delta_k$ . Si on suppose que les modules des tensions dans les autres nœuds sont maintenus constants, alors la variation de l'angle induirait une variation dans la puissance générée au nœud générateur  $i$  dans le sous-réseau externe d'une valeur :

$$\Delta P_i(\Delta\delta_k) = b_{ik} (\sin(\delta_{ik0} + \Delta\delta_k) - \sin(\delta_{ik0})) \quad (1.8)$$

Où  $b_{ik}$  est la valeur maximale de la puissance transitée dans la branche reliant le nœud générateur  $i$  au nœud périphérique  $k$ , telle que :

$$b_{ik} = V_i V_k B_{ik} \quad (1.9)$$

Si on considère que la variation  $\Delta\delta_k$  est petite alors l'équation (1.8) devient :

$$\Delta P_i(\Delta\delta_k) \approx h_{ik} \Delta\delta_k \quad (1.10)$$

Avec :

$$h_{ik} = b_{ik} \cos(\delta_{ik0}) \quad (1.11)$$

$h_{ik}$  est la puissance de synchronisation entre un générateur donné  $i$  et un nœud périphérique  $k$ .

La perturbation considérée va provoquer l'accélération du rotor de la machine  $j$ , soit :

$$\varepsilon_j = \frac{\Delta P_j(\Delta\delta_k)}{M_j} = \frac{h_{jk}}{M_j} \Delta\delta_k \quad (1.12)$$

Où  $M_i$  et  $M_j$  sont les inerties des générateurs  $i$  et  $j$  respectivement.

Ainsi, les générateurs  $i$  et  $j$  sont cohérents si l'accélération de leurs rotors est identique :

$$\frac{h_{ik}}{M_i} = \frac{h_{jk}}{M_j} \quad (1.13)$$

L'équation(1.13) constitue un critère de cohérence. En pratique, l'égalité précédente est remplacée par l'inégalité suivante :

$$\text{Max}_{i \in \{C\}} \frac{h_{ik}}{M_i} - \text{Min}_{j \in \{C\}} \frac{h_{jk}}{M_j} \leq \rho_h \quad (1.14)$$

$\rho_h$  représente l'erreur admissible, elle dépend de la distance entre un générateur donné et les nœuds périphériques [22].

La dernière méthode appelée méthode de simulation linéaire est développée dans [3]. C'est la méthode classique d'identification des générateurs cohérents. Dans cette approche, les réponses temporelles de l'angle de chaque générateur, pour une perturbation donnée, sont comparées pour déterminer les groupes cohérents. La cohérence dans cette approche est basée sur le comportement dynamique des groupes de machines suite à une perturbation. En effet, il a été observé empiriquement que , lors d'une perturbation sur un réseau électrique, certains groupes éloignés du défaut réagissent de la même façon tandis que les mouvements désordonnés sont confinés à des groupes proches du défaut.

Cette méthode est développée sur la base d'un modèle simplifié et linéarisé du réseau électrique pour identifier le comportement cohérent des générateurs soumis à différentes perturbations. Il est montré que plus la cohérence des générateurs est parfaitement connue plus les modèles réduits des équivalents sont précis. Les générateurs sont classés dans des groupes cohérents par la détermination (ou la comparaison) de la solution, dans le domaine temporel, des équations de mouvement dans les études de stabilité transitoire. Cette approche présente, néanmoins, quelques limitations telles que :

- Un effort initial de calcul considérable est requis, lors de la simulation du réseau original, pour la formation de l'équivalent dynamique;
- La localisation de la perturbation influence la cohérence des générateurs;
- Cette méthode d'équivalence n'est pas directement utilisable par les exploitants ne disposant pas des moyens de calcul adéquats.

### 1.3 Regroupement des groupes cohérents

Le regroupement des générateurs est une étape dans laquelle les équations du réseau électrique sont modifiées afin de remplacer les différents générateurs cohérents par un générateur équivalent, tout en maintenant les mêmes tensions et puissances transitées du réseau original.

Diverses méthodes de regroupement sont proposées dans la littérature. Elles dépendent souvent de la représentation des générateurs candidats au regroupement [23]. La plupart des méthodes considèrent une représentation simplifiée (modèle classique) des générateurs [24]. Peu de travaux ont concerné des modèles complets et détaillés des générateurs et leurs dispositifs de commande [4] [25]. Le regroupement des machines consiste surtout à calculer les paramètres de la machine équivalente ainsi que ceux des systèmes de commande équivalents. Cette étape est précédée d'un regroupement des nœuds auxquels les machines sont connectées. Deux méthodes de regroupement des nœuds se distinguent, regroupement des nœuds terminaux [3] et le regroupement des nœuds internes des générateurs [24].

Afin d'expliquer les deux procédures de regroupement, nous considérons le cas de deux générateurs cohérents. La procédure peut, ensuite, s'étendre au cas de plusieurs générateurs cohérents.

Le premier algorithme de regroupement, appelé parfois regroupement de Podmore, [3] considère que la cohérence de deux générateurs est étendue à leurs nœuds terminaux. Soient  $a$  et  $b$  les nœuds terminaux de deux générateurs cohérents  $A$  et  $B$  (figure 1). Le regroupement est réalisé en reliant les deux nœuds  $a$  et  $b$  pour obtenir un nœud commun  $q$ . La tension au nœud  $q$  est considérée soit la moyenne des tensions de  $a$  et  $b$  ou leur moyenne pondérée en tenant compte des puissances active et réactive générées par chacun des deux générateurs. Pour préserver les puissances transitées avant et après le

regroupement, deux transformateurs idéaux avec des rapports complexes  $\alpha_a$  et  $\alpha_b$  sont installés respectivement entre le nœud commun  $q$  et les nœuds  $a$  et  $b$ . Les deux générateurs sont alors regroupés en un générateur équivalent avec une inertie  $M_{eq}$  et une réactance transitoire  $x'_{deq}$  respectivement égales à :

$$M_{eq} = M_A + M_B \quad (1.15)$$

$$(x'_d)_{eq} = [1/(x'_d)_A + 1/(x'_d)_B]^{-1} \quad (1.16)$$

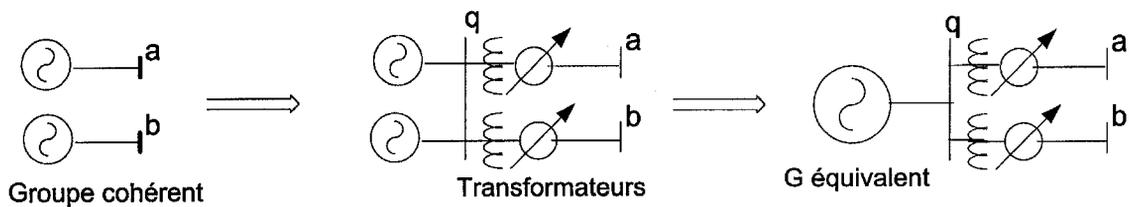


Figure 1 Regroupement par les nœuds terminaux

Le deuxième algorithme de regroupement est basé sur les tensions internes des générateurs,  $E'_A$  et  $E'_B$  (figure 2). Les nœuds internes sont reliés pour former un nœud commun  $p$ , la tension au nœud  $p$  est  $E'_{eq}$  égale soit à la moyenne des deux tensions  $E'_A$ ,  $E'_B$  ou la moyenne pondérée des deux en respectant le niveau de génération des deux machines. Deux transformateurs idéaux sont également installés pour relier les nœuds externes  $a$  et  $b$  au nœud  $p$  [24]. En reliant les nœuds internes, on obtient un générateur équivalent avec de multiples nœuds terminaux. Cependant, une telle configuration n'est pas une représentation conventionnelle dans les réseaux électriques. Celle-ci est rendue conforme en prolongeant le nœud  $p$  par la création de deux nœuds  $q$  et  $r$  avec deux réactances de signes opposés  $-x'_{deq}$  et  $x'_{deq}$  comme le montre la figure 2. Le nœud  $r$  sert de nœud interne au générateur équivalent, le nœud  $q$  représente le nœud terminal du générateur équivalent. Par suite, le nœud  $p$  peut être éliminé par un regroupement.

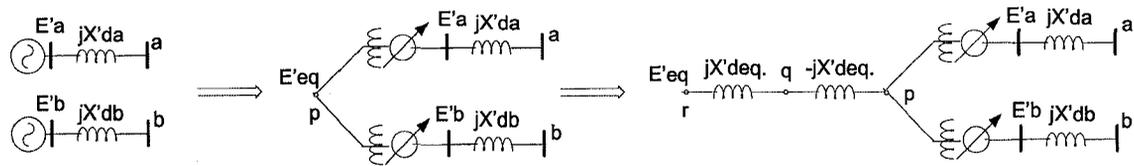


Figure 2 Regroupement par les nœuds internes

Une fois, les nœuds sont regroupés par l'une ou l'autre des deux procédures, vient l'étape de regroupement dynamique qui concerne, notamment, les machines synchrones et leurs systèmes de commande. C'est l'étape principale pour déterminer l'équivalent dynamique. Il y a deux catégories de méthodes, la première appelée regroupement classique basée sur la représentation simplifiée des machines (modèle classique) telle qu'une f.e.m. derrière une réactance synchrone. Les systèmes d'excitations, dans cette catégorie, sont représentés par des régulateurs de tension de premier ordre (AVR). Cette classe de modèles est notamment utilisée pour les études de stabilité transitoire des réseaux électriques [2]. La modélisation de l'équivalent dynamique, dans ce cas, se fait simplement par la mise en parallèles des circuits de Thévenin équivalents des machines.

La deuxième catégorie des méthodes de regroupement des machines est appelée regroupement détaillé, elle concerne les générateurs représentés par des modèles détaillés comprenant les machines synchrones, les systèmes d'excitation, les turbines et régulateurs de vitesse. La méthode la plus connue et la plus populaire dans cette catégorie et celle de Podmore [4] [26]. C'est une méthode qui est utilisée dans la plupart des logiciels commerciaux tel que DYNRED [27] [28]. Elle est basée sur l'identification des paramètres équivalents dans le domaine fréquentiel. Elle est, certes, précise mais gourmande en temps de calcul car elle est basée sur un processus d'identification itératif. Les principales méthodes dans cette catégorie utilisent le même principe d'identification dans le domaine fréquentiel, les paramètres équivalents sont alors identifiés lorsque la caractéristique en fréquence du modèle équivalent s'ajuste aux caractéristiques du groupe cohérent [29].

De même, pour le regroupement des systèmes de commande, lorsqu'ils sont représentés en détail, les paramètres des systèmes équivalents sont calculés par des méthodes d'identification classiques en comparant les caractéristiques (réponse fréquentielle) du système équivalent avec les caractéristiques des systèmes de commande dans le groupe cohérent [6], [25], [29], [30]. Il y a, cependant, peu de travaux dans la littérature qui traitent du regroupement détaillé comparativement au regroupement classique.

#### **1.4 Regroupement et élimination des nœuds**

Le remplacement de chaque groupe de générateurs cohérents par son équivalent et l'élimination des nœuds de charges réduit considérablement la taille du réseau, ce processus crée des transformations dans sa topologie tout en conservant le même niveau des puissances transitées.

La méthode des circuits équivalents dite REI (Radial Equivalent Independent) est une méthode de regroupement et d'élimination nodale qui consiste à remplacer un groupe de nœuds sélectionnés par un nœud équivalent tout en maintenant un certain nombre de nœuds frontières [31] [32]. La première étape de la transformation consiste à ajouter quelques branches fictives au groupe de nœuds à regrouper comme le montre la figure 3.

L'admittance de chaque branche est choisie de telle sorte que toutes les tensions au nœud équivalent soient égales et que ces nœuds puissent être reliés pour former un nœud auxiliaire fictif "f". Les admittances des branches ajoutées peuvent être choisies librement de manière à donner la même tension au bout de la ligne. Habituellement, les valeurs de ces admittances correspondent aux injections nodales, pour une tension donnée, dans les nœuds à regrouper. Puisque la tension au nœud fictif est nulle, et sachant que c'est un inconvénient d'avoir un nœud équivalent porté à un potentiel nul,

on crée alors une autre branche fictive avec une admittance négative ajoutée au nœud f, celle-ci fait augmenter la tension au nœud équivalent pour atteindre la tension du réseau.

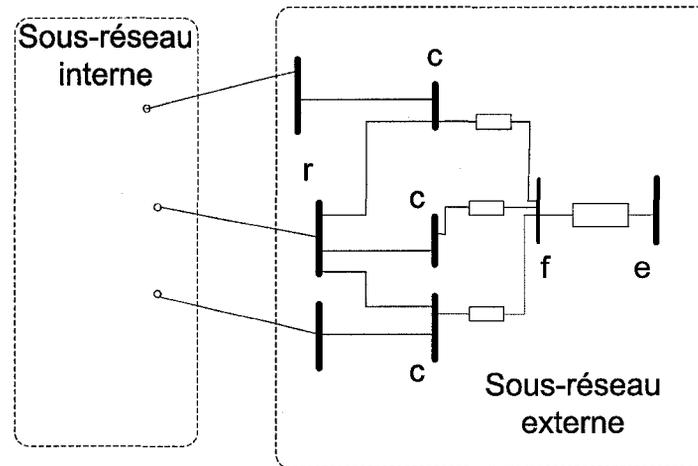


Figure 3 Regroupement des nœuds par la méthode des REI

Le choix de l'admittance négative est donné par l'équation suivante :

$$Y_{fe} = -\frac{S_e^*}{V_e^2} \quad (1.17)$$

Avec

$$S_e = \sum_{i \in \{C\}} S_i \quad (1.18)$$

Avec  $S_i$  la puissance apparente au nœud  $i$  du groupe cohérent.

Ainsi, la tension au nœud équivalent  $V_e$  est égale à la moyenne des tensions aux nœuds à regrouper, soit :

$$V_e = \sum_{i \in \{C\}} S_i / \sum_{i \in \{C\}} \left( \frac{S_i}{V_i} \right) \quad (1.19)$$

Par la suite, le nœud f est éliminé pour aboutir à un réseau équivalent appelé circuit équivalent radiale indépendant de toute autre source (R.E.I) qui relie le nœud équivalent aux nœuds frontières.

Pour les nœuds de charges, on suppose que les charges sont constantes, elles sont alors représentées par des admittances constantes, ceci n'est, évidemment, valable que pour les charges dont la caractéristique puissance, tension est de la forme suivante :

$$S_i = V_i^2 Y_{fi}^* \quad (1.20)$$

Avec :

$$Y_{fi} = C^{ste} \quad (1.21)$$

Pour les nœuds générateurs opérant à une tension constante, la condition (1.21) est satisfaite seulement pour les générateurs dont la puissance active et réactive générées sont supposées constantes.

Cette méthode introduit un grand nombre de branches fictives en raison de l'élimination du nœud fictif et les nœuds à regrouper. Certaines branches dans le réseau équivalent peuvent avoir des admittances négatives. De plus, les injections élevées dans les nœuds à regrouper produisent des valeurs élevées des résistances des branches équivalentes. Ces facteurs combinés peuvent causer des problèmes de convergence dans le programme de l'écoulement de puissance [22].

D'autres méthodes sont proposées dans la littérature, notamment pour l'élimination des nœuds, utilisant les propriétés des matrices creuses [33]. La méthode adaptative de réduction (A.R) consiste à la réduction de la matrice admittance  $\mathbf{Y}$  en se basant sur la répartition de la matrice en différents blocs de barres distincts comme suit :

$$\left[ \begin{array}{ccc} \mathbf{Y}_{11} & \mathbf{Y}_{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} & \mathbf{Y}_{23} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{32} & \mathbf{Y}_{33} \end{array} \right] \begin{array}{l} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{F} \end{array} \Bigg\} \mathbf{R} \quad (1.22)$$

Les blocs de nœuds du réseau sont définis par les indices suivants :

- E, barres à éliminer;
- R, barres à retenir (toutes les barres excluant E);

- B, barres de R avec connexions aux barres E;
- F, barres de R qui ne sont pas en B;

Les opérations d'élimination des barres E sont décrit par l'équation suivante :

$$\hat{\mathbf{Y}}_{22} = \mathbf{Y}_{22} - \mathbf{Y}_{21} \mathbf{Y}_{22}^{-1} \mathbf{Y}_{12} \quad (1.23)$$

Où  $\hat{\mathbf{Y}}_{22}$  est la matrice admittance du réseau réduit vue à partir des barres frontières du réseau. Les sous matrices  $\mathbf{Y}_{23}$ ,  $\mathbf{Y}_{32}$  et  $\mathbf{Y}_{33}$  ne sont pas affectées par cette réduction. Dans l'implémentation pratique, l'équation (1.23) est réalisée en utilisant la méthode des matrices creuses dans laquelle le processus d'élimination se fait une barre à la fois.

## CHAPITRE 2

### MÉTHODOLOGIE DE LA MODÉLISATION DES ÉQUIVALENTS DYNAMIQUES

*"Toute la science exacte est dominée par l'idée de l'approximation",  
Bertrand Russel.*

#### 2.1 Introduction

L'objet de ce chapitre consiste à présenter la procédure de modélisation des équivalents dynamiques, notamment, la première étape de la modélisation qui concerne la méthodologie de répartition et d'identification des zones cohérentes. Les autres étapes feront l'objet des chapitres 3 et 4 subséquents. Dans une première partie, quelques définitions relatives aux équivalents dynamiques sont présentées pour distinguer les différents types et leurs applications. Les modes d'oscillations, dans les réseaux électrique sont, ensuite, analysés afin de comprendre, d'une part, la relation entre les modes d'oscillations et la notion de cohérence et d'autre part, pour introduire l'algorithme de répartition et d'identification des machines cohérentes. Cet algorithme est basé sur le concept cohérence lente [8] qui tient compte, à la fois, des dynamiques des machines ainsi que de la rigidité des connexions à travers les lignes de transmission.

#### 2.2 Définition des équivalents dynamiques

La modélisation d'un équivalent dynamique d'une partie d'un réseau d'énergie est précédée souvent par la partition de ce dernier en deux parties distinctes comme l'illustre la figure 4 : la première partie, appelée sous-réseau interne (ou réseau principal), est modélisée d'une façon complète et détaillée et serait le siège de toute perturbation éventuelle; la deuxième partie représentant le reste du réseau, qu'on appellera sous-

réseau externe, est constituée d'une ou de plusieurs zones, chacune sera représentée par un modèle réduit appelé équivalent dynamique. Chaque sous-réseau externe est relié, par ses nœuds périphériques, au réseau principal à travers les lignes d'interconnexions.

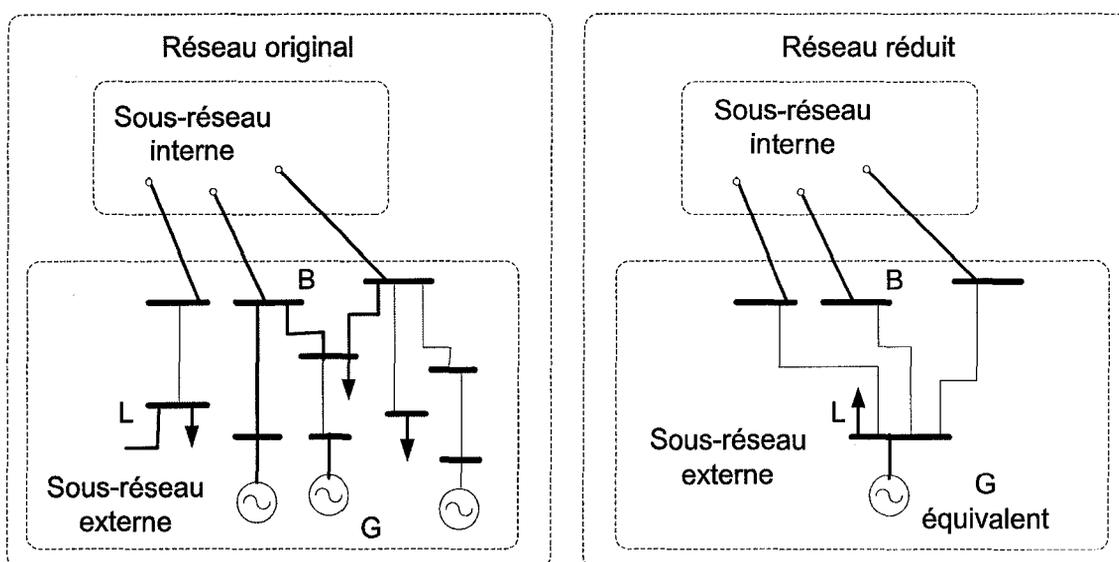


Figure 4 Répartition d'un réseau électrique en sous-réseaux interne et externe

On distingue, dans la littérature, deux types d'équivalents, dépendamment de la connaissance ou non de la configuration du sous-réseau externe [22]. Si la topologie du réseau externe est ignorée ou inconnue, alors l'équivalent dynamique sera défini par un modèle de comportement et non pas par un modèle physique. Le modèle de comportement est déterminé à partir des mesures de certaines grandeurs électriques, prises dans le sous-réseau interne, dans les nœuds périphériques et dans les lignes d'interconnexions. Ce type d'équivalent dynamique est généralement utilisé pour l'évaluation de la sécurité de réseaux en temps réel ainsi que pour la conduite des réseaux.

Si la configuration et la topologie du sous-réseau externe est connue, alors l'équivalent dynamique serait parfaitement défini et sera représenté par un modèle physique réel. Il

est modélisé en faisant appel aux méthodes classiques de réduction des modèles. Ce type d'équivalent est souvent utilisé pour les études et analyses en temps différé des réseaux électriques tels que les études de planification. Ce sont ces types d'équivalents dynamiques qui sont l'objet de cette thèse.

Par ailleurs, la réduction d'un réseau peut se faire de trois façons différentes [22]. Une réduction physique, qui consiste à choisir un modèle approprié pour les éléments du réseau tels que les générateurs et les charges selon leurs influence et leur comportement suite à une perturbation particulière. Les éléments proches électriquement d'une perturbation sont, évidemment, représentés par des modèles précis et détaillés, les autres, plus loin, sont représentés par des modèles réduits et simplifiés.

La réduction topologique ou nodale qui consiste à l'élimination des noeuds afin de réduire la taille du sous-réseau externe. Elle se traduit par la transformation du sous-réseau externe initialement de grande taille, en un réseau de petite taille par l'élimination et/ou le regroupement des noeuds en faisant appel aux méthodes de réduction nodales telles que la réduction de Kron, la méthode Ward [34] [21] et la méthode du réseau radiale équivalent indépendant(REI) [31].

Dans ce document, pour la modélisation de l'équivalent dynamique, nous ferons appel à la fois aux réductions physique et topologique pour aboutir à un modèle équivalent composé des éléments des réseaux électriques standards tels que l'équivalent machine et les charges équivalentes.

### **2.3 Analyse modale des réseaux électriques**

L'analyse modale des réseaux électriques a pour objet de déterminer les modes d'oscillations qui caractérisent chaque système dynamique. Cette analyse s'applique aux

systèmes linéaires ou linéarisés et qui consiste essentiellement à la détermination et l'étude des valeurs propres et vecteurs propres associés. La représentation d'état linéaire est requise à cet effet.

Soit un système de puissance dont la représentation d'état linéaire et homogène est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (2.1)$$

Où  $\mathbf{x}$  est le vecteur des variables d'état de longueur  $n$ ,  $\mathbf{A}$ , la matrice d'état du système. L'équation d'état (2.1) a  $n$  solutions de la forme :

$$x_i = K_i e^{\lambda_i t} \quad (2.2)$$

Où  $\lambda_i$  est définie comme étant la valeur propre de la matrice d'état, elle satisfait la relation :

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \quad (2.3)$$

Il est à noter que même si la représentation d'état d'un système dynamique n'est pas unique, les valeurs propres du système sont uniques. Elles sont de deux types, réelle et complexe. Les valeurs réelles ou nulles génèrent les modes non oscillatoires alors que les valeurs complexes définissent les modes oscillatoires.

Lorsque la matrice d'état est réelle (à paramètres réels), les valeurs propres complexes sont des paires de valeurs complexes conjuguées  $\sigma \pm j\omega$  [35], la partie réelle indique l'amplitude des oscillations et la partie imaginaire indique la fréquence des oscillations telle que  $f = \omega / 2\pi$ . À chaque valeur propre  $\lambda_i$  correspond un vecteur propre  $\mathbf{u}_i$ , appelé vecteur propre à droite ou vecteur propre tout court, il est déterminé par la relation suivante :

$$\mathbf{A}\mathbf{u}_i = \lambda_i \mathbf{u}_i \quad (2.4)$$

C'est un vecteur colonne avec une longueur égale au nombre de variables. Les vecteurs propres ne sont pas uniques. En effet, multipliés par une constante, ils demeurent des vecteurs propres.

L'expression (2.4) s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$$\mathbf{A}\mathbf{U} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda} \quad (2.5)$$

Où  $\mathbf{U}$  est la matrice carrée dont les colonnes sont les vecteurs propres  $\mathbf{u}_i$  de la matrice  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_i)$ , la matrice diagonale des valeurs propres.

Si toutes les valeurs propres sont distinctes alors les vecteurs propres correspondants sont linéairement indépendants et la matrice  $\mathbf{U}$  est non singulière, on peut alors écrire :

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_i) = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{U} \quad (2.6)$$

Pour éliminer le couplage mutuel entre les variables d'état dans l'équation (2.1), on définit un nouveau vecteur d'état  $\mathbf{z}$  obtenu par une transformation linéaire du vecteur d'état original  $\mathbf{x}$ , soit :

$$\mathbf{x} = \mathbf{U}\mathbf{z} \quad (2.7)$$

D'où :

$$\mathbf{z} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{x} \quad (2.8)$$

En substituant ces deux dernières expressions dans l'équation d'état, on obtient :

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{U}\mathbf{z} \quad (2.9)$$

De plus, en tenant compte de l'équation (2.6), on trouve :

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{z} \quad (2.10)$$

Cette écriture est une forme modale de l'équation d'état du système (2.1). Puisque la matrice  $\mathbf{\Lambda}$  est diagonale, la relation (2.10) décrit un système d'équations différentielles découplées :

$$\dot{z}_i = \lambda_i \cdot z_i \quad \text{pour } i=1, \dots, n \quad (2.11)$$

Les fonctions  $z_i(t)$ , solution de (2.11), représentent les modes du système linéaire (2.1) :

$$z_i(t) = e^{\lambda_i t} z_{i0} \quad (2.12)$$

Où  $z_{j0}$  sont les conditions initiales de ces modes. La solution pour chaque variable d'état est donnée par une combinaison linéaire de tous les modes d'oscillations définis plus haut, soit :

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n u_{ij} z_j(t) = \sum_{j=1}^n u_{ij} e^{\lambda_j t} z_{j0} \quad (2.13)$$

Où  $u_{ij}$  est l'élément (i, j) de la matrice des vecteurs propres  $\mathbf{U}$ , il représente la contribution des modes  $z_j(t)$  dans une variable d'état particulière  $x_i(t)$ . En d'autres termes, si les vecteurs propres sont normalisés,  $u_{ij}$  détermine l'activité relative de la variable d'état  $x_i(t)$  lorsque un mode particulier  $z_j(t)$  est excité [22].

Selon l'équation (2.13), On constate que le comportement dynamique d'un état  $x_i(t)$  est une combinaison linéaire des comportement dynamiques des différents modes du système linéaire. Physiquement, le vecteur propre détermine comment chaque mode d'oscillations est distribué le long des variables d'état.

Si on pose :

$$\mathbf{W} = \mathbf{U}^{-1} \quad (2.14)$$

L'équation (2.8) devient pour chaque mode individuel comme suit :

$$z_i(t) = \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j(t) \quad (2.15)$$

Dans cette équation, les coefficients  $w_{ij}$  mesurent l'étendue ou l'amplitude de l'activité d'une variable d'état particulière  $x_j(t)$  dans le mode  $z_i(t)$ .

Le vecteur ligne  $\mathbf{w}'_i$  de la matrice  $\mathbf{W}$  est relié aux valeurs propres par la relation :

$$\mathbf{w}'_i \mathbf{A} = \lambda_i \mathbf{w}'_i \quad (2.16)$$

$\mathbf{w}_i$  est appelé vecteur propre à gauche. Les vecteurs propres à droite et à gauche normalisés ont la propriété d'être orthogonaux, i.e. :

$$\mathbf{w}_i' \mathbf{u}_j = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (2.17)$$

L'analyse modale est très importante pour comprendre l'algorithme d'identification des générateurs cohérents par l'approche de la cohérence lente. En effet, l'examen de la méthode de la cohérence lente montre qu'une fois les modes lents sont choisis, les colonnes correspondantes de la matrice modale vont déterminer l'effet des modes sélectionnés sur les variables d'état du système. Par conséquent, si deux lignes de la matrice des vecteurs propres sont identiques, les machines correspondantes devraient être cohérentes entre elles par rapport aux modes sélectionnés.

#### 2.4 Réseau électrique et échelles de temps

Les modèles des réseaux électriques sont caractérisés par une large échelle de temps représentant l'interaction des phénomènes dynamiques se produisant dans un large spectre de fréquence. Pour analyser tous ces phénomènes, les dynamiques des réseaux sont modélisées généralement sur quatre échelles de temps telles que :

- Les dynamiques long terme (quelques minutes et plus) représentent l'évolution des charges, les dynamiques des chaudières,...etc.;
- Les dynamiques moyen terme (1 à 5 min) comme les réglages automatiques de production (AGC);
- Les dynamiques transitoires (secondes) pour représenter l'évolution des variables des générateurs, des régulateurs automatiques de tension (AVR), ...etc.;
- Les transitoires électromagnétiques (inférieur à ms) pour les phénomènes transitoires rapides.

Dans les modèles de réseaux à large échelle de temps, des dynamiques rapides et dynamiques lentes sont présentes en même temps. Avec une répartition appropriée du réseau en différentes zones, la dynamique de la variable associée à chaque zone telle que la variable représentant le centre des angles (COA) est beaucoup plus lente que le mouvement oscillatoire entre deux machines à l'intérieur de la même zone. L'interprétation physique de ce phénomène est que les connexions entre les machines de la même zone sont beaucoup plus rigides alors que celles entre zones sont faibles. Par conséquent les machines dans le même zone interagissent sur une base court terme. À long terme, ces dynamiques rapides s'estompent, les machines dans le même groupe vont se mouvoir ensemble, ce qui les rend cohérentes par rapport aux modes lents. Ces dynamiques lentes, qui sont représentées par les variables équivalentes (telle que le centre des angles) sont produites par l'interaction entre les groupes de machines à travers des connexions faibles. Ces dynamiques deviennent significatives et représentatives du réseau à long terme.

## **2.5 Développement de la procédure de répartition des réseaux**

La procédure de répartition de cohérence lente est utilisée pour identifier les générateurs cohérents par la sélection des modes oscillatoires lents dans le réseau électrique et l'affectation des variables d'état du système aux différents modes choisis. La procédure commence par la modélisation appropriée du réseau, puis, le choix du nombre de zones sur lesquelles le réseau sera réparti. L'algorithme de répartition est, ensuite, appliqué sur les matrices des valeurs propres et vecteurs propres des modes sélectionnés. Cet algorithme est basé sur l'élimination gaussienne avec pivotement complet [36] [37].

### **2.5.1 Modélisation**

Dans cette analyse modale, il n'est pas nécessaire d'utiliser un modèle détaillé pour représenter les machines synchrones et il n'est pas nécessaire non plus de représenter les

systèmes de commande. En effet, dans cette analyse on s'intéressera surtout aux dynamiques lentes représentées par la dynamique de l'angle (position de l'arbre) ainsi que la dynamique de la vitesse de l'arbre. Autrement dit, les dynamiques électromécaniques de la machine. Les dynamiques électriques telles que le champ dans les axes d et q sont relativement plus rapides et ne sont pas par conséquent représentées. D'autre part, les systèmes de commandes sont ignorés du fait qu'ils interviennent surtout pour amortir ou stabiliser les oscillations électromécaniques et agissent par conséquent sur l'amplitude des modes d'oscillations et peu ou pas du tout sur leurs fréquences.

Le modèle utilisé pour l'identification de la cohérence est le modèle électromécanique représentant un réseau électrique multimachines. Bien qu'il soit réduit et simple, ce modèle est recommandé pour l'évaluation des propriétés de cohérence et il est suffisant pour capter les oscillations interzones d'un réseau électrique.

Le régime transitoire électromécanique d'une machine est représenté par :

$$\dot{\delta}_i = \Delta\omega_i \quad (2.18)$$

$$M_i \cdot \Delta\dot{\omega}_i = P_{mi} - P_{ei} - D_i \Delta\omega_i \quad (2.19)$$

Avec  $i = 1, \dots, m$  et  $\Delta\omega_i = \omega_i - \omega_s$  et  $\omega_s$ , la fréquence de base en rad/s,  $m$  étant le nombre de générateurs dans le réseau.  $\delta_i$ ,  $\Delta\omega_i$ ,  $P_{mi}$ ,  $P_{ei}$ ,  $M_i$  et  $D_i$  sont respectivement, l'angle rotorique, la déviation de la vitesse de l'arbre, la puissance mécanique, la puissance électrique, les constantes d'inertie et d'amortissement de la machine  $i$ .

Dans ce modèle, la puissance mécanique de chaque machine est supposée constante. La puissance électrique générée par la machine  $i$  est donnée comme suit :

$$P_{ei} = E_i^2 |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^m |E_i| |E_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad (2.20)$$

Où l'amplitude la tension  $E_i$  derrière la réactance transitoire est supposée constante :

$$E_i = |E_i| e^{j\delta_i} \quad (2.21)$$

Les charges sont représentées par des impédances passives ajoutées à la matrice admittance réduite aux nœuds internes des machines dont les éléments s'écrivent :

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| e^{j\theta_{ij}} \quad (2.22)$$

En exprimant les éléments de la matrice admittance dans une forme complexe telle que :

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (2.23)$$

Où les parties réelles et imaginaires sont données ci-dessous :

$$G_{ij} = |Y_{ij}| \cos \theta_{ij} \quad (2.24)$$

$$B_{ij} = |Y_{ij}| \sin \theta_{ij} \quad (2.25)$$

L'expression de la puissance électrique (2.20) peut alors s'écrire comme suit :

$$P_{ei} = E_i^2 G_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^m |E_i| |E_j| (G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)) \quad (2.26)$$

L'emploi de ce modèle classique est restreint exclusivement à l'identification des groupes cohérents. Les résultats restent valables pour tous les modèles complets et détaillés des machines qu'on utilisera dans les étapes de regroupement.

La linéarisation du modèle (2.18) et (2.19) autour d'un point d'équilibre stable donne :

$$\Delta \dot{\delta}_i = \Delta \omega_i \quad (2.27)$$

$$\Delta \dot{\omega}_i = -\frac{\Delta P_{ei}}{M_i} - \frac{\Delta D_i}{M_i} \Delta \omega_i \quad (2.28)$$

Dans une représentation d'état les équations (2.27) et (2.28) s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \omega \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \omega \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Où  $\mathbf{0}$  et  $\mathbf{1}$  sont des matrices ( $m \times m$ ) nulle et unitaire respectivement.  $\mathbf{D} = \text{diag}(D_i)$  et  $\mathbf{K}$  est une matrice  $m \times m$  dont les éléments  $K_{ij}$  sont définis en fonction des admittances du réseau et du point d'équilibre, comme suit :

$$K_{ij} = -\frac{\partial \Delta P_{ei}}{\partial \Delta \delta_j} \quad i \neq j \quad (2.30)$$

$$= |E_i| |E_j| (B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j))$$

$$K_{ii} = -\frac{\partial \Delta P_{ei}}{\partial \Delta \delta_i} \quad (2.31)$$

$$= -\sum_{k=1, k \neq i}^m [|E_i| |E_k| (B_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k) - G_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k))] ]$$

En négligeant, d'une part, les constantes d'amortissement  $D_i$  qui, en fait, n'affectent pas considérablement la fréquence des modes oscillatoires et d'autre part, les termes  $G_{ij}$  (ou conductances) qui sont généralement petits relativement aux termes  $B_{ij}$ , on peut réduire le système (2.29) à une représentation de deuxième ordre comme suit :

$$\Delta \ddot{\delta} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K} \Delta \delta \quad (2.32)$$

Avec :

$$\mathbf{M} = \text{diag}(M_1, M_2, \dots, M_m) \quad (2.33)$$

Les expressions de  $K_{ij}$  deviennent :

$$K_{ij} = E_i E_j B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (2.34)$$

$$K_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^m K_{ij} \quad (2.35)$$

À partir de (2.30) et (2.31), on déduit que la matrice  $\mathbf{K}$  est symétrique lorsque la matrice  $\mathbf{B}$  l'est aussi, ce qui est vrai dans le cas d'un réseau électrique sans transformateurs déphaseurs. En général, les éléments  $B_{ij}$  sont positifs et les écarts  $(\delta_i - \delta_j)$  sont petits, ce

qui rend  $\mathbf{K}$  une matrice semi définie négative et les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$  sont alors négatives ou nulles.

### 2.5.1.1 Caractéristiques de la matrice $\mathbf{K}$

La matrice d'état  $\mathbf{K}$  a des propriétés structurelles très importantes pour l'analyse modale d'un réseau électrique. C'est une matrice dite de réseau car elle est étroitement liée à la matrice admittance réduite du réseau à laquelle sont ajoutées les charges représentées par des admittances constantes [36].

- $\mathbf{K}$  est symétrique si le réseau ne contient pas de transformateurs déphaseurs;
- La somme des éléments non diagonaux de chaque ligne est égale au négatif de l'élément diagonal (équation 2.35);
- $\mathbf{K}$  est une matrice semi définie négative à diagonale dominante ayant des éléments diagonaux négatifs et les éléments non diagonaux positifs ou nuls. Elle est diagonalisable et possède, par conséquent, des valeurs propres réelles. C'est ainsi que toutes les valeurs propres  $\mu_i$  de  $\mathbf{K}$  sont réelles.

Si les constantes d'amortissement  $D_i$  ne sont pas négligées, néanmoins, ils sont supposés uniformes tels que [22]:

$$\frac{D_1}{M_1} = \frac{D_2}{M_2} = \dots = \frac{D_m}{M_m} = d \quad (2.36)$$

Alors, on montre que la relation entre les valeurs propres de la matrice d'état  $\mathbf{A}$  et celles de la matrice  $\mathbf{K}$  dans le système (2.29) s'écrit [22] :

$$\lambda_i^2 + d\lambda_i - \mu_i = 0 \quad (2.37)$$

$\lambda_i$  sont les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{A}$  et  $\mu_i$  sont les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{K}$ . Si on connaît les valeurs propres  $\mu_i$  de la matrice réduite  $\mathbf{K}$ , il est possible de déterminer les valeurs propres de la matrice augmentée  $\mathbf{A}$  à partir de l'équation (2.37) :

$$\lambda_i = -\frac{d}{2} \pm \sqrt{\frac{d^2}{4} + \mu_i} \quad (2.38)$$

Ce résultat montre que l'on peut évaluer la stabilité du système (2.29) en connaissant seulement les valeurs propres de la sous matrice  $\mathbf{K}$  et la constante d'amortissement  $d$ . Évidemment, le calcul des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{K}$  de rang  $(n-1)$  est beaucoup moins fastidieux en terme de temps de calcul que la détermination des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{A}$  qui est de rang  $(2n-2)$ .

Par ailleurs, si on néglige la constante d'amortissement  $d$ , pour des valeurs propres  $\mu_i$  négatives correspondent des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{A}$  purement imaginaires de valeurs  $\mp\sqrt{\mu_i}$ , le système serait alors purement oscillatoire non amorti.

Les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{A}$  du système (2.29) représentent les modes d'oscillations naturelles du réseau. Il ressort de l'analyse modale que la matrice  $\mathbf{A}$  renferme trois types de valeurs propres [35] :

- Une valeur propre nulle correspond au centre de gravité de tous les angles du système (référence absolue);
- une petite valeur propre réelle négative correspond au centre d'inertie des vitesses angulaires (fréquence du système);
- les  $(n-1)$  paires de modes oscillatoires légèrement amortis de fréquences allant de 0.05 à 2 Hz. La présence des systèmes de commande rend ces modes beaucoup plus amortis en amplitude mais très peu en fréquence.

Les modes non oscillatoires, appelés modes globaux ont des fréquences nulles. Ils sont représentés par les deux premières valeurs propres réelles. Les modes interzones représentant les modes les plus lents, se produisant entre variables de différentes zones

et ayant des fréquences allant de 0.05 à 1Hz et les modes locaux sont les modes qui se produisent entre variables d'une même zone, leurs fréquences sont supérieures à 1 Hz.

**Remarque :** Il est possible d'éliminer la valeur propre nulle de la matrice  $\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K}$  en considérant une des variables (angles) comme étant la référence et exprimer toutes les autres variables par rapport à cette variable de référence. On réécrit alors le système (2.32) en termes de différences d'angles (ou angles relatifs). On dit que le système est dans un référentiel relatif, il est asymptotiquement stable si ses  $(n-1)$  valeurs propres sont négatives. Par contre, le système original (2.32) qui est dans un référentiel absolu est marginalement stable.

## 2.5.2 Identification des groupes cohérents

La première étape de la méthode de cohérence lente consiste à calculer les valeurs propres de la matrice  $\mathbf{K}$  ( $m \times m$ ) définie dans (2.29). Ensuite, on choisit le nombre de zones correspond aux plus petites valeurs propres, soit  $r$ , ce nombre. Le choix de ce nombre est examiné dans la section suivante [38].

### 2.5.2.1 Choix du nombre de zones

Le nombre de zones dépend de beaucoup de paramètres, la connaissance du réseau, la nette séparation entre les modes lents et rapides, les objectifs de l'étude, la capacité de simulation disponible, la comparaison des indices de cohérence, ... etc.

En effet, la question qui est souvent posée c'est comment choisir le nombre de modes lents. En pratique, ce nombre peut être choisi librement puisque la notion de cohérence n'est pas définie d'une façon absolue. Dans ce qui suit, nous examinons la relation entre la cohérence et l'ensemble des modes lents choisis. Le choix optimal c'est celui pour lequel les différentes zones du réseau soient partitionnées le long des frontières

faiblement connectées. Ceci est le résultat de la séparation des échelles de temps entre le modèle interzone et les modèles locaux ainsi que le découplage entre les différents modèles locaux [8].

La relation fondamentale entre les faibles connexions et les échelles de temps est due au fait que dans un grand réseau électrique, il existe toujours des groupes de machines qui interagissent fortement de telle sorte que l'interaction entre les machines du même groupe est beaucoup plus forte que celle entre machines de différents groupes. L'étude des transitoires rapides de ces systèmes peut se faire en analysant individuellement les groupes de machines comme des systèmes isolés. Par contre, pour les études du comportement long terme, cette décomposition est en général erronée. En effet, une faible interaction entre groupes va devenir significative après quelques périodes de temps. Pour étudier les comportements long terme, chaque groupe peut être représenté par une variable regroupée (variable représentant toutes les variables du même groupe). L'interconnexion entre les variables regroupées des différents groupes forme le modèle regroupé ou modèle équivalent.

Il a été fréquemment observé dans les systèmes physiques réels que, dans le long terme, des machines d'un même groupe sont cohérentes par rapport aux modes lents. Par exemple, dans les réseaux électriques, les mouvements rapides non cohérents sont typiquement attribués aux machines près de la perturbation. Cependant les groupes suffisamment loin de la perturbation exhibent des mouvements cohérents lents.

On montre que la cohérence lente est présente dans les réseaux lorsque les connexions entre différentes zones sont faibles. Ces réseaux ont des propriétés importantes dans les applications pratiques :

- Le découplage entre les transitoires rapides se produisant dans les zones différentes;

- Les transitoires rapides ont un effet négligeable sur le comportement cohérent des machines;
- La cohérence lente est satisfaite non pas par rapport aux inerties comparables et aux connexions entre machines mais plus par rapport aux faibles connexions entre groupes cohérents.

Un autre avantage de la cohérence lente est dû au fait que ses propriétés ne dépendent pas de la linéarité, elles peuvent être étendues aux systèmes non linéaires [8].

C'est ainsi qu'une répartition des réseaux en zones faiblement connectées entre elles est plus rigoureux physiquement car elle assure une forte connexion entre les variables dans un même groupe. Dans les réseaux électriques très larges, il n'est pas souvent facile d'identifier visuellement ces faibles connexions entre différentes zones. L'analyse modale permet de déterminer les modes lents et rapides du système, s'il n'y a pas une séparation nette entre ces différents modes, on détermine l'écart le plus élevé entre deux modes successifs représentés par les valeurs propres  $\lambda_r$  et  $\lambda_{r+1}$ , soit :

$$\varepsilon = |\lambda_r| \leq |\lambda_{r+1}| \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.39)$$

Pour revenir à l'algorithme de répartition, une fois le nombre de zones choisi, l'étape subséquente consiste à calculer la matrice  $\mathbf{U}$  ( $rxm$ ) des vecteurs propres correspondants aux  $r$  valeurs propres sélectionnées. Ensuite, l'algorithme d'élimination de Gauss avec pivotement complet est appliqué sur la matrice  $\mathbf{U}$ . Ainsi, on obtient les lignes les plus linéairement indépendantes. Ces lignes correspondent aux valeurs propres des générateurs de référence définissant chacun une zone, soit donc  $r$  générateurs de référence.

Pour affecter les  $(m-r)$  générateurs restants aux différentes zones, on partitionne la matrice  $\mathbf{U}$  en deux sous matrices  $\mathbf{U}_r$  ( $rxr$ ) et  $\mathbf{U}_{m-r}$  ( $(m-r) \times r$ ), tel que la première

contient les vecteurs propres des  $r$  générateurs de référence et la deuxième, les vecteurs propres des  $m-r$  générateurs restants.  $\mathbf{U}$  est alors ordonnée comme suit [37] :

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_r \\ \mathbf{U}_{m-r} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Ensuite, on définit la matrice de regroupement  $\mathbf{L}$  qui est la solution de l'équation suivante :

$$\mathbf{U}_r^T \cdot \mathbf{L}^T = \mathbf{U}_{m-r}^T \quad (2.41)$$

La matrice  $\mathbf{L}$  ( $m-r \times r$ ) est utilisée pour affecter chacun des générateurs restants à la zone correspondante, en tenant compte de la plus grande valeur dans chaque ligne de  $\mathbf{L}$ . Cette matrice est la matrice de répartition du réseau, elle est composée de  $r$  colonnes (pour  $r$  modes lents) correspondant aux machines de références et ( $m-r$ ) lignes correspondant aux générateurs restants qui sont affectés aux machines de référence selon l'élément le plus élevé de chaque ligne de la matrice de regroupement. L'algorithme se termine à cette étape. La figure 5 résume les étapes d'identification des groupes cohérents.

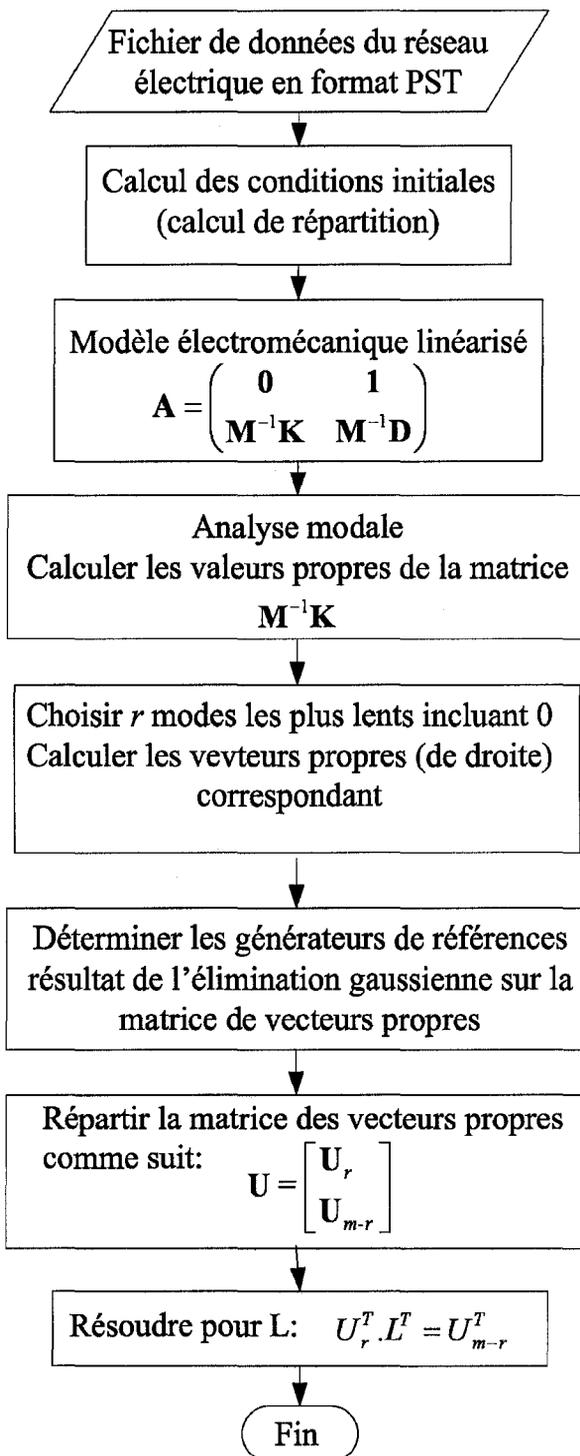


Figure 5 Algorithme d'identification des groupes cohérents