

CHAPITRE 5

MODÉLISATION

5.1 Mise en contexte

Comme on l'a décrit au troisième chapitre, le courant de charge mesuré (équation 3.28) est une somme de trois contributions de courant (capacitif, absorption et fuite). Faire une évaluation de l'état d'un système d'isolation d'un enroulement statorique revient à connaître l'ampleur des différentes composantes de ce courant, particulièrement le courant de fuite traversant ce système d'isolation. Donc, il faut isoler les trois contributions du courant mesuré. Le courant capacitif est dépendent des composantes du système de mesure (résistance en série, capacité de l'échantillon) et de la durée de l'essai, décrivant ainsi seulement les conditions du système de mesure et non pas du système d'isolation. Autrement dit, il n'agit pas d'une manière directe sur le comportement diélectrique. Ce courant est initialement connu et calculé, ce qui réduit les calculs à seulement deux contributions de courant (absorption et fuite). Pour séparer ces dernières, on fait appel au principe de modélisation (expliqué plus loin) qui revient à modéliser le courant mesuré ou plutôt à donner un modèle mathématique au courant mesuré puis calculer les paramètres inconnus reliés aux deux courants d'absorption et de fuite (équation 5.3). Ces paramètres inconnus, en l'occurrence la conductivité σ , la composante haute fréquence de la permittivité relative ϵ_{∞} , et la fonction de la réponse diélectrique $f(t)$, sont utilisés pour décrire un matériau isolant linéaire, homogène et isotropique dans le domaine temporel. Une des possibilités de calcul est de procéder analytiquement en utilisant la transformée de Fourier de telle façon à ce que l'intégrale de convolution de l'équation (5.3) puisse être résolue analytiquement menant à un système d'équations linéaire [53]. Le problème avec cette approche, en plus de sa difficulté de calcul, est que beaucoup de fonctions de réponse diélectrique sont des fonctions à changement rapide sur plusieurs décades (grande dynamique) menant ainsi à

un système d'équations linéaire avec un coefficient de matrice mal conditionné. Pour les essais en montée progressive à haute tension continue, une possibilité [43] beaucoup plus simple, est de tracer une droite correspondante au courant de charge une fois que le courant capacitif est devenu constant (figure 33), et de considérer que le courant d'absorption obéit à cette forme de droite pour le reste de la courbe du courant versus la tension. Mais cette approche est imprécise et inexacte et occasionnellement mène à des situations pour lesquelles le courant de conduction serait négatif (figure 34). Il s'en suit une surestimation du courant d'absorption et une sous-estimation du courant de fuite.

Dans ce travail, la composante haute fréquence de la permittivité relative ϵ_∞ n'est pas calculée puisqu'on utilise la capacité haute fréquence C de l'échantillon telle que lue par le multimètre qui contient le paramètre ϵ_∞ suivant l'équation suivante :

$$C = C_0 \epsilon_\infty \quad (5.1)$$

Ainsi notre modèle se résume en deux inconnus : la fonction de la réponse diélectrique $f(t)$ et la résistance de l'échantillon R_c qui est reliée à la conductivité par la relation (5.6).

Pratiquement et comme on va le voir plus loin, ces deux paramètres vont nous permettre de séparer les trois contributions du courant de charge (courant capacitif, courant de conduction et courant d'absorption). La deuxième nouveauté de notre travail, dans le cadre de ce mémoire de maîtrise, est l'utilisation de la transformée de Laplace [64] pour modéliser le courant de charge total. Malgré les approximations qu'elle exige (expliquées plus loin), cette technique s'avère très facile et très efficace. L'estimation des paramètres propres au matériau d'isolation (R_c et $f(t)$) est réalisée par le biais d'une régression linéaire simple ou multiple de la courbe du courant de charge en employant le principe de minimisation. Cette technique sera expliquée au long de ce chapitre.

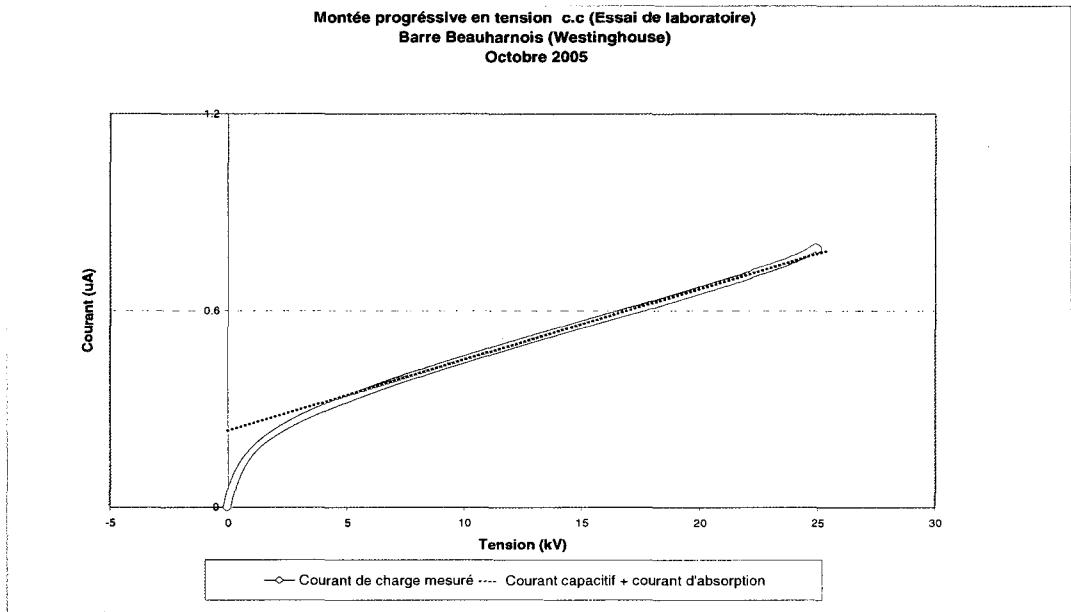


Figure 33 Modélisation en supposant un courant d'absorption linéaire

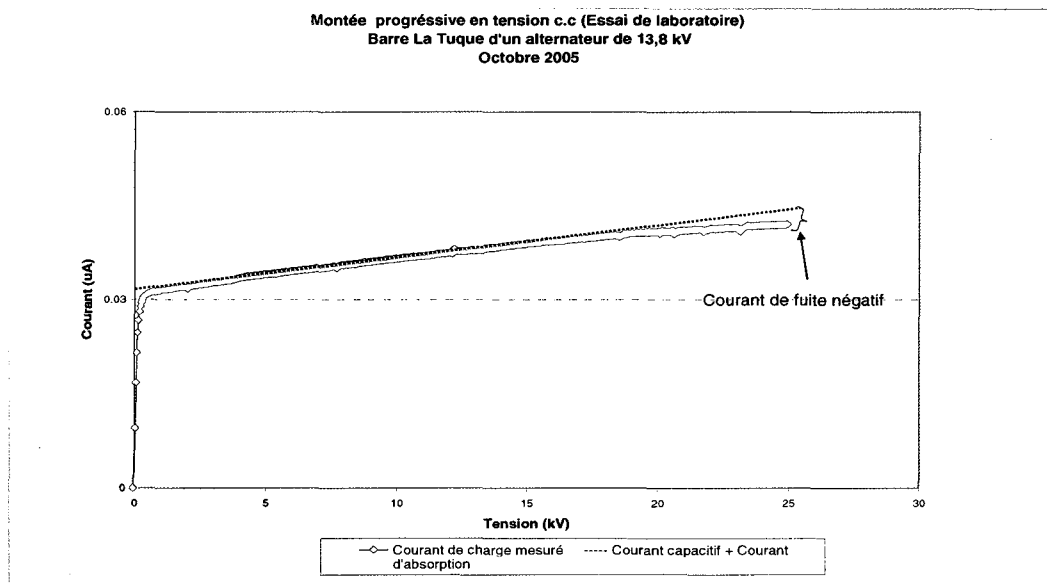


Figure 34 Modélisation en supposant un courant d'absorption linéaire

5.2 Principe de la modélisation

5.2.1 Définition

La modélisation trouve sa justification dans l'explication et la prédiction du phénomène temporel. Dans un modèle, on explique les variations de la variable d'intérêt, dite variable dépendante ou variable expliquée (dans notre cas le courant de charge) par les variations d'un ensemble d'autres variables dites explicatives ou variables indépendantes (dans notre cas le temps). L'explication permet de prédire les valeurs que peut prendre la variable expliquée selon celles prises par les variables explicatives. Elle représente le comportement d'une grandeur naturelle par une expression comportant une partie déterministe (une fonction) et une partie aléatoire. La partie déterministe est ce qui permet de décrire le comportement de la moyenne du phénomène (le comportement moyen). La partie aléatoire est le différentiel entre la vraie valeur étudiée et la partie déterministe.

5.2.2 Le modèle linéaire

Le modèle linéaire généralisé est sans doute l'outil le plus général, le plus utile et, par conséquent, le plus utilisé de la panoplie des instruments dévolus à la modélisation [65]. Il est connu sous le nom de régression linéaire simple ou multiple et se présente de la façon suivante :

$$\begin{array}{ll}
 Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i ; & \text{Régression simple} \\
 Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i ; & \text{Régression multiple}
 \end{array} \quad (5.2)$$

Y_i est la variable dépendante (le courant de charge) exprimée en fonction d'une variable explicative X (le temps). L'erreur ε_i (encore appelée « résidu aléatoire ») est non corrélée linéairement avec X . De plus son espérance $E(\varepsilon) = 0$. $\beta_0, \beta_1 \dots \beta_k$ sont des coefficients de l'équation de régression.

5.2.3 Les objectifs d'une étude de régression

Les objectifs d'une étude de régression sont de déterminer dans quelle mesure la droite de régression est utile à expliquer la variation existante dans les observations du courant de charge. Cette approche nous permettra également de présenter une autre façon de tester si la régression est significative, test effectué à l'aide d'un rapport de variances.

Les objectifs de l'analyse de la variance en régression linéaire sont :

1. Le modèle de régression linéaire simple ou multiple nous permet d'identifier les composantes qui peuvent contribuer de façon importante à expliquer les fluctuations dans les mesures du courant de charge.
2. L'analyse de la variance va nous permettre :
 - a) de quantifier la variation totale dans les observations ou les mesures et de décomposer en deux sources de variation : soit une variation attribuable à la régression soit une variable résiduelle;
 - b) de vérifier, à l'aide d'un tableau d'analyse de la variance, si la source de variation attribuable à la régression est significative;
 - c) de définir un indice qui donne une mesure descriptive de la qualité de l'ajustement des points expérimentaux (temps t , courant de charge) par la droite de régression.

5.3 Position du problème

Si la conductivité σ , la composante haute fréquence de la permittivité relative ϵ_{∞} et la fonction de la réponse diélectrique $f(t)$ de l'échantillon sont connues, il est possible au moins numériquement de calculer le courant total de charge. Mais cela n'est pas souvent le cas. Habituellement on a donc à résoudre le problème inverse.

En effet, à partir des mesures ou des observations du courant de charge total, on retire les paramètres inconnus de l'équation de régression (dans notre cas, la résistance R_c et la

fonction de réponse diélectrique $f(t)$) en employant une routine de minimisation pour réduire au minimum l'écart type par rapport aux valeurs mesurées. Cependant, cette méthode fonctionne bien quand la forme de la fonction de la réponse diélectrique est connue et peut être décrite avec une simple fonction analytique paramétrée (figure 14).

5.3.1 Calcul des paramètres inconnus de l'équation de régression

Reprenant l'équation (3.8) présentée dans le troisième chapitre :

$$i(t) = C_0 \left[\frac{\sigma}{\varepsilon_0} u(t) + \varepsilon_\infty \frac{du(t)}{dt} + \frac{d}{dt} \int_0^t f(t-\tau) u(\tau) d\tau \right] \quad (5.3)$$

La capacité à vide de l'échantillon C_0 est reliée à la résistance R_c de ce même échantillon par la formule (5.6) suivante :

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{l}{d} \Rightarrow \frac{l}{d} = \frac{C_0}{\varepsilon_0} \quad (5.4)$$

$$R_c = \frac{d}{l\sigma} \Rightarrow \frac{l}{d} = \frac{1}{R_c\sigma} \quad (5.5)$$

$$\frac{C_0}{\varepsilon_0} \sigma = \frac{1}{R_c} \quad (5.6)$$

avec :

ε_0 : Permittivité du vide (= 8.85×10^{-12} F/m)

l : Surface des plaques (les deux armatures formant le condensateur de l'échantillon), [m^2].

d : La distance entre les deux plaques, [m].

σ : Conductivité électrique propre à l'échantillon, [$(\Omega m)^{-1}$].

C_0 : Capacité à vide, [F].

R_c : Résistance de l'échantillon [Ω].

Donc l'équation (5.3), en y insérant les deux équations (5.1) et (5.6), devient :

$$i(t) = \frac{u(t)}{R_c} + C \frac{du(t)}{dt} + C_0 \frac{d}{dt} \int_0^t f(t-\tau) u(\tau) d\tau \quad (5.7)$$

Un modèle équivalent simple de l'isolation statorique employé pour décrire les pertes relatives et tenant compte des divers phénomènes diélectriques qui se produisent pendant l'essai à haute tension est représenté sur la figure 35-a.

La figure 35-b est le schéma simplifié dans le domaine de Laplace avec C^* et R_c représentent tous les effets de charge, de polarisation, de conduction, d'ionisations et de pertes diélectriques [43].

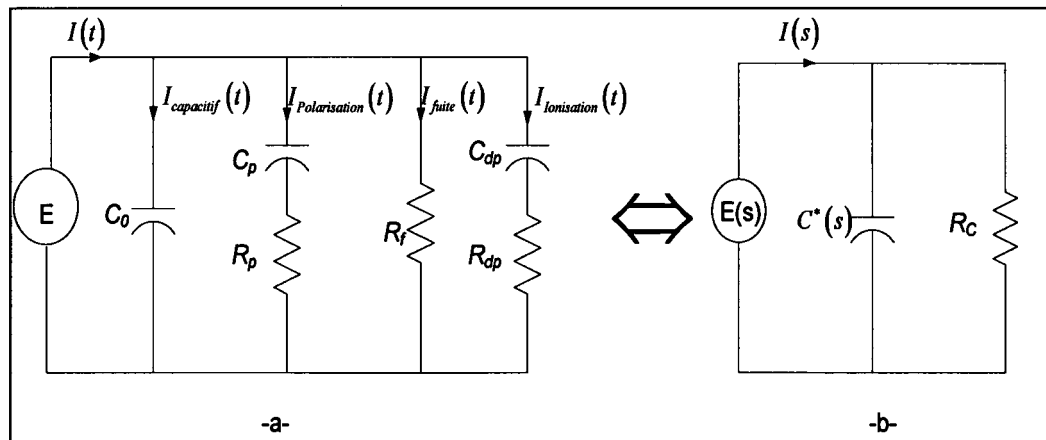


Figure 35 -a- Schéma équivalent d'un enroulement d'isolation statorique dont les mécanismes de polarisation diélectriques sont combinés.
-b- Schéma simplifié.

Si on remplace les équations (5.1) et (5.6) dans l'équation (3.10) (voir chapitre 3) nous obtenons l'équation suivante :

$$i_{ch}(t) = \frac{U_c}{R_c} + U_c C \delta(t) + U_c C_0 f(t) \quad 0 \leq t \leq t_{ch} \quad (5.8)$$

La transformée de Laplace, désignée par la lettre L (Annexe 2), de l'équation (5.7) donne l'équation du courant $i(t)$ dans le domaine de Laplace $I(s)$. Ce courant est défini par l'équation suivante :

$$I(s) = L(i(t)) = \frac{U(s)}{R_c} + sCU(s) + sC_0F(s)U(s)$$

$$I(s) = \frac{U(s)}{R_c} + s[C + C_0F(s)]U(s)$$

$$I(s) = \frac{U(s)}{R_c} + sC(s)U(s) \quad (5.9)$$

avec : $U(s) = L(U_c)$

$$L(\delta(t)) = 1$$

$$F(s) = L(f(t))$$

$C(s) = [C + C_0F(s)]$ est la capacité universelle Laplacienne.

Si on ajoute à la figure 35-b une résistance de mesure en série R_s (figure 36), avec l'échantillon on obtient dans le domaine de Laplace le circuit suivant :

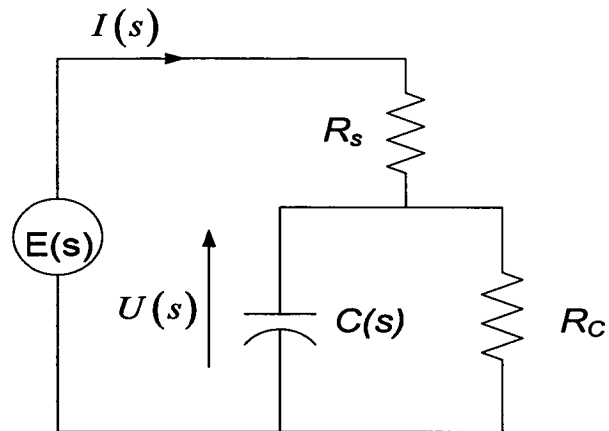


Figure 36 Approche circuiterie

avec : R_s est résistance série et R_c est la résistance de l'échantillon

Selon la figure 36, $U(s)$ est égale:

$$U(s) = E(s) - R_s I(s) \quad (5.10)$$

Remplaçons cette équation dans (5.9), nous aurons :

$$I(s) = \frac{E_s(s) - R_s(s)I(s)}{R_c} + Cs(E_s(s) - R_s(s)I(s)) + C_0F(s)(E_s(s) - R_s(s)I(s)) \quad (5.11)$$

Après quelques manipulations on aura:

$$I(s) + \frac{R_s}{R_c} I(s) + R_s s I(s) [C + C_0 F(s)] = E(s) \left[\frac{1}{R_c} + s \{C + C_0 F(s)\} \right] \quad (5.12)$$

Insérons la capacité universelle Laplacienne. L'égalité (5.12) devient :

$$I(s) \left\{ 1 + \frac{R_s}{R_c} + R_s s C(s) \right\} = E(s) \left[\frac{1}{R_c} + s C(s) \right]$$

$$I(s) = \frac{E(s) \left[\frac{1}{R_c} + sC(s) \right]}{\left\{ 1 + \frac{R_s}{R_c} + sR_s C(s) \right\}}$$

$$I(s) = \frac{E(s)}{R_s + \left(\frac{1}{R_c} + sC(s) \right)^{-1}} \quad (5.13)$$

Pour tous les échantillons examinés lors de nos mesures, vieilli et non vieilli, le comportement diélectrique dans la plage de temps de 10 s à 1 000 s rapporte une réponse diélectrique plate caractérisée par un courant d'absorption suivant la forme de Curie-Von Schweidler [17], et exprimé par:

$$I_{absorption}(t) = CU_c K t^{-n} \quad (5.14)$$

avec n étant l'exposant d'absorption compris entre 0 et 1, C étant la capacité haute fréquence de l'échantillon telle que lue par un multimètre et U_c est le niveau de l'échelon de tension. La valeur du nouveau paramètre K, [s^{n-1}], est liée aux pertes diélectriques et elle dépend fortement de la nature de la résine de liaison et du degré de réticulation.

L'équation (5.8), présentée précédemment, est la somme de deux courants (conduction et absorption) pendant le temps de charge puisque le courant capacitif décroît rapidement et devient négligeable. Pour des valeurs de temps de charge supérieure à zéro, le paramètre $U_c C \delta(t)$ de l'équation (5.8) est nul. De ce fait, la contribution d'absorption de l'équation (5.8) se réduit à :

$$I_{Absorption}(t) = U_c C_0 f(t) \quad 0 < t \leq t_{ch} \quad (5.15)$$

Donc, si on remplace le coté gauche de l'équation (5.14) par l'équation (5.15), la fonction de la réponse diélectrique f(t) sera égale à :

$$f(t) = \frac{C}{C_0} K t^{-n} \quad (5.16)$$

Dans le domaine de Laplace l'équation (5.16) est égale à :

$$F(s) = L(f(t)) = \frac{C}{C_0} K \Gamma(1-n) s^{n-1} \quad (5.17)$$

Si on remplace l'équation (5.17) dans le paramètre $sC(s)$ de l'équation (5.13), nous aurons :

$$sC(s) = sC + CK\Gamma(1-n)s^n$$

Posons $B = CK\Gamma(1-n)$, alors :

$$sC(s) = sC + Bs^n \quad (5.18)$$

Pour une rampe de tension $E(t) = \alpha t$ (α est le rapport dV/dt , appelée aussi la pente), $E(s)$ est égal à :

$$E(s) = L(E(t)) = \frac{\alpha}{s^2} \quad (5.19)$$

Si on remplace les deux équations (5.18) et (5.19) dans l'équation (5.13) et faisant quelques arrangements, le courant $i(t)$ sera égal à :

$$i(t) = L^{-1} \left\{ \frac{\alpha \left\{ \frac{1}{R_c} + sC + Bs^n \right\}}{s^2 \left\{ 1 + \frac{R_s}{R_c} + R_s (sC + Bs^n) \right\}} \right\} \quad (5.20)$$

avec L^{-1} désigne la transformée de Laplace inverse (Annexe 2).

On pratique, l'ordre de grandeur de la résistance en série R_s est de quelques $M\Omega$ (chez Hydro-Québec R_s est de l'ordre de $10 M\Omega$ et elle de l'ordre de $1 M\Omega$ chez Manitoba-

Hydro). La résistance R_c , comme on va le voir dans le prochain chapitre, est de l'ordre de quelques $G\Omega$, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{R_s}{R_c} \ll 1$$

On peut aussi écrire pour des grandes valeurs de s et de n , ce qui suit :

$$Bs^n \ll sC$$

Tenant compte de ces deux approximations, l'équation (5.20) devient :

$$i(t) = L^{-1} \left[\frac{\alpha \left\{ \frac{1}{R_c} + sC + Bs^n \right\}}{s^2 \{1 + R_s sC\}} \right]$$

$$i(t) = \alpha L^{-1} \left\{ \frac{1/R_c}{s^2 \{1 + R_s sC\}} \right\} + \alpha L^{-1} \left\{ \frac{C}{s \{1 + R_s sC\}} \right\} + \alpha L^{-1} \left\{ \frac{Bs^{n-2}}{\{1 + R_s sC\}} \right\} \quad (5.21)$$

Prenons la constante de temps : $\tau = R_s C$

L'équation (5.21) par identification à l'équation (3.14) (voir chapitre 3), on tire les égalités suivantes :

$$i_{Conduction}(t) = \alpha L^{-1} \left\{ \frac{1/R_c}{s^2 \{1 + \tau s\}} \right\} = \frac{\alpha}{R_c} (t - \tau + \tau e^{-t/\tau}) \quad (5.22)$$

$$i_{Capacitif}(t) = \alpha L^{-1} \left\{ \frac{C}{s \{1 + \tau s\}} \right\} = \alpha C (1 - e^{-t/\tau}) \quad (5.23)$$

$$i_{Absorption}(t) = \alpha L^{-1} \left\{ \frac{Bs^{n-2}}{\{1 + \tau s\}} \right\} = \frac{\alpha B}{\tau} L^{-1} \left\{ \left(\frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} \right) \bullet (s^{n-2}) \right\} \quad (5.24)$$

Posons : $H(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}}$ et $G(s) = s^{n-2}$, selon le théorème de Laplace (produit de

convolution, Annexe 2), on écrit :

$$L^{-1}(G(s) \bullet H(s)) = \int_0^t G(x)H(t-x)dx$$

avec :

- x et t sont des variables temporelles
- $G(x) = L^{-1}(G(s)) = \frac{x^{1-n}}{\Gamma(2-n)}$
- $H(t) = L^{-1}(H(s)) = e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $H(t-x) = e^{-\frac{(t-x)}{\tau}}$

L'équation (5.24) devient alors :

$$i_{Absorption}(t) = \frac{\alpha B e^{-t/\tau}}{\tau \cdot \Gamma(2-n)} \int_0^t x^{1-n} e^{x/\tau} dx \quad (5.25)$$

Pour développer cette l'intégrale de cette équation, il faut intégrer par partie.

Posons :

$$f(x) = x^{1-n} \Rightarrow f'(x) = (1-n)x^{-n} \quad \text{et} \quad g'(x) = e^{x/\tau} \Rightarrow g(x) = \tau e^{x/\tau} - \tau$$

Selon le théorème de l'intégration par partie, on a :

$$\int_a^b g'(x) f(x) dx = g(x) f(x) \Big|_a^b - \int_a^b g(x) f'(x) dx$$

L'équation (5.25) devient :

$$i_{Absorption}(t) = \frac{\alpha B e^{-t/\tau}}{\tau \cdot \Gamma(2-n)} \left[\left((\tau e^{x/\tau} - \tau) \bullet (x^{1-n}) \Big|_0^t \right) - (1-n) \int_0^t (\tau e^{x/\tau} - \tau) x^{-n} dx \right] \quad (5.26)$$

On remarque directement que l'équation (5.26) diverge lorsque $x = 0$, puisque le terme $x^{-n} \rightarrow \infty$ à $x = 0$. Pour contourner cette divergence, on introduit le paramètre m qui prend une valeur la plus proche de zéro mais supérieure de zéro. Ce qui implique qu'on intègre entre m et t au lieu de 0 à t l'intégrale de l'équation (5.25). Donc l'équation (5.26) devient :

$$i_{Absorption}(t) = \frac{\alpha B e^{-t/\tau}}{\tau \cdot \Gamma(2-n)} \left[\left(\left(\tau e^{x/\tau} - \tau \right) \cdot \left(x^{1-n} \right) \right) \Big|_m^t - (1-n) \int_m^t \left(\tau e^{x/\tau} - \tau \right) x^{-n} dx \right] \quad (5.27)$$

Après développement et simplification de l'équation (5.27), nous aurons :

$$i_{Absorption}(t) = \frac{\alpha B}{\Gamma(2-n)} t^{1-n} - \frac{\alpha B e^{-m/\tau}}{\Gamma(2-n)} m^{1-n} - \frac{\alpha B}{\Gamma(1-n)} \int_m^t e^{-(t-x)/\tau} x^{-n} dx \quad (5.28)$$

Le troisième terme de l'équation (5.28) est calculé en utilisant la méthode de trapèze [66] ce qui donne :

$$\int_m^t x^{-n} e^{-(t-x)/\tau} dx = \frac{(t-m) \left[m^{-n} e^{-(t-m)/\tau} + 2 \left(\sum_{i=1}^{g-1} \left(\frac{mg + i(t-m)}{g} \right)^{-n} e^{-(t-m)(g-i)/g\tau} \right) + t^{-n} \right]}{2g} \quad (5.29)$$

avec g est le nombre des trapèzes utilisés.

On pose par la suite :

$$W = \frac{-e^{-m/\tau}}{1-n} \cdot m^{1-n} - \int_m^t e^{-(t-x)/\tau} x^{-n} dx$$

$$W = \frac{-e^{-m/\tau}}{1-n} \cdot m^{1-n} - \frac{(t-m) \left[m^{-n} e^{-(t-m)/\tau} + 2 \left(\sum_{i=1}^{g-1} \left(\frac{mg + i(t-m)}{g} \right)^{-n} e^{-(t-m)(g-i)/g\tau} \right) + t^{-n} \right]}{2g}$$

L'équation (5.28) devient :

$$i_{Absorption}(t) = \frac{\alpha B}{\Gamma(2-n)} t^{1-n} + \frac{\alpha B}{\Gamma(1-n)} W \quad (5.30)$$

$$i_{ch}(t) = \alpha C \left(1 - e^{-t/\tau}\right) + \frac{\alpha}{R_c} \left(t - \tau + \tau e^{-t/\tau}\right) + \frac{\alpha B}{\Gamma(2-n)} t^{1-n} + \frac{\alpha B}{\Gamma(1-n)} W \quad (5.31)$$

5.3.1.1 Modèle approximé

Afin de faciliter les calculs, on a pris quelques approximations dans l'équation de courant de charge (5.31) lors de la régression pour garder que les variables explicatives à grandes influences sur la variable dépendante (courant total). Ce modèle va nous aider à calculer les paramètres R_c , K et n d'une manière moins compliquée. Ces approximations sont les suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\alpha B}{\Gamma(2-n)} t^{1-n} \gg \frac{\alpha B}{\Gamma(1-n)} W \\ t \gg \tau \left(e^{-t/\tau} - 1 \right) \text{ pour } t \gg \tau \end{cases} \quad (5.32)$$

Finalement l'équation (5.21) prend la forme :

$$\begin{aligned} i(t) &\cong \alpha C \left(1 - e^{-t/\tau}\right) + \frac{\alpha t}{R_c} + \frac{\alpha B t^{1-n}}{\Gamma(2-n)} \\ i(t) &\cong \alpha C \left(1 - e^{-t/\tau}\right) + \frac{\alpha}{R_c} t + \frac{\alpha C K}{(1-n)} t^{1-n} \end{aligned} \quad (5.33)$$

Le courant capacitif qui est égal à $\alpha C \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ est connu, donc on peut le transférer vers la partie gauche de l'équation (5.31) et on pose :

$$I'(t) = i(t) - i_{capacitif}(t) \cong \frac{\alpha}{R_c} t + \frac{\alpha C K}{(1-n)} t^{1-n} \quad (5.34)$$

Dans le calcul suivant, le but est de déterminer les paramètres inconnus de l'équation (5.33) qui sont R_c , K et n . Ces trois paramètres vont nous permettre d'isoler les trois contributions du courant de charge. On pose :

$$\begin{cases} X_{i1} = t \\ X_{i2} = t^{1-n} \end{cases}$$

avec X_{i1} et X_{i2} sont des variables explicatives et i est le nombre d'observations ou de mesures. La relation linéaire entre la variable dépendante $I'(t)$ et les variables explicatives est de la forme :

$$I'(t) = \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} \quad (5.35)$$

On veut estimer les paramètres β_1 et β_2 du modèle (équation 5.34) dont les moyennes et la variance des $I'_i(t)$, avec $i=1, \dots$, nombre de points ou d'observations, sont :

$$\begin{aligned} E(I'_i(t)) &= \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} \\ \text{Var}(I'_i(t)) &= \sigma^2, \text{ pour tout } i \end{aligned}$$

L'estimateur de $E(I'_i(t))$ est $\hat{I}'_i(t)$ où

$$\hat{I}'_i(t) = b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} \quad (5.36)$$

L'équation (5.36) représente l'équation de régression, et $e_i = I'_i(t) - \hat{I}'_i(t)$ est le résidu pour l' i ième observation, b_1 est l'estimateur de β_1 et b_2 est celui de β_2 .

Par correspondance entre les deux équations (5.34) et (5.36) on peut écrire :

$$b_1 = \frac{\alpha}{R_c} \quad (5.37)$$

$$b_2 = \frac{\alpha K C}{(1-n)} \quad (5.38)$$

On remarque qu'on a deux équations (b_1 et b_2) à trois inconnus (K , R_c et n) qu'on veut déterminer. Donc il nous faut au moins une troisième équation. Pour contourner cette difficulté on procède numériquement puisque la plage de variation de l'exposant n est connue. Cette plage est généralement entre 0,5 et 0,95. Dans une boucle on fait varier n

pour une plage de 0,5 à 0,95 à des incréments d'ordre de 0,005 (grandeur utilisée dans notre programme) et pour chaque valeur de n on fait une régression linéaire en utilisant le principe de minimisation pour trouver b_1 et b_2 qui donnent l'erreur résiduelle la plus petite. À l'issue de cette boucle on tire la valeur de n , b_1 et b_2 qui vont nous permettre de déterminer R_c et K .

La régression est faite juste sur la partie la plus stable de la courbe du courant de charge (entre les deux points début de régression et fin de régression) là où le comportement diélectrique est linéaire (figure 37)).

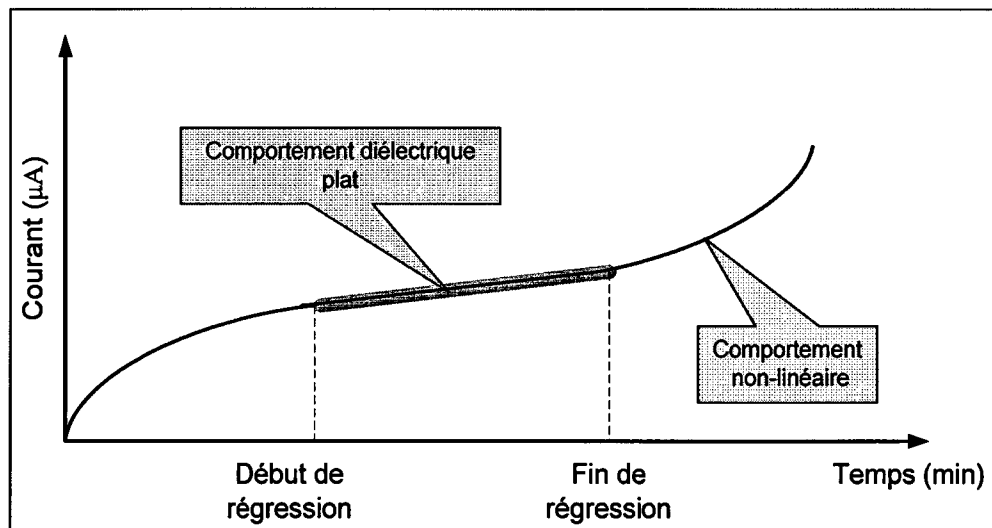


Figure 37 La partie droite de la courbe de charge utilisée pour la régression

Pour obtenir les expressions des deux estimateurs b_1 et b_2 on applique la méthode des moindres carrés qui consiste à minimiser la somme de carrés résiduelle ($\sum e_i^2$) par rapport à b_1 et b_2 sur l'intervalle allant du point début de régression jusqu'au point fin de régression dans une boucle on faisant varier n :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser} \left(\sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} e_i^2 \right) &= \text{Minimiser} \left(\sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} \left(I'_i(t) - \hat{I}'_i(t) \right)^2 \right) \\ &= \text{Minimiser} \left(\sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} \left(I'_i(t) - b_1 X_{i1} - b_2 X_{i2} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

On a recours aux d\u00e9riv\u00e9es partielles :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} e_i^2 \right)}{\partial b_1} &= 2 \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} \left(I'_i(t) - b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} \right) X_{i1} \\ \frac{\partial \left(\sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} e_i^2 \right)}{\partial b_2} &= 2 \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} \left(I'_i(t) - b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} \right) X_{i2} \end{aligned}$$

Annulant ces d\u00e9riv\u00e9es, et apr\u00e8s quelques arrangements nous obtenons le syst\u00e8me suivant :

$$\begin{aligned} b_1 \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} X_{i1}^2 + b_2 \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} X_{i1} X_{i2} &= \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} I'_i(t) X_{i1} \\ b_1 \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} X_{i1} X_{i2} + b_2 \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} X_{i2}^2 &= \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} I'_i(t) X_{i2} \end{aligned}$$

La forme matricielle des coefficients de r\u00e9gression, une fois le calcul matricielle est bien fait s'\u00e9crit :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} X_{i1}^2 & \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} X_{i1} X_{i2} \\ \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} X_{i1} X_{i2} & \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} X_{i2}^2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} X_{i1} I'_i(t) \\ \sum_{i=\text{d\u00e9but-regression}}^{\text{fin-regression}} X_{i2} I'_i(t) \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

À ce niveau là, n est connue (la valeur utilisée dans la boucle) les coefficients b_1 et b_2 sont connus. Ces trois valeurs donnent la plus petite erreur résiduelle entre le courant de charge modélisé et celui mesuré. Finalement R_c et K sont égales à :

$$R_c = \frac{\alpha}{b_1} \quad (5.40)$$

$$K = \frac{b_2(1-n)}{\alpha C} \quad (5.41)$$

5.3.1.2 Modèle exact

Ce modèle est équivalent au modèle approximé, déjà calculé, plus la partie négligée dans le modèle approximé, c'est-à-dire le paramètre $\frac{\alpha}{R_c} \left(\tau e^{-t/\tau} - \tau \right) + \frac{\alpha B}{\Gamma(1-n)} W$. Ceci va nous permettre de retrouver tous les paramètres de l'équation (5.31) et de compenser l'erreur due aux approximations prise dans le modèle approximé. L'équation (5.42) suivante représente le modèle complet sans approximation :

$$i_{ch}(t) = \underbrace{\alpha C \left(1 - e^{-t/\tau} \right)}_{\text{Modèle}} + \underbrace{\frac{\alpha t}{R_c} + \frac{\alpha B t^{1-n}}{\Gamma(2-n)}}_{\text{Approximé}} + \underbrace{\frac{\alpha}{R_c} \left(\tau e^{-t/\tau} - \tau \right) + \frac{\alpha B}{\Gamma(1-n)} W}_{\text{Partie Négligée dans le 1^{er} Calcul}} \quad (5.42)$$

Les valeurs de R_c , K et n restent les mêmes que celui du model approximé, mais comme on va le préciser dans les prochains paragraphes, les courants de fuite et d'absorption sont plus précis dans le modèle exact par rapport au modèle approximé.

5.3.2 Analyse de la variance et test de signification

L'analyse suivra les étapes suivantes :

- L'ampleur de la variabilité attribuable à l'écart expliqué par l'équation de régression et par l'écart résiduel ou inexpliqué par l'équation de régression à l'aide des sommes de carrés suivantes :

$$SC_{\text{régression}} = \sum_{i=\text{début-régression}}^{\text{fin-régression}} \left(b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} - \left(\frac{I'_i(t)}{\text{fin_regression} - \text{début_regression}} \right) \right)^2$$

$$SC_{\text{résiduelle}} = \sum_{i=\text{début-régression}}^{\text{fin-régression}} (I'_i(t) - b_1 X_{i1} - b_2 X_{i2})^2$$

$$SC_{\text{totale}} = SC_{\text{régression}} + SC_{\text{résiduelle}} = \sum_{i=\text{début-régression}}^{\text{fin-régression}} \left(I'_i(t) - \left(\frac{I'_i(t)}{\text{fin_regression} - \text{début_regression}} \right) \right)^2$$

avec : $SC_{\text{régression}}$ est la variation expliquée par la droite de charge, $SC_{\text{résiduelle}}$ est la variation résiduelle et SC_{totale} est la variation totale.

- L'analyse de régression comporte (P+1) paramètres à estimer à l'aide de S observations, les degrés de liberté des sommes de carrés précédentes se décomposent comme suit (tableau V) :

Tableau V

Degrés de liberté

Somme de carrés	Degrés de liberté
SC_{Totale}	S-1
$SC_{\text{régression}}$	P
$SC_{\text{résiduelle}}$	S - (P+1)

- Pour évaluer la qualité de l'ajustement de l'équation de régression entre la variable dépendante $I'(t)$ et l'ensemble des variables explicatives X_1 , X_2 et X_3 , on a recours au coefficient de détermination multiple, noté R^2 . Soit

$$R^2 = \frac{SC_{\text{régression}}}{SC_{\text{Totale}}}; \text{ avec } 0 \leq R^2 \leq 1$$

- On veut tester si la régression est significative dans son ensemble. Les hypothèses nulles et alternatives que l'on veut alors soumettre au test sont les suivantes :

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$ (aucune contribution significative des X_j)

$H_1 : \text{au moins un des } \beta_j \neq 0$ (au moins une variable, disons X_j apporte une contribution significative).

Pour effectuer le test, on a recours aux carrés moyens mentionnés précédemment. Il s'agit de comparer le carré moyen dû à la régression avec le carré moyen résiduel en calculant la quantité suivante :

$$F = \frac{SC_{\text{régression}} / P}{SC_{\text{résiduelle}} / (S - P - 1)}$$

Règle de décision : Rejeter H_0 et favoriser H_1 si : $F > F_{y,P,S-P-1}$ où $F_{y,P,S-P-1}$ est distribué selon la loi de Fisher (figure 38) avec P et S-P-1 degrés de liberté et un seuil de signification y).

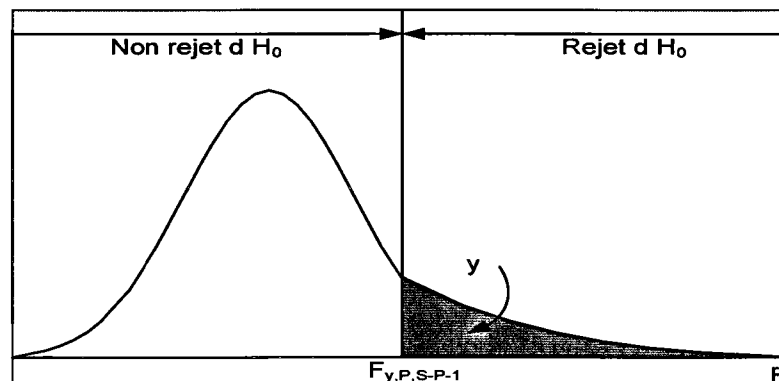


Figure 38 La distribution de la variance au seuil de signification y

5.4 Résultats et étude des cas

Un programme en Visual Basic a été développé pour les calculs des paramètres de modélisation du courant mesuré qu'on vient de détailler dans les précédents paragraphes de ce chapitre. Ce programme nous permet aussi de séparer le courant capacitif, le courant de fuite et le courant d'absorption du courant mesuré modélisé. Ce dernier est déterminé sur toute la période de charge et il apparaît superposé avec le courant de charge mesuré sur le graphe courant en fonction de la tension appliquée. Une courbe d'un courant de charge mesuré pour une isolation de masse en bon état se superposera bien avec celle de son modèle linéaire. Dans le cas d'une isolation dégradée, des non-linéarités apparaîtront sur la courbe du courant de charge mesuré par rapport au modèle linéaire (ce point sera bien élucidé au chapitre 6). Ces non-linéarités proviennent généralement du courant de fuite et donnent une idée sur l'ampleur du défaut de l'isolation de masse de l'enroulement statorique. Des essais ont été réalisés dans ce sens au laboratoire haute tension de l'École de Technologie Supérieure sur des échantillons (barres et bobines) de différentes technologies. Certains essais ont aussi été réalisés à l'IREQ. Un autre essai réalisé sur le terrain sera présenté lui aussi. Dans ce chapitre, le but de ces essais est de vérifier la qualité de la modélisation du courant de charge et de voir qu'elle précision le modèle exact donne t'on par rapport au modèle approximé. Des discussions et des interprétations sur ces essais ainsi que d'autres seront présentées au chapitre 6.

5.4.1 Mesures en laboratoire

Toutes les mesures ont été effectuées en utilisant un amplificateur de haute tension TREK (20 kV – 20 mA). Le courant a été mesuré via l'électromètre Keithley 6517A. Contrairement aux essais sur le terrain, le montage utilisé est un montage à deux électrodes actives. La résistance de mesure (résistance série) utilisée est une résistance de 2,53 G Ω pour tous les essais. Cette résistance donne une constante de temps comprise

entre 4,2 et 13,3 secondes selon les différents échantillons testés. Conséquemment, la constante de temps pour ces essais est du même ordre de grandeur que celle utilisée pour les essais sur le terrain où typiquement une résistance série de $10\text{ M}\Omega$ est utilisée pour un bobinage d'environ $1\ \mu\text{F}$ (constante de temps de l'ordre de 10 s). Toutes les mesures ont été effectuées en utilisant une pente de $1\text{ kV}/\text{min}$ jusqu'à 20 kV . La figure 39 illustre l'arrangement instrumental de mesure en laboratoire. Une photo prise lors des essais en laboratoire sur deux bobines du fabricant Westinghouse est aussi présentée à la figure 40. Ces bobines sont des bobines de réserve de la centrale Beauharnois. Elles ont été fabriquées dans les années 60.

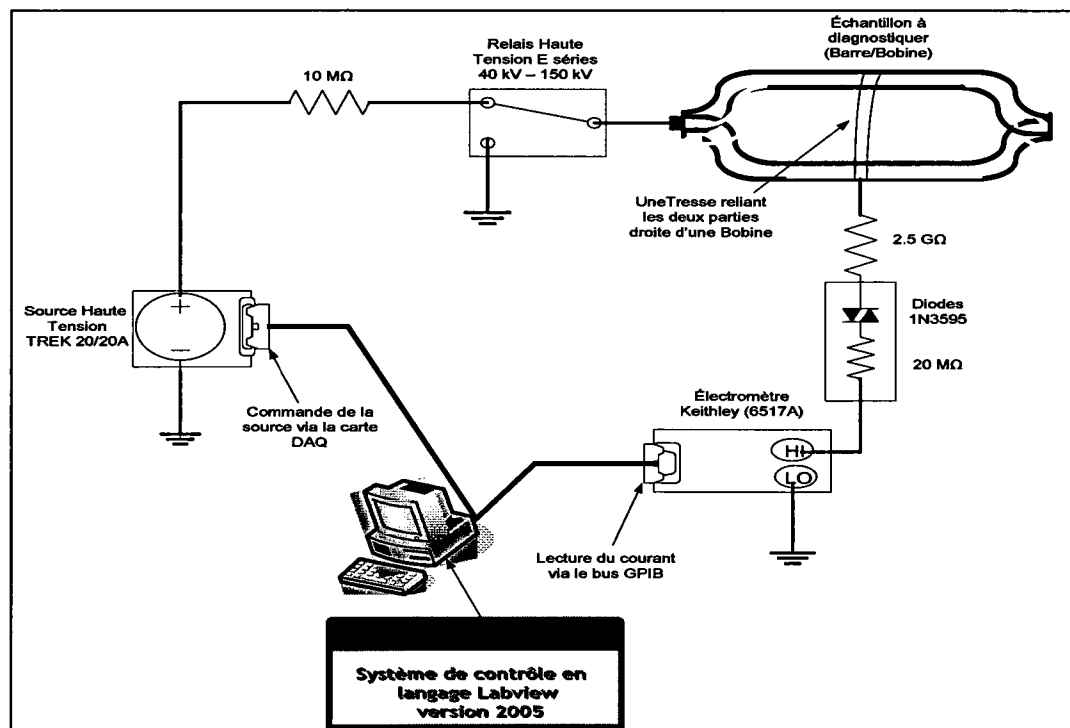


Figure 39 Arrangement instrumental pour des essais en montée progressive en haute tension continue effectués en laboratoire

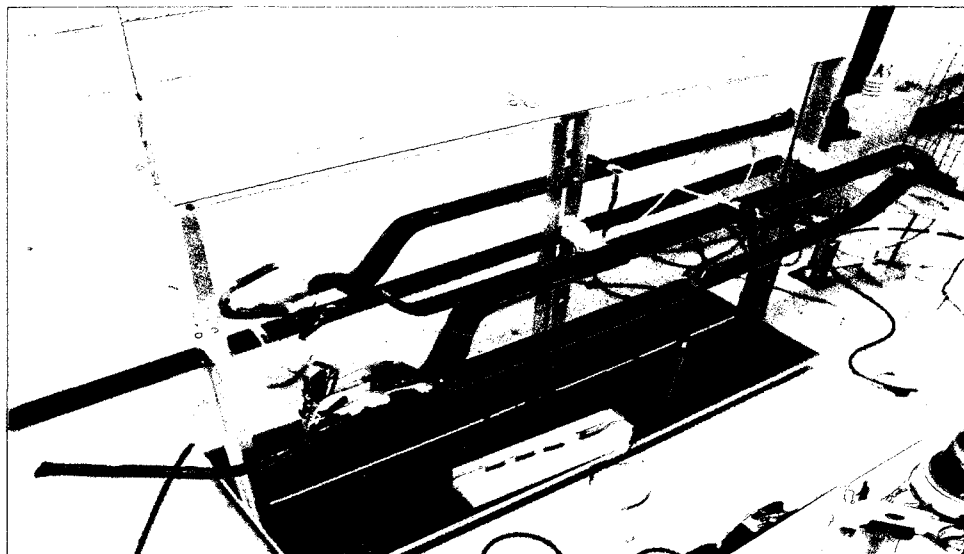


Figure 40 Photo prise lors des essais en laboratoire sur deux bobines du fabricant Westinghouse

5.4.1.1 Bobine Beauharnois : résine en Polyester-mica (Westinghouse)

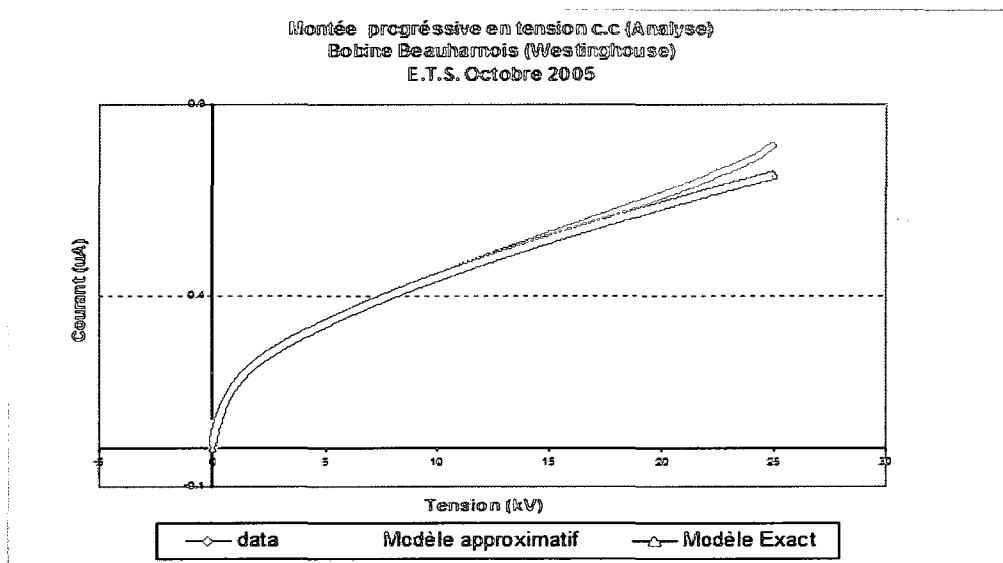


Figure 41 Résultats des deux modèles (exact et approximé) après la modélisation du courant mesuré

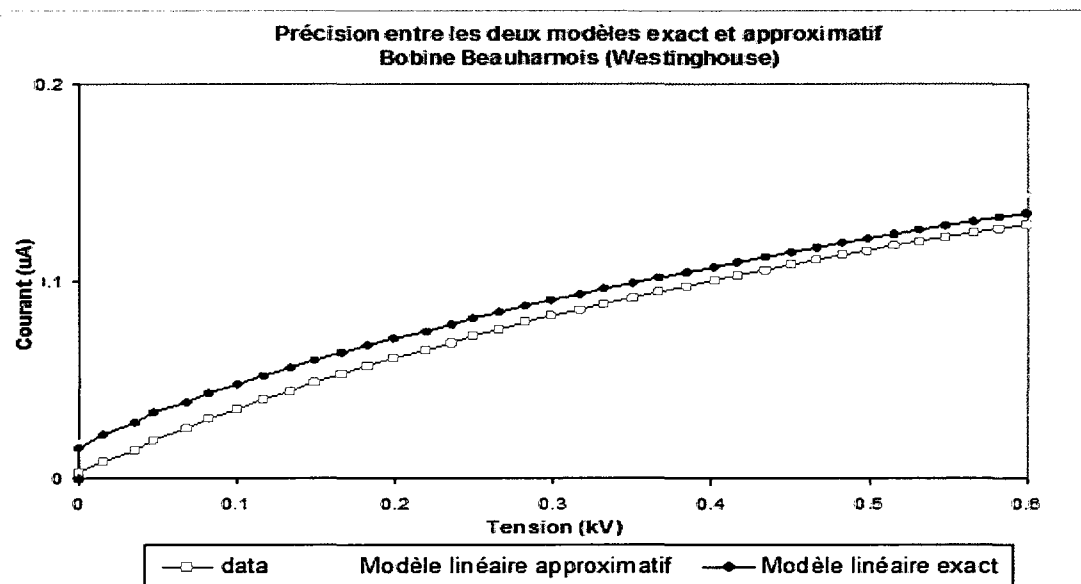


Figure 42 La réponse du courant mesuré et des courants des deux modèles au début de la courbe

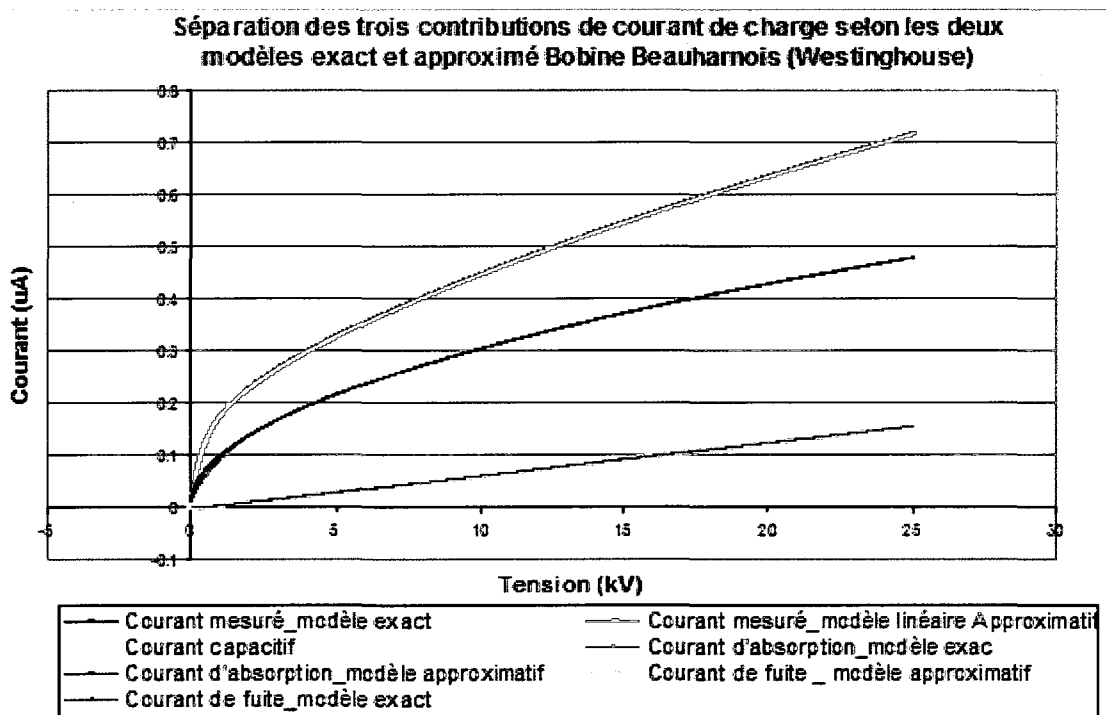


Figure 43 Séparation des trois contributions formant le courant mesuré

Tableau VI

Résultats de modélisation et d'analyse de la variance pour la bobine Beauharnois (Westinghouse)

	Model Approximé	Model exact
b1	$10,5 \times 10^{-5}$	$10,5 \times 10^{-5}$
b2	0,01283	0,01283
R_c (GΩ)	783,93	783,93
K (sⁿ(n-1))	0,0768	0,0768
n	0,505	0,505
Erreur Résiduelle SC_résiduelle	0,0118	0,0052
Erreur de Régression SC_régression	63,6107	64,406
Erreur Totale SC_totale	63,6225	64,4112
P	1	1
S	328	328
Nombre d'observation	330	330
R² (%)	99,98	99,99
F expérimental	3227×10^3	7441×10^3
F théorique	3,88	3,88
Courant total moyen (μA)	0.47585	0.4771
Courant d'absorption moyen (μA)	0.3203	0.3194
Courant capacitif moyen (μA)	0.0809	0.0809
Courant de fuite (μA)	0.074626	0.07672

Sur la figure 41 on ne peut pas voir la différence entre les réponses des deux modèles puisqu'elles sont bien superposées. Cette différence est bien illustrée au début de la courbe comme le montre la figure 42. La figure 43 montre la réponse des trois contributions du courant mesuré séparément pour les deux modèles. La régression est

significative dans son ensemble au seuil de 5% puisque selon le tableau VI, F expérimentale est supérieure à F théorique (voir l'annexe 3) [65] pour les deux modèles (approximé et exact). On remarque que le modèle exact est plus précis (99,99%) que le modèle approximé (99,98%).

5.4.1.2 Bobine Paugan : résine en Asphalte-mica (General Electric)

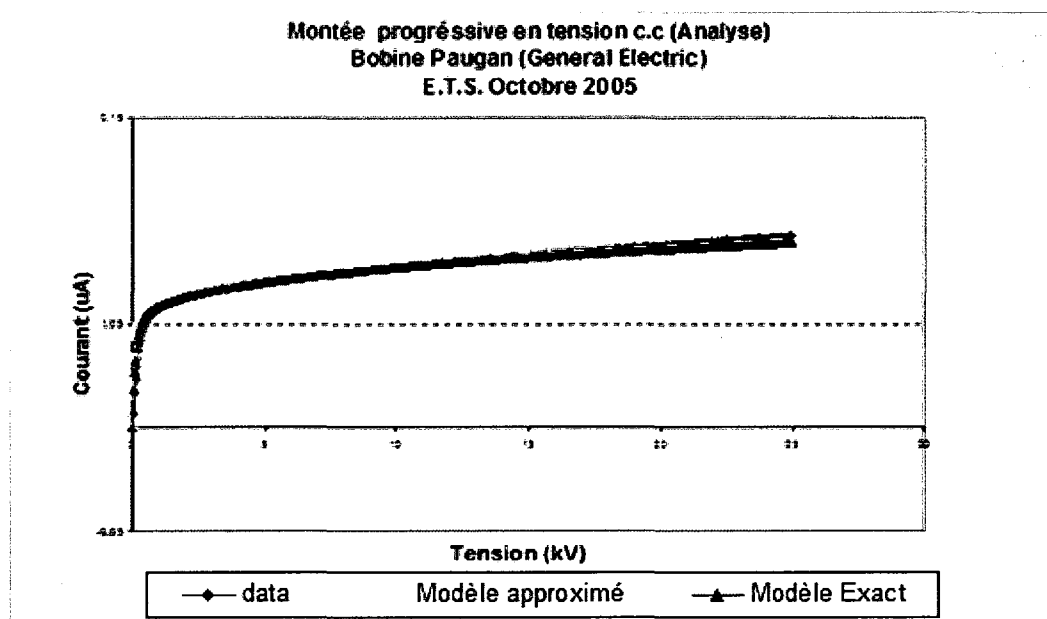


Figure 44 Résultats des deux modèles (exact et approximé) après la modélisation du courant mesuré

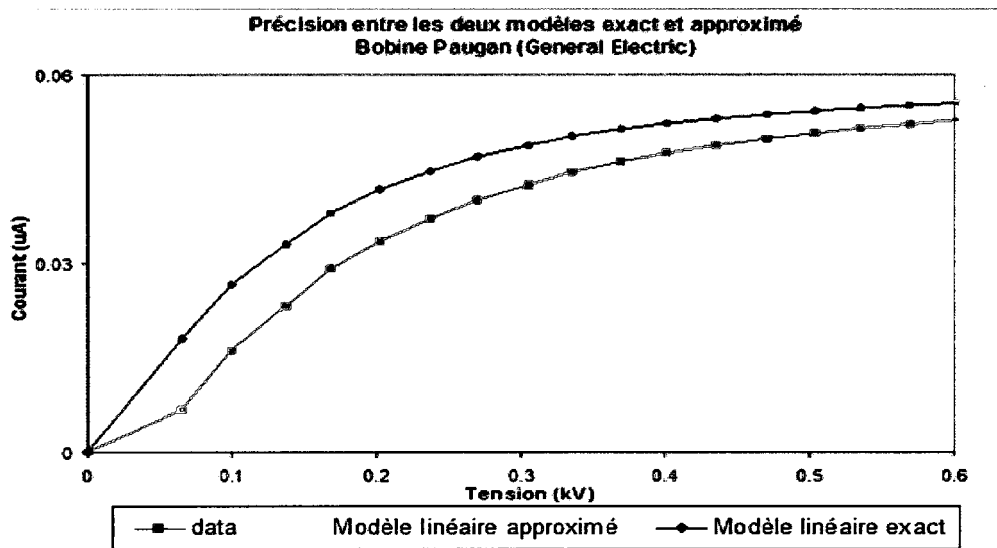


Figure 45 La réponse du courant mesuré et des courants des deux modèles au début de la courbe

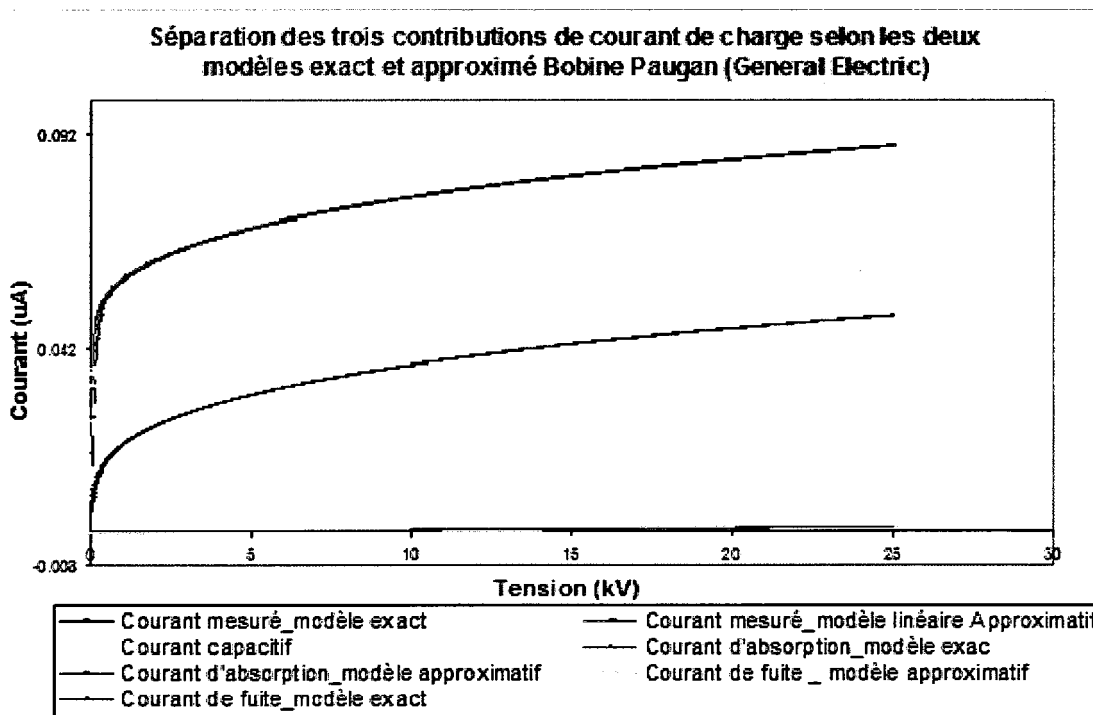


Figure 46 Séparation des trois contributions formant le courant mesuré

Tableau VII

Résultats de modélisation et d'analyse de la variance
pour la bobine Paugan (General Electric)

	Model Approximé	Model exact
b1	$7,25 \times 10^{-7}$	$7,25 \times 10^{-7}$
b2	$64,48 \times 10^{-4}$	$64,48 \times 10^{-4}$
R_c (GΩ)	53088,2	53088,2
k	0,0469	0,0469
n	0,720	0,720
Erreur Résiduelle Sc_résiduelle	0,0002	0,0002
Erreur de Régression SC_régression	1,3956	1,4085
Erreur Totale SC_totale	1,3958	1,4086
P	1	1
S	328	328
Nombre d'observation	330	330
R² (%)	99,99	99,99
F expérimental	$2,1 \times 10^6$	$2,7 \times 10^6$
F théorique	3,88	3,88
Courant total moyen (μA)	0,077515	0,07826
Courant d'absorption moyen (μA)	0,039	0,0393
Courant capacitif moyen (μA)	0,038	0,038
Courant de fuite (μA)	$0,53 \times 10^{-3}$	$0,64 \times 10^{-3}$

La figure 44 montre la réponse du courant d'une bobine de réserve de la centrale Trenche fabriquée dans les années 50. Sur cette figure on ne peut pas voir la différence entre les réponses des deux modèles puisqu'elles sont bien superposées. Cette différence est bien illustrée au début de la courbe comme le montre la figure 45. La figure 46

montre la réponse des trois contributions du courant mesuré séparément pour les deux modèles. Cette bobine présente un courant de fuite très faible, on le voit à peine sur la figure 46 (superposé avec l'axe des x). La régression est significative dans son ensemble au seuil de 5% puisque selon le tableau VII, F expérimentale est supérieure à F théorique pour les deux modèles (approximatif et exact). On remarque que le modèle exact à la même précision (99.99%) que le modèle approximé (99.99%).

5.4.1.3 Barre La Tuque : Résine en Epoxy-mica (Alstom)

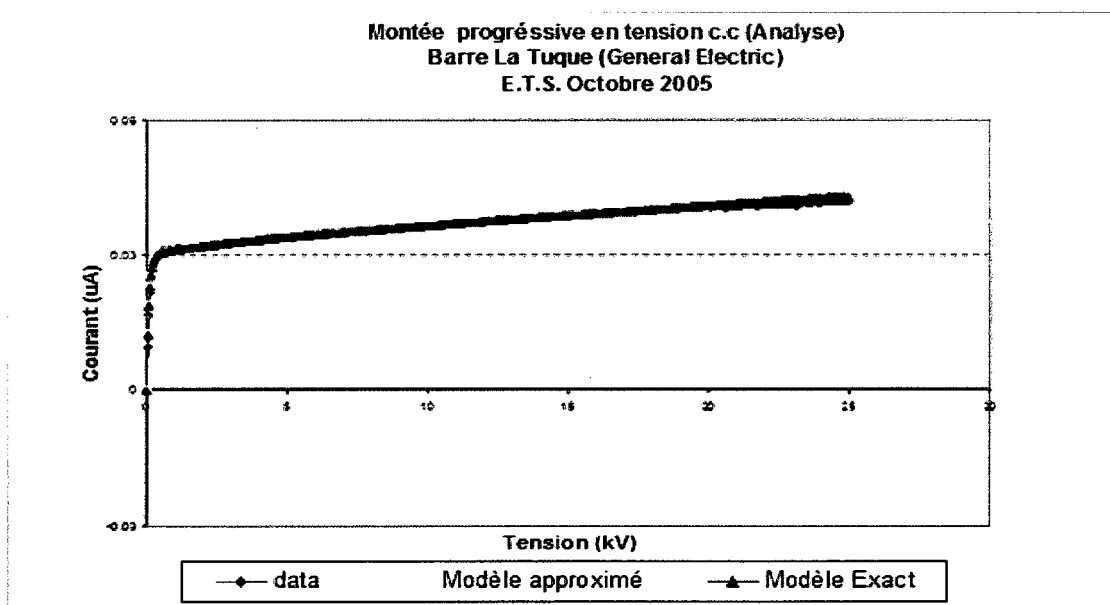


Figure 47 Résultats des deux modèles (exact et approximé) après la modélisation du courant mesuré

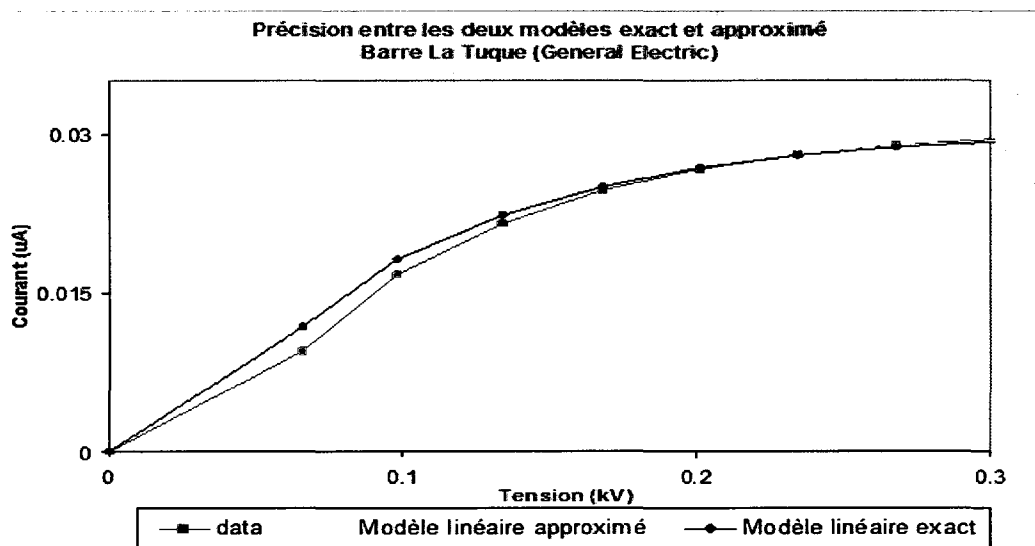


Figure 48 La réponse du courant mesuré et des courants des deux modèles au début de la courbe

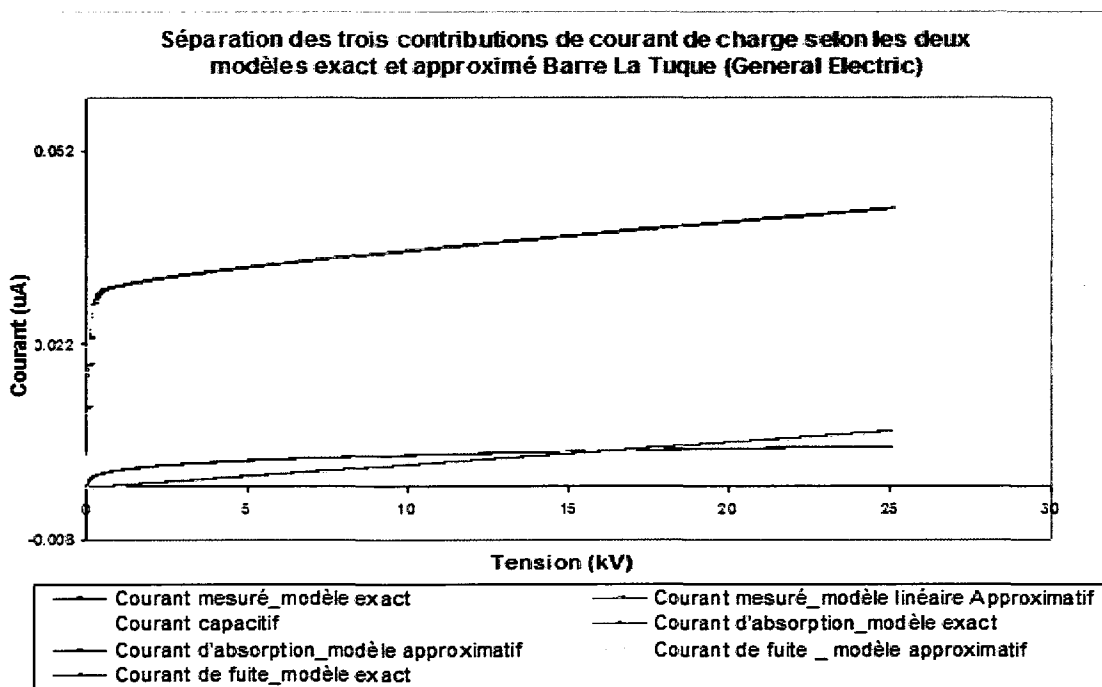


Figure 49 Séparation des trois contributions formant le courant mesuré

Tableau VIII

Résultats de modélisation et d'analyse de la variance
pour la barre La Tuque (Alstom)

	Model Approximé	Model exact
b1	$10,89 \times 10^{-7}$	$10,89 \times 10^{-7}$
b2	$33,2 \times 10^{-5}$	$33,2 \times 10^{-5}$
R _c (GΩ)	25857,46	25857,46
K (s ^{^(n-1)})	0,0058	0,0058
n	0,505	0,505
Erreur Résiduelle Sc_résiduelle	0,0005	0,0001
Erreur de Régression SC_régression	0,3384	0,3374
Erreur Totale SC_totale	0,3389	0,3375
P	1	1
S	328	328
Nombre d'observation	330	330
R ² (%)	99,85	99,99
F expérimental	$20,04 \times 10^4$	$2,4 \times 10^6$
F théorique	3,88	3,88
Courant total moyen (μA)	0,037178	0,037769
Courant d'absorption moyen (μA)	0,0083	0,0087
Courant capacitif moyen (μA)	0,0281	0,0281
Courant de fuite (μA)	$8,143 \times 10^{-4}$	$9,152 \times 10^{-4}$

La figure 47 montre une réponse du courant mesuré bien superposée avec ceux des courants des deux modèles, bien qu'il y a une légère différence entre la réponse du courant mesuré et des courants des deux modèles comme le montre la figure 48. La figure 49 montre la réponse des trois contributions du courant mesuré séparément pour

les deux modèles. Cette barre présente un courant de fuite assez important et un courant d'absorption faible par rapport au courant capacitif. La régression est significative dans son ensemble au seuil de 5% puisque selon le tableau VIII, F expérimentale est supérieure à F théorique pour les deux modèles (approximé et exact). On remarque que le modèle exact est plus précis (99.99%) que le modèle approximé (99.85%).

5.4.2 Mesures sur le terrain

5.4.2.1 Alternateur 1 Centrale Murdock Wilson: Polyester-mica (Westinghouse)

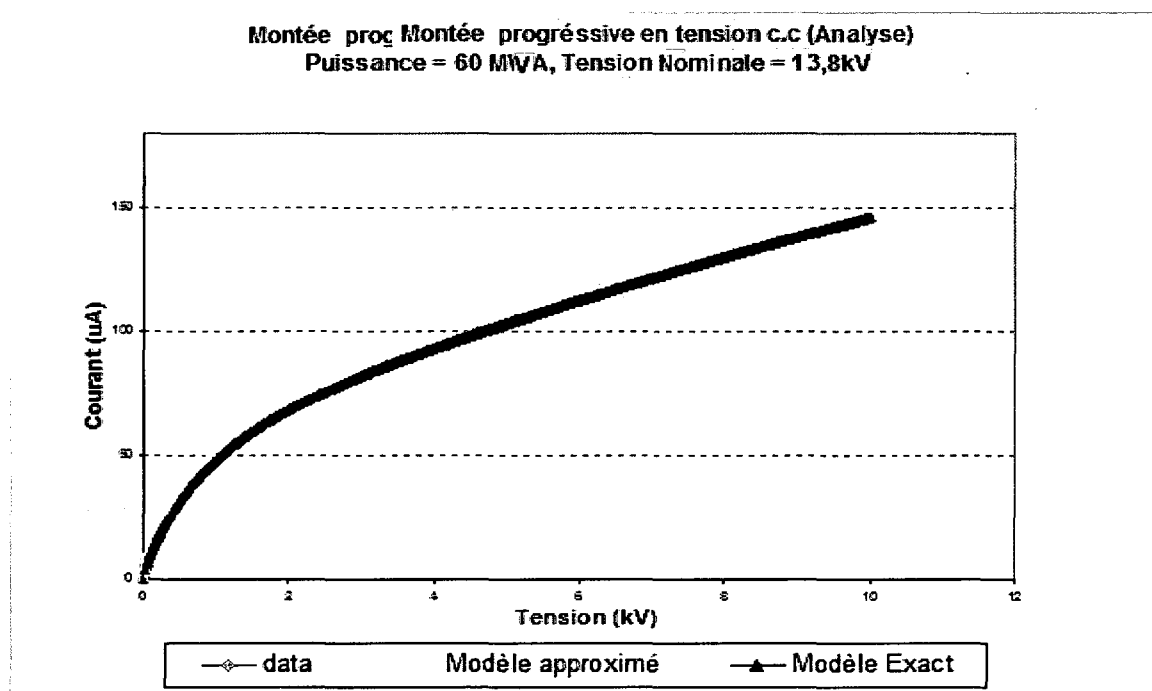


Figure 50 Résultats des deux modèles (exact et approximé) après la modélisation du courant mesuré

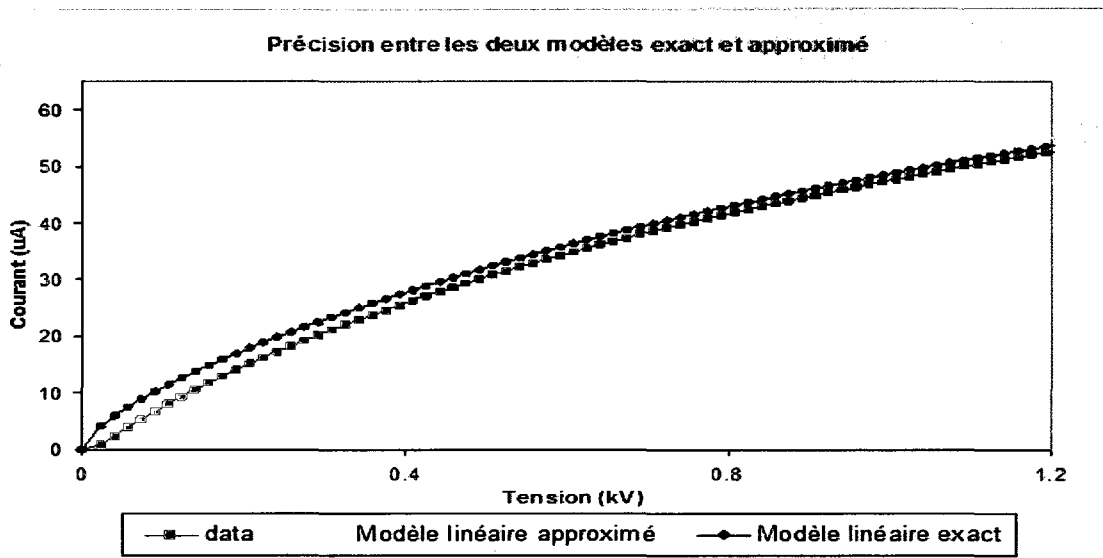


Figure 51 La réponse du courant mesuré et des courants des deux modèles au début de la courbe

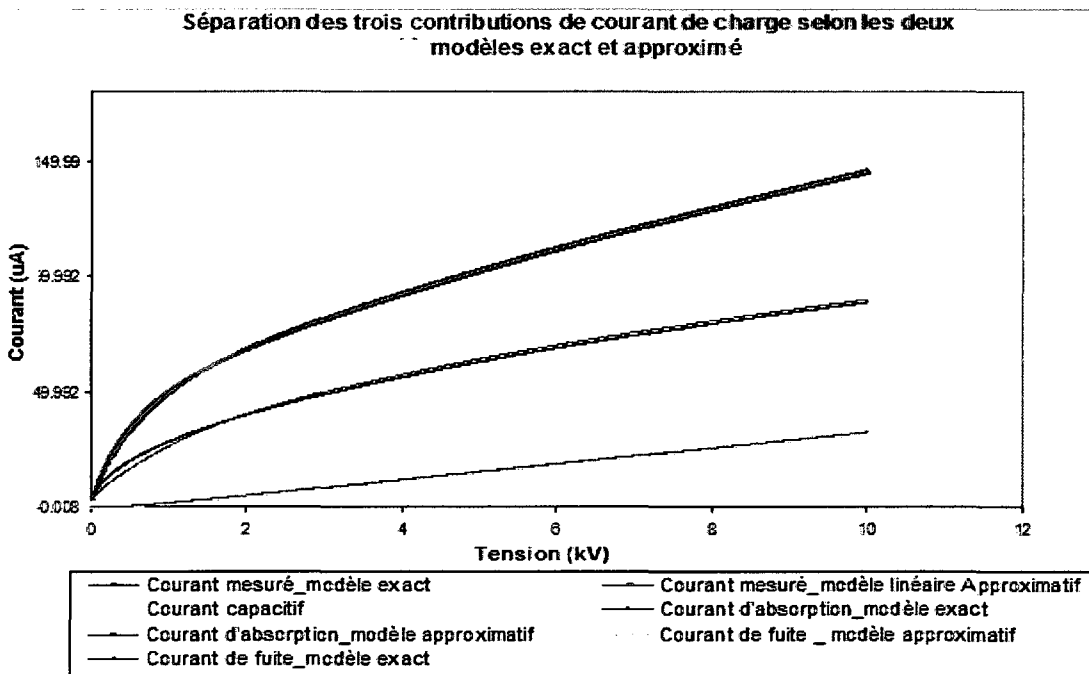


Figure 52 Séparation des trois contributions formant le courant mesuré

Tableau IX

Résultats de modélisation et d'analyse de la variance
pour l'alternateur

	Model Approximé	Model exact
b1	57.06×10^{-3}	57.06×10^{-3}
b2	3,742	3,742
R_c (GΩ)	414,78	414,78
K (sⁿ(n-1))	0,0783	0,0783
n	0,505	0,505
Erreur Résiduelle SC_résiduelle	2749,3	406
Erreur de Régression SC_régression	$6,32 \times 10^3$	$6,44 \times 10^3$
Erreur Totale SC_totale	$6,33 \times 10^6$	$6,44 \times 10^6$
P	1	1
S	328	328
Nombre d'observation	330	330
R² (%)	99,96	99,99
F expérimental	$1,38 \times 10^6$	$9,49 \times 10^6$
F théorique	3,88	3,88
Courant total moyen (μA)	97,37	97,992
Courant d'absorption moyen (μA)	59,3871	60,0103
Courant capacitif moyen (μA)	22,4670	22,4670
Courant de fuite (μA)	15,5148792	15,5148926

La figure 50 obtenue à partir d'une mesure sur l'enroulement complet d'un alternateur hydraulique, montre une réponse du courant mesuré bien superposée avec ceux des courants des deux modèles, bien qu'il y a une très légère différence entre la réponse du courant mesuré et des courants des deux modèles comme le montre la figure 51. La

figure 52 montre la réponse des trois contributions du courant mesuré séparément pour les deux modèles. Ce type de bobine présente un courant de fuite non négligeable et un courant d'absorption important par rapport au courant capacitif. L'ordre de grandeur de ces courants est important par rapport à celui des échantillons présentés précédemment. La régression est significative dans son ensemble au seuil de 5% puisque selon le tableau IX, F expérimentale est supérieure à F théorique pour les deux modèles (approximé et exact). On remarque que le modèle exact est plus précis (99.99%) que le modèle approximé (99.96%).

Les valeurs de K (dépend du matériau) et de n de la bobine Beauharnois (tableau VI) et de l'alternateur complet (tableau IX) sont presque les mêmes puisque la technologie de fabrication est la même (le même fabricant : Westinghouse). Ceci vérifie le bon fonctionnement du modèle de calcul développé lors de ce mémoire.