

CHAPITRE 2

MODÈLE NUMÉRIQUE

Le comportement d'un matériau lors de la soudure est un phénomène très complexe à prédire ; les méthodes numériques permettent d'en simplifier l'analyse. La méthode des éléments finis, qui est une des méthodes numériques les plus utilisées, a été choisie afin de calculer les contraintes résiduelles engendrées par le procédé de soudage. Cette méthode consiste à diviser une pièce complexe en plusieurs petits éléments afin de générer un grand nombre d'équations simples à résoudre par calcul matriciel. Une analyse découplée est réalisée : l'analyse thermique complète du procédé (soudage et refroidissement) est réalisée, puis les résultats sont utilisés pour effectuer l'analyse structurale. La procédure à suivre pour la simulation de la soudure comporte plusieurs étapes. Premièrement, les paramètres du modèle sont définis : propriétés du ou des matériaux, types d'éléments utilisés. Ensuite, la géométrie de la pièce est créée, et un maillage est généré à partir de cette géométrie. L'analyse thermique est réalisée en utilisant un modèle numérique représentant la source de chaleur. Ce modèle permet d'appliquer la chaleur produite par la source à la pièce, sous forme de flux de chaleur ou de chaleur volumique, en fonction de la position de la torche. L'analyse des contraintes résiduelles est réalisée en utilisant les résultats des températures pour calculer la dilatation thermique de la pièce.

2.1 Source de chaleur

Différents modèles numériques ont été développés pour la simulation thermique du procédé de soudage. Ils suivent tous le même principe : une chaleur est appliquée aux éléments (ou aux nœuds) près du centre de la source. Le modèle le plus simple est l'imposition de la température de fusion aux éléments. Ce modèle est facilement

utilisable, mais il ne permet pas de contrôler les paramètres du soudage, tels que la tension, le courant et le facteur de rendement. Deux modèles plus élaborés sont présentés : le premier représentant la source de chaleur par un flux surfacique, et le second, utilisant une génération volumique de la chaleur. Ces modèles utilisent une distribution gaussienne de la chaleur : la quantité de chaleur est très importante près du centre de la source, et elle diminue de façon exponentielle en s'éloignant du centre. Le choix du modèle approprié est important afin d'obtenir une précision satisfaisante des profils de température près de la soudure. Le modèle choisi n'influence par contre pas significativement les résultats thermiques loin de la soudure, qui sont essentiellement influencés par la quantité de chaleur appliquée.

2.1.1 Modèle du disque

Le modèle du disque, proposé à l'origine par Pavelic et al.[5], utilise un flux de chaleur sur une surface circulaire suivant une distribution gaussienne. Cette distribution est déterminée à partir de l'équation suivante :

$$q(r) = q_0 e^{-Cr^2} \quad (2.1)$$

Où :

$q(r)$ = flux de chaleur (W / m²)

q_0 = flux de chaleur maximum au centre de la source (W / m²)

r = position radiale (m)

C = coefficient de concentration (m⁻²)

Une relation entre q_0 et C peut être établie en supposant qu'un flux constant de valeur q_0 et imposé sur un cercle de diamètre $d = 2 / \sqrt{C}$ est équivalent à la puissance totale Q .

$$Q = q_0 \frac{\pi d^2}{4} \quad (2.2)$$

$$q_0 = \frac{QC}{\pi} \quad (2.3)$$

L'équation 2.1 devient :

$$q(r) = \frac{QC}{\pi} e^{-Cr^2} \quad (2.4)$$

Pour déterminer la valeur de « C », on impose un flux de chaleur à la limite du cercle est égal à 5 % du flux de chaleur au centre du cercle.

$$q(r_d) = q_o e^{-Cr_d^2} = 0,05 q_o \quad (2.5)$$

$$C = \frac{\ln(20)}{r_d^2} \approx \frac{3}{r_d^2} \quad (2.6)$$

On obtient donc :

$$q(r) = \frac{3Q}{\pi r_d^2} e^{-3(r/r_d)^2} \quad (2.7)$$

où r_d est le rayon du cercle délimitant la source de chaleur.

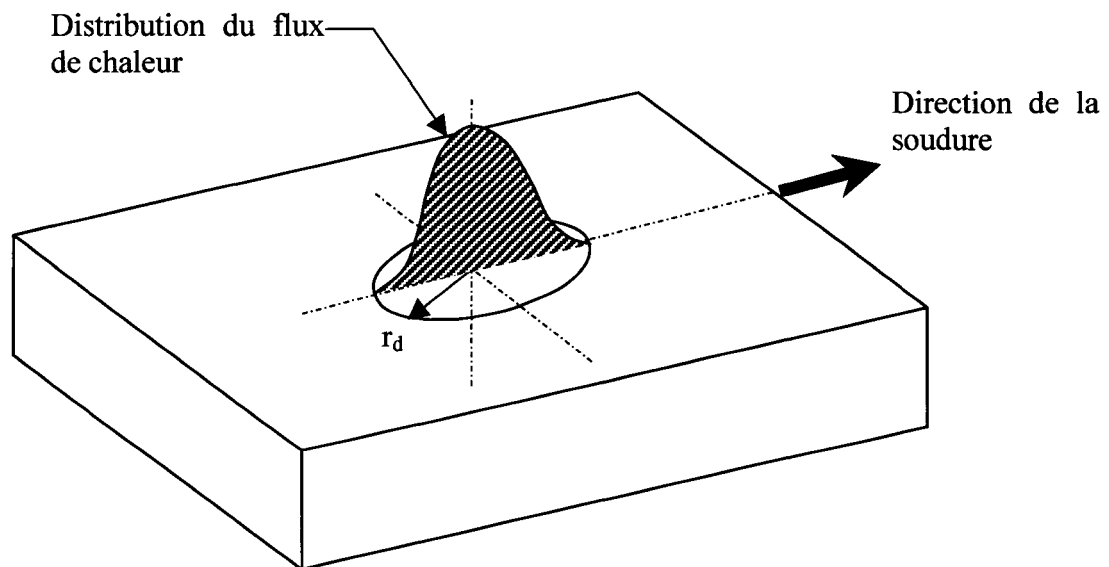


Figure 11 Distribution du flux de chaleur sur le disque

2.1.2 Modèle du double ellipsoïde

Goldak [7] propose, en utilisant une démarche similaire, un modèle en trois dimensions dont la forme est ellipsoïdale. Ce modèle serait plus représentatif de la réalité puisqu'il permet de contrôler la pénétration de l'arc électrique. La distribution gaussienne de la chaleur à l'intérieur du volume, où les paramètres « A », « B » et « C » sont des constantes arbitraires, est définie par l'équation suivante :

$$q(x, y, z) = q_o e^{-Ax^2} e^{-By^2} e^{-Cz^2} \quad (2.8)$$

où ζ , la position par rapport au centre de l'ellipsoïde, est défini par $\zeta = z + v(\tau - t)$.

Le principe de conservation de l'énergie permet de définir qu'en intégrant l'équation 2.8 sur le volume, on obtient la chaleur totale Q. La forme du bain de fusion est ici associée à un demi-ellipsoïde, dont la surface plane est tangente à la surface de la pièce à souder. Puisque la chaleur doit être appliquée uniquement dans la moitié inférieure de l'ellipsoïde, l'intégrale sur le volume donne le double de la chaleur Q :

$$2Q = \int_V q_o e^{-Ax^2} e^{-By^2} e^{-Cz^2} dV \quad (2.9)$$

L'équation 2.9 permet de déduire la chaleur volumique au centre de la source :

$$q_o = \frac{2Q\sqrt{ABC}}{\pi\sqrt{\pi}} \quad (2.10)$$

En procédant de la même manière que pour les équations 2.5 et 2.6, on obtient

$$A \approx \frac{3}{a^2} \quad (2.11a)$$

$$B \approx \frac{3}{b^2} \quad (2.11b)$$

$$C \approx \frac{3}{c^2} \quad (2.11c)$$

où « a », « b » et « c » sont les dimensions de l'ellipsoïde, telles que présentées sur la figure 2.2. L'équation représentant la distribution de la chaleur devient donc :

$$q(x, y, z) = \frac{6\sqrt{3}Q}{abc\pi\sqrt{\pi}} e^{-3(x/a)^2} e^{-3(y/b)^2} e^{-3(z/c)^2} \quad (2.12)$$

Finalement, Goldak utilise deux ellipsoïdes différents afin de mieux représenter la quantité de chaleur implantée à l'avant et à l'arrière de la source de chaleur. Le volume peut donc être défini plus compact à l'avant de la source et plus allongé à l'arrière. En multipliant l'équation 2.12 par un facteur f_f à l'avant et par un facteur f_r à l'arrière, la quantité de chaleur dans chaque ellipsoïde peut être contrôlée. Pour que les équations 2.13a et 2.13b soient équivalentes à l'équation 2.12, il faut respecter la règle $f_f + f_r = 2$.

$$\text{Ellipsoïde avant : } q(x, y, z) = \frac{6\sqrt{3}Q f_f}{abc_f \pi \sqrt{\pi}} e^{-3(x/a)^2} e^{-3(y/b)^2} e^{-3(z/c_f)^2} \quad (2.13a)$$

$$\text{Ellipsoïde arrière : } q(x, y, z) = \frac{6\sqrt{3}Q f_r}{abc_r \pi \sqrt{\pi}} e^{-3(x/a)^2} e^{-3(y/b)^2} e^{-3(z/c_r)^2} \quad (2.13b)$$

Les dimensions du double ellipsoïde sont d'abord déterminées en fonction de la taille du bain de fusion, de préférence obtenue à partir d'essais expérimentaux. Elles peuvent ensuite être ajustées afin que les résultats de la simulation concordent avec l'expérimentation. En ce qui a trait aux facteurs énergétiques, Goldak suggère d'utiliser un facteur de 0,6 à l'avant et de 1,4 à l'arrière.

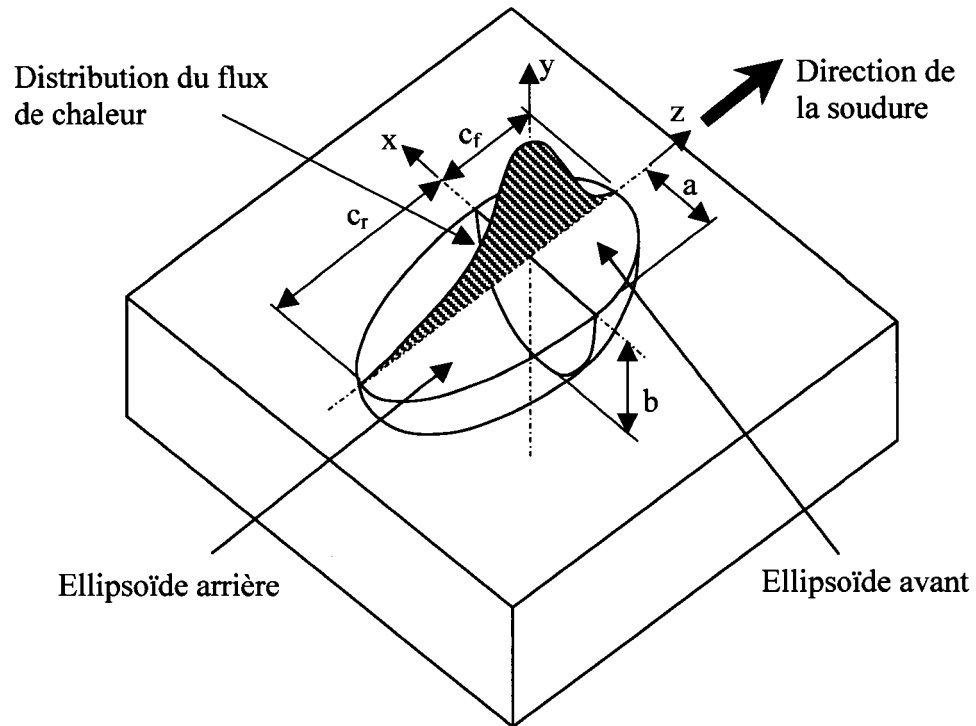


Figure 12 Distribution du flux de chaleur sur le double ellipsoïde

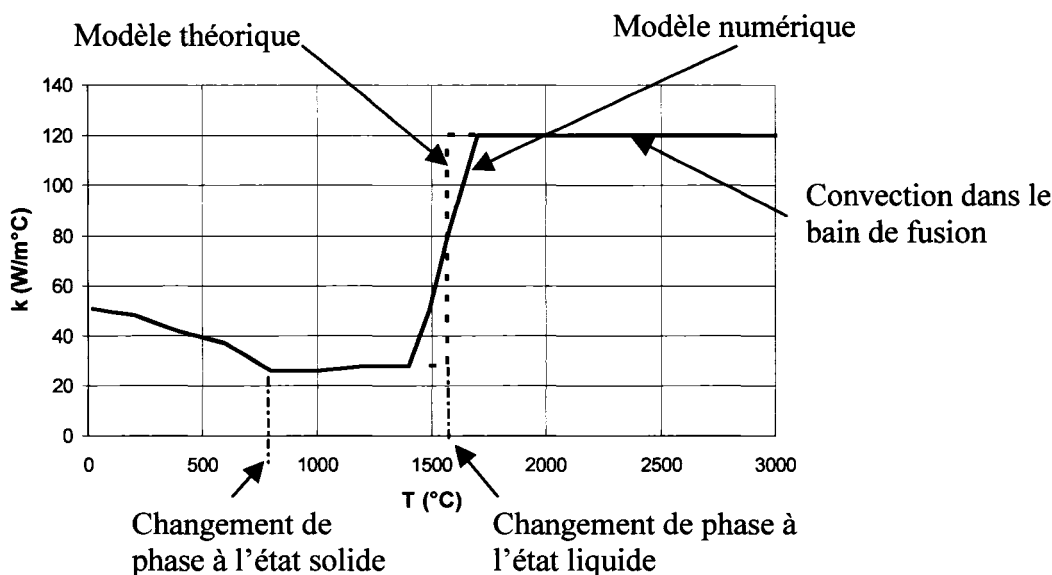
2.2 Propriétés des matériaux

2.2.1 Propriétés thermiques

La soudure est un phénomène hautement non-linéaire. Une très grande variation de température s'effectue dans un court laps de temps. C'est cette brusque variation qui est à l'origine des contraintes résiduelles. Il est donc important d'exprimer les propriétés des matériaux en fonction de la température. Ces propriétés ont également été ajustées afin de modéliser facilement des phénomènes complexes. Les propriétés présentées ci-après sont celles d'un acier à faible teneur en carbone, soit le A516. Ce type d'acier a été sélectionné afin de simplifier la modélisation des changements de phase, comparativement aux aciers fortement alliés.

2.2.1.1 Coefficient de conductivité thermique

La conductivité (k) de l'acier diminue avec l'augmentation de la température, pour ensuite remonter graduellement après le changement de phase du matériau. Une augmentation importante de la conductivité a été ajoutée près du point de fusion afin de modéliser la convection à l'intérieur du bain de fusion. La valeur théorique de $120 \text{ W / m}^\circ\text{C}$ est utilisée pour modéliser cette convection. Lors des essais de simulation, des problèmes de convergence ont été observés lorsque l'augmentation du coefficient était trop brusque. Il a été déterminé qu'une augmentation graduelle effectuée sur une plage de 300°C permettait d'éviter de tels problèmes. La conductivité en fonction de la température est présentée au graphique 1.

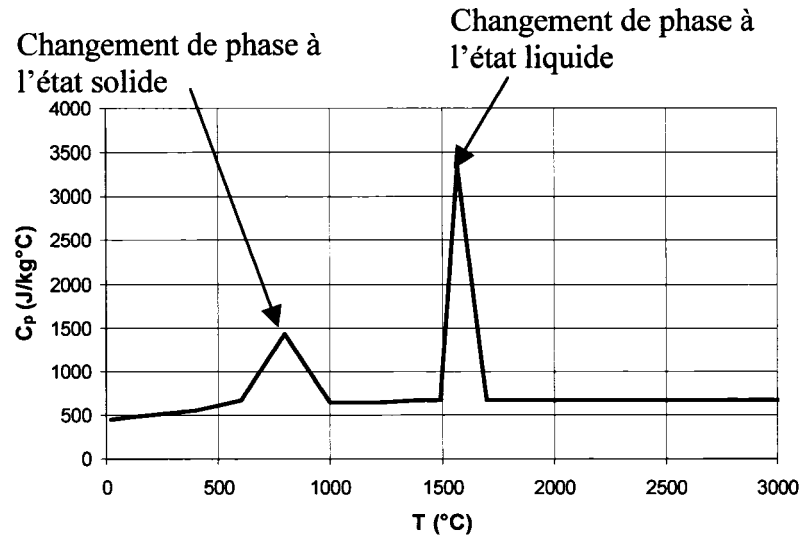


Graphique 1 Coefficient de conductivité thermique (k) de l'acier A516

2.2.1.2 Chaleur spécifique

La courbe de la chaleur spécifique (C_p), illustrée au graphique 2, présente deux augmentations ponctuelles. La première augmentation est de $750 \text{ J / kg}^\circ\text{C}$ sur un intervalle de 100°C , et est due au changement de phase du matériau à l'état solide. La deuxième, plus importante, est ajoutée afin de représenter la chaleur latente (L) du

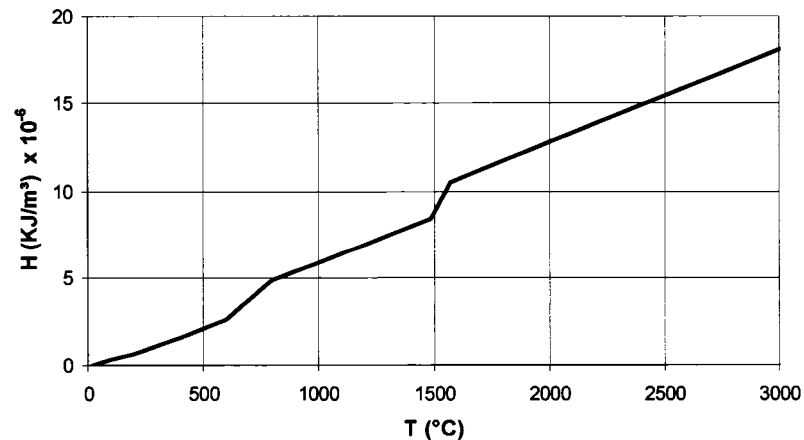
matériau, qui est de 2700 J / kg°C et est répartie sur une plage de 100°C afin de faciliter la convergence.



Graphique 2 Chaleur spécifique (C_p) de l'acier A516

Il est important de noter qu'avec le logiciel Ansys®, la chaleur spécifique doit être remplacée par l'enthalpie (H) afin de modéliser les changements de phase. L'enthalpie représente l'accumulation de chaleur dans le matériau à une température donnée et est obtenue en intégrant le produit de la chaleur spécifique par la densité du matériau, en fonction de la température. L'enthalpie de l'acier A516 est donnée au graphique 3.

$$H = \int \rho C dT \quad (2.14)$$



Graphique 3 Enthalpie (H) de l'acier A516

2.2.1.3 Coefficient de refroidissement combiné

Deux types de pertes de chaleur, la convection et la radiation, sont présents lors de la soudure et varient avec la température. La radiation étant un phénomène hautement non-linéaire et très long à simuler par éléments finis, elle est combinée à la convection pour former un seul coefficient de perte de chaleur (h_c), afin de réduire le temps de calcul. Deux méthodes d'estimation de ce coefficient sont présentées sur le graphique 4, la première étant proposée par Goldak [7], et la seconde, par Brickstad [14]. Une émissivité de 0.9 a été utilisée pour l'équation de Goldak.

Équation suggérée par Goldak :

$$h_c = 24.1 \times 10^{-4} \varepsilon T^{1.61} \quad (2.15)$$

où :

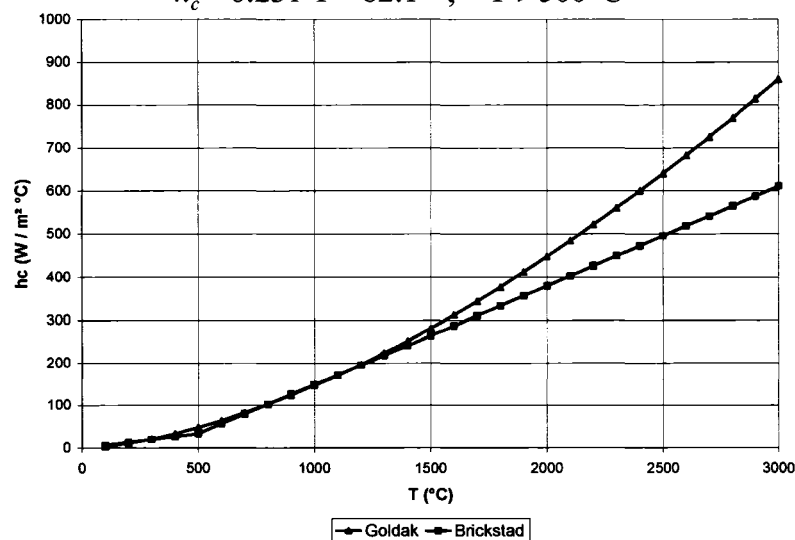
ε = émissivité du matériau

T = température (°C)

Équations suggérées par Brickstad :

$$h_c = 0.0668 \cdot T \quad ; \quad 0 < T < 500^\circ\text{C} \quad (2.16a)$$

$$h_c = 0.231 \cdot T - 82.1 \quad ; \quad T > 500^\circ\text{C} \quad (2.16b)$$

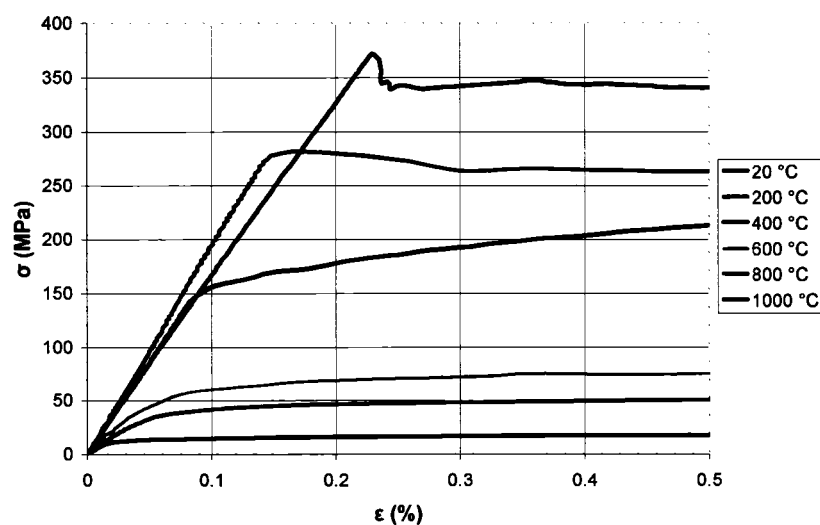


Graphique 4 Coefficient de refroidissement combiné (h_c)

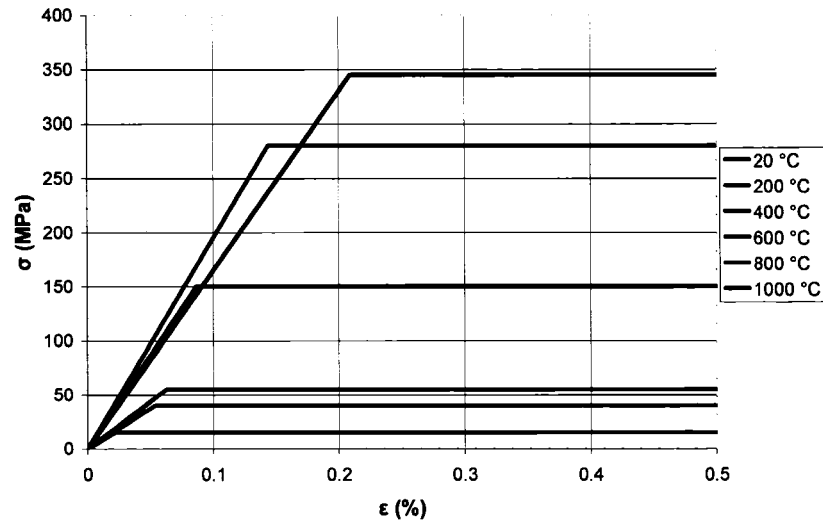
2.2.2 Propriétés mécaniques

2.2.2.1 Rigidité

Les courbes de la contrainte versus la déformation pour différentes températures sont présentées par le graphique 5. Les mesures ont été prises par le service d'expertise mécanique, métallurgique et civil de l'IREQ. Les températures ont été atteintes en chauffant graduellement les éprouvettes. Une analyse plus approfondie permettrait de déterminer la variation de la rigidité du matériau lors du refroidissement, soit après la transformation de phase. Afin de simplifier la programmation et d'éviter des problèmes de convergence des résultats, l'hypothèse du comportement élastique parfaitement plastique a été utilisée parce qu'elle représente le comportement à basse température et permet de limiter le nombre d'itérations à la convergence. À plus haute température, bien que cette approximation soit un peu moins représentative, son effet sur les contraintes résiduelles est moins sensible. Cette hypothèse est représentée par les courbes contrainte vs déformation de l'acier A516 du graphique 6.



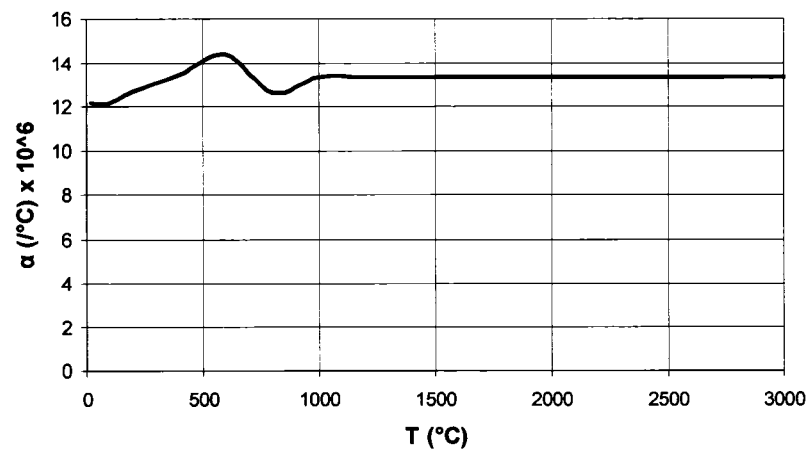
Graphique 5 Courbes σ vs ϵ de l'acier A516



Graphique 6 Courbes σ vs ϵ de l'acier A516 (élastique – parfaitement plastique)

2.2.2.2 Coefficient de dilatation thermique

Les données utilisées pour tracer la courbe du graphique 7 ont été tirées de [19]. Le coefficient de dilatation thermique pourrait éventuellement être utilisé afin de modéliser la variation du volume lors du changement de phase à l'état solide du matériau.



Graphique 7 Coefficient de dilatation thermique (α) de l'acier A516

2.3 Maillage

Les éléments briques à huit nœuds ont été choisis afin de représenter un modèle en trois dimensions. Il s'agit de l'élément « SOLID70 » pour l'analyse thermique et de l'élément « SOLID45 » pour l'analyse structurale. Ces éléments sont définis par une interpolation linéaire : le maillage doit donc être très raffiné dans la région de la soudure. Ils ont été préférés aux éléments briques à vingt nœuds afin d'alléger le modèle, ainsi qu'aux éléments coques qui ne sont pas suffisamment précis en présence d'un gradient important dans l'épaisseur. Un modèle utilisant les éléments coques loin de la soudure a cependant été développé afin de tenter de réduire les temps de simulation. L'élément hexaédrique échelonné et la technique du remaillage non pas été retenus puisqu'ils ne sont pas disponibles avec le logiciel Ansys®.

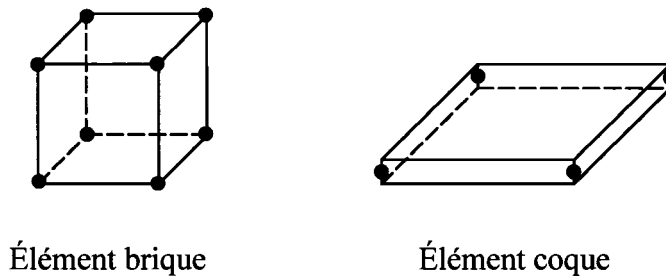


Figure 13 Éléments brique et coque

Les modèles présentés dans cette section sont utilisés pour simuler le dépôt d'un cordon de soudure au centre d'une plaque simplement supportée. Puisque le problème est parfaitement symétrique, seule une moitié de la plaque est modélisée. De plus, afin de simplifier le modèle, le cordon de soudure n'est pas modélisé. La soudure est donc représentée uniquement par le déplacement d'une source de chaleur.

2.3.1 Maillage uniforme

Le maillage uniforme est le plus simple, mais aussi celui qui contient le plus d'éléments. Le maillage étant réalisé à partir d'un seul volume, le nombre d'éléments suivant une direction donnée doit être constant. Le raffinement est généré en imposant une augmentation graduelle de la taille des éléments.

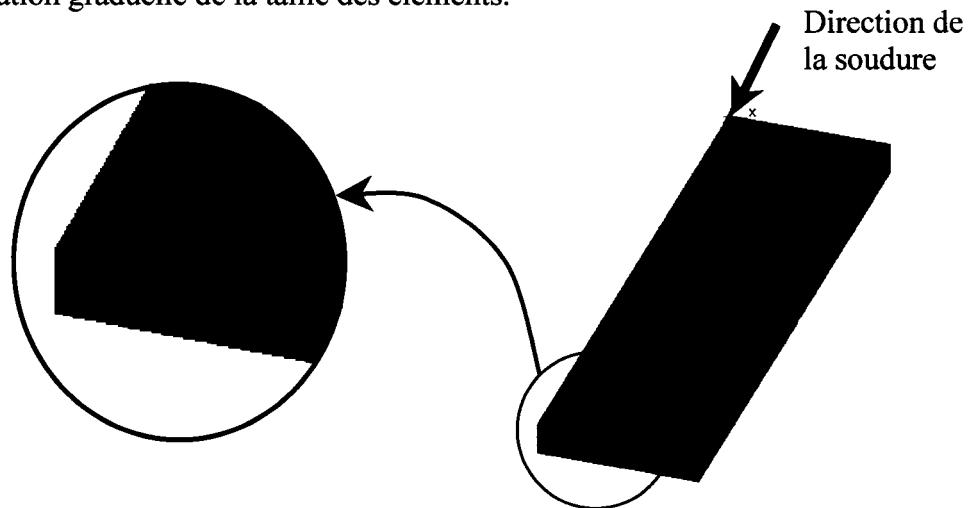


Figure 14 Maillage uniforme

2.3.2 Maillage par sections

Un maillage très raffiné n'étant nécessaire que dans la région près de la soudure, un modèle composé de plusieurs sections permet de réduire significativement le nombre d'éléments, sans pour autant avoir d'incidence sur la précision des résultats. La pièce est divisée en plusieurs volumes, et chaque volume est maillé indépendamment des autres, tel que présenté à la figure 15.

Les différents maillages sont ensuite reliés entre eux par des équations de couplage, qui sont générées automatiquement par le logiciel. Ces équations ne sont en fait que de simples interpolations linéaires, et sont générées pour les modèles thermique et structural. Par exemple, les équations de couplage des températures du modèle en deux dimensions qui est présenté à la figure 16 sont les suivantes :

$$T_1 = T_4 \quad (2.17a)$$

$$T_2 = \frac{T_4 + T_5}{2} \quad (2.17b)$$

$$T_3 = T_5 \quad (2.17c)$$

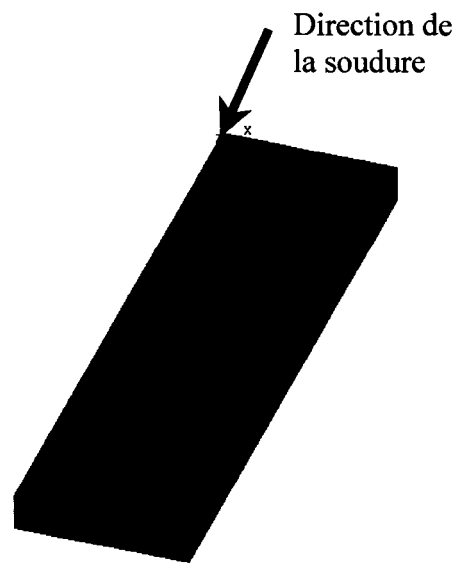


Figure 15 Maillage par sections

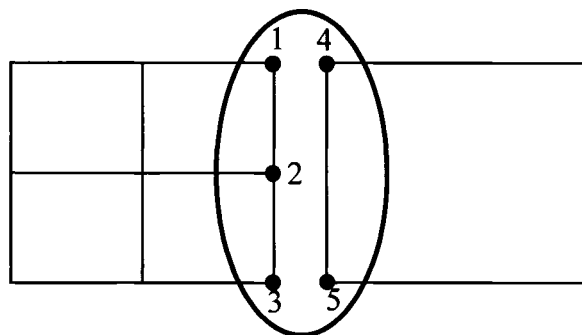


Figure 16 Équations de couplage

L'optimisation du maillage par section est réalisée en réduisant la taille des sections raffinées et en modifiant le facteur d'augmentation de la taille des éléments. Par exemple, sur les modèles des figures 15 et 16, la taille des éléments est doublée à chaque changement de section. L'optimisation a pour but de réduire au maximum le nombre d'éléments tout en obtenant la précision désirée.

2.3.3 Maillage mixte briques-coques

Les éléments coques ne sont pas suffisamment précis pour être utilisés dans la région de la soudure, où les gradients sont très élevés, puisque la température est considérée constante à travers l'épaisseur de l'élément. Par contre, utilisés loin de la soudure, ils permettent de réduire de façon substantielle le nombre d'éléments. La méthode mixte peut être combinée à la méthode des sections, mais le maillage des éléments « briques » et des éléments coques doit être identique au plan de jonction afin d'obtenir un couplage adéquat.

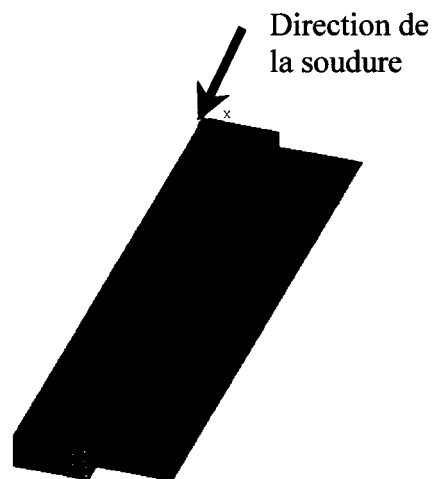


Figure 17 Maillage mixte

Le couplage est obtenu en déduisant une relation entre la rotation des nœuds des éléments coques et les translations des nœuds correspondants des éléments briques. Chaque nœud des éléments coques, le « maître », est relié aux nœuds des éléments

briques, les « esclaves », pour former un plan rigide. Des équations de couplage sont générées pour chaque « esclave » afin de lier les translations et la rotation des noeuds. Par exemple, sur la figure 18, le nœud « 2 », qui est commun aux coques et aux briques, est le « maître ». Les nœuds « 1 » et « 3 » sont les esclaves. Les équations de couplage sont les suivantes :

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 + a \operatorname{tg} \theta \quad (2.18a)$$

$$\Delta x_3 = \Delta x_2 - a \operatorname{tg} \theta \quad (2.18b)$$

Pour des petits déplacements ($\theta < 10^\circ$), $\operatorname{TAN}(\theta) \approx \theta$. Alors, les équations deviennent :

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 + a \theta \quad (2.19a)$$

$$\Delta x_3 = \Delta x_2 - a \theta \quad (2.19b)$$

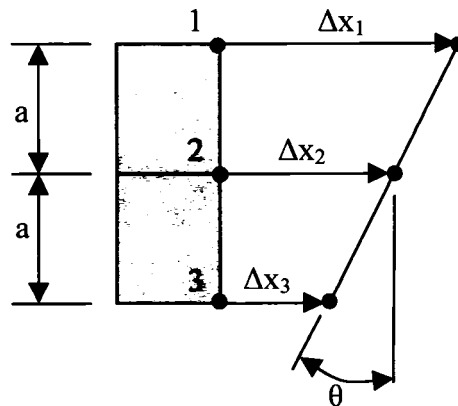


Figure 18 Couplage des déplacements d'un maillage mixte

2.3.4 Ajustement du maillage

Lorsque la simulation doit être comparée à l'expérimentation, on peut désirer avoir des nœuds positionnés au même endroit que les points de mesure, surtout si ces points sont près de la soudure. Les thermocouples, comme il est montré à la figure 19, sont parfois placés à l'intérieur d'un trou, ce qui permet d'obtenir des résultats intéressants, mais rend la création du maillage plus complexe. La méthode la plus simple pour forcer le maillage à coïncider avec les points de mesure est la suivante. Premièrement, la pièce est

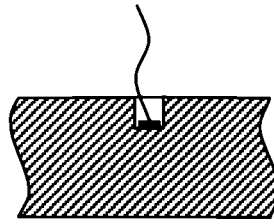


Figure 19 Thermocouple percé

divisée en plusieurs volumes dont les sommets sont définis par la position des points de mesures. Ces volumes sont ensuite fusionnés afin qu'il n'y ait pas de dédoublement des points-clés (sommets des volumes), ce qui empêche par le fait même le dédoublement des nœuds à l'interface lors de la génération du maillage. La figure 20 présente une plaque dont les thermocouples sont tous situés à la même profondeur (6 mm) et alignés sur deux plans différents. La géométrie utilisée et le maillage obtenu sont présentés à la figure 21.

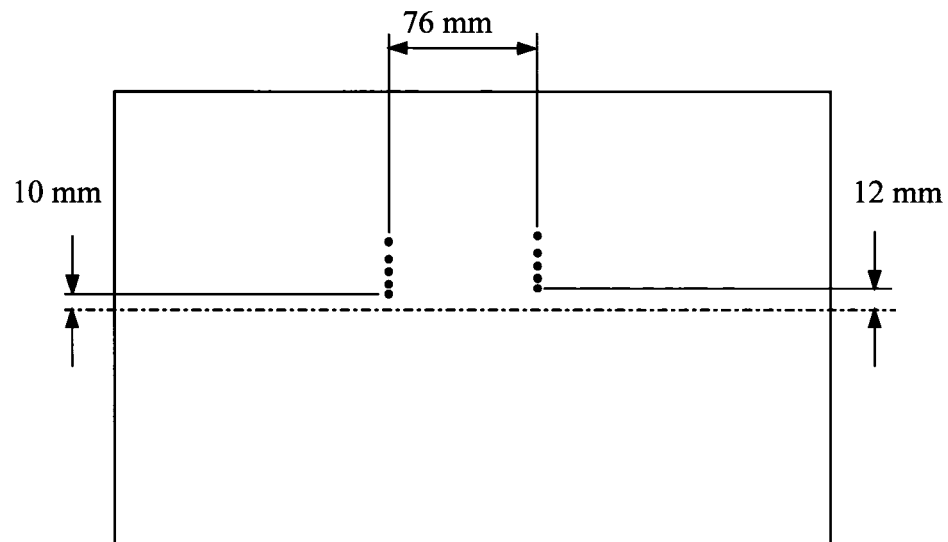


Figure 20 Disposition des thermocouples

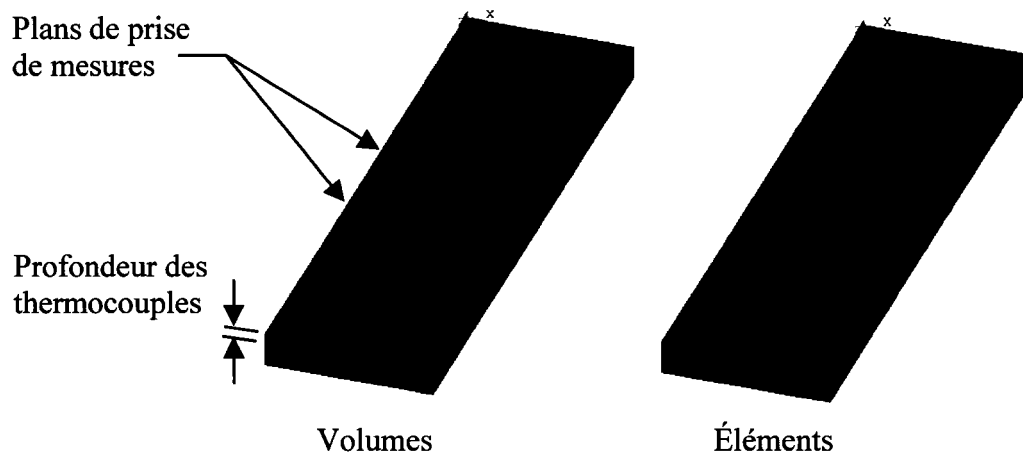


Figure 21 Division de la pièce en plusieurs volumes

Les points de mesures ne sont cependant pas toujours positionnés sur des plans. Une disposition des thermocouples telle que celle présentée à la figure 22 rend impossible l'utilisation de la méthode précédente puisque qu'elle engendrerait des volumes très petits. Il faut alors tenter de générer un maillage qui permet d'obtenir des nœuds près de la position des thermocouples, pour ensuite l'ajuster. Le nœud le plus près de chaque thermocouple est relocalisé à l'endroit exact du thermocouple, tel que démontré sur la figure 23. Si cette opération engendre une trop grande distorsion du maillage, les nœuds situés sur le même plan que le nœud déplacé peuvent également être déplacés. Afin d'éviter que le maillage ne soit trop déformé, il faut tenter d'avoir des nœuds près des points de mesures, soit en raffinant le maillage, soit en divisant le volume en conséquence.

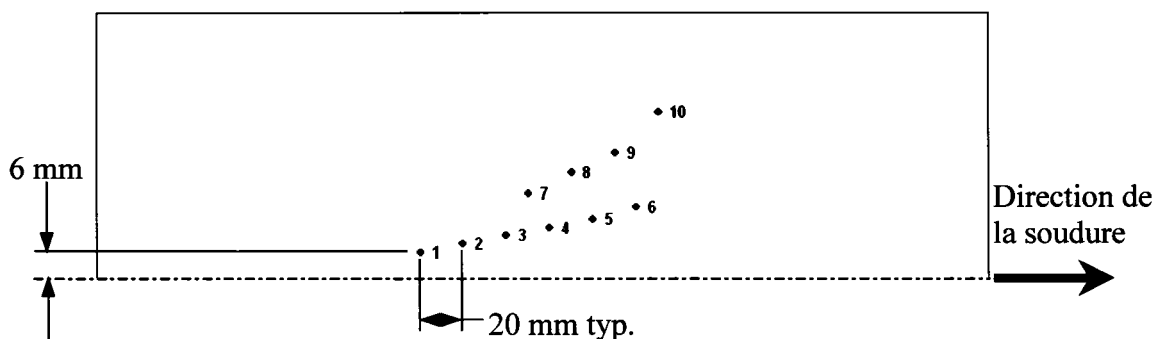


Figure 22 Disposition non uniforme des thermocouples

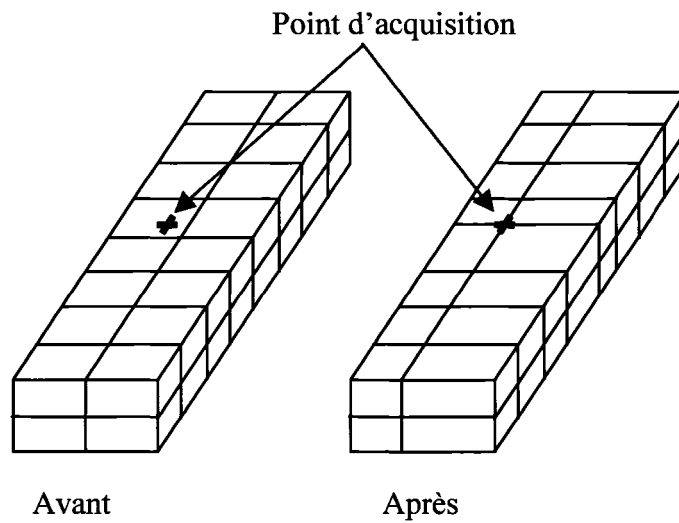


Figure 23 Relocalisation des nœuds du maillage

2.4 Modélisation d'un cordon de soudure

Lorsqu'une soudure avec préparation doit être modélisée, les fonctionnalités « birth and death » peuvent être utilisées. Cette méthode permet d'activer et de désactiver les éléments. La désactivation est réalisée en multipliant les propriétés du matériau par un facteur très près de zéro. Les éléments de la soudure sont créés au début du programme. Ils sont ensuite désactivés, pour être réactivés dès qu'ils sont atteints par la source de chaleur.