

## CHAPITRE 2

### CALCUL DE LA COURBE DE PUISSANCE DE L'ÉOLIENNE

Le présent chapitre étudie l'interaction entre le rotor, l'alternateur et la charge électrique, afin de calculer la courbe de puissance de l'éolienne. La courbe de puissance donne la puissance électrique que fournit l'éolienne en fonction de la vitesse du vent. Elle permet de caractériser une éolienne et d'estimer sa production énergétique en connaissant les conditions de vent d'un site. Comme il a été mentionné, pour une vitesse de vent donnée, le rotor peut opérer sur une plage de vitesses de rotation. C'est l'équilibre dynamique qui s'établit entre le couple mécanique du rotor et le couple électromécanique de l'alternateur qui va définir sa vitesse de rotation. À partir des équations générales de l'alternateur synchrone, les équations en régime permanent de l'alternateur à aimants permanents seront élaborées. Elles permettront de relier l'alternateur à la batterie d'accumulateurs et de calculer la courbe de puissance de l'alternateur. Ensuite, il ne reste plus qu'à coupler les équations du rotor et de l'alternateur pour calculer la courbe de puissance théorique de l'éolienne. Une courbe de puissance est calculée pour l'éolienne reliée à la batterie et une autre pour l'éolienne reliée à une charge résistive.

#### 2.1 Équations de l'alternateur à aimants permanents en régime permanent

Au chapitre précédent, en étudiant la modélisation de l'alternateur, les équations suivantes avaient été établies dans un référentiel tournant avec le rotor ( $dq$ ) :

$$u_d = -R_{abcd}i_d - \frac{d\varphi_d}{dt} + \varpi_m\varphi_q \quad (2.1)$$

$$u_q = -R_{abc}i_q - \frac{d\varphi_q}{dt} - \varpi_m\varphi_d \quad (2.2)$$

$$u_o = -R_s i_o - \frac{d\varphi_o}{dt} \quad (2.3)$$

Où :

$$\varphi_d = L_d i_d - L_r i_r \quad (2.4)$$

$$\varphi_q = L_q i_q \quad (2.5)$$

$$\varphi_o = L_o i_o \quad (2.6)$$

En régime permanent balancé, c'est-à-dire si le rotor tourne en synchronisme avec le champ tournant et que les tensions et courants dans les trois phases sont identiques, mais déphasés de 120 degrés électriques, et si l'on fait correspondre l'angle  $\theta$  de la transformée de Park à  $t = 0$  avec l'axe de la phase  $a$ , on peut simplifier les équations. Ainsi, en régime permanent, pour un observateur lié au rotor, le champ tournant paraît fixe et la transformée de Park revient à décomposer le champ tournant selon les axes  $d$  et  $q$  du rotor, faisant apparaître deux courants continus  $i_d$  et  $i_q$ . Les flux totalisés  $\varphi_d$  et  $\varphi_q$  étant constants, les dérivées apparaissant dans les expressions de  $u_d$  et  $u_q$  disparaissent. En remplaçant  $\varphi_d$  et  $\varphi_q$  dans les expressions de  $u_d$  et  $u_q$  on obtient :

$$u_d = -R_s i_d + \varpi L_q i_q \quad (2.7)$$

$$u_q = -R_s i_q - \varpi L_d i_d + \varpi L_r i_r \quad (2.8)$$

Les deux équations précédentes sont valables pour l'alternateur synchrone ayant une bobine excitatrice pour produire le champ d'excitation. Pour un alternateur à aimants permanents, ce qui est généralement le cas pour les petites éoliennes, on remplace  $L_r i_r$  par le flux magnétique produit par un aimant  $\lambda$ , en weber par pôle. On obtient alors :

$$u_d = -R_s i_d + \varpi L_q i_q \quad (2.9)$$

$$u_q = -R_s i_q - \varpi L_d i_d + \varpi \lambda \quad (2.10)$$

Où  $\varpi$  est obtenu à partir de la vitesse de rotation du rotor  $\Omega_r$  et du nombre de paire pôles  $p$  :

$$\varpi = \Omega_r p \quad (2.11)$$

Les variables  $R_s$ ,  $L_d$ ,  $L_q$ ,  $p$  et  $\lambda$  sont des constantes reliées à la construction de l'alternateur et  $\Omega_r$  est la vitesse de rotation du rotor en rad/sec. La façon de déterminer les valeurs de ces paramètres pour un alternateur donné est présentée dans plusieurs ouvrages [5, 14]. Ainsi, nous avons établi le système d'équations, reliant les voltages et les courants à la vitesse de rotation du rotor. L'information supplémentaire pour solutionner le système va être fournie par la relation entre  $u$  et  $i$ , la tension au borne de l'alternateur et le courant, qui va dépendre de la charge électrique qui est reliée à l'alternateur.

## 2.2 Diagramme vectoriel en grandeur de phase

Pour l'étude des régimes permanents balancés, il est usuel de faire un diagramme vectoriel des tensions et des courants. On utilise une notation avec lettres majuscules pour signaler que l'on exprime la valeur efficace. On suppose qu'à l'instant  $t = 0$  l'axe  $d$  coïncide avec l'axe de la phase  $a$ . Les termes  $\varpi L_d$  et  $\varpi L_q$  représentent les réactances synchrones longitudinale  $X_d$  et transversale  $X_q$ . La tension  $U_s$  représente la tension induite dans les phases statoriques à circuit ouvert ( $i_d = i_q = 0$ ) et on lui donne le nom de "tension induite synchrone". Plus le rotor tourne rapidement, plus le taux de variation du flux magnétique est élevé, plus la tension induite est alors élevée. Le vecteur  $U_s$  est 90 degrés en avance par rapport à l'axe  $d$ , axe qui définit la position d'un pôle nord de l'inducteur. Pour un alternateur à aimants permanents,  $U_s$  est lié au terme  $\varpi\lambda$  dans l'expression de  $u_q$  (équation 2.10).

L'angle  $\delta$  entre la tension vue aux bornes de l'alternateur  $U$  et la tension induite  $U_s$ , s'appelle l'angle de charge. Lorsque l'alternateur fonctionne à vide ( $I = 0$ ), l'angle de charge est de 0 et le vecteur  $U_s$  coïncide avec  $U$ . En charge ( $I$  est différent de 0), en raison de l'impédance synchrone,  $U$  se déplace d'un angle  $\delta$  par rapport à  $U_s$ . L'alternateur débite sa puissance active maximale lorsque l'angle de charge est de 90 degrés. Si la puissance mécanique fournie à l'alternateur augmente davantage, le rotor perd le synchronisme avec le réseau électrique, ce qui peut entraîner la destruction de l'alternateur. En pratique, les alternateurs opèrent à des angles ne dépassant rarement 45 degrés. Il existe une relation entre l'angle de déphasage électrique  $\delta$  et l'angle de déphase mécanique  $\alpha$  :

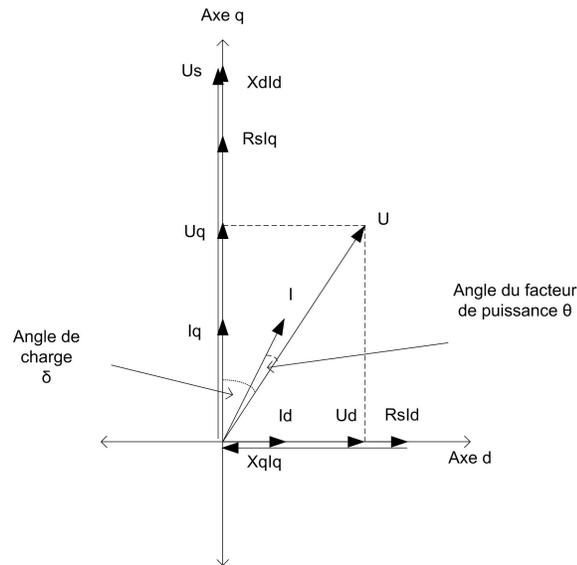


Figure 22 Schéma vectoriel de l'alternateur synchrone

$$\alpha = \frac{\delta}{p} \quad (2.12)$$

L'angle  $\theta$  correspond au déphasage de la tension  $U$  et du courant  $I$ . Il définit le facteur de puissance :

$$FP = \cos(\theta) \quad (2.13)$$

Pour une même vitesse de rotation, le facteur de puissance est déterminé par la charge électrique qui est raccordée à l'alternateur. Il donne le rapport de la puissance active sur la puissance apparente.

### 2.3 Alternateur relié à une batterie d'accumulateurs via un redresseur de tension

Connaissant la charge reliée à l'alternateur, il est alors possible de calculer la puissance débitée par celui-ci en fonction de la vitesse de rotation du rotor. Dans notre cas, la charge est une batterie d'accumulateurs, relié via un redresseur de tension. Le redresseur le plus

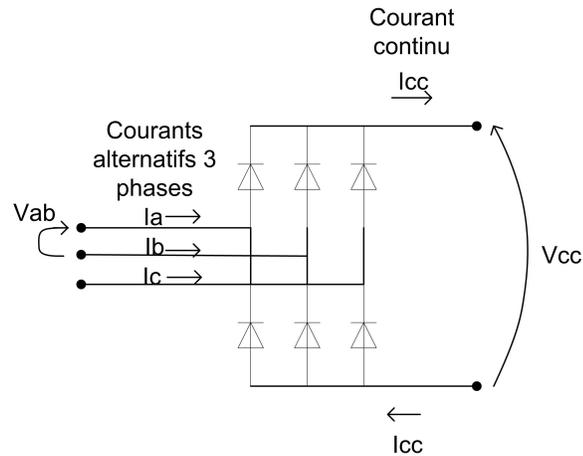


Figure 23 Redresseur en pont triphasé

souvent utilisé est un pont de diodes. Il s'agit d'un dispositif électronique que l'on place entre l'alternateur et l'accumulateur afin de transformer les trois tensions alternatives à la sortie de l'alternateur en une tension continue. Le pont est composé de 6 diodes, tel que présenté à la figure 23. En réalité, la tension à la sortie du pont présente des ondulations à une fréquence 6 fois celle de l'alternateur, c'est pourquoi on ajoute bien souvent un condensateur afin de lisser la tension à sa sortie. La tension moyenne  $V_{cc}$  à la sortie du redresseur triphasé en pont est donnée par [22] :

$$V_{cc} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{LL} \quad (2.14)$$

Où  $V_{LL}$  est la tension efficace entre deux lignes de l'alternateur. Pour l'alternateur relié à la batterie, si on considère les diodes comme étant idéales et que l'on néglige les chutes de tension ainsi que les pertes de commutation, on peut considérer la tension  $U$  en phase avec le courant  $I$  (FP=1). La puissance active absorbée par la batterie est donc égale à la puissance active fournie par l'alternateur.

La tension  $U$  correspond à la tension vue aux bornes de l'alternateur. Pour un alternateur relié à une charge électrique, la tension est imposée par l'alternateur, mais pour un alternateur relié à un réseau de distribution, comprenant plusieurs alternateurs, elle est imposée

par le réseau. Pour ce qui est d'un alternateur relié à une batterie, la tension  $U$  est imposée par la batterie. Elle correspond au voltage de la batterie réferé du côté de l'alternateur; de l'autre côté du pont redresseur. L'amplitude de la tension  $U$  est alors constante et a la même fréquence que le courant de l'alternateur. Il faut noter que  $U$  est le voltage efficace mesuré de ligne à neutre pour une connexion en étoile. La relation entre le voltage ligne-ligne  $V_{LL}$  et lign-neutre  $V_{LN}$  est donnée par :

$$V_{LL} = V_{LN}\sqrt{3} \quad (2.15)$$

En assimilant  $V_{LN}$  à  $U$  et en combinant les deux dernières équations, on trouve le lien entre le voltage de la batterie et le voltage vu aux bornes de l'alternateur :

$$U = \frac{\pi}{3\sqrt{6}}V_{cc} \quad (2.16)$$

On cherche maintenant à établir la relation entre la puissance électrique à la sortie de l'alternateur, la vitesse de rotation et le voltage de la batterie. Pour un vitesse de rotation du rotor donnée  $\Omega_r$ , avec  $\varpi = \Omega_r * p$ , connaissant  $p$  et  $\varphi$ , on peut trouver le voltage induit  $U_s$ , en valeur efficace par :

$$U_s = \frac{\varpi\lambda}{\sqrt{2}} \quad (2.17)$$

En régime permanent, en grandeur de phase et en valeur efficace, à partir du schéma vectoriel présenté à la figure 22 et en assimilant l'axe q à l'axe imaginaire et l'axe d à l'axe réel du plan complexe, on peut écrire :

$$\vec{U}_s = \vec{U} + R\vec{I} + jX_d\vec{I}_d + jX_q\vec{I}_q \quad (2.18)$$

Avec :

$$\vec{U}_s = jU_s \quad (2.19)$$

$$\vec{U} = U_d + jU_q = U \sin(\delta) + jU \cos(\delta); \quad (2.20)$$

$$\vec{I} = I_d + jI_q = I \sin(\delta + \theta) + jI \cos(\delta + \theta) \quad (2.21)$$

Si on réécrit l'équation vectorielle (2.18) sous forme rectangulaire, on obtient :

$$jU_s = U \sin(\delta) + jU \cos(\delta) + RI \sin(\delta + \theta) + jRI \cos(\delta + \theta) + jX_d I \sin(\delta + \theta) - X_q I \cos(\delta + \theta) \quad (2.22)$$

En séparant en deux équations les termes imaginaires et les termes réels :

$$jU_s = jU \cos(\delta) + jRI \cos(\delta + \theta) + jX_d I \sin(\delta + \theta) \quad (2.23)$$

$$0 = U \sin(\delta) + RI \sin(\delta + \theta) - X_q I \cos(\delta + \theta) \quad (2.24)$$

En isolant I dans la deuxième équation :

$$I = \frac{-U \sin(\delta)}{R \sin(\delta + \theta) - X_q \cos(\delta + \theta)} \quad (2.25)$$

En remplaçant I dans l'équation (2.23)

$$U_s = U \cos(\delta) + (R \cos(\delta + \theta) + X_d \sin(\delta + \theta)) * \frac{-U \sin(\delta)}{R \sin(\delta + \theta) - X_q \cos(\delta + \theta)} \quad (2.26)$$

En réarrangeant les termes :

$$\delta = \arccos \left[ \frac{U_s}{U} + \frac{\sin(\delta)(R\cos(\delta + \theta) + X_d\sin(\delta + \theta))}{R\sin(\delta + \theta) - X_q\cos(\delta + \theta)} \right] \quad (2.27)$$

En utilisant les équations (2.16) et (2.17), on peut maintenant déterminer par itération l'angle de charge  $\delta$ , pour une vitesse de rotation donnée, en utilisant l'équation précédente. L'angle  $\theta$  est également fonction de la nature de la charge électrique qui est reliée à l'alternateur. Avec le pont redresseur et une batterie, le facteur de puissance est d'environ 1 ( $FP = 1$ ), alors l'angle  $\theta = 0$ . Une fois que l'on a l'angle de charge, on peut trouver  $I$  avec l'équation (2.25) et ensuite  $U_d$ ,  $U_q$ ,  $I_d$  et  $I_q$  en utilisant les relations géométriques précédentes. Il est maintenant possible de déterminer la puissance débitée par l'alternateur :

$$S = 3\vec{U}\vec{I}^* = 3[(U_d + jU_q)(I_d - jI_q)] \quad (2.28)$$

En simplifiant :

$$S = 3[(U_dI_d + U_qI_q) + j(U_qI_d - U_dI_q)] \quad (2.29)$$

Sachant que  $S = P + jQ$ , la puissance active débitée est alors :

$$P = 3(U_dI_d + U_qI_q) \quad (2.30)$$

## 2.4 Calcul de la courbe de puissance de l'éolienne

À partir des équations présentées pour le rotor et l'alternateur, il est maintenant possible de tracer la courbe de puissance de l'éolienne en fonction de la vitesse du vent. Tout d'abord, en utilisant les équations élaborées à la section précédente, on peut tracer la courbe de puissance de l'alternateur à aimants permanents. Comme il a été mentionné, il s'agit d'un

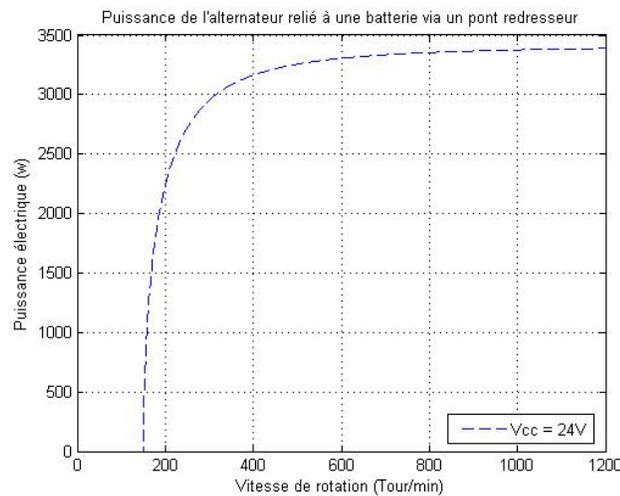


Figure 24 Puissance électrique de sortie d'un alternateur relié à une batterie d'accumulateurs via un pont redresseur triphasé

alternateur relié à une batterie d'accumulateurs via un pont redresseur. La courbe de puissance donne la puissance électrique qui est fournie par l'alternateur en fonction de la vitesse de rotation du rotor, pour un certain niveau de voltage de la batterie (figure 24). À titre indicatif, cette courbe de puissance a été calculée en utilisant les valeurs suivantes :  $L_d = L_q = 0.65\text{mH}$ ,  $\lambda = 0.102\text{ Wb}$ ,  $p = 9$ , la résistance de l'induit a été négligée et la tension nominale de la batterie a été fixée à 24 volts.

À la figure 25, afin de calculer la courbe de puissance de l'éolienne, on superpose les courbes de puissance mécanique du rotor et la courbe de puissance électrique de l'alternateur. Les courbes du rotor sont calculées pour différentes vitesses de vent, à partir de la courbe du coefficient de puissance du rotor (courbe  $C_p(\lambda)$ , voir section 1.2 sur la modélisation du rotor). On pourrait tout aussi bien utiliser des graphiques présentant les courbes des couples mécanique et électromécanique. Il est cependant plus intéressant d'afficher les courbes de puissance, puisqu'elles permettent de visualiser la puissance maximale qu'il est possible d'obtenir pour un vent donné.

Afin de faire le couplage entre les courbes du rotor et l'alternateur, si on considère que les pertes sont trop importantes pour être négligées (perte joules et pertes fer dans l'alter-

nateur, ainsi que les pertes mécaniques par frottement et ventilation), on doit les ajouter à la courbe de puissance électrique. On obtient alors une nouvelle courbe de puissance, reliée à l'alternateur, appelée "courbe de couplage" et identifiée par " $P_{totale}$ " à la figure 25. De plus, si le couplage n'est pas direct entre le rotor et l'alternateur, c'est-à-dire si un multiplicateur est utilisé, on doit ramener les courbes du rotor du côté de l'alternateur en multipliant son échelle de vitesse originale par le rapport d'engrenage.

Les points d'intersection entre la courbe de couplage et les courbes mécaniques, figure 26, donnent les différents points d'opération de l'éolienne. Pour un vent donné, un point d'opération est un point d'équilibre, où la puissance mécanique captée par le rotor égale la puissance électrique débitée par l'alternateur plus les pertes. Le couple mécanique transmis par le rotor est alors égal au couple électromécanique de l'alternateur (plus le frottement). À ce point, si le vent ne varie pas, on a un équilibre dynamique; il n'y a pas d'accélération ou de décélération du rotor. Cependant, il faut faire attention car tous les points d'intersection ne sont pas des points d'opération. En effet, certains points d'intersection sont instables. Pour avoir stabilité à une intersection, un accroissement de la vitesse de rotation doit amener une puissance électrique supérieure à la puissance mécanique. De plus, pour une même vitesse de vent, on peut retrouver dans certains cas plus d'un point d'opération stable.

À chacun des points d'intersection est associé une vitesse de rotation, une vitesse de vent ainsi qu'une puissance mécanique. En connaissant la vitesse de rotation, on peut ensuite se référer à la courbe de puissance électrique de l'alternateur pour connaître la puissance électrique débitée. En prenant plusieurs points d'intersection, on peut alors tracer la courbe de puissance électrique de l'éolienne en fonction de la vitesse du vent. La figure 27 montre la courbe de puissance résultante. Cependant, pour des vitesses de vent élevées, cette courbe de puissance ne peut être utilisée directement, car les éoliennes ont normalement des mécanismes de protection de survitesse et de limitation de puissance. La modélisation de ces systèmes est complexe, d'autant plus que chaque éolienne a son système de régulation qui lui est propre. Ainsi, dans les chapitres subséquents, afin de tenir compte de ces mécanismes de régulation, on se contentera de limiter la puissance de l'éolienne à sa puissance nominale.

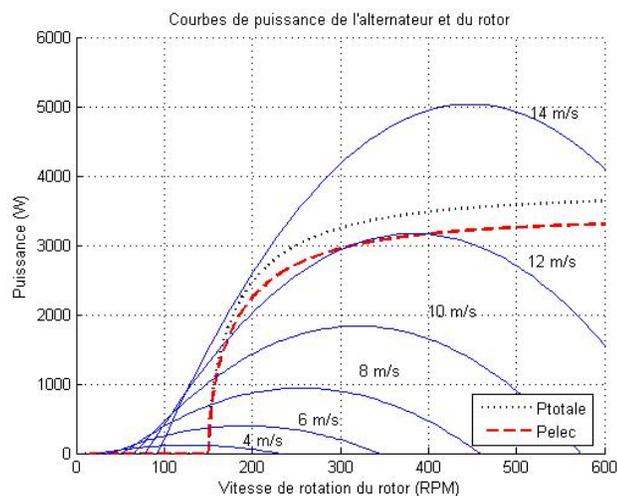


Figure 25 Courbes de puissance du rotor et de l'alternateur, Pelec est la puissance électrique de sortie, Ptotale inclut les pertes

Sur le graphique de la courbe de puissance de l'éolienne qui est présenté, on peut voir un saut entre 1700 W et 3400 W. Car, à partir d'une certaine vitesse de vent, la courbe du rotor passe par-dessus la courbe de l'alternateur et ne trouve un point d'équilibre qu'à une vitesse de rotation (et une puissance) beaucoup plus élevée. Ceci importe peu, l'ajout du mécanisme de régulation de puissance viendra tronquer la courbe de puissance à une certaine valeur limite.

## 2.5 Alternateur relié directement à une charge résistive

Pour certaines applications, l'éolienne est directement raccordée à une charge résistive. Le plus souvent, la charge résistive est utilisée comme charge de délestage afin de protéger les batteries d'accumulateurs et l'éolienne. Lorsque la batterie est pleine, elle est débranchée de l'éolienne, à laquelle on raccorde la charge de délestage. Sans charge reliée à l'éolienne, l'énergie captée par le rotor ne peut être dissipée : elle fait alors augmenter l'énergie cinétique du rotor, pouvant faire augmenter dangereusement sa vitesse de rotation et atteindre les limites mécaniques de l'éolienne. De plus, le rotor tournant à des vitesses élevées produit davantage de bruit, ce qui est inconfortable. Dans certains mon-

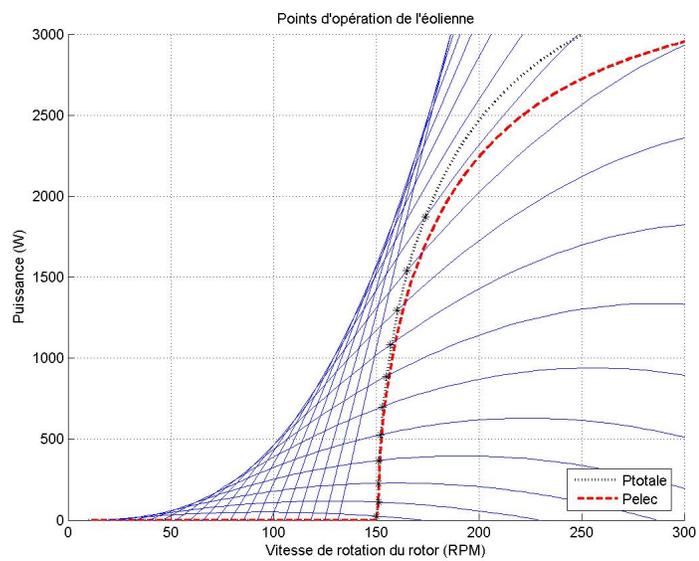


Figure 26 Points d'opération de l'éolienne, Pelec est la puissance électrique de sortie, Ptotale inclut les pertes

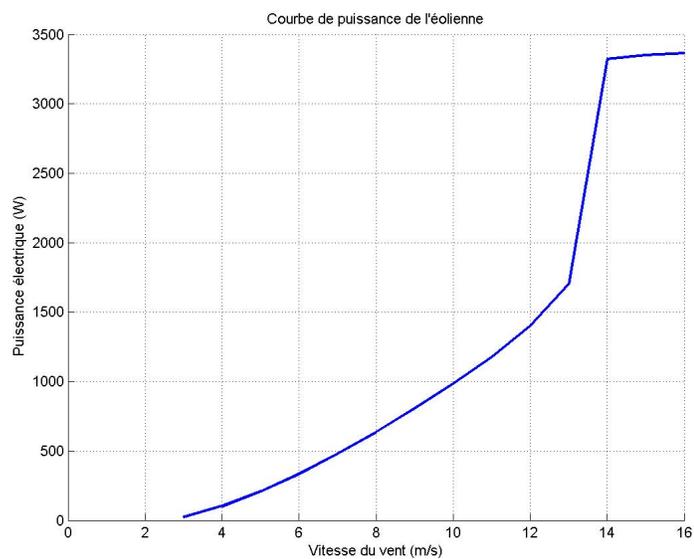


Figure 27 Courbe de puissance de l'éolienne

tages, l'énergie envoyée à la charge de délestage peut être récupérée, elle peut servir à préchauffer l'eau par exemple.

La relation permettant de trouver la puissance électrique à la sortie de l'alternateur relié directement à une charge résistive n'est pas la même que pour l'alternateur relié à une batterie. Elle est obtenue à partir de l'équation 2.18 en posant  $\vec{U} = Rl\vec{I}$  où  $Rl$  est la valeur de la résistance de charge en ohm pour une connexion en étoile.

La figure 28 donne les courbes de puissance électrique de l'alternateur pour différentes valeurs de résistances, reliées directement à l'alternateur avec une connexion en étoile, ainsi que les courbes de puissance mécanique du rotor. Les valeurs suivantes ont été utilisées pour l'alternateur :  $L_d = L_q = 0.65\text{mH}$ ,  $\lambda = 0.102\text{ Wb}$ ,  $p = 9$ ,  $R = 0.5\ \Omega$  avec les quatre valeurs de résistance de charge  $0.1\ \Omega$ ,  $0.5\ \Omega$ ,  $1\ \Omega$  et  $2\ \Omega$ . Pour avoir un maximum de puissance fournie à la charge, la valeur de résistance de charge doit être égale à la résistance de l'induit, mais dans ces conditions, on se trouve à dissiper autant d'énergie dans l'induit que dans la charge. On obtient alors un rendement de moins de 50% en considérant les pertes mécaniques, ce qui est à éviter. La figure 29 montre les courbes de puissance de l'alternateur pour une seule valeur de résistance, celle de  $2\ \Omega$ . On peut y voir la courbe de puissance électrique (soit la puissance électrique à la sortie de l'alternateur), la courbe de puissance électrique incluant les pertes électriques dans la résistance de l'induit et également la courbe de couplage, celle qui inclut les pertes mécaniques et qui correspond à la puissance mécanique appliquée à l'arbre de l'alternateur. Les pertes mécaniques ont été ajoutées à titre indicatif, en ajoutant une perte mécanique qui serait proportionnelle à la vitesse de rotation. Les points d'équilibre y sont présentés ainsi que les points de puissance électrique correspondants. La figure 30 montre la courbe de puissance de l'éolienne qui en résulte.

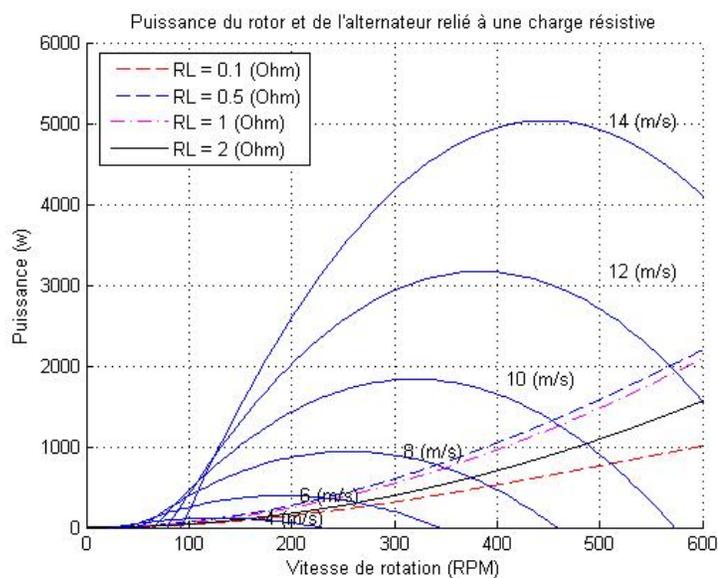


Figure 28 Courbes de puissance mécanique du rotor et de puissance électrique de sortie de l'alternateur pour un alternateur relié directement à différentes résistances

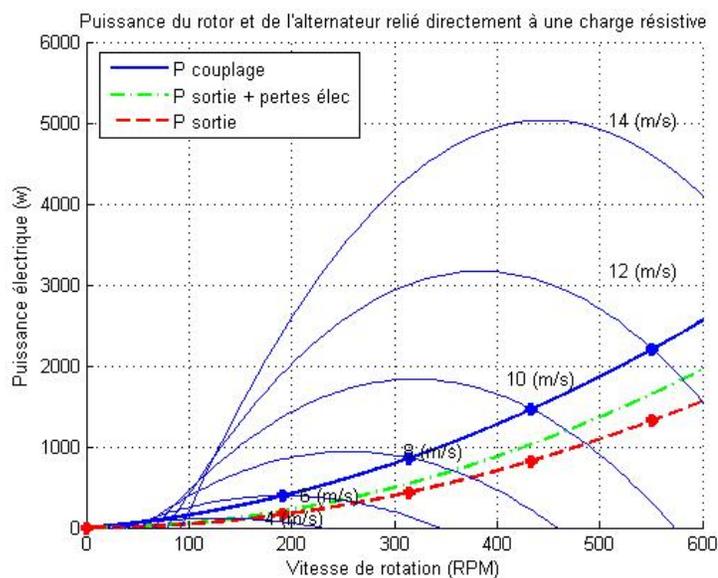


Figure 29 Courbes de puissance du rotor et de l'alternateur avec un alternateur relié directement à une charge résistive

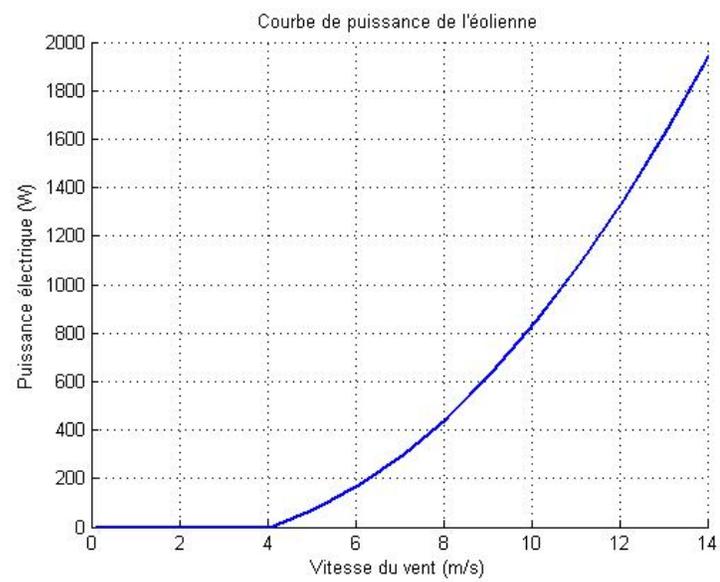


Figure 30 Courbe l'éolienne reliée à une charge résistive