

3.3.4 Commande de force normale de contact

3.3.4.1 Réduction du sous-espace de force normale de contact

Dans cette section, nous proposons une autre transformation pour établir un couple pré-calculé (*i.e.* une commande) de force. En pré-multipliant (3.1) par $J_m^T = (DD^T)^{-1}DJ_e^{-T}$, nous obtenons [238] :

$$\bar{\tau}_m = \bar{B}_m(q)\Gamma = \bar{M}_m(q)\ddot{q}_l + \bar{H}_m(\dot{q}_l, q) + \lambda \quad (3.47)$$

avec

$$\begin{cases} \bar{\tau}_m & = J_m^T \tau \\ \bar{B}_m(q) & = J_m^T B \\ \bar{M}_m(q) & = J_m^T M(q) J_l \\ \bar{H}_m(\dot{q}_l, q) & = J_m^T (M(q) J_l \dot{q}_l + H(\dot{q}_l, q)) \end{cases} \quad (3.48)$$

En utilisant la première égalité de (3.24), nous écrivons :

$$\Gamma = \bar{B}_l^I(q)\bar{\tau}_l + B^{-1}D_e^T \varsigma \quad (3.49)$$

où \bar{B}_l^I est la matrice pseudo-inverse de \bar{B}_l , ς caractérise l'ensemble des forces internes produites [235], pour tout vecteur $\varsigma \in \mathbb{R}^l$ du sous-espace réduit de force normale de contact, $B^{-1}D_e^T \varsigma$ est dans l'espace nul de \bar{B}_l et il n'affecte point le système de mouvement, et $\bar{\tau}_l$ est le couple pré-calculé modifié, donné par (3.27), appliqué dans la dynamique de position. En outre, notons que les colonnes $\bar{B}_m(q)B^{-1}(q)D_e^T$ engendrent le sous-espace réduit des forces normales de contact, et nous avons $\bar{B}_m(q)B^{-1}(q)D_e^T \varsigma = \varsigma$. Alors, en combinant la première égalité de (3.47) et (3.49), nous obtenons :

$$\bar{\tau}_m = \bar{B}_m(q)\bar{B}_l^I(q)\bar{\tau}_l + \varsigma \quad (3.50)$$

En tenant compte des équations (3.47) et (3.50), nous constatons que la force normale réduite de contact ς satisfait

$$\varsigma = \bar{M}_m(q)\ddot{q}_l + \bar{H}_m(\dot{q}_l, q) - \bar{B}_m(q)\bar{B}_l^I(q)\bar{\tau}_l + \lambda \quad (3.51)$$

D'où, nous proposons la commande de couple pré-calculé de force suivante :

$$\varsigma = \bar{M}_m(q)\ddot{q}_l + \bar{H}_m(\dot{q}_l, q) - \bar{B}_m(q)\bar{B}_l^I(q)\bar{\tau}_l + u_m \quad (3.52)$$

Dans (3.52), \ddot{q}_l est *a priori* calculée algébriquement à partir de (3.24) dans le cas d'absence de frottement (ou si nous négligeons éventuellement son effet); ce qui ne doit pas être le cas ici. Et, pour ce faire, nous remplaçons \ddot{q}_l par \ddot{q}_{ld} dans (3.52), *i.e.* [238] :

$$\varsigma = \bar{M}_m(q)\ddot{q}_{ld} + \bar{H}_m(\dot{q}_l, q) - \bar{B}_m(q)\bar{B}_l^I(q)\bar{\tau}_l + u_m \quad (3.53)$$

Si nous substituons cette expression dans (3.51), alors nous obtenons :

$$\lambda = u_m - \bar{M}_m(q)\ddot{\tilde{q}}_l \quad (3.54)$$

où u_m représente l'action du contrôleur linéaire de force liée aux états mesurables de système de force. Une variable d'état d'intégrale de force sera utilisée dans la suite pour réguler la boucle de force réduite et garantir une erreur statique nulle [242]. En outre, ce type d'action permet d'assurer une robustesse en performance vis-à-vis des problèmes pratiques de mesure (comme les retards de mesure) [238, 242].

3.3.4.2 Commande linéaire de force

Pour compléter la loi de commande non linéaire (3.53), nous proposons ici la détermination de la fonction u_m qui garantit la régulation de la dynamique de force (3.54). Étant donné λ_d la force normale désirée, notons $\tilde{\lambda} = \lambda - \lambda_d$ l'erreur de force. Nous proposons la loi de commande linéaire suivante :

$$u_m = \lambda_d - K_I \int_0^t \tilde{\lambda} dt \quad (3.55)$$

À partir de (3.54) et (3.55), il suit :

$$\tilde{\lambda} + K_I \int_0^t \tilde{\lambda} dt + \bar{M}_m(q)\ddot{\tilde{q}}_l = 0 \quad (3.56)$$

D'après la proposition 3.3 et en utilisant (3.28) et (3.29), nous avons déjà prouvé que $\ddot{\tilde{q}}_l$ tend vers zéro. Et par conséquent, pour un gain $K_I > 0$ donné, la boucle fermée de dynamique d'erreur de force normale (3.56) peut être stabilisée (voir figure 26).

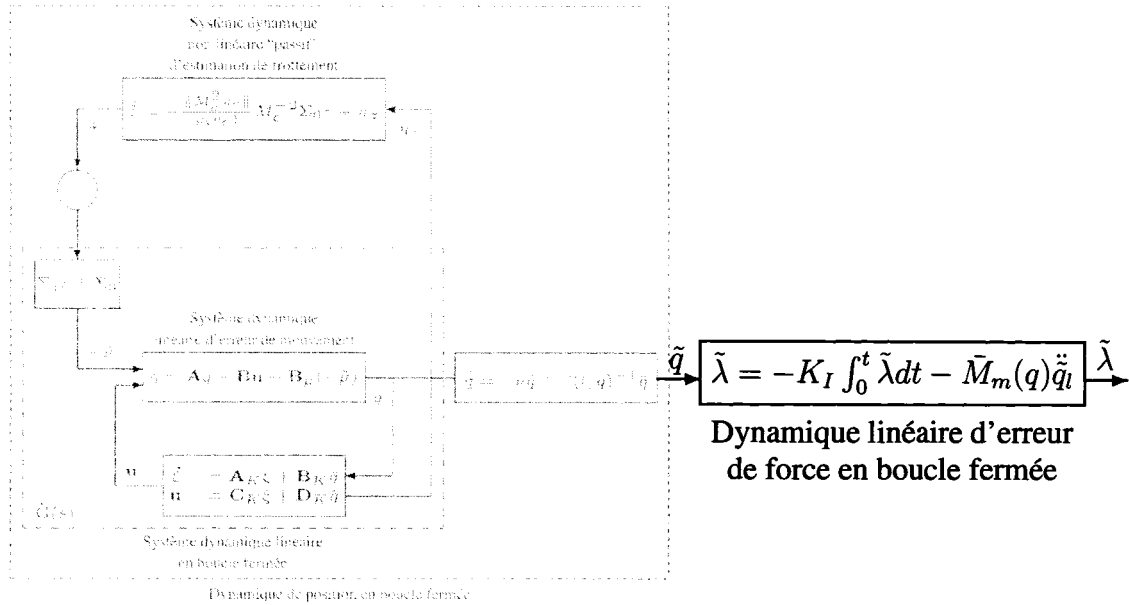


Figure 26 Schéma-bloc de dynamique d'erreur de force normale

3.4 Exemple d'illustration expérimentale

3.4.1 Dispositif expérimental

Le système expérimental développé ici est basé sur une technique combinatoire de matériel et d'outils de simulation¹⁰ [238]. Un système dynamique d'un robot manipulateur à deux articulations rotatives est simulé en temps réel avec un dispositif physique qui génère le frottement réel sur une surface de contact caoutchouc-acier. Ce dispositif consiste en un vérin électrique actionné par un moteur à courant continu (voir figure 27). La position du vérin est mesurée par un encodeur de position (*Rotalec*, NV-D205B-12-MP2-FE2-EM). Un capteur de force (*Superlogics*, ICP-208C02) est utilisé pour mesurer l'amplitude de la force de frottement. Le système de contrôle et l'implémentation de la dynamique de robot sont réalisés avec les logiciels *Simulink*, *XPC-Target* et *Real-Time-Workshop* de ©MATLAB. Les blocs *Simulink* sont transformés en code C, par le biais d'un ordinateur hôte équipé de *Windows-OS* et *Simulink*. Finalement, un dispositif exécutable est compilé,

¹⁰ Il s'agit d'une implémentation partielle de simulation juxtaposée avec des données expérimentales et réelles obtenues en ligne; connue, en anglais, sous le nom de *hardware-in-the-loop*

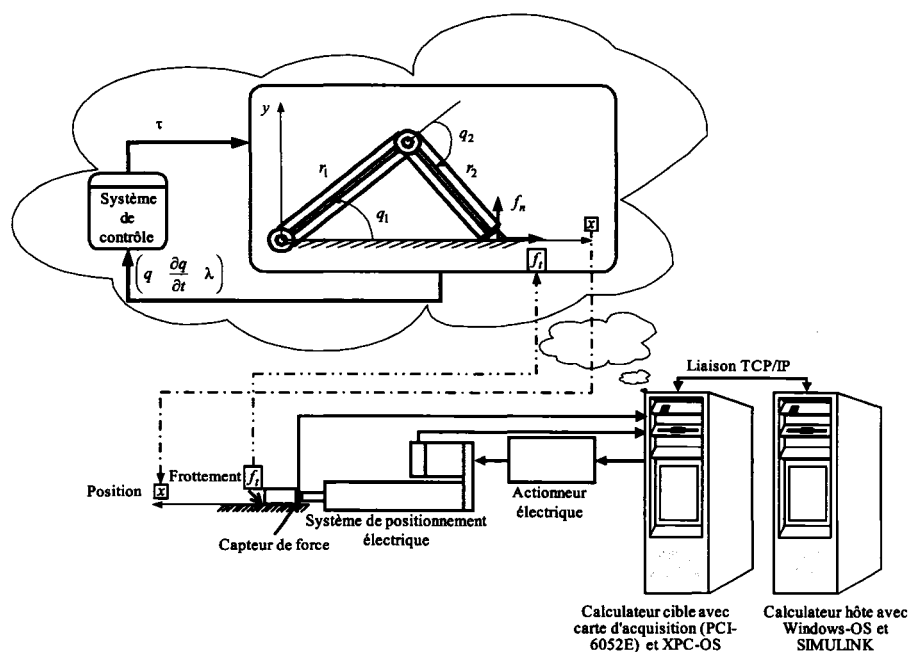


Figure 27 Robot manipulateur à deux articulations rotatives en contact avec une surface horizontale sous frottement, implémenté par la technique *hardware-in-the-loop*

et un noyau d'exécution en temps réel¹¹ est utilisé sur un ordinateur cible avec une carte d'acquisition (*National Instruments*, PCI-6052E) et *XPC-OS* (voir figure 27). Les ordinateurs hôte et cible communiquent par l'entremise d'une liaison de type *TCP/IP*. La période d'échantillonnage est fixée à $200 \mu s$.

3.4.2 Description du robot de contact sous frottement et du système de contrôle

Les paramètres donnés dans le tableau III correspondent à ceux d'un robot qui peut être utilisé dans des tâches de mouvement et de force. La matrice cinématique (de transforma-

¹¹ En anglais, *real-time kernel*.

tion) du manipulateur est donnée par [243] :

$${}^0T_2 = \begin{pmatrix} c_{22} & -s_{22} & 0 & r_2 \cdot c_{12} + r_1 \cdot c_1 \\ s_{22} & c_{22} & 0 & r_2 \cdot s_{12} + r_1 \cdot s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

où $s_i = \sin(q_i)$, $c_i = \cos(q_i)$, $s_{ij} = \sin(q_i + q_j)$ et $c_{ij} = \cos(q_i + q_j)$. Les matrices de l'équation dynamique du robot (3.1) sont données par [243] :

$$M(q) = \begin{pmatrix} J_1 + J_2 + (m_1 + m_2)r_1^2 + m_2r_2^2 + 2m_2r_1r_2c_2 & J_2 + m_2r_2^2 + m_2r_1r_2c_2 \\ J_2 + m_2r_2^2 + m_2r_1r_2c_2 & J_2 + m_2r_2^2 \end{pmatrix}$$

et

$$H(\dot{q}, q) = \begin{pmatrix} -2m_2r_1r_2\dot{q}_1\dot{q}_2 \cdot s_2 - m_2r_1r_2\dot{q}_2^2 \cdot s_2 + (m_1 + m_2)g r_1 \cdot c_1 + m_2g r_2 \cdot c_{12} \\ m_2r_2(r_1\dot{q}_1^2 \cdot s_2 + g \cdot c_{12}) \end{pmatrix}$$

où $s_{ii} = \sin(2q_i)$ et $c_{ii} = \cos(2q_i)$. La matrice *Jacobienne* est donnée par [243] :

$$J(q) = \begin{pmatrix} -r_2 \cdot s_{12} - r_1 \cdot s_1 & -r_2 \cdot s_{12} \\ r_2 \cdot c_{12} + r_1 \cdot c_1 & r_2 \cdot c_{12} \end{pmatrix}$$

Les coordonnées généralisées indépendantes $\begin{pmatrix} q_1 & q_2 \end{pmatrix}^T$ sont sélectionnées telles que :

$$J_l = \begin{pmatrix} 1 & -(\frac{r_1 \cdot c_1}{r_2 \cdot c_{12}} + 1) \end{pmatrix}$$

Les matrices de transformation normale et tangentielle D et G sont exprimées comme suit :

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } G = \begin{pmatrix} \frac{r_1 \cdot s_2}{c_{12}} & 0 \end{pmatrix}$$

Les paramètres du modèle de frottement sont donnés dans le tableau III. Ils ont été identifiés sur le système d'actionneur électrique dans une étape préalable (*i.e.* hors-ligne) utilisant des techniques très répandues dans la littérature pour déterminer les différents aspects de frottement [76, 244]. La trajectoire de position de référence est un signal de mouvement

Tableau III

Applications numériques des paramètres

Paramètres du robot			Paramètres de frottement		
Paramètre	Valeur	Unité	Paramètre	Valeur	Unité
r_1	0.25	m	σ_0	28797.0	m^{-1}
r_2	0.25	m	σ_1	51.30	sm^{-1}
$m_i, i = 1, 2$	1.00	kg	σ_v	12.56	sm^{-1}
$J_i, i = 1, 2$	0.25	kgm^{-2}	μ_c	2.39	-
g	9.81	ms^{-2}	μ_s	2.95	-
-	-	-	v_s	0.005	ms^{-1}

répétitif sur une table de travail horizontale. La force normale désirée appliquée sur cette surface est d'amplitude 50 N. Pour cette fin, nous proposons un retour de sortie de rang plein qui assure une condition de stabilité exponentielle sur $\tilde{G}(s)$. De plus, nous ajoutons une condition de placement de pôles en boucle fermée à l'intérieur d'un disque de rayon $r = 8$ centré à l'origine, pour éviter les modes oscillatoires dans la réponse en boucle fermée et aussi pour limiter les amplitudes (*i.e.* gains) de la commande appliquée. Encore, pour limiter, éventuellement, les couples articulaires et les puissances des moteurs pendant le fonctionnement, nous proposons la minimisation de la norme H_∞ entre $(-\tilde{\mu})$ et $\left(0.2\bar{q} \quad \mathbf{u}^T \right)^T$. La borne supérieure de la marge de stabilité exponentielle α est fixée à 2. Nous choisissons $\nu = 40 \gg \alpha$ et $\epsilon = 10^{-4}$. Les matrices du contrôleur dynamique linéaire sont données par :

$$\mathbf{A}_K = \begin{pmatrix} -5.55 \end{pmatrix}, \mathbf{B}_K = \begin{pmatrix} 52.36 \end{pmatrix}, \mathbf{C}_K = \begin{pmatrix} -0.02 \\ 4 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{D}_K = \begin{pmatrix} 31.56 \\ 0.04 \end{pmatrix}$$

i.e.

$$u_l = \frac{31.56s + 173.94}{s + 5.55} [\bar{q}] \text{ et } u_z = \frac{0.04s + 0.24}{s + 5.55} [\bar{q}]$$

Par convention, les termes entre les crochets $[\cdot]$ représentent l'entrée de la loi de transfert en s qui est notée devant les crochets. Le gain intégrateur de force est choisi $K_I = 1.2$.

3.4.3 Résultats expérimentaux et interprétation

Pour justifier le choix de schéma d'observation en boucle fermée basée sur le modèle de *LuGre*, nous proposons la comparaison de ce modèle avec celui de *Karnopp* exprimé par une fonction statique simple [151, 245]. La trajectoire de position répétitive désirée que nous considérons comprend des phase d'arrêt, d'accélération et de décélération (voir figures 28 (a) et (b)). Les trajectoires réelle et désirée de position de l'effecteur sont montrées dans les figures 28 (a) et (b). La figure 29 montre la performance de l'erreur de suivi dans l'espace cartésien.

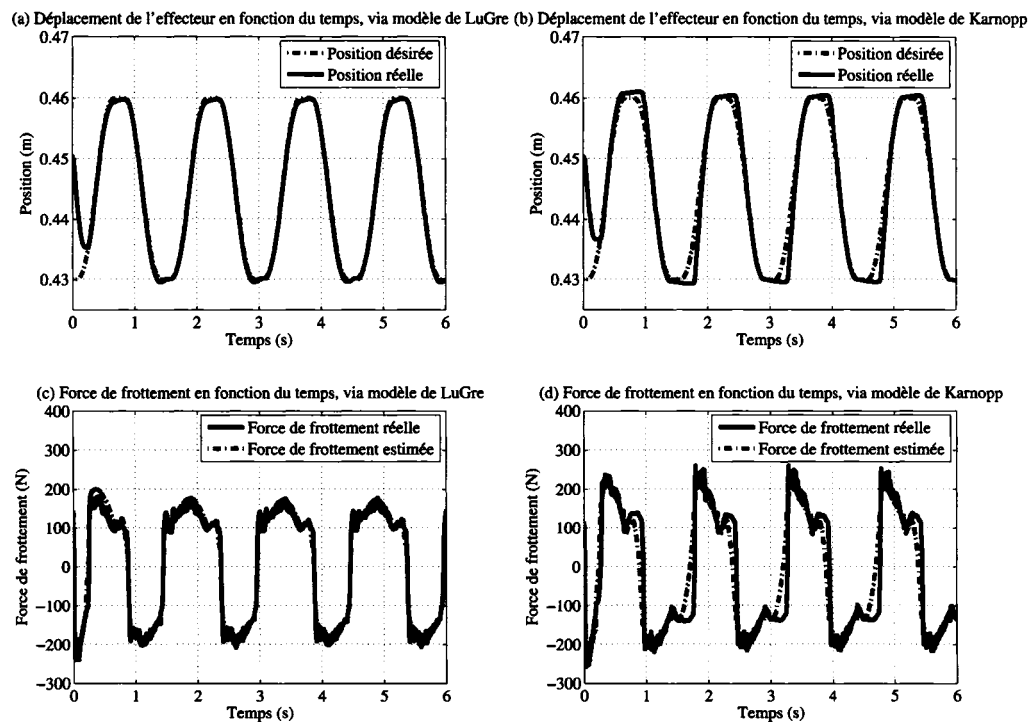


Figure 28 Performance de position et d'estimation de frottement

Les figures 28 (c) et (d) montrent les mesures et les estimations de la force de frottement, avec les deux méthodes d'observation. Elles montrent l'importance et l'efficacité de l'approche que nous proposons dans la prédiction du comportement de frottement. No-

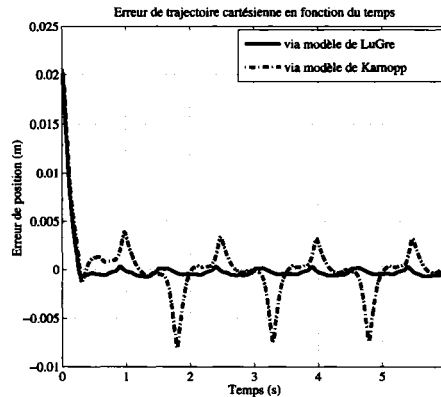


Figure 29 Performance d'erreur de position

tons que le modèle d'estimation de *LuGre* manifeste toute la richesse dans l'évolution du frottement dans ses multiples phénomènes et caractéristiques (de pré-glissement, de glissement, dynamique et statique). Par contre, le modèle de *Karnopp* reste limité à cause de la problématique de son estimation de frottement appauvrie, surtout à vitesse réduite (*i.e.* au voisinage de zéro).

Les réponses de la force normale, obtenues par le modèle dynamique de *LuGre* et le modèle statique de *Karnopp*, sont respectivement représentées dans les figures 30 (a) et (b). Dans les figures 30 (c) et (d), nous montrons la différence de registre entre les couples articulaires appliqués avec les deux techniques d'observation de frottement.

Nous signalons qu'en dépit de la performance acceptable de suivi de trajectoire obtenue avec le modèle d'estimation de *Karnopp*, des erreurs significatives restent apparentes, surtout, lorsque la vitesse passe par zéro (voir tableau IV). La structure dynamique et les termes de *feed-back* utilisés dans le modèle de *LuGre* permettent d'avoir une amélioration de l'estimation de la force de frottement (voir figures 28 (c) et (d)) et, par conséquent, celle de la performance de suivi de trajectoire (voir figures 28 (a), (b) et 29) sans nécessairement user de gains excessifs (voir figures 30 (c) et (d)).

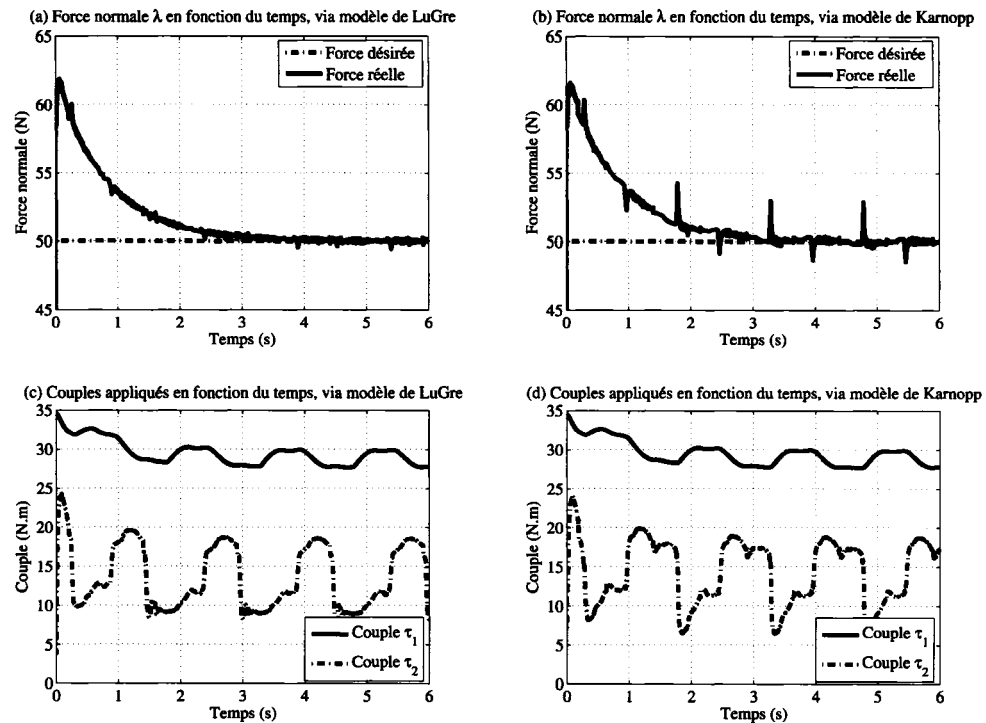


Figure 30 Performance de force normale et couples appliquées

Tableau IV

Comparaison des performances d'erreurs statiques selon les modèles d'estimation de frottement de *LuGre* et de *Karnopp*

Modèle d'estimation de frottement	Estimation de LuGre	Estimation de Karnopp
RMS de l'erreur de force norm. (N)	10.4964	25.8626
Max. de l'erreur de force norm. (N)	0.5732 ou 1.15 % de 50 N	2.9963 ou 5.99 % de 50 N
RMS de l'erreur de position (m)	0.0639	0.3481
Max. de l'erreur de position (m)	0.0007 ou 2.33 % de 3 cm	0.0081 ou 27.0 % de 3 cm

En outre, nous avons montré la possibilité d'assurer la faisabilité de la méthode proposée sous plusieurs contraintes et critères multi-objectifs, grâce à la bonne flexibilité du contrôleur dynamique linéaire. En effet, d'autres performances d'optimisation H_∞ et/ou

H_2 peuvent être ajoutées dans la conception de ce contrôleur. En d'autres termes, cette structure de retour de sortie dynamique est capable d'améliorer davantage les tâches prescrites des servo-systèmes sous frottement, comparée à d'autres classes de commandes proposées dans la littérature. Cette qualité de trouver un contrôleur, dont la structure dynamique linéaire est relativement simple, qui répond à plusieurs critères multi-objectifs est rendue possible grâce au formalisme LMI. Ce dernier offre en effet une meilleure flexibilité qui reste très utile dans les techniques de conception de contrôleurs assujettis à plus d'un critère de performance.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous proposons un paradigme de structure de contrôle hybride basé sur l'observateur de frottement de *LuGre* dans le cas d'un robot de contact soumis à l'influence de frottement. Cette structure de contrôle hybride est basée sur le principe de décomposition/séparation entre la dynamique de position et celle de force par l'entremise de la technique de projection orthogonale dans les différents sous-espaces articulaires respectifs. Des expressions adéquates de couples pré-calculés sont appliquées dans chaque sous-espace en tenant compte du modèle dynamique de *LuGre* dans la compensation de frottement. En particulier, nous proposons dans l'étape de linéarisation de la dynamique de position une nouvelle expression (comparativement à l'expression classique connue dans la littérature) de couple pré-calculé; qui utilise un changement de variable inspiré de celui introduit dans la commande adaptative indirecte des robots par Li et Slotine [29].

Afin de compléter le contrôle de position, nous avons proposé une synthèse d'un retour de sortie dynamique sujet aux performances de stabilité exponentielle, de placement de pôle et de minimisation H_∞ . En particulier, dans le contexte discuté dans ce chapitre, nous avons assuré la stabilité de la dynamique d'erreur de position des articulations réelles par l'entremise de la notion de stabilité des systèmes hiérarchiques.

Les éléments de contrôle de force normale introduits dans ce chapitre représentent simplement un complément au sujet de la commande hybride des systèmes robotiques.

Intuitivement, la formulation de passivité initialement présentée dans [20] et adoptée dans la procédure générale introduite dans le chapitre 2 [203, 238] est proposée ici dans un contexte mettant en œuvre une structure mécanique complexe (robot manipulateur avec contact) et une structure de contrôleur dynamique plus flexible pour atteindre simultanément plusieurs objectifs.

Les résultats expérimentaux présentent un bon argument qui met en exergue l'efficacité de notre approche et la qualité du compensateur dynamique de frottement de *LuGre*.