

CHAPITRE 1

MODÉLISATION DE L'AVION ET OBJECTIFS DE PILOTAGE

Nous présenterons dans ce chapitre le principe des commandes de vol électriques ainsi que les chaînes de contrôle de l'appareil à savoir les chaînes de roulis, de lacet et de tangage. Nous présenterons ensuite le modèle longitudinal linéarisé de l'avion rigide, obtenu à l'aide des équations de la dynamique du vol décrivant l'avion autour de son centre de gravité. Nous donnerons après les différents modes qui caractérisent ce mouvement et leur interprétation physique. Nous terminerons enfin le descriptif de la modélisation par une présentation des principaux objectifs à atteindre par la loi de pilotage, en ce qui concerne les qualités de vol et de manoeuvrabilité en longitudinal.

1.1 Principes des commandes de vol électriques

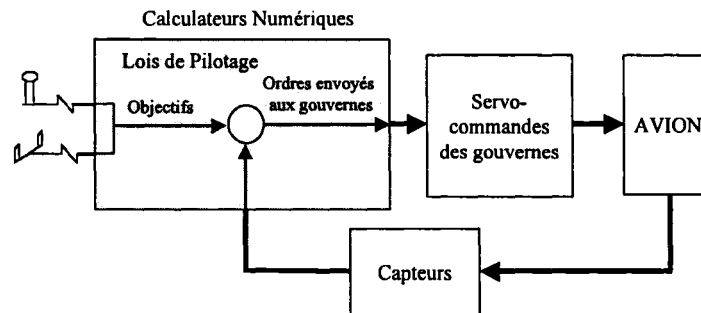


Figure 1.1 Principe des commandes de vol électriques

Le concept des commandes de vol électriques est résumé sur le schéma de la figure 1.1. On peut distinguer 3 ensembles : les servocommandes, l'avion et les capteurs. Le pilote possède 2 organes de pilotage : le palonnier et le manche. Des capteurs, situés sur les organes de pilotage, permettent de transformer les ordres du pilote en objectifs de commande. La différence entre ces objectifs et les mesures fournies par les capteurs (cap-

teurs anémométriques et inertiels) permet de déduire l'ordre de commande à envoyer aux servocommandes des gouvernes. Ce type de structure permet d'intégrer les techniques modernes de l'automatique pour commander les braquages des gouvernes en fonction des ordres du pilote et de l'état mesuré de l'avion. Pour cela, on dispose typiquement d'un modèle linéaire du système à commander sous forme de représentation d'état, décrivant son comportement autour d'un point d'équilibre.

On peut distinguer deux pilotages pour un avion : le pilotage longitudinal et le pilotage latéral.

– Le pilotage longitudinal consiste à commander la chaîne de tangage à l'aide du manche et de la manette des gaz. Pour un avion de transport civil, le tangage est contrôlé par la gouverne de profondeur située à l'arrière de l'appareil sur une surface horizontale appelée empennage horizontal.

– Le pilotage latéral consiste à commander simultanément la chaîne de lacet et de roulis, à l'aide du palonnier pour le lacet et du manche pour le roulis. Le roulis est contrôlé par des gouvernes (ailerons), petites surfaces mobiles situées aux extrémités des ailes de l'avion. Le lacet est contrôlé par la gouverne de direction situé à l'arrière de l'appareil sur une surface verticale appelée empennage vertical.

Pour certains avions ne disposant pas de stabilisateur horizontal arrière, genre aile volante ou aile delta (avion de chasse par exemple), les commandes des axes de tangage et de roulis sont assurées par les mêmes gouvernes, appelées alors élevons. Elles sont utilisées soit comme gouvernes de profondeur (débattement symétrique pour le tangage), soit comme gouvernes de roulis (débattement antisymétrique). En effet, les applications que nous allons développer plus loin, s'appuient sur des modèles d'avions correspondant à l'une ou l'autre de ces configurations<sup>1</sup>. On note par ailleurs que l'on s'intéresse dans cette thèse au problème du pilotage longitudinal seulement.

---

<sup>1</sup> Les modèles d'avion fournis par Bombardier, correspondent à un avion civil avec empennage horizontal arrière alors que dans le cas de l'avion de chasse, ce dernier présente une configuration *delta-canard*.

## 1.2 Equations du mouvement

Si l'on fait l'hypothèse que la masse de l'avion est constante, les équations générales du mouvement de l'avion rigide, par rapport au système inertiel d'axes liés à la terre, s'écrivent :

$$\sum \mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{V}_T}{dt} \quad (1.1)$$

$$\sum \mathcal{M} = \frac{d\mathbf{H}}{dt} \quad (1.2)$$

où  $\frac{d\mathbf{V}_T}{dt}$  représente l'accélération du centre de gravité de l'avion par rapport au repère inertiel,  $\mathbf{H}$  le moment cinétique de l'avion autour du centre de gravité,  $\sum \mathbf{F}$  la résultante des forces extérieures agissant sur l'avion (forces de pesanteur, forces aérodynamiques et forces de propulsion) et  $\sum \mathcal{M}$  le moment résultant des différentes forces agissant sur l'avion (moment des forces aérodynamiques et moment des forces de propulsion).  $m$  représente la masse de l'avion.

Souvent, on exprime ces équations dans le repère avion,  $R_b = (G, \mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b, \mathbf{z}_b)$ , voir figure 1.2. C'est un repère dont le centre  $G$  est un point de référence de l'avion (souvent choisi comme étant le centre de gravité). Les axes  $\mathbf{x}_b$  et  $\mathbf{z}_b$  sont orthogonaux entre eux et contenus dans le plan de symétrie de l'avion.  $\mathbf{x}_b$  est choisi voisin de l'axe longitudinal de l'avion et orienté positif de l'arrière vers l'avant de l'appareil.  $\mathbf{z}_b$  est normal à  $\mathbf{x}_b$  et orientée vers le bas. Enfin  $\mathbf{y}_b$  est déterminé de façon à avoir un trièdre positif.

Comme ce repère n'est pas inertiel, les dérivées temporelles apparaissant dans les équations du mouvement (1.1-1.2) doivent être transformées par les règles habituelles, à savoir :

$$\left. \frac{d\mathbf{A}}{dt} \right|_{inertiel} = \left. \frac{d\mathbf{A}}{dt} \right|_{avion} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}$$

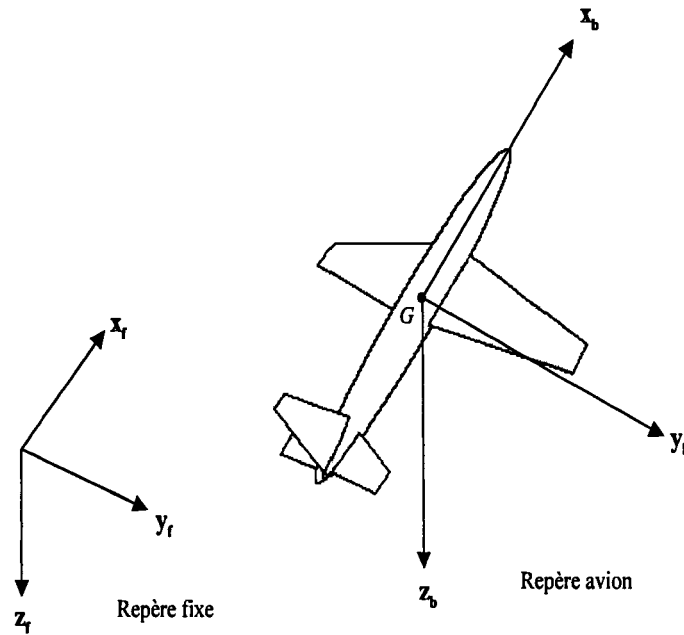


Figure 1.2 Repère inertiel et repère lié à l'avion

Les équations du mouvement en repère avion s'écrivent comme suit :

$$\mathbf{F} = m \left. \frac{d\mathbf{V}_{\mathbf{T}}}{dt} \right|_{\text{avion}} + m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_{\mathbf{T}}) \quad (1.3)$$

$$\mathcal{M} = \left. \frac{d\mathbf{H}}{dt} \right|_{\text{avion}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} \quad (1.4)$$

où  $\boldsymbol{\omega}$  représente la vitesse de rotation de l'avion par rapport au repère inertiel. En exprimant les coordonnées de  $\mathbf{V}_{\mathbf{T}}$  et  $\boldsymbol{\omega}$  en fonction des axes  $x_b$ ,  $y_b$  et  $z_b$ , on obtient :

$$\mathbf{V}_{\mathbf{T}} = U\mathbf{x}_b + V\mathbf{y}_b + W\mathbf{z}_b \quad (1.5)$$

$$\boldsymbol{\omega} = P\mathbf{x}_b + Q\mathbf{y}_b + R\mathbf{z}_b \quad (1.6)$$

D'autre part, le moment cinétique de l'avion par rapport à son centre de gravité est donné

par :

$$\mathbf{H} = \mathbf{I} \times \boldsymbol{\omega}$$

avec :

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix}$$

où  $I_x$ ,  $I_y$  et  $I_z$  représentent les moments d'inertie selon les axes  $\mathbf{x}_b$ ,  $\mathbf{y}_b$  et  $\mathbf{z}_b$ .  $I_{xy}$ ,  $I_{xz}$  et  $I_{yz}$  sont appelés produits d'inertie. On considérera par la suite, le cas le plus fréquent où le plan  $(\mathbf{x}_b\text{-}\mathbf{z}_b)$  est un plan de symétrie. Dans ces conditions, les produits d'inertie  $I_{xy}$  et  $I_{yz}$  sont nuls.

Dans le cas d'un avion symétrique, l'ensemble des équations du mouvement dynamique se résumant comme suit, en l'absence de vent atmosphérique, (voir figure 1.3).

- équations de translation<sup>2</sup>

$$\begin{aligned} X - mg \sin(\Theta) &= m(\dot{U} + QW - RV) \\ Y + mg \cos(\Theta) \sin(\Phi) &= m(\dot{V} + RU - PW) \\ Z + mg \cos(\Theta) \cos(\Phi) &= m(\dot{W} + PV - QU) \end{aligned} \quad (1.7)$$

- équations de rotation

$$\begin{aligned} L &= I_x \dot{P} - I_{xz}(\dot{R} + PQ) + (I_z - I_y)QR \\ M &= I_y \dot{Q} + I_{xz}(P^2 - R^2) + (I_x - I_z)PR \\ N &= I_z \dot{R} - I_{xz}\dot{P} + PQ(I_y - I_z) + I_{xz}QR \end{aligned} \quad (1.8)$$

De plus, en utilisant la transformation des coordonnées entre le repère inertiel et le repère avion, on peut exprimer les vitesses de rotation de l'avion ( $P$ ,  $Q$  et  $R$ ) en fonction des

---

<sup>2</sup> Les termes  $-mg \sin(\Theta)$ ,  $mg \cos(\Theta) \sin(\Phi)$  et  $mg \cos(\Theta) \cos(\Phi)$  désignent les forces de pesanteur exprimées dans le repère avion.

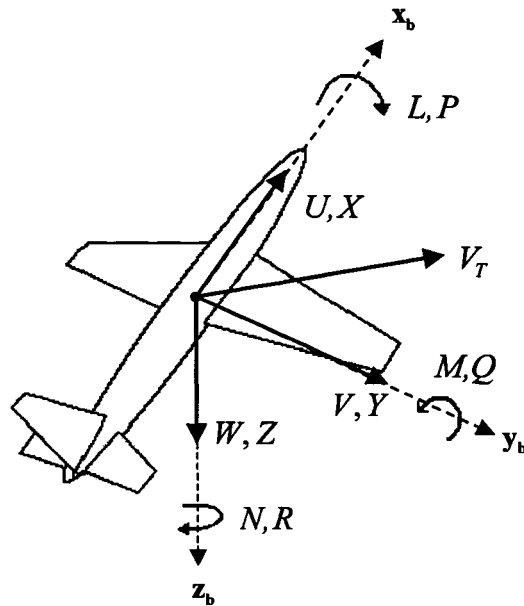


Figure 1.3 Définition des forces, moments et vitesses dans le repère avion

angles d'Euler  $\Theta$ ,  $\Phi$  et  $\Psi$ , par :

- équations cinématiques

$$\begin{aligned}
 P &= \dot{\Phi} - \dot{\Psi} \sin(\Theta) \\
 Q &= \dot{\Theta} \cos(\Phi) + \dot{\Psi} \cos(\Theta) \sin(\Phi) \\
 R &= -\dot{\Theta} \sin(\Phi) + \dot{\Psi} \cos(\Theta) \cos(\Phi)
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

où  $\Theta$ ,  $\Phi$  et  $\Psi$  désignent respectivement les angles de tangage, de roulis et de lacet.

### 1.3 Equations et représentation d'état du modèle longitudinal

On fait les hypothèses classiques de découplage longitudinal/latéral, à savoir : l'avion vol en ligne droite, dans le plan de symétrie et que les ailes et la gouverne de direction sont en position neutre.

$$V = P = R = \Phi = \Psi = 0$$

En d'autres termes, un mouvement longitudinal n'induit aucune force latérale ni couple de lacet ou de roulis. La projection des équations du mouvement dans le repère avion fournit les équations suivantes :

– équation de propulsion sur l'axe  $x_b$

$$X = F_{aero_{xb}} + T_{xb} = m(\dot{U} + QW + g \sin(\Theta)) \quad (1.10)$$

– équation de sustentation sur l'axe  $z_b$

$$Z = F_{aero_{zb}} + T_{zb} = m(\dot{W} - QU - g \cos(\Theta)) \quad (1.11)$$

– équation de moment de tangage

$$M = \dot{Q}I_{yy} \quad (1.12)$$

– équation cinématique de vitesse de tangage

$$\dot{\Theta} = Q \quad (1.13)$$

où  $T_{xb}$  et  $T_{zb}$  représentent les forces de propulsion. Les forces aérodynamiques  $F_{aero_{xb}}$  et  $F_{aero_{zb}}$ , sont données par :

$$F_{aero_{xb}} = \bar{q}SC_x$$

$$F_{aero_{zb}} = \bar{q}SC_z$$

où  $S$  est la surface aérodynamique de référence et  $\bar{q} = \rho V_T^2 / 2$  la pression dynamique. Le moment total de tangage par rapport au centre de gravité, est donné par :

$$M = \bar{q}S\bar{c}C_m + x_{cg}F_{aero_{zb}} - z_{cg}F_{aero_{xb}} + M_T$$

où  $x_{cg}$  et  $z_{cg}$  représentent respectivement les distances entre le centre gravité et le centre aérodynamique moyen et  $\bar{c}$  la corde aérodynamique moyenne.  $M_T$  est le moment de tangage dû aux forces de propulsion. Les coefficients aérodynamiques longitudinaux  $C_x$ ,  $C_z$  et  $C_m$  sont définis comme suit :

$$\begin{cases} C_x = C_x(M, \alpha, h, u_{el}, \dots) \\ C_z = C_z(M, \alpha, \dot{\alpha}, \bar{c}/(2V_T)q, h, u_{el}, \dots) \\ C_m = C_m(M, \alpha, \dot{\alpha}, \bar{c}/(2V_T)q, u_{el}, \dots) \end{cases}$$

On obtient ainsi un système de quatre équations différentielles en fonction des variables longitudinales  $U$ ,  $W$ ,  $Q$  et  $\Theta$ . La linéarisation des équations longitudinales s'effectue autour d'un point d'équilibre correspondant à une condition de vol. Sous l'hypothèse que les variations des variables longitudinales restent faibles, les équations linéarisées se mettent sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_w}{m} & 0 & -g \\ \frac{Z_u}{m} & \frac{Z_w}{m} & U_0 & 0 \\ \frac{1}{I_{yy}}[M_u + \frac{Z_u}{m}M_{\dot{w}}] & \frac{1}{I_{yy}}[M_w + \frac{Z_w}{m}M_{\dot{w}}] & \frac{1}{I_{yy}}[M_q + U_0M_{\dot{w}}] & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{X_{\delta}}{m} \\ \frac{Z_{\delta}}{m} \\ \frac{1}{I_{yy}}[M_{\delta} + \frac{Z_{\delta}}{m}M_{\dot{w}}] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Le vecteur d'état longitudinal  $x$  est donc composé des termes suivants : les écarts de vitesse  $u = U - U_0$  et  $w = W - W_0$ , par rapport à leurs équilibres respectifs, l'écart de vitesse de tangage  $q$  par rapport à l'équilibre  $Q_0$  et l'écart d'assiette  $\theta$  par rapport à l'équilibre  $\Theta_0$ .



Tableau I Définitions des dérivées de stabilité longitudinales

Symbole	Définition	commentaire
$X_u$	$\bar{q}S/U \frac{\partial X}{\partial u}$	variation de la portance et de la résistance à la traînée en fonction de $u$
$X_w$	$\bar{q}S/U \frac{\partial X}{\partial \alpha}$	variation de la portance et de la résistance à la traînée suivant l'axe longitudinal
$Z_u$	$\bar{q}S/U \frac{\partial Z}{\partial u}$	variation de la force normale avec $u$
$Z_w$	$\bar{q}S/U \frac{\partial Z}{\partial \alpha}$	pente de la courbe de portance
$M_u$	$\bar{q}\bar{c}S/U \frac{\partial M}{\partial u}$	effet de la poussée
$M_w$	$\bar{q}\bar{c}S/U \frac{\partial M}{\partial \alpha}$	raideur en tangage
$M_q$	$\bar{q}\bar{c}S/(2U/\bar{c}) \frac{\partial M}{\partial q}$	amortissement du tangage
$M_{\dot{w}}$	$\bar{q}\bar{c}S/(2U^2/\bar{c}) \frac{\partial M}{\partial \dot{\alpha}}$	-----
$X_\delta$	$\bar{q}S/U \frac{\partial X}{\partial \delta}$	variation de la portance et de la résistance à la traînée par rapport aux commandes $\delta$
$Z_\delta$	$\bar{q}S/U \frac{\partial Z}{\partial \delta}$	variation de la force normale avec $\delta$
$M_\delta$	$\bar{q}S/U \frac{\partial M}{\partial \delta}$	effort des commandes $\delta$ sur le moment de tangage

Le vecteur  $\delta$  représente les gouvernes longitudinales, qui sont déterminées en reliant les efforts aérodynamiques au braquage de la gouverne et au niveau de poussée. En général l'état est mesuré. De plus, l'utilisation de ces états et la projection des équations dans le repère avion permet d'obtenir des transferts directs entre les commandes et les sorties. Les dérivées de stabilité et les dérivées aérodynamiques sont définies dans le tableau I. Pour plus de précisions concernant les différents coefficients du modèle linéarisé (1.14) ou l'obtention des différentes équations, le lecteur pourra se reporter à [37] ou [42].

Ce système du quatrième ordre (1.14) possède donc 4 pôles, correspondant à deux modes décrivant le mouvement longitudinal de l'avion :

- Le mode phugoïde (*phugoid motion*) : c'est un mode oscillatoire associé aux états  $u$  et  $\theta$ . Il ne crée pas de difficultés majeures pour le réglage des qualités de vol longitudinales puisqu'il est lent et quasiment toujours stable bien que mal amorti. C'est donc un mode facilement pilotable autant par le pilote humain que par un pilote automatique. La phugoïde est un mouvement oscillatoire qui s'effectue quasiment sans mouvement de tangage ( $q \approx 0$ ) et une variation d'incidence très faible ( $\alpha =$

$w/U_0 \approx 0$ ).

- Oscillation d’incidence (*short-period motion*) : c’est également un mode oscillatoire associé pour sa part aux états  $w$  et  $q$ . Il est déterminant pour les qualités de vol longitudinales. l’oscillation d’incidence est essentiellement un mode à deux degrés de liberté, la vitesse restant pratiquement constante alors que l’avion subit un mouvement de tangage assez rapide.

Par ailleurs, dans certains cas (vol symétrique ou vol équilibré en montée) où la grandeur principale à contrôler est la vitesse. Il faut bien entendu être capable d’appliquer des forces parallèles à la trajectoire de vol. On agit alors sur la manette des gaz (la commande de poussée) et en réglant la traînée (aérofreins). Comme le modèle associé à cette dynamique, suppose une réponse immédiate des moteurs, cette phase ne présente pas beaucoup d’intérêt dans ce cas. En effet, la vitesse augmente immédiatement pour atteindre une nouvelle valeur, avant que les autres variables aient le temps de varier.

#### 1.4 Principaux objectifs de pilotage

L’objectif principal des commandes de vol électriques est d’améliorer les qualités de vol naturel, en particulier au niveau de la stabilité et du pilotage [20]. Les calculateurs numériques des commandes de vol ont accès aux informations inertielles et anémométriques et peuvent asservir toutes les gouvernes. On peut ainsi concevoir des lois répondant à des objectifs de pilotage classiques, mais qui doivent toutefois rester adaptées aux contraintes physiques.

En effet, alors que théoriquement on peut modifier de façon importante les qualités de vol d’un avion, en pratique de nombreuses contraintes doivent être prises en compte lors de la conception des lois de pilotage. On doit tenir compte par exemple des limitations physiques des gouvernes (limitations en débattement et vitesse de débattement). Intuitivement, plus on s’éloigne des caractéristiques de l’avion naturel (amélioration des amortissements et temps de réponse), plus les gouvernes sont sollicitées. De plus, il ne faut pas négliger

le facteur humain puisqu'il s'agit de pilotage manuel. Le comportement de l'avion doit demeurer proche de celui attendu par le pilote, fondé sur des sensations et visualisations habituelles. Ceci doit être réalisé afin d'éviter en particulier des phénomènes de pompage piloté, (*pilot-induced oscillation, PIO*), mais aussi pour permettre au pilote de maîtriser les situations de panne de système.

En terme de pilotage, il s'agit essentiellement de satisfaire certains critères de performance, en particulier les qualités de vol en longitudinal, comme décrites par la norme (MIL-STD-1797A) [39]. Pour une description plus détaillée de ces critères, le lecteur pourra se reporter à l'annexe A.

En terme de robustesse, la loi de commande doit garantir la stabilité de l'avion et assurer de bonnes marges de stabilité. L'avion doit également conserver de bonnes performances en présence d'incertitudes (paramétriques) de modèle. En effet, pour une condition de vol donnée (altitude et nombre de Mach fixés), on dispose de plusieurs modèles correspondant à différentes configurations de masse et du centre de gravité. Une unique loi de commande doit donc être calculée pour l'ensemble de ces modèles.

Enfin, il faut tenir compte de l'ordre du correcteur, qui doit conserver un ordre limité afin de faciliter l'implantation numérique de la loi de commande.

Les objectifs à atteindre par la loi de commande s'expriment en termes de performance (qualité de vol et de manoeuvrabilité, suivis de consigne, ...) et de robustesse (variation paramétrique, rejet de perturbation, ...). Cette variété dans les objectifs nous impose de mettre en œuvre et de développer des méthodes de synthèse de lois de commande permettant de tenir compte de l'ensemble de ces contraintes et de vérifier par la suite des spécifications de performance et de robustesse.