

CHAPITRE 4

SYNTHÈSE DE LOIS DE COMMANDE ROBUSTE : APPLICATIONS AU
PILOTAGE LONGITUDINAL D'AVION

Dans ce chapitre sont exposées deux applications traitées par le biais des techniques du chapitre 2. Ces applications concernent deux problèmes concrets de commande de vol. L'objectif est bien sûr de calculer des lois de pilotage robustes, mais aussi de montrer l'intérêt de ces approches dans la prise en compte, a priori et explicitement, des spécifications fréquentielles et temporelles du cahier des charges, simplifiant ainsi la synthèse.

- **Synthèse de lois de pilotage pour un avion civil** : Cette application a été proposée dans le cadre du groupe de recherche *ETS-Bombardier Aéronautique* et a pour but l'illustration des techniques de commande modernes sur un problème de type industriel¹. Les correcteurs obtenus seront analysés et comparés entre eux.
- **Synthèse multivariable d'un pilote automatique longitudinal pour le système ADMIRE² [21]** : Cette application concerne le problème de pilotage longitudinal d'un avion de chasse. La commande élaborée, consiste à contrôler de manière non interactive la vitesse de tangage (q) et la vitesse totale (V_T). Une description globale du problème est proposée dans la section 4.2.

¹ *Design of Practical Flight Control Systems for Commercial Aircraft using Modern Control Techniques.*

² *AeroData Model In Research Environment*, (<http://www.foi.se/admire>).

4.1 Première application : Synthèse de lois de pilotage pour un avion civil

Ce problème a été proposé dans le cadre du projet *Active Control Technology* entre l'Ecole de Technologie Supérieure et le constructeur Bombardier Aéronautique, pour le développement et la conception de lois de pilotage robustes et performantes, basées sur des techniques de commande multivariables [2].

4.1.1 Description du problème et spécifications

La figure ci-après, présente la structure de base proposée par Bombardier, pour le contrôle de la chaîne de tangage.³

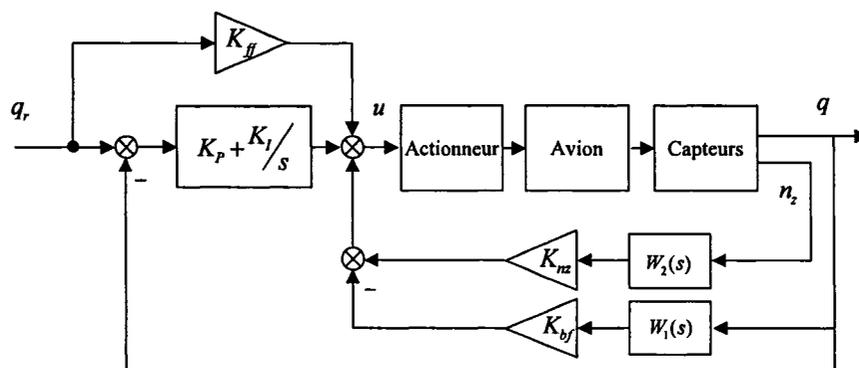


Figure 4.1 Pilote automatique de la chaîne de tangage

Cette structure de pilote automatique, repose principalement sur des techniques de synthèse classiques et monovariabiles [60]. De telles techniques sont bien maîtrisées et largement développées dans la littérature. Elles s'avèrent cependant insuffisantes quant aux traitements des incertitudes sur un problème de commande multivariable.

Nous proposons ici d'appliquer deux techniques de la commande robuste, à savoir l'approche \mathcal{H}_∞ et la μ -synthèse. Le but est de concevoir des lois de pilotage, qui soient robustes

³ *Pitch-Rate Control Augmentation System.*

pour l'ensemble des modèles fournis. En effet, ces lois de commande devront satisfaire les critères de performance suivants [36] :

Tableau II Qualités de vol (QV) et spécifications de performance

QV & Performances	Contraintes à respecter
ζ_{sp} (<i>Short-Period Mode Damping Ratio</i>)	$0.35 < \zeta_{sp} < 1.30$
ω_{BW} (<i>Attitude Bandwidth</i>)	$> 1.5 \text{ rad/sec}$
τ_p (<i>Phase Delay</i>)	$< 0.2 \text{ sec}$
Drb/q_{ss} (<i>Gibson's Dropback</i>)	$-0.2 < Drb/q_{ss} < 0.5 \text{ sec}$
CAP (<i>Control Anticipation Parameter</i>)	$0.28 < CAP < 3.6$
e_{qss}/q_{ss} (<i>Pitch Rate Steady State Error</i>)	1% de la réponse indicielle en 3 sec

Ces critères correspondent aux spécifications du cahier des charges, donné par Bombardier. De plus, on doit maintenir la séparation des modes longitudinaux (phugoïde et *short-period*) et assurer la stabilité du mode phugoïde ($\zeta_p > 0.05$).

D'autre part, l'avion doit également conserver de bonnes performances en présence d'incertitudes de modèle. En effet, pour un point de vol donné, on dispose de plusieurs modèles correspondant chacun à une configuration de masse et du centre de gravité.

La démarche que nous proposons de suivre, repose sur une approche fréquentielle, typiquement \mathcal{H}_∞ . Les deux techniques de synthèse employées s'appuieront sur une modélisation de type *LFT* jugée mieux adaptée. Les correcteurs obtenus seront analysés et comparés entre eux. Enfin, des simulations temporelles *LTI* viendront compléter cette première application [29], [30].

4.1.2 Mise en forme du problème de synthèse

Nous présentons maintenant les différentes étapes de la construction du modèle de synthèse sur lequel nous allons appliquer les techniques développées au chapitre 2.

4.1.2.1 Modélisation

Nous allons simplement chercher à modéliser la dynamique rapide de l'avion, car il est ici question de pilotage en incidence. D'où, la représentation d'état simplifiée :

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_w & U_0 & Z_\epsilon \\ M_w & M_q & M_\epsilon \\ E_w & 0 & E_\epsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \epsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.1)$$

où les états w , q et ϵ correspondent respectivement à la vitesse de l'avion le long de l'axe \mathbf{z}_b , à la vitesse de tangage et à l'angle de déflexion⁴ au niveau de l'empennage, tandis que δ_e représente le débattement des gouvernes aérodynamiques couplées permettant le pilotage. U_0 désigne la vitesse à l'équilibre le long de l'axe \mathbf{x}_b . L'ensemble des paramètres $\{Z_w, Z_\epsilon, Z_{\delta_e}, \dots\}$ s'expriment bien sûr, en fonction des caractéristiques aérodynamiques de l'avion et dépendent principalement du point de vol (nombre de Mach, pression dynamique, altitude). Les mesures disponibles sont la vitesse de tangage q et l'accélération verticale (*normal load factor*) n_z . Nous supposons de plus que l'accélération verticale est mesurée à une distance l_x , du centre du gravité. Il vient :

$$n_z = (\dot{w} - U_0 q - l_x \dot{q})/g$$

L'équation de la sortie s'écrit :

$$\begin{bmatrix} q \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \tilde{Z}_w & \tilde{Z}_q & \tilde{Z}_\epsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ \epsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{Z}_{\delta_e} \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.2)$$

avec

⁴ Cette déflexion est due à l'écoulement abordant l'empennage par la nappe tourbillonnaire émise par l'aile principale, et qui a pour effet de réduire l'incidence, d'un angle ϵ (*tail downwash angle*).

$$\begin{cases} \tilde{Z}_w = (Z_w - l_x M_w)/g, \\ \tilde{Z}_q = -l_x M_q/g, \\ \tilde{Z}_\epsilon = (Z_\epsilon - l_x M_\epsilon)/g, \\ \tilde{Z}_{\delta_e} = (Z_{\delta_e} - l_x M_{\delta_e})/g. \end{cases}$$

Le point de vol considéré dans cette application, est défini par :

Tableau III Condition de vol considérée

Nombre de Mach	Altitude [ft]	Pression dynamique [psf]
0.7	15000	410.2

auquel, on associe un ensemble de 8 modèles⁵ correspondant chacun à une configuration de masse et du centre de gravité, comme indiqué par le tableau IV.

Tableau IV Huit configurations de m et x_{cg}

m (lbs) \ x_{cg} (%chord)	16	20	35	38	48
30000		×	×		
32000					×
39000		×		×	×
46000	×			×	

Toutefois, afin d'appliquer les techniques de commande robuste, on devra d'abord exprimer ces huit modèles sous la forme d'un modèle *LFT*. Pour ce faire, nous allons procéder à une interpolation des éléments $(Z_w, Z_\epsilon, Z_{\delta_e}, \dots)$, puis, nous appliquerons les techniques de modélisation des systèmes incertains exposées au chapitre 2.

Avant de procéder à l'interpolation, nous commençons par exprimer les variations de la masse $m \in [\underline{m}, \bar{m}]$ et du centre de gravité $x_{cg} \in [\underline{x}_{cg}, \bar{x}_{cg}]$, sous une forme normalisée, il vient :

$$\begin{aligned} m &= m_0 + m_1 \delta_m, & |\delta_m| &\leq 1 \\ x_{cg} &= x_{cg}^0 + x_{cg}^1 \delta_{cg}, & |\delta_{cg}| &\leq 1 \end{aligned} \quad (4.3)$$

⁵ Les données numériques utilisées sont celles du Bombardier Challenger 604.

où $m_0 = (\underline{m} + \overline{m})/2$, $m_1 = (\overline{m} - \underline{m})/2$, $x_{cg}^0 = (\underline{x}_{cg} + \overline{x}_{cg})/2$ et $x_{cg}^1 = (\overline{x}_{cg} - \underline{x}_{cg})/2$. On exprimera ainsi, les éléments $(Z_w, Z_\epsilon, Z_{\delta_e}, \dots)$ en fonction des variables $(\delta_m$ et $\delta_{cg})$ au lieu de $(m$ et $x_{cg})$. D'autre part, nous avons utilisé la formule suivante :

$$\begin{cases} Z_w &= Z_w^0 + Z_w^1 \delta_m + Z_w^2 \delta_{cg} + Z_w^3 \delta_m \delta_{cg} \\ Z_\epsilon &= Z_\epsilon^0 + Z_\epsilon^1 \delta_m + Z_\epsilon^2 \delta_{cg} + Z_\epsilon^3 \delta_m \delta_{cg} \\ Z_{\delta_e} &= Z_{\delta_e}^0 + Z_{\delta_e}^1 \delta_m + Z_{\delta_e}^2 \delta_{cg} + Z_{\delta_e}^3 \delta_m \delta_{cg} \\ &\vdots \end{cases} \quad (4.4)$$

En utilisant la méthode des moindres carrés, on obtient :

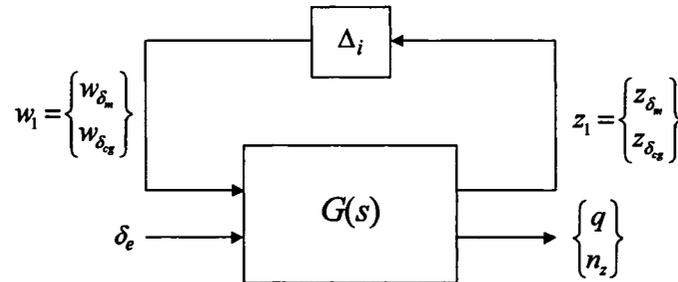
$$\begin{cases} Z_w(\delta_m, \delta_{cg}) &= -1.7232 + 0.3741 \delta_m + 0.0173 \delta_{cg} + 0.0010 \delta_m \delta_{cg} \\ Z_\epsilon(\delta_m, \delta_{cg}) &= 2.3249 - 0.5054 \delta_m - 0.0233 \delta_{cg} - 0.0013 \delta_m \delta_{cg} \\ Z_{\delta_e}(\delta_m, \delta_{cg}) &= -1.1098 + 0.2412 \delta_m + 0.0111 \delta_{cg} + 0.0006 \delta_m \delta_{cg} \\ M_w(\delta_m, \delta_{cg}) &= -0.0278 + 0.0023 \delta_m + 0.0120 \delta_{cg} - 0.0023 \delta_m \delta_{cg} \\ M_q(\delta_m, \delta_{cg}) &= -1.5947 + 0.1193 \delta_m + 0.0669 \delta_{cg} - 0.0805 \delta_m \delta_{cg} \\ M_\epsilon(\delta_m, \delta_{cg}) &= 0.4335 - 0.0324 \delta_m - 0.0130 \delta_{cg} + 0.0216 \delta_m \delta_{cg} \\ M_{\delta_e}(\delta_m, \delta_{cg}) &= -0.2069 + 0.0155 \delta_m + 0.0062 \delta_{cg} - 0.0103 \delta_m \delta_{cg} \\ E_w(\delta_m, \delta_{cg}) &= 0.6766 - 0.0002 \delta_m \\ E_\epsilon(\delta_m, \delta_{cg}) &= -23.2379 \\ \tilde{Z}_w(\delta_m, \delta_{cg}) &= 0.0536 - 0.0116 \delta_m - 0.0005 \delta_{cg} \\ \tilde{Z}_q(\delta_m, \delta_{cg}) &= 0.1753 - 0.0381 \delta_m - 0.0087 \delta_{cg} + 0.0014 \delta_m \delta_{cg} \\ \tilde{Z}_\epsilon(\delta_m, \delta_{cg}) &= -0.0723 + 0.0157 \delta_m + 0.0007 \delta_{cg} \\ \tilde{Z}_{\delta_e}(\delta_m, \delta_{cg}) &= 0.0345 - 0.0075 \delta_m - 0.0003 \delta_{cg} \end{cases} \quad (4.5)$$

On construit le modèle *LFT* correspondant, comme indiqué sur la figure ci-dessous.

La perturbation (δ_m) est répétée 7 fois tandis que la perturbation (δ_{cg}) est répétée 3 fois.

De plus, La représentation d'état associée au transfert $G(s)$, est donnée par :

$$G(s) = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} (sI - A)^{-1} (B_1 \quad B_2) \quad (4.6)$$

Figure 4.2 Mise sous forme d'une *LFT*

avec

$$\begin{bmatrix} w_{\delta_m} \\ w_{\delta_{cg}} \end{bmatrix} = \Delta_i \begin{bmatrix} z_{\delta_m} \\ z_{\delta_{cg}} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

où le partitionnement des matrices est conforme aux dimensions du problème. Après réduction, le bloc d'incertitude obtenu est de dimension 6 :

$$\Delta_i = \text{diag}(\delta_m I_3, \delta_{cg} I_3) \quad (4.8)$$

Par ailleurs, on peut vérifier que la *LFT* obtenue est une réalisation minimale [57].

4.1.3 Structure de la loi de commande

On choisira pour ce problème particulièrement exigeant au niveau des performances, une structure de loi de commande, plus riche que la structure classique, puisqu'elle comporte *2 degrés de liberté*, voir figure 4.3.

Il existe en général, deux approches pour synthétiser un correcteur à 2 degrés de liberté. Par exemple, on cherche K_1 pour augmenter la stabilité de la boucle fermée, puis K_2 pour améliorer les performances. En effet, une telle approche à deux étapes, peut offrir une plus grande souplesse et peut produire de meilleurs résultats. Toutefois, si on procède de façon séquentielle (i.e. synthèse de K_1 puis de K_2), on risque par exemple, de détériorer

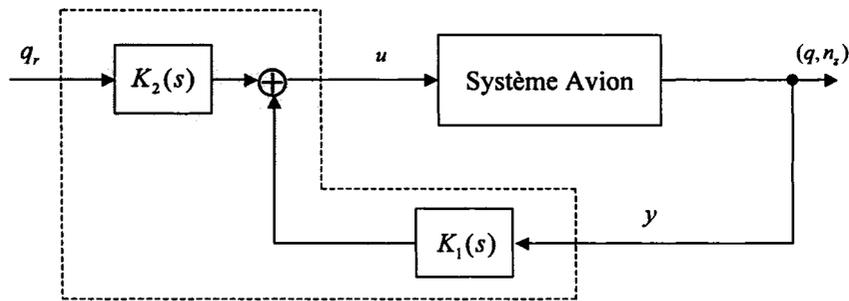


Figure 4.3 Structure de commande à 2 degrés de liberté (1)

la qualité de suivis de consigne aux dépens de la stabilité de la boucle fermée. Il sera alors nécessaire de refaire la synthèse et ainsi de suite. D'autre part, les correcteurs résultants sont indépendants et généralement d'ordre très élevé.

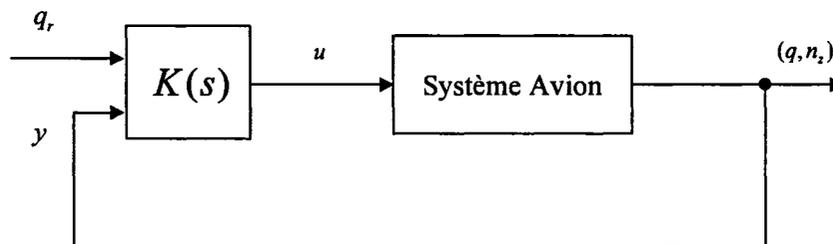


Figure 4.4 Structure de commande à 2 degrés de liberté (2)

Une autre méthode plus simple, permet de synthétiser en une seule étape, un correcteur à 2 degrés de liberté. En effet, au lieu de chercher à déterminer K_1 et K_2 séparément, on adoptera une approche qui consiste à déterminer un seul correcteur K , selon la structure de commande à 2 degrés de liberté (figure 4.4). C'est une approche beaucoup plus efficace et donne de bons résultats. C'est ce qui est présenté dans le paragraphe suivant.

Spécifications de synthèse

• **Modèle de référence** : Afin de satisfaire les objectifs de pilotage, en matières de qualité de vol et de manoeuvrabilité, nous avons envisagé un suivi de modèle de référence de la forme :

$$W_r(s) = \frac{K_\theta (T_{\theta 2}s + 1) \exp(-\tau_\theta s)}{s^2 + 2 \zeta_{sp} \omega_{sp} s + \omega_{sp}^2} \quad (4.9)$$

Le choix des paramètres $\{K_\theta, T_{\theta 2}, \zeta_{sp}, \omega_{sp}, \tau_\theta\}$ repose sur les spécifications du cahier des charges (tableau II). Après quelques essais, nous avons retenu le choix suivant :

$$W_r(s) = 4^2 \frac{e^{-0.1s}}{s^2 + 2(0.6)(4)s + 4^2} \quad (4.10)$$

• **Performance et stabilité robustes** : Les objectifs de performance et de robustesse sont associés respectivement aux transferts :

$$\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_{q_r \rightarrow \varepsilon_q} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_2 = \mathcal{F}_{q_r, b \rightarrow \delta_e, \dot{\delta}_e} \quad (4.11)$$

Le choix des pondérations est fait à partir des spécifications suivantes :

1. Le temps de montée de la sortie q doit être inférieur à 1 seconde⁶ avec une erreur statique faible, et un dépassement inférieur à 20%.
2. Les amplitudes de la sortie actionneur δ_e et de sa dérivée première $\dot{\delta}_e$ doivent être limitées, afin d'éviter le problème des commandes à *grands gains*.
3. La stabilité robuste doit être assurée sur le modèle de synthèse (robustesse face aux erreurs de modélisation et bruits de mesures).

• **Choix des pondérations** : Après quelques essais, nous avons retenu le choix suivant :

⁶ Le temps de montée est défini par le temps mis par la sortie pour atteindre 90% de la valeur désirée pour une entrée de référence de type échelon.

Le filtre W_{perf} : Cette pondération agit directement sur le transfert $\mathcal{F}_{q_r \rightarrow \varepsilon_q}$ qui lie l'entrée de référence q_r et l'erreur de poursuite ε_q . Nous avons choisi un filtre passe-bas de la forme:

$$W_{perf}(s) = 0.8 \frac{s + 100}{s + 4} \quad (4.12)$$

où $W_p^{-1}(s)$ permet d'assurer une erreur de poursuite maximum de 0.05 *deg/sec* en basses fréquences.

Le filtre W_{act} : Pour contrôler l'amplitude des signaux de commande, la fonction de pondération W_{act} est utilisée. En effet, cette pondération agit sur le transfert $\mathcal{F}_{q_r, b \rightarrow \delta_e, \dot{\delta}_e}$ qui lie l'entrée de référence et/ou bruits de mesure aux sorties d'actionneur $\delta_e, \dot{\delta}_e$. Par ailleurs, pour limiter la complexité des lois de commande obtenues, on utilise seulement des gains :

$$W_{act} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

D'autre part, la pondération W_n est utilisée afin de limiter l'effet des bruits de mesure sur les sorties q et n_z . On a simplement choisi des gains statiques :

$$W_n = 0.03 I_2 \quad (4.14)$$

4.1.4 Procédures de synthèse

Pour résoudre ce problème, on appliquera successivement les deux techniques suivantes :

- l'approche \mathcal{H}_∞ standard (cf. paragraphe 2.3.4),
- μ -synthèse (cf. paragraphe 2.4.5).

4.1.4.1 Première méthode : optimisation \mathcal{H}_∞

On applique l'approche présentée au paragraphe 2.3.4, au problème de synthèse de la figure 4.5. C'est-à-dire, on cherche un correcteur $K(s)$, tel que :

$$\|\mathcal{F}_l(P, K)\|_\infty < 1 \quad (4.15)$$

Le correcteur résultant, noté K_{hinf} , est du même ordre que $P(s)$, à savoir 16. Par une simple technique de réduction, qui consiste à éliminer les dynamiques les plus rapides du contrôleur, nous avons réduit l'ordre à 5 tout en conservant la performance nominale. Plus précisément, ce correcteur assure $\|\mathcal{F}_l(P, K)\|_\infty = 0.4437 < 1$. Par ailleurs, la performance robuste n'est pas satisfaite ($\|\mathcal{F}_u(H, \Delta_i)\|_\infty > 1$ avec $H = \mathcal{F}_l(P, K)$). Les figures 4.6 et 4.7 représentent la norme \mathcal{H}_∞ du transfert nominal et la valeur du μ en fonction de la fréquence ω .

4.1.4.2 Deuxième méthode : μ -synthèse

On désire maintenant assurer la stabilité et la performance robustes en présence d'incertitudes sur les coefficients aérodynamiques. C'est-à-dire, on doit satisfaire le relation (4.15) pour toute variation de $\delta_m \in [-1, 1]$ et $\delta_{cg} \in [-1, 1]$. Pour cela, on transforme le problème de performance robuste en un problème de stabilité robuste: on connecte un bloc fictif de performance Δ_p de dimension 3×3 entre les signaux (w_{21}, w_{22}) et (z_{21}, z_{22}) . La perturbation structurée de modèle augmenté est alors définie par $\Delta = \text{diag}(\Delta_p, \Delta_i)$, et on obtient le schéma d'interconnection standard pour la μ -synthèse (voir figure 2.19). On cherche alors un correcteur K , tel que :

$$\mu_\Delta(\mathcal{F}_l(P(j\omega), K(j\omega))) < 1 \quad \text{pour tout } \omega \quad (4.16)$$

Nous minimisons la valeur de $\mu_\Delta(\mathcal{F}_l(P, K))$ au moyen de l'algorithme *D-K itération* décrit au paragraphe 2.4.5. Un résultat satisfaisant a été obtenu après la cinquième itération,

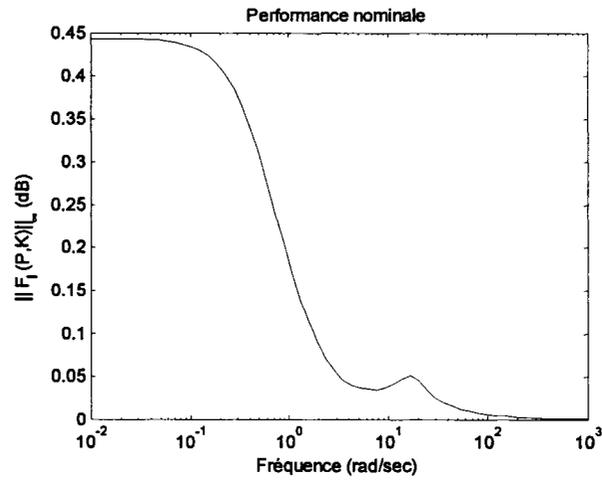


Figure 4.6 Performance nominale (correcteur K_{hinf})

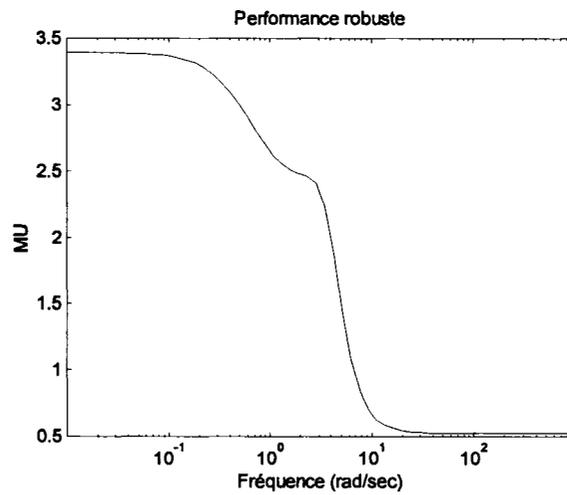


Figure 4.7 Performance robuste (correcteur K_{hinf})

Tableau VI Niveaux de performance obtenus par la D - K itération

Itération #	1	2	3	4	5
Ordre du correcteur	16	78	82	84	86
Ordre des <i>scalings</i> D	0	62	66	68	70
Performance γ	37.351	5.239	2.613	6.530	1.551
Valeur de μ	1.744	1.092	0.936	0.937	0.928

comme on le voit sur le tableau VI.

Après réduction, le correcteur résultant, noté K_{mu} , est d'ordre 15. Ce dernier assure la performance nominale ainsi que la stabilité robuste. La valeur de μ pour la performance robuste vaut 0.93. Les figures 4.8 et 4.9 représentent la stabilité robuste et la performance robuste pour ce correcteur.

4.1.5 Analyse des résultats

Avant de conclure, nous nous livrons ici à une série de tests en vue de valider ou non les lois de commande obtenues. Il s'agit de tests dans les domaines fréquentiel (μ -analyse) et temporel (simulations LTI). On notera par ailleurs, que l'ensemble de ces tests est réalisé sur le modèle longitudinal complet (modes phugoïde et *short-period*).

Analyse fréquentielle

On rappelle que le modèle utilisé pour la synthèse des correcteurs K_{hinf} et K_{mu} , est basé sur une approximation simplifiée du mode longitudinal. Par conséquent, il devient nécessaire d'envisager une étude des propriétés de ces lois de commande sur le modèle longitudinal complet. Le schéma d'interconnexion pour la μ -analyse, est donné par la figure 4.10.

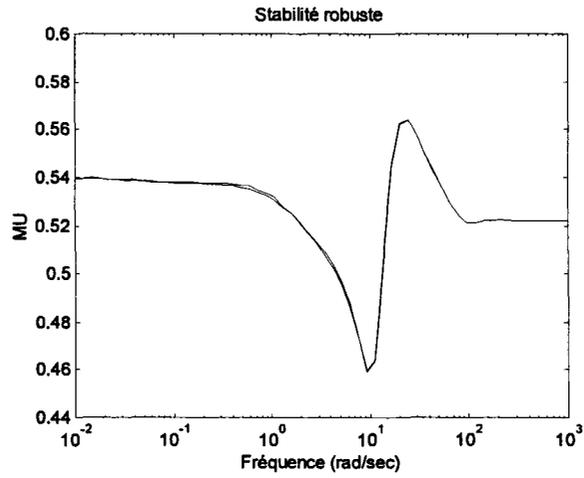


Figure 4.8 Stabilité robuste (correcteur K_{mu})

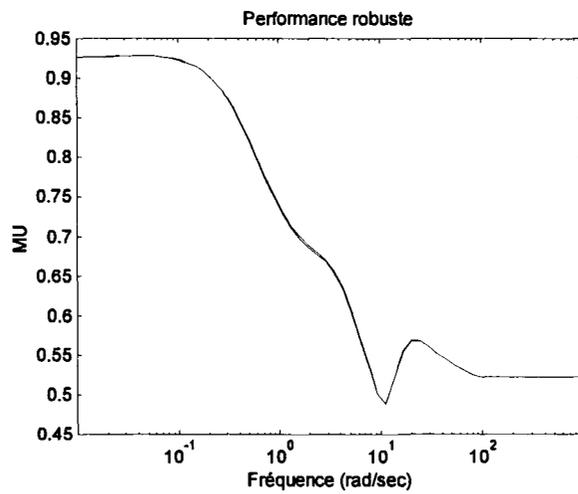


Figure 4.9 Performance robuste (correcteur K_{mu})

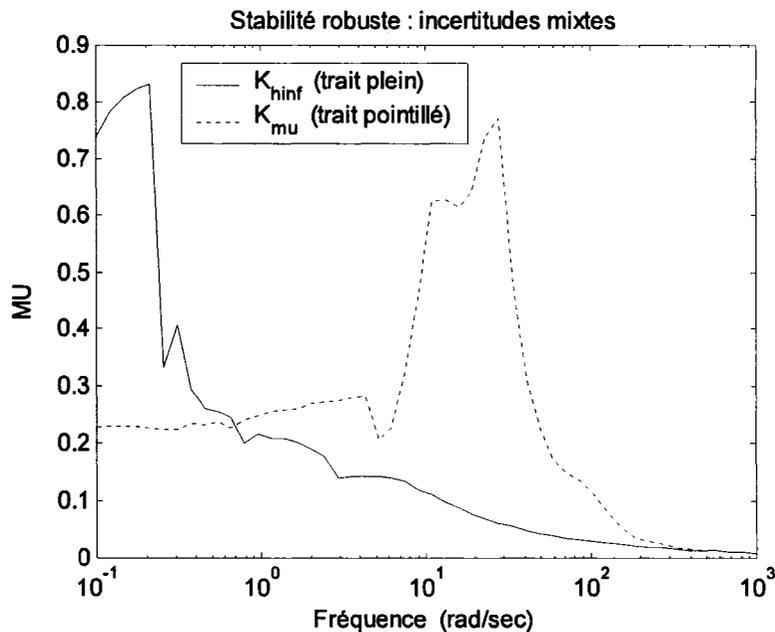


Figure 4.11 Vérification de la stabilité robuste sur le système longitudinal

Les figures 4.11 et 4.12 présentent les tracés de μ pour l'analyse de la robustesse et de la performance. On peut constater que la stabilité robuste du système en boucle fermée est assurée pour les 2 lois de commande, tandis que la performance robuste n'est assurée que pour le correcteur K_{mu} . Compte tenu de cette première analyse, le correcteur K_{hinf} , basé sur la synthèse \mathcal{H}_∞ standard, n'est pas la mieux adapté à notre problème.

Simulations temporelles

Nous proposons maintenant d'étudier le comportement des correcteurs K_{hinf} et K_{mu} par des simulations temporelles. Dans chaque cas, la loi de commande est implémentée sur le système linéaire complet, intégrant le modèle longitudinal (système d'ordre 5), la dynamique du *stick* (modèle d'ordre 6), un ensemble "retard-actionneur" (modèle d'ordre 6) et deux capteurs (modèle d'ordre 5 chacun). Le retard est modélisé ici par une fonction de transfert d'ordre 5 (approximation de Padé).

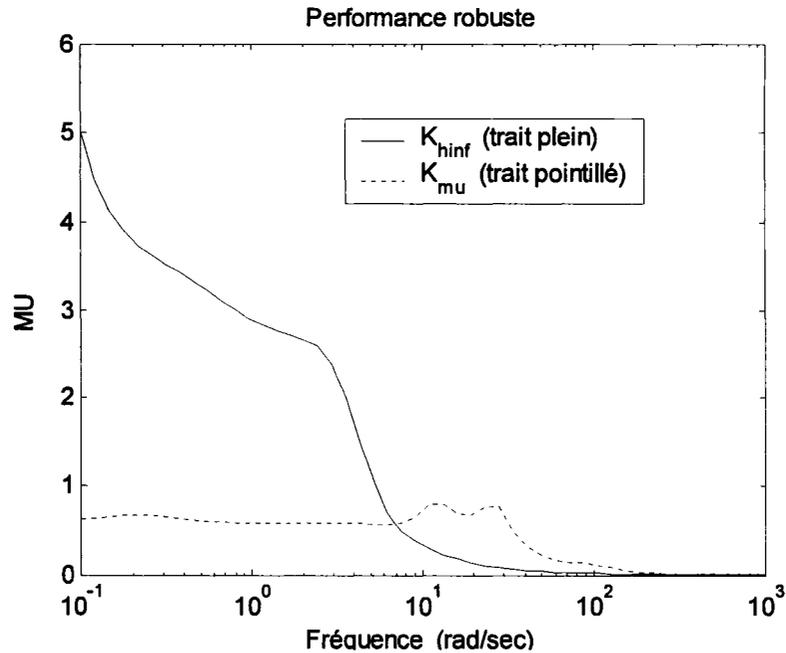


Figure 4.12 Vérification de la performance robuste sur le système longitudinal

Au cours de chaque simulation, on applique successivement deux échelons en q_r d'amplitude 5 rad/sec chacun. Le premier échelon est appliqué à l'instant 2 sec , et le second à l'instant 10 sec . La durée de chacun est 4 sec .

Les figures 4.13 et 4.14 présentent les réponses temporelles du système bouclé avec le correcteur K_{hinf} . Nous nous sommes limités à présenter le cas nominal. On peut constater que les critères de synthèse, en terme de performance sont acceptables.

Les figures 4.15 et 4.16 présentent les réponses temporelles du système bouclé avec le correcteur K_{mu} . On a testé ce correcteur pour les 8 configurations données par le tableau IV. On constate que les spécifications de performance sont entièrement satisfaites, puisque le temps de montée est inférieure à 1 sec , avec une erreur statique très faible et un dépassement inférieur à 12% . On remarquera par ailleurs le respect des spécifications au niveau du débattement des gouvernes, tant en position ($|\delta_e| < 8 \text{ deg}$) qu'en vitesse ($|\dot{\delta}_e| < 10 \text{ deg/sec}$).

Analyse des performances et qualités de vol

Nous avons également vérifié, pour le correcteur K_{mu} , les spécifications du cahier des charges, en termes de performance et de qualité de vol (tableau II). Les résultats de ces tests sont rassemblés dans le tableau VII. En ce qui concerne les valeurs du CAP (*Control Anticipation Parameter*), on les a tracées dans le plan, en fonction de l'amortissement ζ_{sp} , comme le montre la figure 4.17. Globalement, on constate que les spécifications de performance et de qualité de vol (niveau 1) sont entièrement satisfaites, pour l'ensemble des 8 configurations (tableaux III et IV).

4.1.6 Conclusion

Dans cette première partie, nous avons appliqué deux techniques de la commande robuste, à un problème réaliste de pilotage longitudinal d'un avion civil. Le travail consiste d'abord à obtenir une représentation *LFT* de notre modèle d'avion, couvrant les huit configurations qui caractérisent le point de vol. Afin de tenir compte de l'ensemble des spécifications du cahier des charges, nous avons inclus dans le modèle de synthèse diverses spécifications de robustesse et de performance sous la forme de pondérations fréquentielles. Notons enfin, que la synthèse est réalisée selon la structure de commande à 2 degrés de liberté.

Par ailleurs, afin de valider cette approche, les correcteurs obtenus sont testés sur le modèle longitudinal complet. Le premier correcteur, basé sur une optimisation \mathcal{H}_∞ standard, n'assure que la performance nominale, tandis que le second correcteur, basé sur la μ -synthèse, assure à la fois la performance nominale et la performance robuste. De plus, ce dernier vérifie l'ensemble des spécifications de performance (qualité de vol du niveau 1), pour les 8 configurations du notre système.

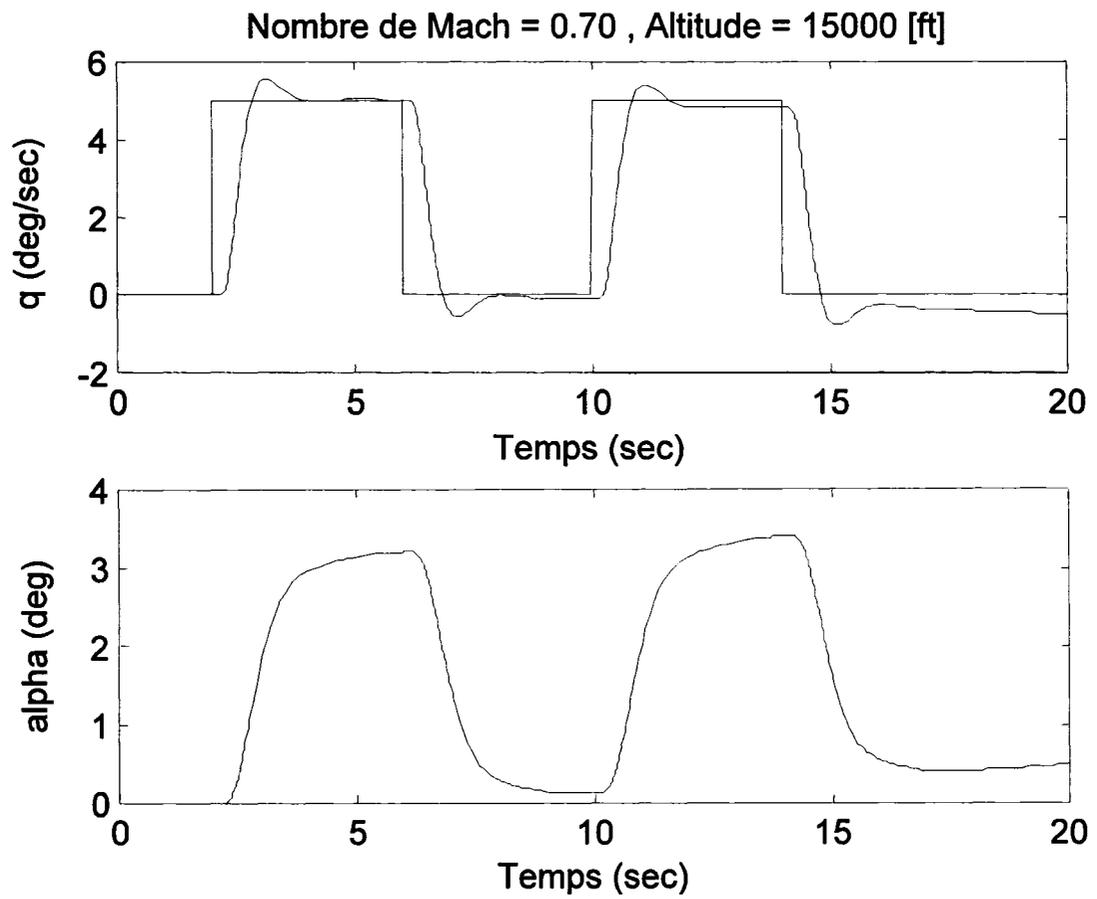


Figure 4.13 Réponses temporelles du système bouclé par le correcteur K_{hinf}

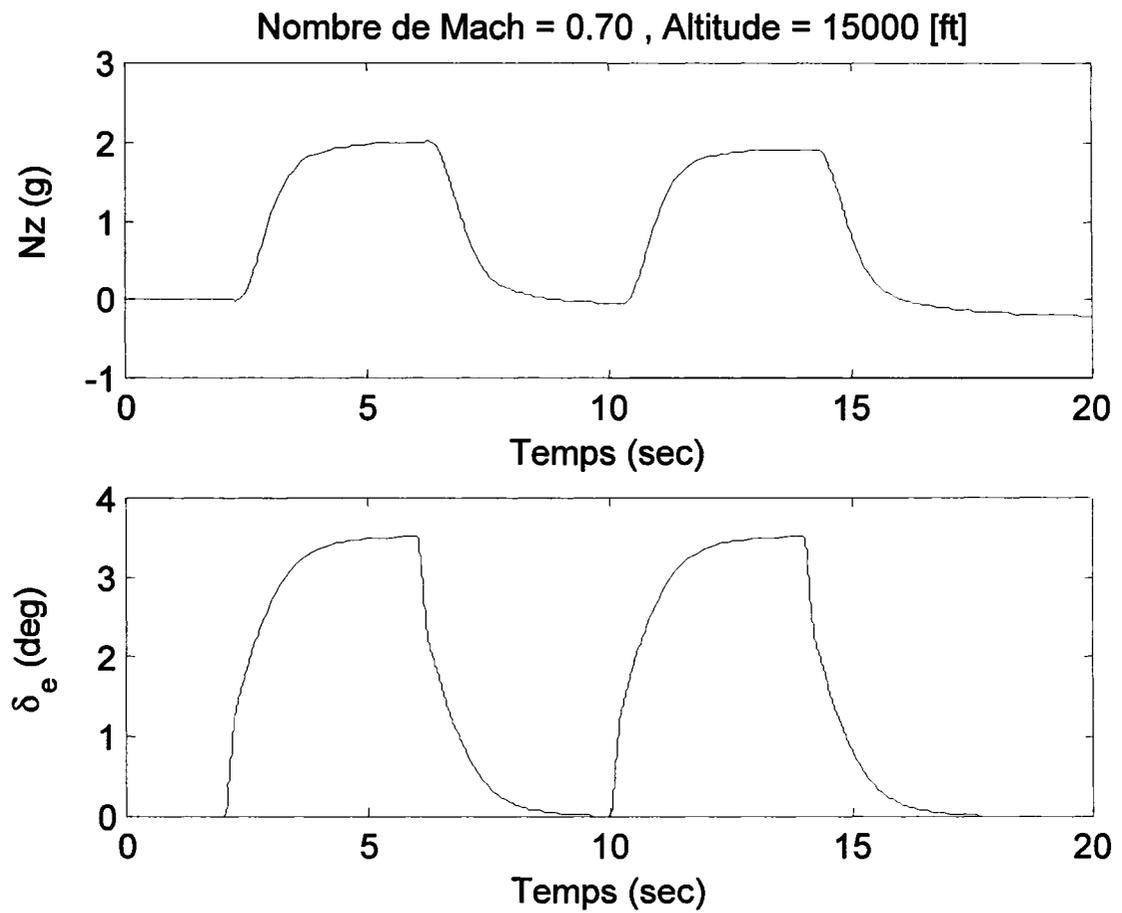


Figure 4.14 Réponses temporelles du système bouclé par le correcteur K_{hinf}

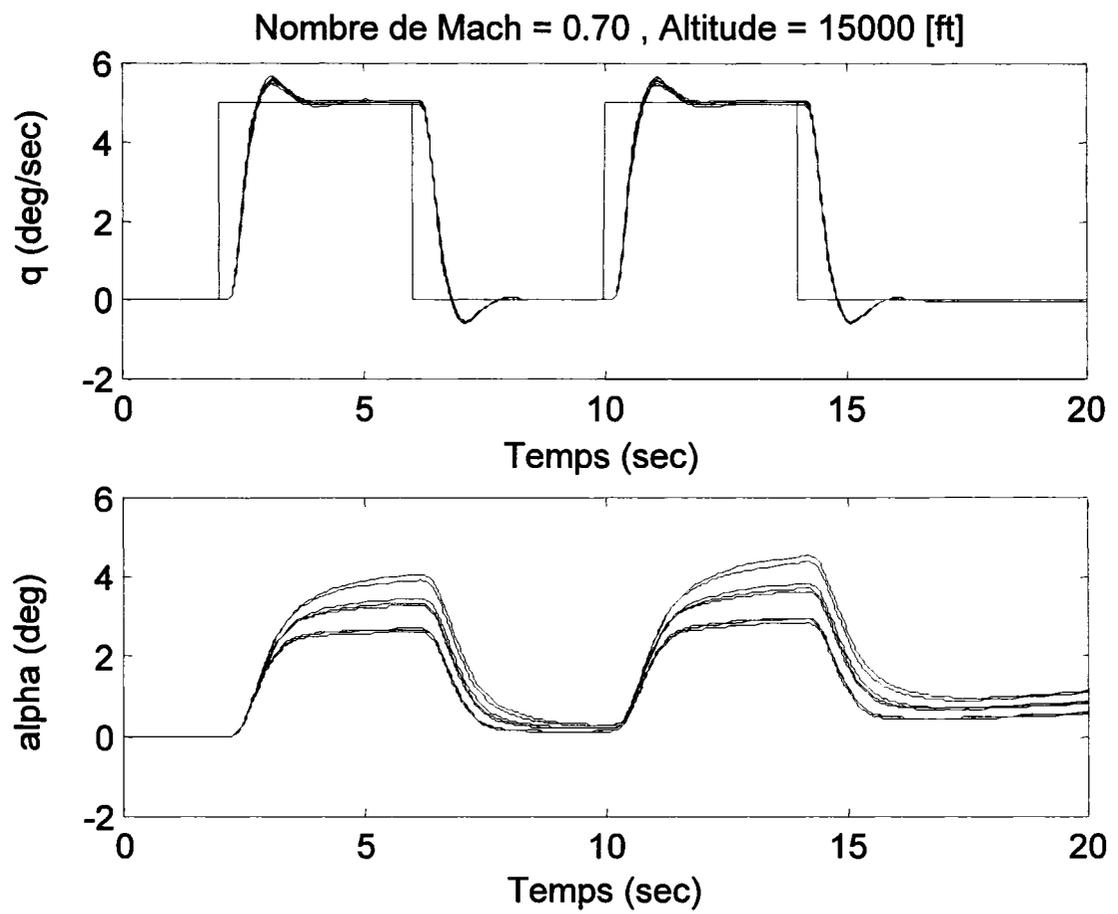


Figure 4.15 Réponses temporelles du système bouclé par le correcteur K_{mu}

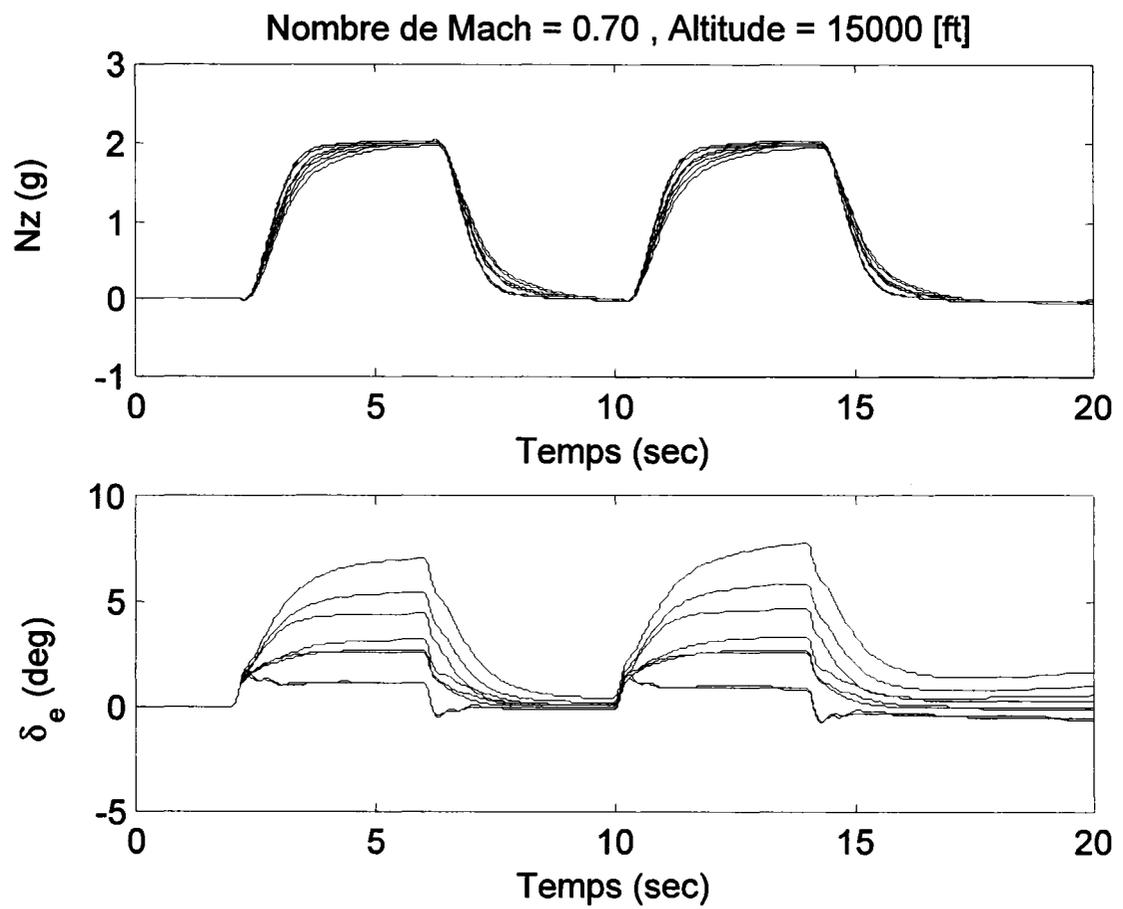
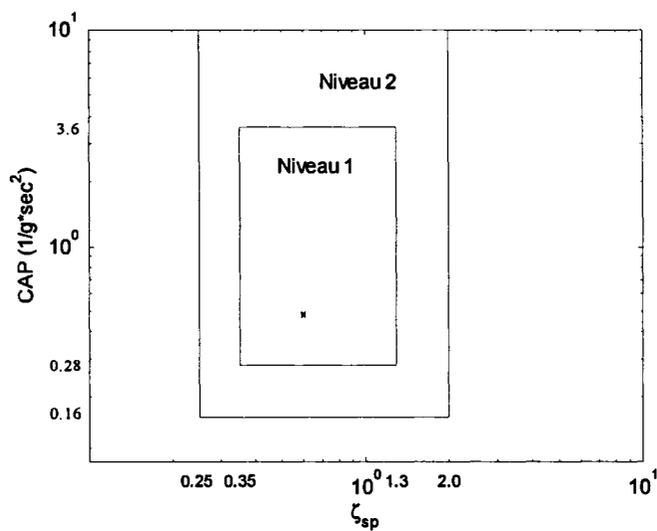


Figure 4.16 Réponses temporelles du système bouclé par le correcteur K_{mu}

Tableau VII Performances et qualités de vol obtenues (correcteur K_{mu})

$m(klbs)/$ $x_{cg}(\%chord)$	ω_{BW}	τ_p	ζ_{sp}	Drb/q_{ss}	$ \frac{e_{q_{ss}}}{q_{ss}} $
30/20	1.7075	0.2159	0.5968	0.3967	0.1583%
30/35	1.7205	0.2128	0.5966	0.3891	0.1501%
39/20	1.7071	0.2138	0.5966	0.3965	0.1422%
39/38	1.7214	0.2100	0.5964	0.3865	0.1422%
46/16	1.7020	0.2131	0.5966	0.3977	0.1370%
46/38	1.7218	0.2098	0.5964	0.3853	0.1484%
32/48	1.7285	0.2075	0.5964	0.3822	0.1413%
39/48	1.7261	0.2058	0.5963	0.3808	0.1405%

Figure 4.17 CAP vs ζ_{sp} pour les phases de vol Catégorie A, (correcteur K_{mu})

4.2 Deuxième application : Synthèse multivariable d'un pilote automatique longitudinal pour le système ADMIRE

Le problème considéré dans cette section, est celui du pilotage longitudinal robuste d'un avion de chasse. L'objectif est de concevoir une loi de commande multivariable, en utilisant la technique de μ -synthèse. La commande élaborée, consiste à contrôler de manière découplée la vitesse de tangage (q) et la vitesse totale (V_T). Notons par ailleurs, que les résultats qui sont donnés ici sont relatifs à la boucle (interne) de stabilisation longitudinale. La structure physique de la loi de commande est celle décrite sur la figure 4.18.

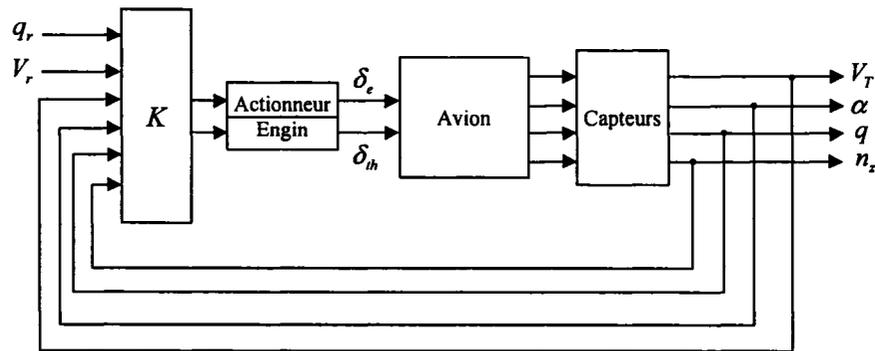


Figure 4.18 Pilote automatique longitudinal

Les données numériques que nous avons utilisées sont celles du système ADMIRE [21]. Il s'agit d'une version simplifiée d'un avion de chasse mono-place avec une configuration *delta-canard*. Les données aérodynamiques du modèle générique ont été développées par la société Saab AB et l'Institut Royal de Technologie (KTH) de Suède. C'est un modèle non-linéaire à six degrés de liberté, conçu pour atteindre des vitesses de 1.2 Mach et des altitudes de 6000 mètres, avec un angle d'attaque qui varie de -10 à 30 degrés et un angle de dérapage de ± 20 degrés. Le modèle est construit à partir de douze équations différentielles non-linéaires, et les données aérodynamiques consistent en des tables, contenant les valeurs des coefficients aérodynamiques. Les surfaces de contrôle disponibles sont : le canard droit et gauche, le gouvernail de direction, le volet de bord principal et quatre élévons. A cela, s'ajoute l'entrée de la manette des gaz pour le contrôle de la vitesse. Des modèles

d'actionneurs et des capteurs sont aussi intégrés au système.

Pour répondre au cahier des charges, la loi de commande doit satisfaire les critères de performance suivants :

1. Objectifs de pilotage : l'ensemble de ces objectifs est résumé par le tableau suivant:

Tableau VIII Qualités de vol (QV) en longitudinal

QV & Performances	Contraintes à respecter
Drb/q_{ss} (<i>Gibson's Dropback</i>)	$0.0 < Drb/q_{ss} < 0.25 \text{ sec}$
ω_{BW} (<i>Attitude Bandwidth</i>)	$> 1.5 \text{ rad/sec}$
τ_p (<i>Phase Delay</i>)	$< 0.20 \text{ sec}$
ζ_{sp} (<i>Short-Period Mode Damping Ratio</i>)	$0.35 < \zeta_{sp} < 1.30$
CAP (<i>Control Anticipation Parameter</i>)	$0.28 < CAP < 3.6$

2. Spécifications temporelles [55] :

- Le temps de réponse de la sortie q doit être inférieur à 2 secondes⁷ avec une erreur statique faible et un dépassement inférieur à 10%.
- Le temps de réponse de la sortie V_T doit être inférieur à 4 secondes (*i.e.* une constante de temps plus petite que 1.33 *sec.*) et pas de dépassement.

3. Couplage entre q et V_T : la variation maximale de V_T doit être inférieure à 0.1 *m/sec* pour une demande en q égale à 5 *deg/sec*; de même la variation maximale de q doit être inférieure à 0.5 *deg/sec* pour une demande en V_T égale à 4 *m/sec*.

$$\Delta V_T \leq 0.1 \text{ m/sec} \quad \text{dans le cas où } q_r = 5 \text{ deg/sec}$$

$$\Delta q \leq 0.5 \text{ deg/sec} \quad \text{dans le cas où } V_r = 4 \text{ m/sec}$$

4. Critère de robustesse : la stabilité robuste doit être assurée pour les variations suivantes :

⁷ Le temps de réponse t_r est défini ici tel que $0.95 \leq y(t) \leq 1.05, \forall t \geq t_r$, si $y(t)$ est la réponse à un échelon unitaire.

- Variation de la masse :

$$7280 \text{ kg} \leq m \leq 10920 \text{ kg}$$

- Variation du centre de gravité (Δx_{cg} horizontal) :

$$-0.15 \text{ m} \leq \Delta x_{cg} \leq 0.15 \text{ m}$$

5. Problèmes de saturation : les sorties des servocommandes δ_e et δ_{th} , et leurs dérivées premières $\dot{\delta}_e$ et $\dot{\delta}_{th}$, doivent être limitées.

Pour résoudre ce problème, nous avons adopté la même démarche que précédemment (section 4.1). Cette méthodologie de synthèse, basée sur une approche fréquentielle, est particulièrement intéressante. Elle permet en effet de prendre en compte, a priori et explicitement, les spécifications fréquentielles et temporelles du cahier des charges, simplifiant ainsi la synthèse. Enfin, pour valider cette approche, le correcteur obtenu sera analysé puis implémenté sur le système non linéaire.

4.2.1 Description générale

4.2.1.1 Equations du mouvement longitudinal

Nous rappelons ici brièvement les équations du mouvement de l'avion dans le plan longitudinal (pour plus de détails voir [53] et [21]). Pour cela, nous ferons les hypothèses classiques, à savoir :

- Terre plate et immobile,
- Accélération gravitationnelle constante (variation de g avec l'altitude est négligeable),
- Masse et inerties varient lentement,
- Découplage longitudinal/latéral.

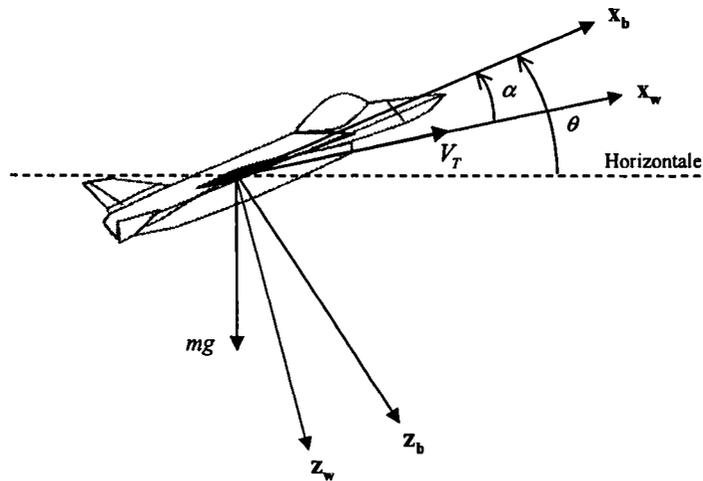


Figure 4.19 Repère aérodynamique et repère avion

Dans cette application, on est amené à travailler dans le repère aérodynamique (*wind axes*). Ce repère a également pour centre le point G^8 . L'axe x_w est porté par la vitesse aérodynamique de l'avion, z_w est dans le plan de symétrie de l'avion et orienté positivement vers le ventre de l'appareil et y_w complète le trièdre positif. La figure 4.19 représente la position du repère aérodynamique par rapport au repère avion.

La projection des équations du mouvement longitudinal dans le repère aérodynamique, conduit aux équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 m\dot{V}_T &= F_{x_w} - mg \sin(\theta - \alpha) \\
 mV_T\dot{\alpha} &= F_{z_w} + mg \cos(\theta - \alpha) + mV_T Q \\
 \dot{\theta} &= Q \\
 I_y\dot{Q} &= M_y
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

où V_T représente la vitesse de l'avion, α l'angle d'incidence, Q la vitesse de tangage et θ l'angle de tangage. F_{x_w} et F_{z_w} représentent les résultantes des forces projetées sur les axes x_w et z_w . M_y correspond au moment de tangage de l'avion autour de l'axe y_w tandis que m et I_y désignent respectivement la masse de l'avion et le moment d'inertie en tangage.

⁸ En général, on choisit le même point G pour les repères aérodynamique et avion.

Compte tenu que le modèle aérodynamique du système ADMIRE est exprimé dans le repère avion, les projections F_{xw} et F_{zw} dans le repère aérodynamique, sont données par :

$$\begin{aligned} F_{xw} &= F_{xb} \cos(\alpha) + F_{zb} \sin(\alpha) \\ F_{zw} &= -F_{xb} \sin(\alpha) + F_{zb} \cos(\alpha) \end{aligned} \quad (4.18)$$

avec

$$\begin{aligned} F_{xb} &= F_{aero_{xb}} + T_{xb} \\ F_{zb} &= F_{aero_{zb}} + T_{zb} \end{aligned} \quad (4.19)$$

où T_{xb} et T_{zb} représentent les forces de propulsion dans le repère avion, alors que les forces aérodynamiques $F_{aero_{xb}}$ et $F_{aero_{zb}}$, vérifient :

$$\begin{aligned} F_{aero_{xb}} &= -\bar{q}SC_x(h, M, \alpha, u_{el}, u_n) \\ F_{aero_{zb}} &= -\bar{q}SC_z(h, M, \alpha, \dot{\alpha}, \bar{c}/(2V_T)q, u_{el}, u_n) \end{aligned} \quad (4.20)$$

où S est la surface aérodynamique de référence, \bar{c} la corde aérodynamique moyenne et $\bar{q} = \rho V_T^2/2$ la pression dynamique. u_{el} (*elevons*) et u_n (*canards*) représentent les entrées de gouvernes. Elles sont utilisées soit comme gouvernes de profondeur (débattement symétrique), soit comme gouvernes de roulis (débattement antisymétrique).

Par ailleurs, le moment total de tangage par rapport au centre de gravité, est donné par :

$$M_y = \bar{q}S\bar{c}C_m(M, \alpha, \dot{\alpha}, \bar{c}/(2V_T)q, u_{el}, u_n) - x_{cg}F_{aero_{xb}} + z_{cg}F_{aero_{zb}} + M_T \quad (4.21)$$

où x_{cg} et z_{cg} représentent respectivement les distances entre le centre gravité et le centre aérodynamique moyen. M_T est le moment de tangage dû aux forces de propulsion. Notons enfin que les coefficients C_x (force tangentielle), C_z (force normale) et C_m (moment de tangage) sont ici des fonctions du point de vol (altitude h et nombre de Mach M).

Représentation d'état

La linéarisation des équations du mouvement s'effectue autour d'un point d'équilibre correspondant à un point de vol donné. Sous l'hypothèse que les variations des variables

longitudinales restent faibles, les équations linéarisées s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_T \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{\dot{v}_T v_T} & A_{\dot{v}_T \alpha} & A_{\dot{v}_T q} & -g \\ A_{\dot{\alpha} v_T} & A_{\dot{\alpha} \alpha} & A_{\dot{\alpha} q} & 0 \\ A_{\dot{q} v_T} & A_{\dot{q} \alpha} & A_{\dot{q} q} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_T \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{\dot{v}_T \delta_e} & B_{\dot{v}_T \delta_{th}} \\ B_{\dot{\alpha} \delta_e} & B_{\dot{\alpha} \delta_{th}} \\ B_{\dot{q} \delta_e} & B_{\dot{q} \delta_{th}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_{th} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

où v_T , α , q et θ sont les 4 variables d'état longitudinales. Les entrées de commande sont: la gouverne de profondeur δ_e et la commande des gaz δ_{th} . Par ailleurs, on considère les quatre sorties suivantes : la vitesse de l'avion v_T , l'angle d'incidence α , la vitesse de tangage q et le facteur de charge vertical $n_z = -V_{T_e}(\dot{\alpha} - q)/g$, où V_{T_e} désigne la vitesse de l'avion par rapport à l'air en régime établi. L'équation de sortie s'écrit donc :

$$\begin{bmatrix} v_T \\ \alpha \\ q \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ C_{n_z v_T} & C_{n_z \alpha} & C_{n_z q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_T \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ D_{n_z \delta_e} & D_{n_z \delta_{th}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_{th} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Les équations (4.22)-(4.23) décrivent donc un système *LTI* dont les éléments $\{A_{\dot{v}_T v_T}, A_{\dot{v}_T \alpha}, A_{\dot{v}_T q}, B_{\dot{v}_T \delta_e}, B_{\dot{v}_T \delta_{th}}, \dots\}$ s'expriment bien sûr en fonction des caractéristiques aérodynamiques de l'avion, et dépendent principalement du point de vol.

4.2.2 Construction du modèle de synthèse

Nous présentons maintenant les différentes étapes de la construction du modèle de synthèse sur lequel nous allons appliquer la technique de μ -synthèse.

4.2.2.1 Mise sous forme d'une *LFT*

Comme dans l'application précédente, nous nous intéressons ici à la commande d'un système incertain, décrit par un ensemble fini de modèles *LTI* (4.22)-(4.23). Pour cela, nous

avons considéré le point de vol suivant :

Tableau IX Condition de vol considérée

Nombre de Mach	Altitude [m]
0.35	3000

auquel, on associé un ensemble de 9 modèles correspondant chacun à une configuration de masse et du centre de gravité, comme indiqué par le tableau X.

Tableau X Neuf configurations de m et x_{cg}

m [kg] \ Δx_{cg} [m]	-0.15	0	0.15
7280	×	×	×
9100	×	×	×
10920	×	×	×

Afin d'appliquer la technique de μ -synthèse, nous avons exprimé ces 9 modèles sous la forme d'un modèle *LFT*, en suivant la même procédure que précédemment.

On obtient donc:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 A_{\dot{v}_T v_T}(\delta_m, \delta_{cg}) = -0.0159 - 0.0017 \delta_m + 0.0005 \delta_{cg} + 0.0001 \delta_m \delta_{cg} \\
 A_{\dot{v}_T \alpha}(\delta_m, \delta_{cg}) = -4.5319 - 0.1113 \delta_m + 0.3595 \delta_{cg} - 0.0146 \delta_m \delta_{cg} \\
 A_{\dot{v}_T q}(\delta_m, \delta_{cg}) = -0.2790 + 0.0050 \delta_m + 0.0165 \delta_{cg} - 0.0002 \delta_m \delta_{cg} \\
 A_{\dot{\alpha} q}(\delta_m, \delta_{cg}) = -0.0014 \\
 A_{\dot{\alpha} \alpha}(\delta_m, \delta_{cg}) = -0.8189 + 0.1680 \delta_m + 0.0004 \delta_{cg} - 0.0002 \delta_m \delta_{cg} \\
 A_{\dot{\alpha} q}(\delta_m, \delta_{cg}) = 0.9752 + 0.0050 \delta_m \\
 A_{\dot{q} v_T}(\delta_m, \delta_{cg}) = -0.0005 \\
 A_{\dot{q} \alpha}(\delta_m, \delta_{cg}) = 3.8958 + 0.0161 \delta_m + 1.5438 \delta_{cg} - 0.0145 \delta_m \delta_{cg} \\
 A_{\dot{q} q}(\delta_m, \delta_{cg}) = -0.8027 - 0.0163 \delta_m + 0.0516 \delta_{cg} + 0.0010 \delta_m \delta_{cg} \\
 B_{\dot{v}_T \delta_e}(\delta_m, \delta_{cg}) = 2.0707 - 0.1111 \delta_m - 0.0473 \delta_{cg} + 0.0134 \delta_m \delta_{cg} \\
 B_{\dot{v}_T \delta_{th}}(\delta_m, \delta_{cg}) = 7.7386 - 1.5864 \delta_m + 0.0057 \delta_{cg} + 0.0010 \delta_m \delta_{cg} \\
 B_{\dot{\alpha} \delta_e}(\delta_m, \delta_{cg}) = 0.1548 - 0.0315 \delta_m + 0.0001 \delta_{cg} - 0.0005 \delta_m \delta_{cg} \\
 B_{\dot{\alpha} \delta_{th}}(\delta_m, \delta_{cg}) = -0.0074 + 0.0001 \delta_m + 0.0004 \delta_{cg}
 \end{array} \right. \quad (4.24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{\dot{q}\delta_e}(\delta_m, \delta_{cg}) = 4.3910 - 0.0126 \delta_m - 0.2810 \delta_{cg} + 0.0024 \delta_m \delta_{cg} \\ B_{\dot{q}\delta_{th}}(\delta_m, \delta_{cg}) = -0.1228 + 0.0076 \delta_m - 0.0009 \delta_{cg} - 0.0001 \delta_m \delta_{cg} \\ C_{n_z v_T}(\delta_m, \delta_{cg}) = 0.0170 \\ C_{n_z \alpha}(\delta_m, \delta_{cg}) = 9.5978 - 1.9370 \delta_m - 0.0087 \delta_{cg} - 0.0010 \delta_m \delta_{cg} \\ C_{n_z q}(\delta_m, \delta_{cg}) = 0.2926 - 0.0589 \delta_m - 0.0001 \delta_{cg} \\ D_{n_z \delta_e}(\delta_m, \delta_{cg}) = -1.8267 + 0.3681 \delta_m + 0.0053 \delta_m \delta_{cg} \\ D_{n_z \delta_{th}}(\delta_m, \delta_{cg}) = 0.0096 + 0.0003 \delta_m - 0.0007 \delta_{cg} \end{array} \right. \quad (4.25)$$

Finalement, le système (4.24)-(4.25) est mis sous la forme d'une *LFT*, comme indiqué sur la figure 4.20. La perturbation (δ_m) est répétée 8 fois tandis que la perturbation (δ_{cg}) est répétée 4 fois.

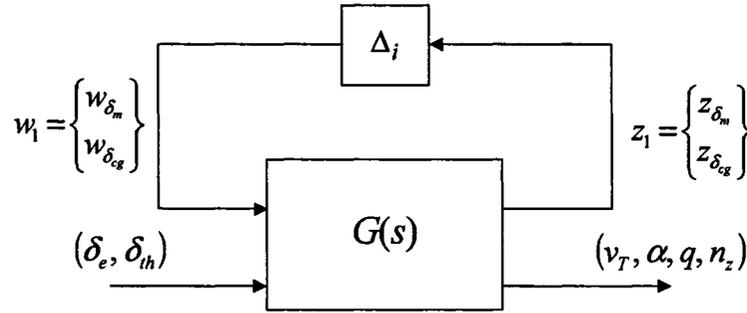


Figure 4.20 Mise sous forme d'une *LFT*

Par ailleurs, la représentation d'état associée au transfert $G(s)$, est donnée par :

$$G(s) = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} (sI - A)^{-1} \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

avec

$$\begin{bmatrix} w_{\delta_m} \\ w_{\delta_{cg}} \end{bmatrix} = \Delta_i \begin{bmatrix} z_{\delta_m} \\ z_{\delta_{cg}} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Après réduction, le bloc d'incertitude obtenu est de dimension 6 :

$$\Delta_i = \text{diag}(\delta_m I_4, \delta_{cg} I_2) \quad (4.28)$$

4.2.3 Structure de la loi de commande

Le correcteur sera synthétisé selon la structure de commande à 2 degrés de liberté, (voir figure 4.21). Le schéma de synthèse intègre les incertitudes paramétriques sur les coefficients aérodynamiques, les bruits de mesure ainsi que deux modèles de poursuite, et des signaux d'erreurs pondérés utilisés pour exprimer les spécifications du cahier des charges. On y trouve aussi un ensemble "actionneur/engin" et quatre capteurs.

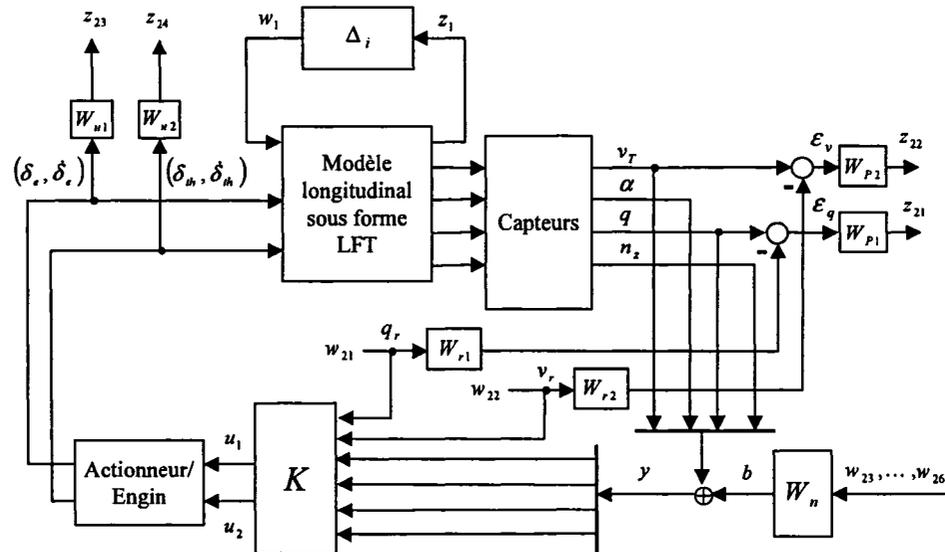


Figure 4.21 Schéma d'interconnection pour la μ -synthèse

Les différents signaux du système sont définis comme suit :

- Le vecteur d'entrées exogènes w_2 , de dimension 6, contient 4 signaux correspondant aux bruits de capteurs (sur les sorties mesurées v_T , α , q et n_z) et deux signaux de consigne q_r et v_r .

- Le vecteur des sorties régulées z_2 , de dimension 4, contient :
 - 2 signaux d'erreurs pondérées correspondant aux objectifs de performance.
 - 4 signaux d'erreurs pondérées correspondant à des limitations d'amplitudes sur les sorties actionneur/engin δ_e et δ_{th} , et leurs dérivées $\dot{\delta}_e$ et $\dot{\delta}_{th}$.
- Le vecteur u des entrées de commande, contient les 2 entrées u_1 et u_2 de l'ensemble actionneur/engin.
- Enfin, le vecteur y des sorties, contient les 4 sorties mesurées v_T , α , q et n_z .

4.2.3.1 Spécifications de synthèse

- **Modèles de référence :**

1. Pour la réponse en tangage, on cherche à se rapprocher le plus possible d'une fonction de transfert du deuxième ordre, telle que :

$$W_{r1}(s) = 4^2 \frac{e^{-0.1s}}{s^2 + 2(0.6)(4)s + 4^2}$$

2. Pour la réponse en vitesse, on cherche à se rapprocher le plus possible d'une fonction de transfert du premier ordre, telle que :

$$W_{r2}(s) = \frac{1}{0.9s + 1}$$

- **Performance et stabilité robustes :**

Le schéma (4.21) fait apparaître les transferts suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}_{11} = \mathcal{F}_{q_r \rightarrow \varepsilon_q} \\ \mathcal{F}_{12} = \mathcal{F}_{v_r \rightarrow \varepsilon_v} \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}_{21} = \mathcal{F}_{q_r, b \rightarrow \delta_e, \dot{\delta}_e} \\ \mathcal{F}_{22} = \mathcal{F}_{v_r, b \rightarrow \delta_e, \dot{\delta}_e} \end{array} \right.$$

que l'on associera respectivement aux objectifs de performance et de robustesse. Finalement, le choix des pondérations est fait à partir des spécifications du cahier des charges. D'où, le choix suivant :

Les filtres W_{p1} , W_{p2} : Les gabarits fréquentiels choisis sont :

$$W_{p1}(s) = 0.01 \frac{s + 100}{s + 0.2} \quad \text{et} \quad W_{p2}(s) = 0.16 \frac{s + 50}{s + 0.2}$$

dans la mesure où le critère de performances porte sur la qualité du suivi de consignes en q et v_T .

Les filtres W_{u1} , W_{u2} : On procédera de façon similaire en ce qui concerne le réglage des filtres sur les signaux de commandes.

$$W_{u1} = W_{u2} = \begin{pmatrix} W_\delta & 0 \\ 0 & W_\delta \end{pmatrix}$$

où $W_\delta = \frac{0.01 \times (s/10+1)}{s/1000+1}$ est un filtre passe-haut du premier ordre, tandis que $W_\delta = 0.02$ est un simple gain statique.

Le filtre W_n : Comme précédemment, pour limiter l'effet des bruits de mesure sur les sorties, on utilise seulement des gains.

$$W_n = 0.01 I_4$$

4.2.4 Procédure de synthèse

Toutes les spécifications de synthèse ont été regroupées en un unique objectif de performance robuste, portant sur le transfert entre w_2 et z_2 , comme indiqué sur la figure 4.22.

On applique ici la méthode de résolution itérative décrite au paragraphe 2.4.5, par l'algorithme *D-K itération*. Comme nous l'avons fait sur l'application précédente, on cherche un

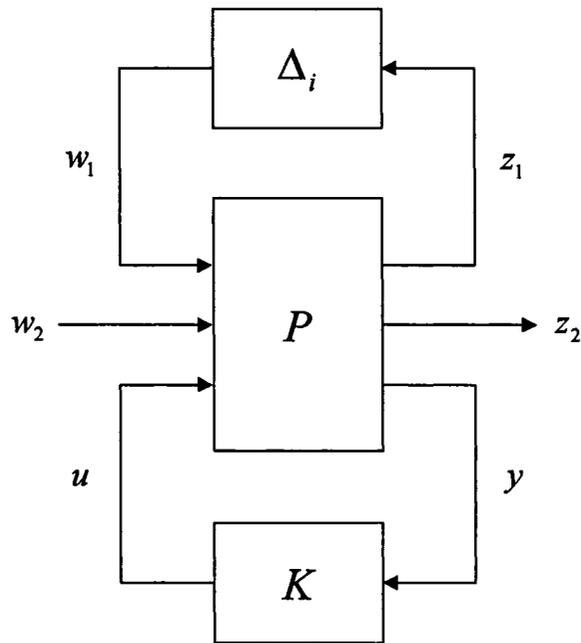


Figure 4.22 Représentation du problème de synthèse *LTI* robuste

correcteur K , tel que :

$$\mu_{\Delta}(\mathcal{F}_l(P(j\omega), K(j\omega))) < 1 \quad \text{pour tout } \omega$$

Un résultat satisfaisant a été obtenu après la première itération :

Tableau XI Niveaux de performance obtenus par la *D-K itération*

Itération #	Ordre du correcteur	Ordre des <i>scalings</i> D	Performance γ	Valeur de μ
1	22	0	5.523	0.414

Après réduction, le correcteur résultant, est d'ordre 16. La valeur de μ pour la performance robuste vaut 0.42. La figure 4.23 représente la performance robuste pour ce correcteur.

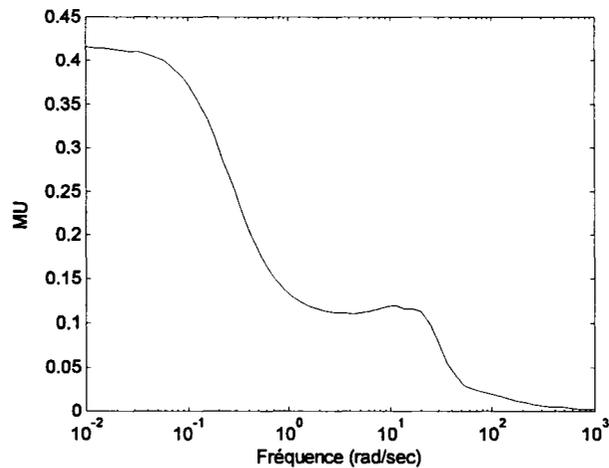


Figure 4.23 Performance robuste

4.2.5 Analyse des résultats

Avant de procéder à l'implémentation sur le système non linéaire, puis aux validations finales, on propose ici une rapide analyse du correcteur en boucle fermée.

Analyse fréquentielle

Le schéma d'interconnection pour la μ -analyse, est donné par la figure 4.24. Comme précédemment, nous avons choisi de modéliser l'ensemble des 9 modèles définissant notre système, sous la forme d'un modèle *LFT* soumis à une perturbation structurée Δ_i , telle que :

$$\Delta_i = \begin{pmatrix} \delta_m I_8 & 0 \\ 0 & \delta_{cg} I_4 \end{pmatrix}$$

où δ_m et δ_{cg} sont deux scalaires réels dont la variation est comprise entre -1 et 1. On tiendra compte par ailleurs de la présence d'incertitudes dynamiques au niveau des capteurs. Pour cela, nous avons représenté ces dynamiques négligées, par des filtres de type passe-haut, tels que :

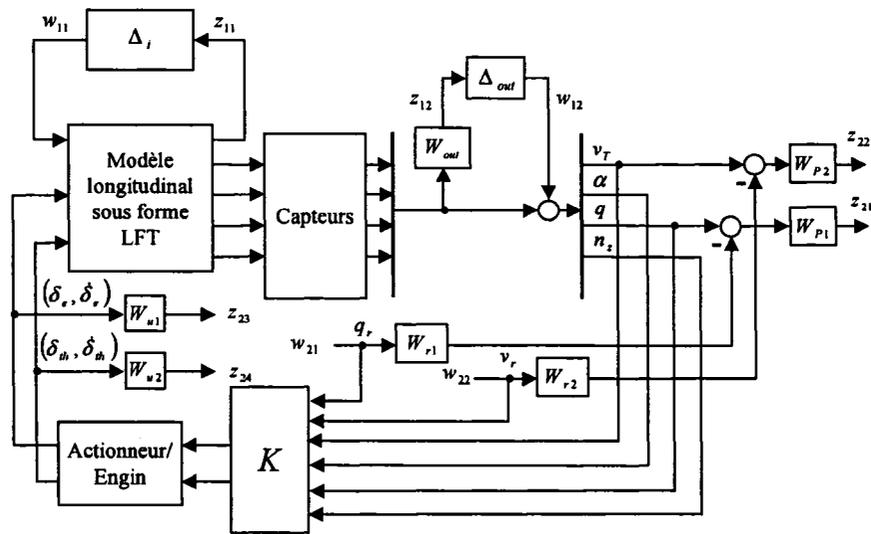


Figure 4.24 Schéma d'interconnection pour la μ -analyse

$$W_{out}(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.4(s+0.25)}{s+25} I_2 & 0 \\ 0 & \frac{0.6(s+0.5)}{s+50} I_2 \end{pmatrix}$$

Un tel choix permet de représenter :

- une erreur (au niveau des capteurs anémométriques) de 0.4% en basses fréquences, qui augmente jusqu'à 40% en hautes fréquences.
- une erreur (au niveau des capteurs inertiels) de 0.6% en basses fréquences, qui augmente jusqu'à 60% en hautes fréquences.

On notera enfin la présence des pondérations suivantes : W_{p1} , W_{p2} , W_{u1} et W_{u2} dont le choix est le même que précédemment.

Les figures 4.25 et 4.26 présentent les tracés de μ pour l'analyse de la robustesse et de la performance. On peut constater que le système en boucle fermée, satisfait à la fois la condition de stabilité robuste et de performance robuste, ce qui témoigne d'un comportement robuste de cette loi de commande.

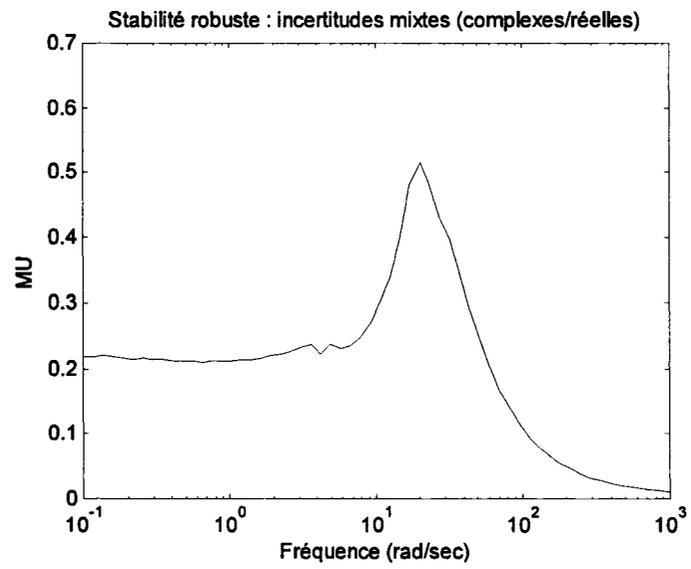


Figure 4.25 Vérification de la stabilité robuste

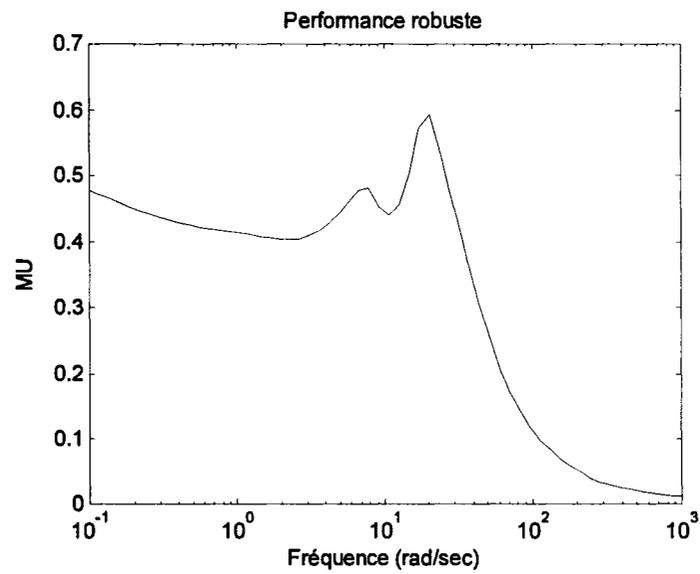


Figure 4.26 Vérification de la performance robuste

Analyse des performances et qualités de vol

Nous avons également vérifié les spécifications du cahier des charges, en termes de qualité de vol (tableau VIII). Les résultats de ces tests sont rassemblés dans le tableau XII. En ce qui concerne les valeurs du CAP (*Control Anticipation Parameter*), on les a tracées dans le plan, en fonction de l'amortissement ζ_{sp} , comme le montre la figure 4.28. Globalement, on constate que les spécifications de performance et de qualité de vol (niveau 1) sont entièrement satisfaites, pour l'ensemble des 9 configurations (tableaux IX et X).

Simulations temporelles

Conformément au schéma d'implémentation donné par la figure 4.27, le correcteur *LTI* réduit a d'abord été discrétisé. La période d'échantillonnage que nous avons utilisée est de 5 msec.

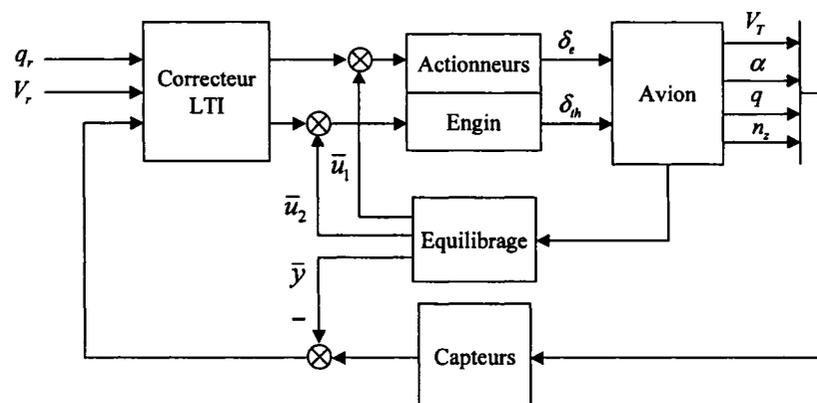


Figure 4.27 Schéma d'implémentation

Les figures 4.29 et 4.30 présentent des simulations temporelles, réalisées à partir du système non linéaire complet, intégrant la modélisation des actionneurs et capteurs. Dans la mesure où la conception du correcteur repose sur la linéarisation du système ADMIRE, nous avons modifié les signaux d'entrées/sorties de celui-ci, comme indiqué sur le schéma 4.27.

Pour l'entrée de référence q_r , on utilise un échelon d'amplitude 5 deg/sec d'une durée de 5 sec . Ce signal est appliqué à l'instant initial de la simulation. Une deuxième simulation temporelle est réalisée avec l'entrée de référence V_r . On utilise dans ce cas, un échelon d'amplitude 4 m/sec qui dure aussi 5 sec . Les résultats dans le domaine temporel satisfont les spécifications de performance puisque les temps de réponse sont inférieurs à 2 sec pour q et 4 sec pour v_T . De plus, On ne constate aucun dépassement sur la sortie v_T , alors que la sortie q présente un dépassement inférieur à 10%. Enfin, les erreurs statiques sur ε_q et ε_v sont pratiquement nulles.

On remarque de plus le faible couplage entre q et v_T , puisque dans chaque cas, on ne dépasse pas les limites fixées par le cahier des charge.

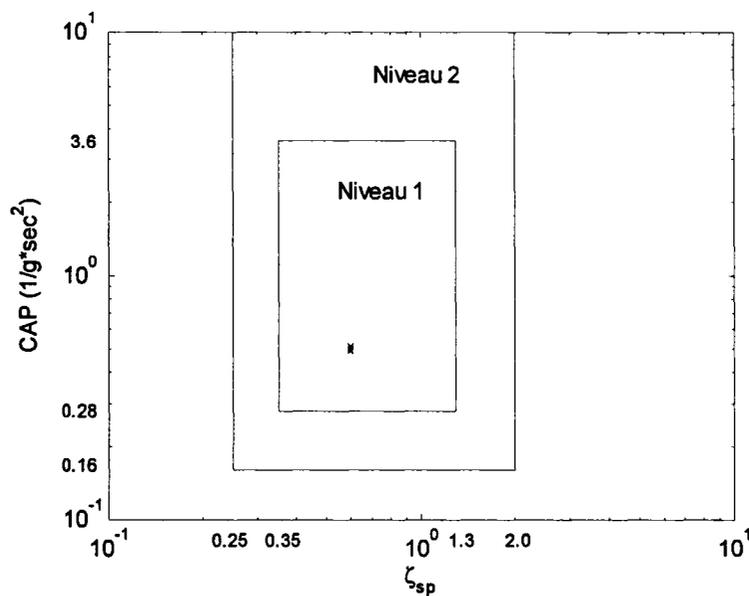
4.2.6 Conclusion

Dans cette deuxième partie, nous avons appliqué la technique de μ -synthèse, au problème de pilotage longitudinal robuste d'un avion de chasse. Disposant d'une forme LFT du modèle d'avion, nous avons utilisé la même approche fréquentielle que dans l'application précédente. Cette approche, nous a permis d'obtenir une loi de commande assurant à la fois la performance et la robustesse à l'ensemble des neuf configurations définissant le point de vol. De plus, le correcteur résultant, assure un découplage satisfaisant entre les deux chaînes de commande, ce qui permet au pilote de gérer ces deux chaînes de façon indépendante.

D'autre part, il faut souligner la méthodologie de synthèse que nous avons adoptée dans la résolution de ce problème. En effet, on s'est attaché à montrer que ce sont les spécifications du cahier des charges qui conduisent à construire le modèle de synthèse. Enfin la synthèse d'un correcteur à 2 degrés de liberté se fait de façon très naturelle.

Tableau XII Performances et qualités de vol obtenues.

$(m[kg]; \Delta x_{cg}[m])$	Drb/q_{ss}	ω_{BW}	τ_p	ζ_{sp}
(7280; -0.15)	0.0665	1.7221	0.2130	0.5979
(7280; 0)	0.0754	1.7147	0.2138	0.5979
(7280; 0.15)	0.0710	1.7187	0.2134	0.5979
(9100; -0.15)	0.0629	1.7219	0.2130	0.5978
(9100; 0)	0.0747	1.7140	0.2140	0.5978
(9100; 0.15)	0.0689	1.7182	0.2135	0.5978
(10920; -0.15)	0.0598	1.7205	0.2132	0.5976
(10920; 0)	0.0740	1.7124	0.2143	0.5976
(10920; 0.15)	0.0676	1.7172	0.2136	0.5976

Figure 4.28 CAP vs ζ_{sp} pour les phases de vol Catégorie A

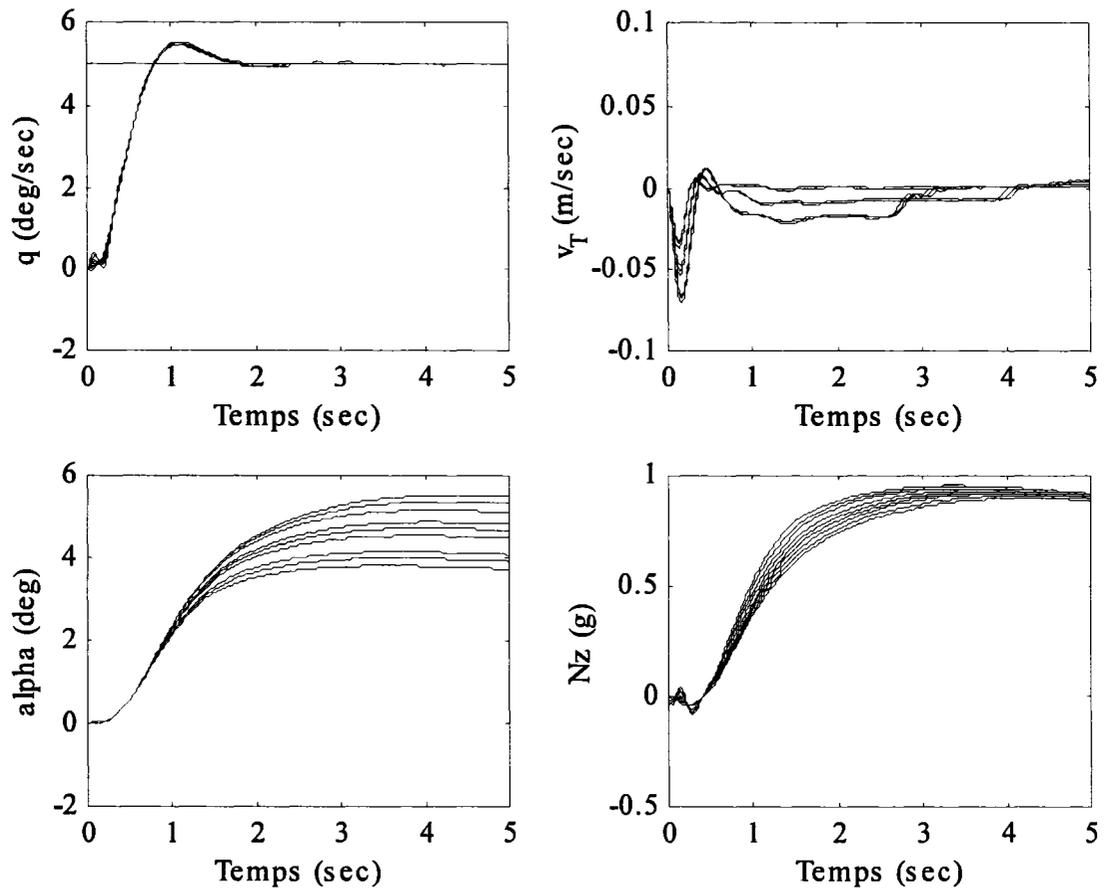


Figure 4.29 Simulations non linéaires illustrant les 9 configurations du système

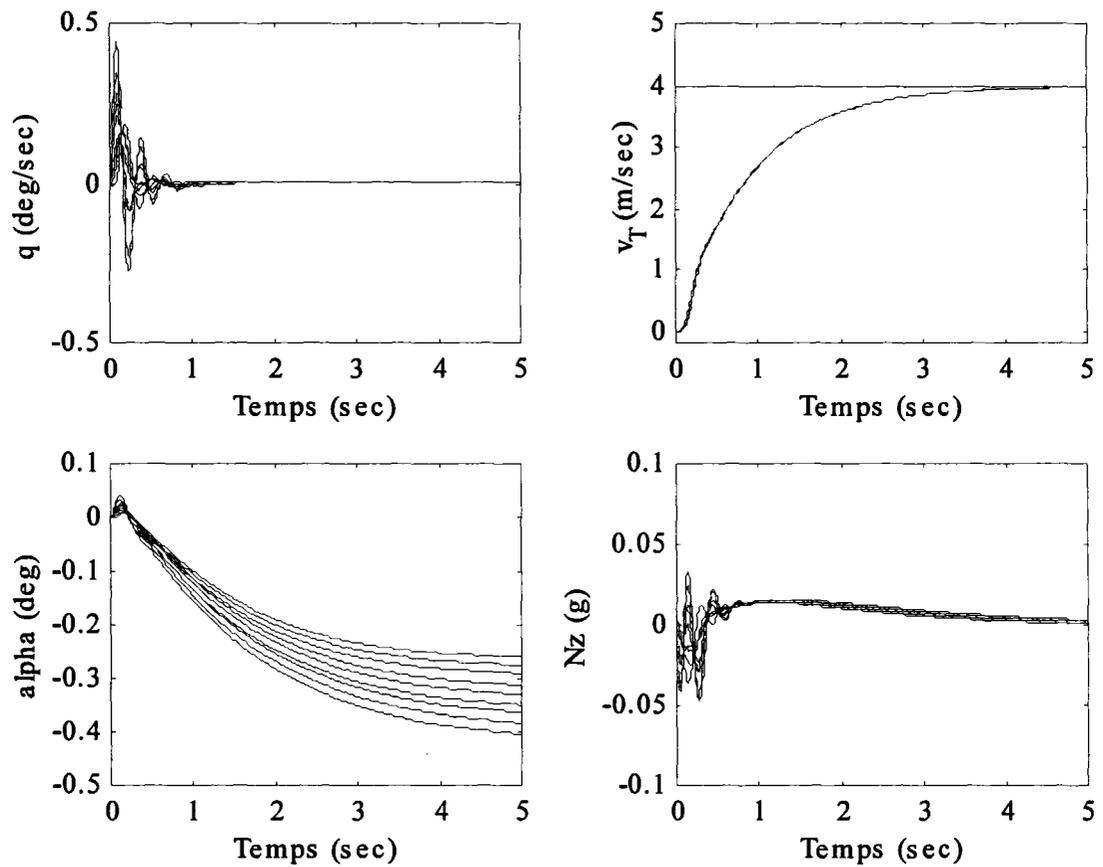


Figure 4.30 Simulations non linéaires illustrant les 9 configurations du système