Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences Juridiques, Economiques et Sociales – Tanger

Filière : Sciences Economiques et Gestion
Semestre I (GA et GB)
Année universitaire : 2011 – 2012

Travaux dirigés
Matière : Micro – économie I
1ère Série des exercices

Equipe pédagogique :
- Professeur HAMZAOUI Mustapha (chargé de cours)
- Professeur BOULAICH Mohamed
- Professeur ELHAFIDALLAH Samira

Fsjescours.com

Exercice n°1 :

Soit la fonction d'utilité :

$$U = xy$$

Et le revenu $R = 400 = 4x + 10y$

Avec : $px = 4$ et $py = 10$

1° Déterminer la consommation qui maximise la satisfaction ?

2° Déterminer le sens de l'extremum ?

Exercice n°2 :

Soit la fonction de satisfaction suivante :

$$S = 4x^3 + y$$

1° Déterminer le TMSxy et la fonction S ?

2° Des deux biens x et y lequel est le plus préféré par le consommateur ?

Exercice n°3 :

Un consommateur a la fonction d'utilité suivante :

$$U = 4xy$$

Et un revenu $R = 20$

Le prix, $px = 1$

1° Déterminer par la méthode de substitution la consommation qui maximise sa satisfaction lorsque $py = 1$?

2° Si **py** augmente pour devenir $py = 2$, quelle est la consommation qui maximise sa satisfaction ?

3° Quel revenu le consommateur devrait-il avoir pour obtenir $py = 2$ la même satisfaction que lorsque $py = 1$.

4° Quelle différence il y aurait avec ce nouveau revenu entre la nouvelle consommation et celle obtenue au (1) ?

Exercice n°4 :

On considère la fonction d'utilité suivante :

$$U = xy^{1/2}$$

Un revenu de consommation $R = 540$

Et des prix respectifs pour les biens x et y : $Px = 6$ et $Py = 18$

1° Calculer par Lagrangien les quantités x et y qui maximisent la satisfaction du consommateur ?

2° Même question en utilisant la méthode de substitution ?

TD de microéconomie
Semestre I : GA et GB
Corrigés des exercices de la 1ère série

<u>Solution de l'exercice n°1</u> :

U = xy

R = 400 = 4x + 10y ; avec : px = 4 et py = 10

La quantité des biens x et y qui maximise la satisfaction du consommateur doit annuler les dérivés de Lagrangien :

$$E(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda(R - xpx - ypy)$$
$$= xy + \lambda(400 - 4x - 10y)$$
$$= xy + \lambda 400 - \lambda 4x - \lambda 10y$$

1- déterminons les conditions d'un extremum en annulant les dérivés partielles par rapport à x, y et λ ;

$\varepsilon x(x,y,\lambda) = y - 4\lambda = 0$

$\varepsilon y(x,y,\lambda) = x - 10\lambda = 0$

$\varepsilon\lambda(x,y,\lambda) = 400 - 4x - 10y = 0$

Pour résoudre ce système ci - dessus de trois équations, on a :

$$\left.\begin{array}{l} y = 4\lambda \\ x = 10\lambda \end{array}\right\} \Longrightarrow y/x = 4\lambda / 10\lambda = 4 / 10 = 2,5 \Longrightarrow \mathbf{x = 2,5y}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 2,5\,y \\ 400 - 4x - 10y = 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow 400 - 4\,(2,5\,y) - 10y = 0 \Longrightarrow 400 - 10y - 10y = 0$$

$$\Longrightarrow \mathbf{400 - 20y = 0}$$
$$\Longrightarrow \mathbf{y = 400 / 20 = 20}$$

Donc, y = 20

Et x = 2,5 y = 2,5 (20) = 50

x = 50
y = 20

il y a un extremum pour les quantités x = 50 et y = 20

2- Déterminer le sens de cet extremum en cherchant le signe positif et négatif des dérivés secondes :

Pour répondre à cette question, on forme une **<u>matrice hessienne</u>** composée des dérivées secondes par rapport à x,y et λ :

- si le déterminant H^* est > 0, il y a un maximum ;
- si le déterminant H^* est □ 0, il y a un minimum.

$$H = \begin{vmatrix} \varepsilon''xx & \varepsilon''xy & \varepsilon''x\lambda \\ \varepsilon''yx & \varepsilon''yy & \varepsilon''y\lambda \\ \varepsilon''\lambda x & \varepsilon''\lambda y & \varepsilon''\lambda\lambda \end{vmatrix} \qquad H = \begin{vmatrix} + & - & + \\ 0 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -10 \\ -4 & -10 & 0 \end{vmatrix}$$

$$H^* = 0 \begin{vmatrix} 0 & -10 \\ -10 & 0 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & -10 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} + (-4) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -10 \end{vmatrix}$$

$H^* = 0 - 1\,(0 - (+40)) + (-4)\,((-10) + 0) = +40 + 40 = +80$

$\mathbf{H^* = +80 > 0} \Longrightarrow$ **il y a un maximum**

<u>Solution de l'exercice n°2 :</u>

a)TMSxy = Umx / Umy = $S'x / S'y = 12x^2 / 1$

A l'équilibre, le consommateur est prêt à céder $12x^2$ unités de y pour avoir une seule unité de x.

b) Tout dépend de la valeur prise par le TMSxy :

- si le TMSxy est > à 1 : cela signifie que le numérateur ($12x^2$) est > au dénominateur (1). Il faut donc céder plus d'une unité de y pour obtenir une unité de x. le bien préféré est le bien x, et vice versa.

<u>Solution de l'exercice n°3 :</u>

U = 4xy

R = x + y = 20

1° La consommation qui maximise la satisfaction :

- **méthode de substitution :**

$x + y = 20 \Longrightarrow y = 20 - x \Longrightarrow U = 4x\,(20 - x) = 80x - 4x^2$

$U' = 80 - 8x = 0 \Longrightarrow x = 10$

$y = 20 - x = 20 - 10 = 10$

Donc, **x = 10** et **y = 10**

2° La consommation qui maximise la satisfaction si **py = 2** :

$R = 20 = x + 2y \Longrightarrow y = (20 - x) / 2 = 10 - 1/2\,x$

$U = 4x\,(10 - 1/2\,x) = 40x - 2x^2$

$U' = 40 - 4x = \mathbf{0}$ $\begin{cases} \mathbf{x = 10} \\ \mathbf{y = 5} \end{cases}$

3° Quel revenu le consommateur devrait – il avoir pour obtenir, lorsque py = 2, la même satisfaction que lorsque py = 1 :

<u>La satisfaction lorsque py = 1</u> :

$U_1 = 4(xy) = 4(10\,.\,10) = 4\,(100) = 400$

Et R = x + 2y

$4(xy) = 400 \Longrightarrow y = 400 / 4x = 100 / x$

Remplaçons y par sa valeur dans R, on a alors :

$R = x + 2(100/x) = x + 200/x$

$R' = 1 - (200/x^2) = 0$

$200/x^2 = 1 \Longrightarrow x^2 = 200 \Longrightarrow x = \sqrt{200} = \mathbf{14{,}1}$ $\left.\begin{matrix} \\ \end{matrix}\right\}$ $\mathbf{x = 14{,}1}$

$U = 4(14{,}1)y = 400 \Longrightarrow \mathbf{y = 7{,}9}$ $\mathbf{y = 7{,}9}$

D'où, **R = 14,1 + 7,9 = 22**

Il faut donc, augmenter le revenu de **R = 20 à R = 22** pour compenser le doublement du prix de **y** (de **py = 1** à **py =2**) de manière à avoir la même satisfaction **U = 400** : **c'est l'effet de revenu**.

4° Le consommateur utilise **14,1x** à la pl1/ace de **10x(+4,1x)** et 7,9y à la place de **10y(-2,1y)** : c'est **l'effet de substitution** provoqué par la variation du prix de **y**.

Solution n°4 :

$$U = xy^{1/2}$$
$$R = 540 = 6x + 18y$$

1° Calcul par Lagrangien les quantités x et y qui maximisent la satisfaction du consommateur :

$(x,y,\lambda) = xy^{1/2} + \lambda(540 - 6x - 18y) = xy^{1/2} + \lambda 540 - \lambda 6x - \lambda 18y$

Annulons les dérivées partielles par rapport à x, y et λ :

$L'x = y^{1/2} - 6\lambda = 0$ (1)
$L'y = ½\, y^{-1/2}\, x - 18\,\lambda = 0$ (2)
$L'\lambda = 540 - 6x - 18y = 0$ (3)

Divisons l'équation (1) par rapport à l'équation (2) :

$y^{1/2} / ½\, y^{-1/2}\, x = 6\lambda / 18\lambda = 6/18 = 1/3$

$$\frac{y}{½\, y^{-1/2}\, x} = 1/3 \Longrightarrow 3y = (½)\, x \Longrightarrow y = (1/6)\ x$$

Remplaçons y par sa valeur dans (3) :

$$\left.\begin{array}{l} 540 - 6x - 18(1/2\, x) = 0 \\ 540 - 6x - 3x = 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow \mathbf{x = 60}$$

$540 - 6(60) - 18y = 0 \Longrightarrow 540 - 360 - 18y = 0 \Longrightarrow \mathbf{y = 10}$

L'utilité marginale réalisée pour $U = xy^{½}$ est :

$$\mathbf{U = 60\ .\ 10^{1/2} = 60\ .\ 3{,}33 = 200}$$

2° Maximisation par la méthode de substitution :

$$\left.\begin{array}{l} U = xy^{1/2} \\ R = 540 = 6x + 18y \end{array}\right\} \text{D'où } x = \frac{540 - 18y}{6} = 90 - 3y$$

Remplaçons x par sa valeur dans la fonction : $\mathbf{U = y^{1/2}\, (90 - 3y) = 90 - y^{1/2} - 3y^{3/2}}$

Annulons la dérivée 1ère :

$U' = (1/2)90y^{-1/2} - 3/2\,(3)y^{1/2} = 0$

$= 45\, y^{-1/2} - (9/2)\, y^{1/2} = 0 \Longrightarrow 45\, y^{-1/2} = (9/2)\, y^{1/2} \Longrightarrow 45 / y^{1/2} = (9/2)\, y^{1/2} \big/ 2$

$90 = 9y \Longrightarrow$ $\mathbf{y = 10}$

Remplaçons y par sa valeur dans **R**, on obtient : $540 = 6x + 18(10) = 6x + 180 \Longrightarrow \mathbf{x = 60}$

Autre méthode de maximisation :

$U = xy^{1/2}$
$R = px\, x + py\, y$
$540 = 6x + 18y$

On sait que : $x = \alpha R \big/ (\alpha + \beta)px$ et $y = \beta R \big/ (\alpha + \beta)py$

Avec, $U = x^{\alpha}\, y^{\beta}$

Donc, $x = (540 \,.\, 1) \big/ (3/2) \,.\, 6 = 540 / 9 = 60$

$y = (540 \,.\, 1/2) \big/ (18 \,.\, 3/2) = 60/6 = 10$

D'où, **x = 60 et y = 10**