# Variables aléatoires Continues et lois de probabilités

- Définition

On dit qu'une variable aléatoire $X$ est continue s'elle exite une fonction $f(x)$ continue (sauf au plus dans un ensemble fini ou dénombrable), positive telque

$$P[X \leq x] = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

# Variables aléatoires Continues et lois de probabilités

- Remarque(déf_2)

Une variable aléatoire continue $X$ est donc une variable qui prend des valeurs dans un interval I=[a,b] de IR avec une densité de probabilité $f(x)$ telque:

- $f(x) \geq 0$ et
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

# Variables aléatoires Continues et lois de probabilités

Apartir de cette fonction densité en calcul la probabilité d ‘un événement relatif  à la variable aléatoire de la forme suivante:

$$P[x_1 \leq X \leq x_2] = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$

Noter bien

La valeur en un point x de la fonction densité n’est pas la probabilité en ce point:

$$P[X = x] = \int_{x}^{x} f(t)dt = 0$$

# Variables aléatoires Continues et lois de probabilités

- Fonction de Répartition (ou de Distribution)

La fonction de répartition définie para

$$F(x) = P[X \leq x] = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

est reliée a la fonction de densité par l'expression

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dt}$$

# Variables aléatoires Continues et lois de probabilités

- Propriétés

1. $F(+\infty) = 1$
2. $F(-\infty) = 0$
3. $F(.)$ est non décroissante, continue adroite
4. $P[x_1 \leq X \leq x_2] = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = F(x_2) - F(x_2)$
5. $P[X > x] = 1 - F(x)$

# Variables aléatoires Continues et lois de probabilités

- Espérance Mathématique

$$E(X) = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

- Variance et écart type

$$V[X] = \sigma_X^2 = E[(X - \mu_X)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f(x) dx$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - \left( \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \right)^2$$

Ecart type

$$\sigma_X = \sqrt{V(X)}$$

# Variables aléatoires Continues et lois de probabilités

- Propriétés

Soit a,b deux constante , alors on a

- E[aX+b]=aE[X]+b -----Opérateur lineair
- V[aX+b]= $a^2$ V[x]------Opérateur Quadratique
- Remarquez que ces propriétés de son les mêmes qu’en cas d’une variables aléatoire discrète.

# Loi de probabilité Continue

# Loi Normale de Gauss

- Définition

On dit qu'une variable aléatoire x suit une loi normale si sa fonction de densité est définie par:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

où on a

$$\mu \in IR, \sigma \in IR_0^+, \pi = 3.14, e = 2.718$$

# Loi de probabilité Continue
## Loi Normale de Gauss

- Fonction de répartition

$$F(x) = P[X \leq x] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left[ -\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2 \right]$$

On note

$$X \approx N(\mu, \sigma)$$

et on dit que la variable aléatoire $X$ suit une loi normale de paramètres $\mu$ et $\sigma$