Microéconomie II

Chapitre 1: Production de la firme

Pr. Moad El kharrim

Université AbdelMalek Essaâdi, FSJES - Tétouan

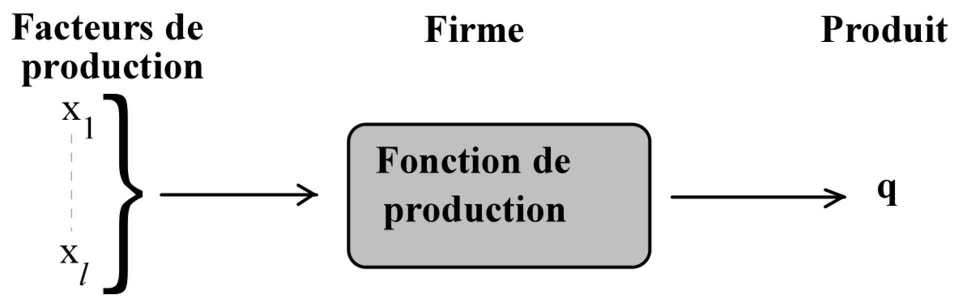
Année Universitaire 2017-2018

Sommaire du chapitre

1. Facteurs de production et représentation de la technologie
2. Fonction de production : la firme en tant que boîte noire
3. Rendements d'échelle
4. Isoquantes et Taux Marginal de Substitution Technique

Introduction

La firme se distingue du consommateur par le fait qu'elle achète des facteurs de production pour les transformer en d'autres biens et services grâce à sa technologie. Elle est donc du coté de la demande sur les marchés des facteurs de production et du coté de l'offre sur le marché du bien final qu'elle produit.



La firme en tant que boîte noire

Facteurs de Production

On peut distinguer les différents facteurs de production selon plusieurs critères;

1. La provenance des facteurs utilisés par la firme permet de distinguer entre ***les matières premières*** et ***les consommations intermédiaires***.
2. Une seconde distinction peut être introduite en considérant les possibilités de modification des quantités utilisées; c-à-d des ***facteurs fixes*** et des ***facteurs variables***.

On suppose en général que les équipements lourds comme les bâtiments ou les machines d'une usine (**le capital** de la firme) et la terre d'une exploitation agricole correspondent à des facteurs fixes, tandis que la main-d'oeuvre (**le travail**) et les matières premières sont des facteurs variables.

3. La dernière distinction concerne la manière dont on peut combiner les différents facteurs pendant le processus de production, c-à-d des facteurs qui sont ***substituables*** et des facteurs qui sont ***complémentaires***.

Fonction de production : la firme en tant que boîte noire

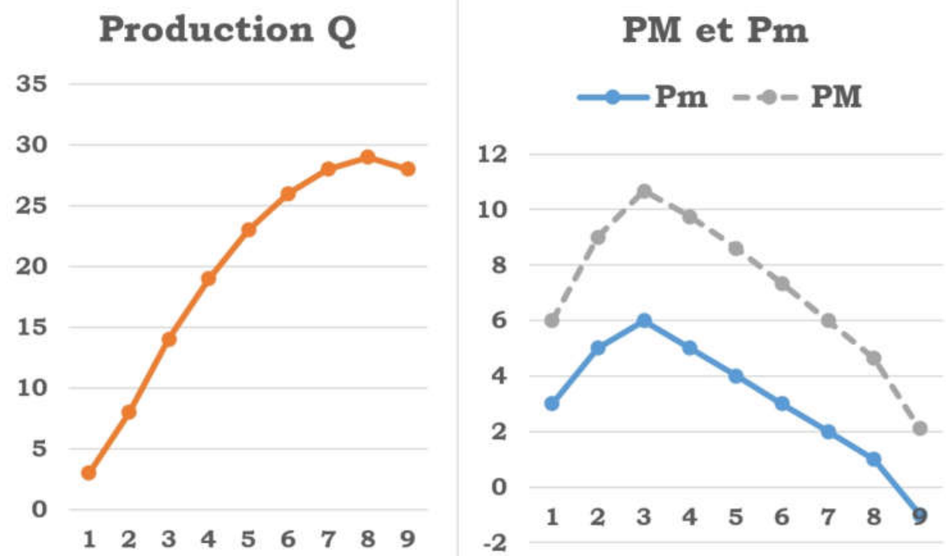
Si l'on étudie l'utilisation par une firme des différentes quantités de facteurs de production (**inputs**) et les niveaux correspondant de sa production, on obtient une relation qui représente les possibilités de production de cette firme. On a la fonction de production :

$$q = f\left(x_1, ..., x_l\right)$$

Une fonction de production résume toutes les caractéristiques technologiques et organisationnelles de la firme. Elle peut correspondre par conséquent à une multitude de firmes avec des caractéristiques internes très diverses.

Exemple:

Travail L	Production Q	Pm	PM
0	0	...	...
1	3	3	3
2	8	5	4
3	14	6	4.67
4	19	5	4.75
5	23	4	4.6
6	26	3	4.33
7	28	2	4
8	29	1	3.63
9	28	-1	3.11



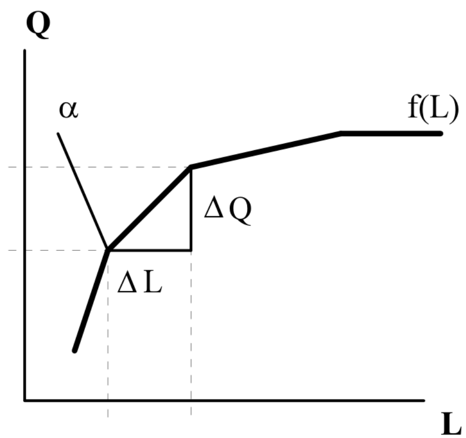
Exemple de production agricole

On observe que sans facteur variable il n'y a pas de production et que la production totale est croissante avec la quantité de travail utilisée.

- Il est aussi possible de caractériser quelle quantité d'output on produit en moyenne pour chaque unité d'input. Pour ce faire on utilise le concept de productivité moyenne:

$$PM\,(L) = \frac{f\,(L)}{L}$$

On observe que la productivité moyenne **augmente** d'abord et **baisse** légèrement ensuite.



$$\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \mathrm{Pm}$$

Pente de la fonction de production et Pm

La **décroissance** de la productivité marginale correspond donc à la **décroissance de la pente** de la fonction de production.

Une formulation plus générale

Prenons une entreprise qui produit un bien en quantité $\boldsymbol{q}$. Elle utilise $\boldsymbol{m}$ types de facteurs variables et $\boldsymbol{n}$ types de facteurs fixes ($\boldsymbol{m+n=l}$, le nombre de bien dans l'économie).

$$q = f\left(\underbrace{x_1, x_2, \ldots.., x_m}_{\textbf{Facteurs variables}}, \underbrace{x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots.., x_{m+n}}_{\textbf{Facteurs fixes}}\right)$$

C'est une fonction à $\boldsymbol{l}$ variables qui résume toutes les caractéristiques techniques et organisationnelles de la firme.

$$f : \begin{cases} R_+^l \longrightarrow R_+ \\ (x_1, x_2, ..., x_l) \longrightarrow q \end{cases}$$

- **à court terme** alors la firme peut ne pas modifier les quantités de facteurs fixes qu'elle utilise $\Rightarrow \boldsymbol{x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots.., x_{m+n}}$ sont fixes dans la fonction de production;
- **à long terme**, la firme peut aussi modifier les facteurs fixes (*Exemple*: acquérir de nouveaux bâtiments, acheter de nouveaux équipements.

En générale: Nous allons noter le vecteur d'inputs de la firme sous la forme $x = (x_1, x_2, \ldots.., x_l)$ avec $\boldsymbol{l = m}$ à court terme et $\boldsymbol{l = m + n}$ à long terme.

Exemple: Deux facteurs de production (x_1, x_2).

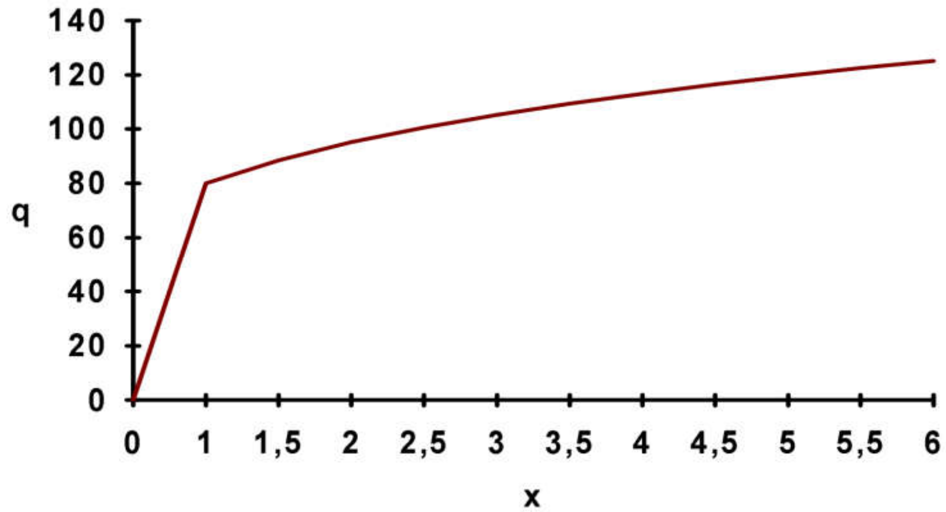
On a $f(x_1, x_2) = 10x_1^{1/4}x_2^{3/4}$

Si à court terme x_2 est un facteur fixe avec $x_2 = 16$, la fonction du production devient:

$$q = f(x_1, \bar{x}_2 = 16) = 10x_1^{1/4}(8) = 80x_1^{1/4}$$

Evolution de la productivité totale du facteur 1 pour $x_2 = 16$

x_1	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
q	0	80	88,53	95,14	100,6	105,3	109,4	113,1	116,52	119,63	122,5	125,2



Evolution de la productivité totale du facteur 1

Productivité moyenne d'un facteur de production

la productivité moyenne mesure la quantité d'output que l'on peut attribuer en moyenne à chaque unité d'un facteur de production : Productivité moyenne du facteur $\boldsymbol{h}$

$$PM_h(x) = \frac{f(x)}{x_h} = \frac{Q}{x_h}$$

Exemple: Avec la fonction de production précédente nous obtenons :

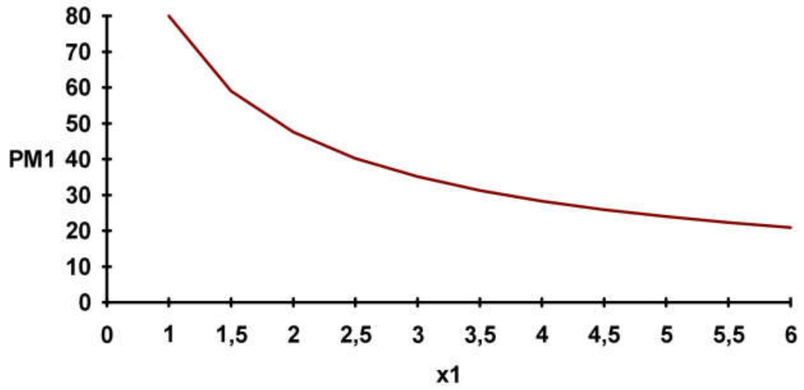
$Q = f(x_1, x_2) = 10x_1^{1/4}x_2^{3/4}$

$$PM_1(x) = \frac{f(x)}{x_1} = 10x_1^{-3/4}x_2^{3/4} = 10\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{3/4}$$

$$PM_2(x) = \frac{f(x)}{x_2} = 10x_1^{1/4}x_2^{-1/4} = 10\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{1/4}$$

Pour $x_2 = 16$ nous obtenons $PM_1 = \frac{80}{x_1^{3/4}}$:

x_1	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
PM_1		80	59	47,6	40,2	35,1	31,3	28,3	25,9	24	22,3	20,9



Evolution de la productivité moyenne du facteur 1

Productivité marginale d'un facteur de production

Dans notre cadre où les biens sont divisibles, nous pouvons considérer les variations aussi petites que nous désirons. La variation de la production qui en résulte peut être mesurée par :

$$\Delta f = f(x_1 + \Delta x_1, \bar{x}_2) - f(x_1, \bar{x}_2)$$

La productivité marginale d'un input $\boldsymbol{h}$ correspond donc à la dérivée partielle de la fonction de production par rapport à cette variable.

$$Pm_h(x) = \lim_{\Delta x_h \longrightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x_h} = \frac{\partial f}{\partial x_h}$$

Rappel de la dérivée: $(x^k)' = kx^{k-1}$

Exemple: Pour notre fonction de production nous avons:

$Q = f(x_1, x_2) = 10x_1^{1/4}x_2^{3/4}$

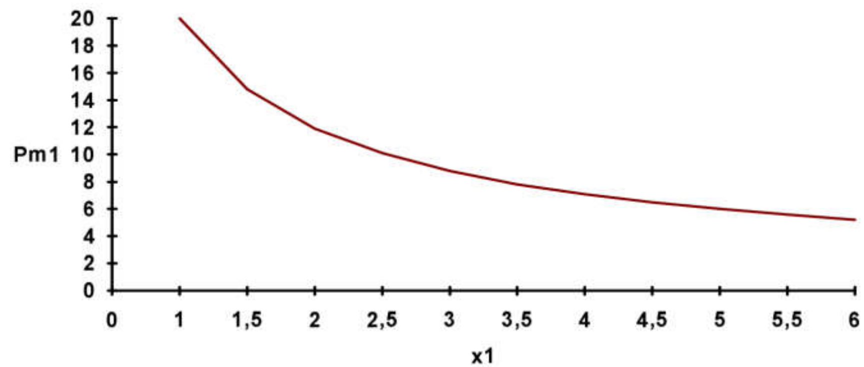
$$Pm_1(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = 10\frac{1}{4}x_1^{-3/4}x_2^{3/4} = 2.5x_1^{-3/4}x_2^{3/4}$$

$$Pm_2(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = 10\frac{3}{4}x_1^{1/4}x_2^{-1/4} = 7.5x_1^{1/4}x_2^{-1/4}$$

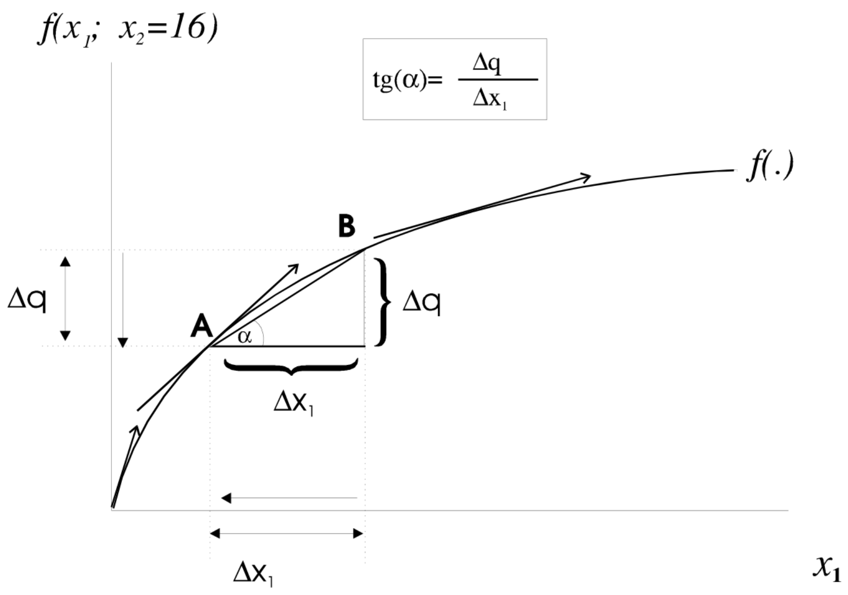
Pour $x_2 = 16$ nous obtenons $Pm_1 = 2.5 \times 8 \times x_1^{-3/4} = 20x_1^{-3/4}$

x_1	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
Pm_1		20	14,8	11,9	10,1	8,8	7,8	7,1	6,5	6	5,6	5,2

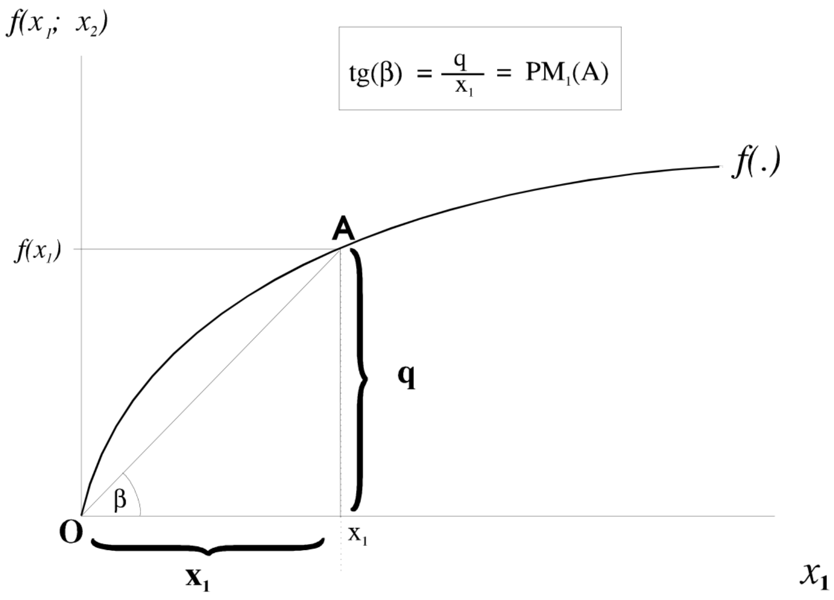
On observe que **la productivité marginale est décroissante uniformément**: chaque supplément de facteur 1 contribue de plus en plus faiblement à la production (étant donné la quantité de facteur 2). Néanmoins ces contributions restent positives:



Evolution de la productivité marginale du facteur 1



Pente de la tangente et productivité marginale



Représentation graphique de la productivité moyenne

Rendements d'échelle

Il serait intéressant de connaître comment la production est modifiée si l'on augmente **tous les inputs** dans les mêmes proportions; si l'on double ou triple les quantités d'inputs utilisées.

- Si la production augmente moins que proportionnellement alors on parle des ***rendements d'échelle décroissants***.
- Si la production augmente exactement proportionnellement à l'augmentation du panier d'inputs alors on a des ***rendements d'échelle constants***.
- Si la production augmente plus que proportionnellement, alors on a des ***rendements d'échelle croissants***.

De manière générale, on peut considérer la multiplication par un facteur $\lambda > 1$ du panier d'input et la variation correspondante de l'output.

$f(\lambda x_1, ..., \lambda x_l) > \lambda f(x_1, ..., x_l) \Rightarrow$ Rendements d'échelle **croissants**

$f(\lambda x_1, ..., \lambda x_l) = \lambda f(x_1, ..., x_l) \Rightarrow$ Rendements d'échelle **constants**

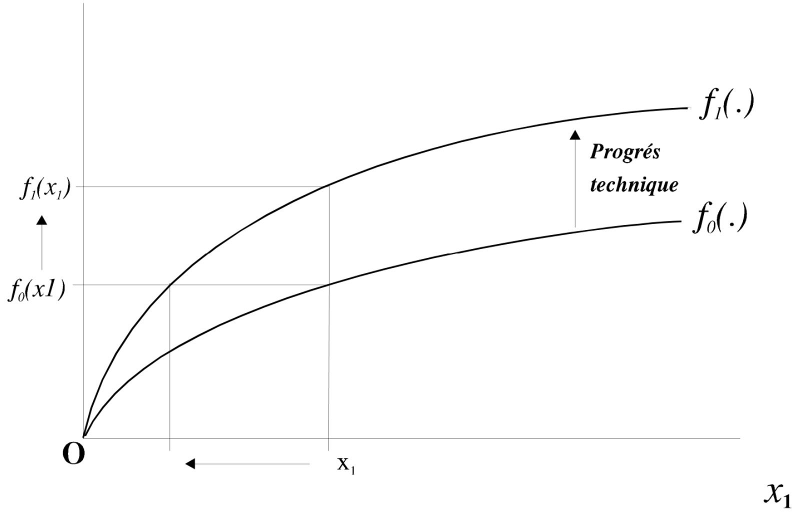
$f(\lambda x_1, ..., \lambda x_l) < \lambda f(x_1, ..., x_l) \Rightarrow$ Rendements d'échelle **décroissants**

Exemple: Etudions les rendements d'échelle de notre fonction de production.

$$f(\lambda x_1, \lambda x_2) = 10(\lambda x_1)^{1/4}(\lambda x_2)^{3/4} = 10\lambda^{(1/4+3/4)}x_1^{1/4}x_2^{3/4}$$
$$= \lambda f(x_1, x_2)$$

Il s'agit donc d'une fonction à rendements d'échelle constants.

Un phénomène de nature fondamentalement différente peut intervenir dans les rapports entre les inputs et l'output : **le progrès technique**.



Progrès technique et fonction de production

Isoquantes et Taux Marginal de Substitution Technique

Nous allons étudier plus en détail la relation entre les inputs dans un processus de production. Notre intérêt sera fixé sur la relation entre les combinaisons d'inputs qui permettent de produire le même niveau de production. Ces combinaisons seront représentées par le concept d'**isoquante** et la relation entre elles sera spécifiée par le **taux marginal de substitution technique (TMST)**.

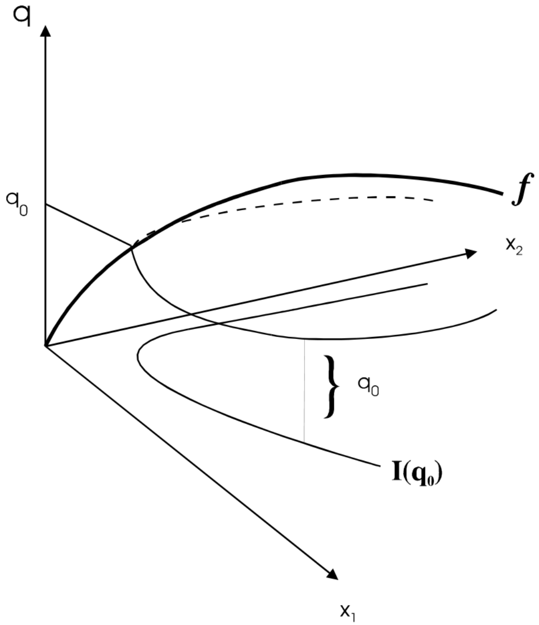
Les isoquantes

Prenons une technologie qui permet de produire un output à partir de deux inputs, 1 et 2. La fonction de production correspondante associe donc à chaque panier d'input un niveau maximal d'output :

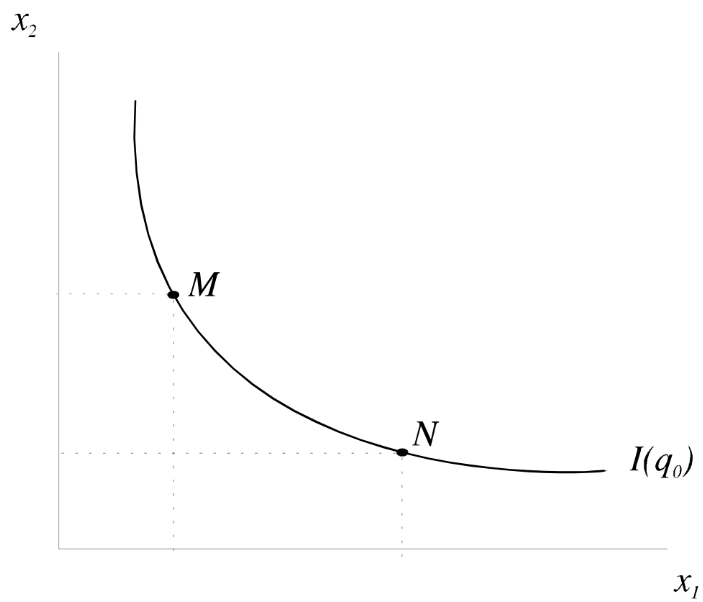
$$f \ : \ (x_1, x_2) \longmapsto q = f(x_1, x_2)$$

Nous nous intéressons maintenant à tous les paniers d'inputs qui permettent de produire un même niveau d'output q_0. **Ces paniers** forment un ensemble qui est défini par : $I(q_0) = \left\{(x_1, x_2) \in R_+^2 \mid f(x_1, x_2) = q_0\right\}$

Cet ensemble s'appelle une **isoquante** (iso=égalité, quante=quantité)

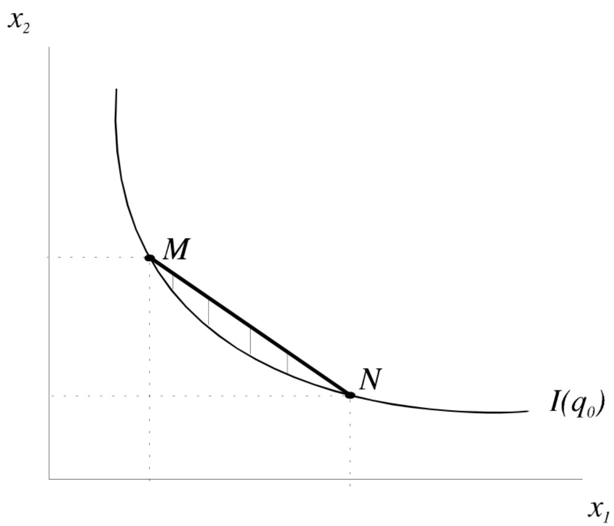


Une isoquante

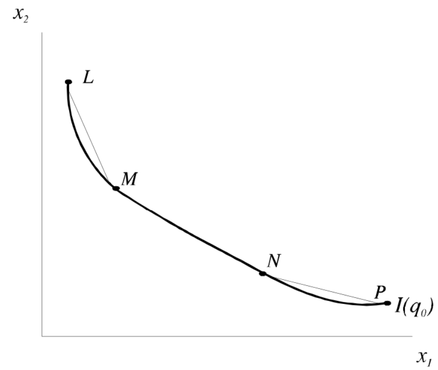


Une représentation plus commode des isoquantes

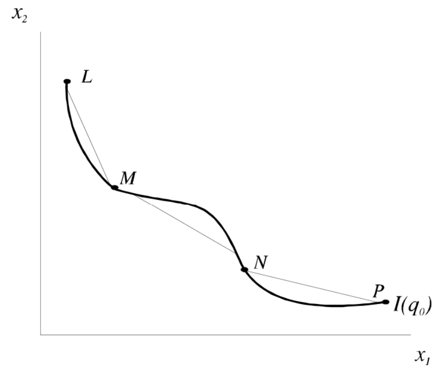
En effet on observe que si l'on dessine une corde entre **M** et **N**, tous les points appartenant à cette corde sont strictement au-dessus de l'isoquante. On dira alors que **l'isoquante est strictement convexe.**



Convexité d'une isoquante



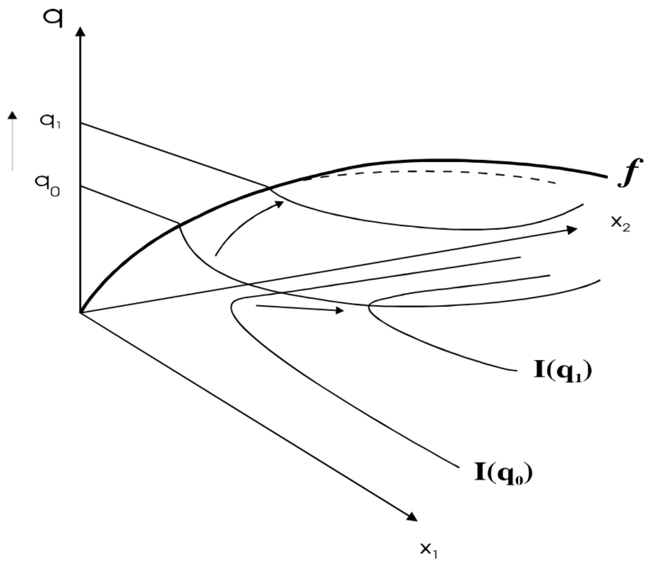
(a)



(b)

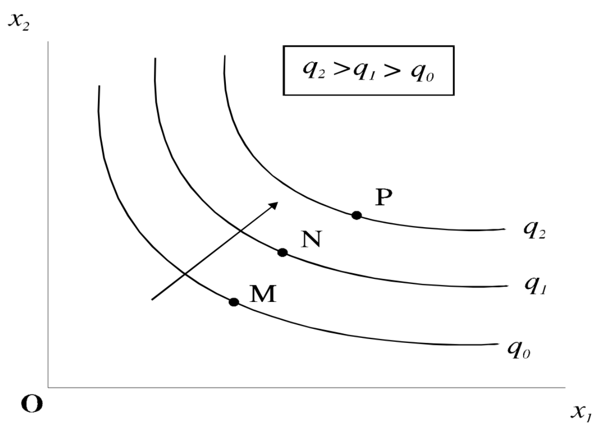
Isoquantes sans stricte convexité

L'utilisation des isoquantes nous permet aussi de représenter les différentes combinaisons qui conduisent à des niveaux différents de la production.



Niveaux de production et isoquantes

On observe donc que passer d'un niveau de production q_0 à un niveau de production q_1, plus élevé, conduit à se placer sur une isoquante plus éloignée de l'origine. Par conséquent pour les niveaux de production $q_0 < q_1 < q_2$, nous devons avoir la configuration suivante entre les isoquantes;



Isoquantes et niveaux de production dans l'espace des facteurs

Par conséquent, plus on s'éloigne de l'origine, plus le niveau de production correspondant est élevé. Nous avons alors:

$$f(M) < f(N) < f(P)$$

Exemple: Avec notre fonction de production, une isoquante correspondant à un niveau de production q est définie par la relation suivante:

$$I(q) = \left\{ (x_1, x_2) \in R_+^2 \mid f(x_1, x_2) = 10 x_1^{1/4} x_2^{3/4} = q \right\}$$
$$= \left\{ (x_1, x_2) \in R_+^2 \mid x_2 = q^{4/3} \frac{1}{x_1^{1/3}} \right\}$$

Il s'agit des courbes de type hyperbolique $(1/x)$ et donc **décroissantes et convexes**.

Taux Marginal de Substitution Technique (TMST)

Pour étudier les possibilités de **substitution** entre les facteurs de production partons du panier **N**. Si la firme veut passer de ce panier au panier **M**, elle doit donc remplacer une variation Δx_1 par une Δx_2, tout en gardant le même niveau de production, donc tout en restant sur la même isoquante.

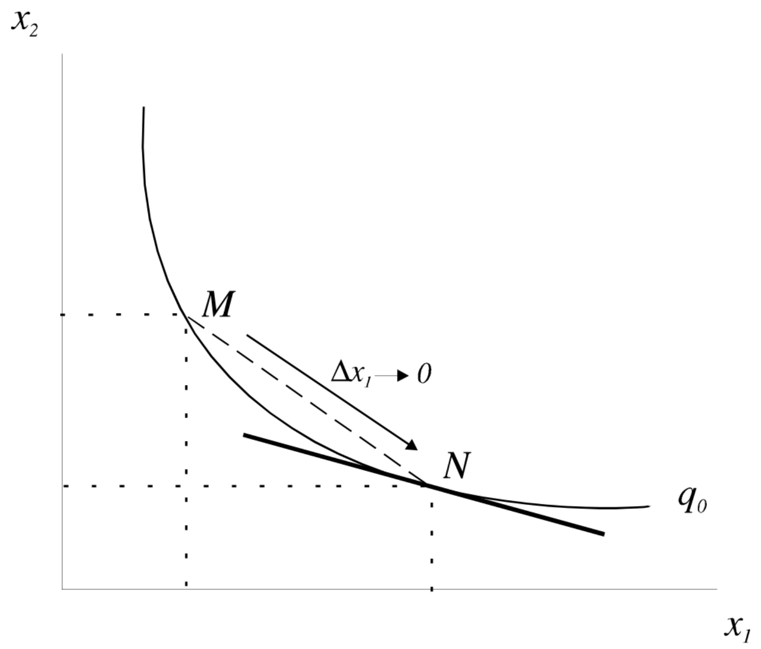
Nous pouvons alors définir un **taux de substitution technique (TST)** qui nous donne la quantité de facteur 2 qu'il faut substituer à chaque unité de facteur 1 dans le passage de **N** vers **M** :

$$TST_{2,1} = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

Lorsqu'on considère une variation **infinitésimale** du facteur 1, on pourra définir un **taux marginal de substitution technique (TMST)**

$$TMST_{2,1} = \lim_{\Delta x_1 \longrightarrow 0} -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

Il correspond à la **valeur absolue de la pente de la tangente** à l'isoquante au point considéré.



La pente de la tangente et le TMST

Si les variations considérées correspondent à une substitution, la production ne doit pas varier:

$$df = 0 \Longleftrightarrow \frac{Pm_1}{Pm_2} = -\frac{dx_2}{dx_1} = TMST_{2,1}$$

Exemple: Dans notre cas de figure on a :

$$TMST_{2,1} = \frac{Pm_1}{Pm_2} = \frac{2.5x_1^{-3/4}x_2^{3/4}}{7.5x_1^{1/4}x_2^{-1/4}} = \frac{x_2}{3x_1}$$

Fonction de production Cobb-Douglas

La fonction de production de Cobb-Douglas s'écrit:

$$q = f(K, L) = AK^{\alpha}L^{\beta} \quad A > 0,\ \alpha > 0,\ \beta > 0$$

Les productivités marginales sont données:

$$Pm_k = \frac{\partial f}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1}L^{\beta}$$

$$Pm_L = \frac{\partial f}{\partial L} = \beta AK^{\alpha}L^{\beta-1}$$

Nous pouvons aussi étudier les rendements d'échelle pour cette technologie (on l'a déjà fait avec notre exemple) :

$$f(\lambda K, \lambda L) = A(\lambda K)^{\alpha}(\lambda L)^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta} A K^{\alpha} L^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta} f(K, L)$$

$\alpha + \beta > 1$: Rendements d'échelle croissants,

$\alpha + \beta = 1$: Rendements d'échelle constants,

$\alpha + \beta < 1$: Rendements d'échelle décroissants.

Elasticité de la substitution

En économie, **l'élasticité** mesure la variation d'une grandeur provoquée par la variation d'une autre grandeur. Ainsi, pour un produit donné, lorsque les volumes demandés augmentent de 20% quand le prix de vente baisse de 10%, l'élasticité de la demande par rapport au prix de vente est le quotient de la variation de la demande rapporté à la variation de prix de vente, soit -2 = (20 % / -10 %).

Le TMST mesure **la pente** d'une isoquante. L'élasticité de substitution mesure **la courbure** d'une isoquante. Plus précisément, **l'élasticité de substitution** représente *la variation en pourcentage du ratio de deux consommations de deux facteurs de production* due à la variation du taux marginal de substitution entre ces deux facteurs de production.

$$e = \frac{\Delta\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\Delta\left|TMST_{x_2,x_1}\right|} = \frac{d\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)}{d\ln\left|TMST_{x_2,x_1}\right|}$$

L'élasticité de substitution indique comment le rapport des facteurs se modifie quand la pente de l'isoquante varie. Si une petite variation de la pente entraîne une modification importante du rapport entre les facteurs, l'isoquante est relativement plate, ce qui signifie que l'élasticité de substitution est grande.

Résumé (1/3)

- Les contraintes techniques de l'entreprise sont représentées par l'ensemble de production qui donne les différentes combinaisons d'inputs et d'outputs techniquement réalisables et par la fonction de production qui donne la quantité maximum d'output associée à des quantités données d'inputs.
- Les isoquantes constituent une autre façon de représenter les contraintes techniques auxquelles est confrontée une entreprise. Les isoquantes sont des courbes qui indiquent l'ensemble des combinaisons d'inputs permettant de produire un niveau donné d'output.

Résumé (2/3)

- Nous supposons en général que les isoquantes sont convexes et monotones, exactement comme les préférences d'allure normale.
- Le produit marginal mesure l'output supplémentaire par unité additionnelle d'un input, tous les autres inpu.s étant maintenus constants. Nous supposons en général que le produit marginal d'un input diminue quand la quantité utilisée de cet input augmente.
- Le taux de substitution technique mesure la pente d'une isoquante. Nous supposons généralement que le **TST** diminue quand nous nous déplaçons vers la droite le long d'une isoquante. Il s'agit d'une autre manière d'exprimer le fait que **les isoquantes ont une forme convexe**.

Résumé (3/3)

- À court terme, certains inputs sont fixes tandis qu'à long terme, tous les inputs sont variables.
- Les rendements d'échelle concernent la façon dont l'output varie quand on modifie **l'échelle de production**. Si les quantités de tous les inputs sont multipliées par un certain facteur tet que l'output est multiplié par ce même facteur, nous avons des rendements d'échelle constants. (Si l'output est multiplié par un facteur supérieur à **t**, nous avons des rendements d'échelle croissants et s'il est multiplié par un facteur inférieur à **t**, nous avons des rendements d'échelle décroissants).