Solution TD 1

	y	x	$x_t - \bar{x}$	$y_t - \bar{y}$	$(x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})$	$(x_t - \bar{x})^2$	$\hat{y}_t$	e_t	${e_t}^2$	$\hat{y}_t - \bar{y}$	$(\hat{y}_t - \bar{y})^2$	$(y_t - \bar{y})^2$
1	38	7	-9.63	13.88	-133.55	92.64	38.19	-0.19	0.04	14.06	197.78	192.52
2	35	10	-6.63	10.88	-72.05	43.89	33.81	1.19	1.43	9.68	93.70	118.27
3	30	13	-3.63	5.88	-21.30	13.14	29.42	0.58	0.33	5.30	28.05	34.52
4	25	15	-1.63	0.88	-1.42	2.64	26.50	-1.50	2.25	2.37	5.64	0.77
5	20	19	2.38	-4.13	-9.80	5.64	20.65	-0.65	0.43	-3.47	12.04	17.02
6	17	21	4.38	-7.13	-31.17	19.14	17.73	-0.73	0.54	-6.39	40.86	50.77
7	15	23	6.38	-9.13	-58.17	40.64	14.81	0.19	0.04	-9.31	86.76	83.27
8	13	25	8.38	-11.13	-93.17	70.14	11.89	1.11	1.24	-12.24	149.74	123.77
Sum	**193.00**	**133.00**	**0.00**	**0.00**	**-420.63**	**287.88**	**193.00**	**0.00**	**6.28**		**614.59**	**620.88**
Moy	**24.13**	**16.63**										

Pr. Ahmed AL FALLAH

Exercice 1 :

1) L'équation de la droite de régression

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{-420,63}{287,88} = -1,46$$

$$\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1 \bar{x} = 24,13 + 1,46\,(16,63) = 48,41$$

$$y = 48,41 - 1,46x$$

2) Test unilatéral

soit $H_0 : a_1 = -1$

$H_1 : a_1 < -1$

$$t^*_{\hat{a}_1} = \frac{|\hat{a}_1 - a_1|}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}} = \frac{|-1,41 + 1|}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}}$$

avec $$\hat{\sigma}^2_{\hat{a}_1} = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\left(\sum e_i^2\right)/n-2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{a}_1} = \frac{(6,28)/6}{287,88} = 0,00364$$

donc : $$t^*_{\hat{a}_1} = \frac{|-1,46+1|}{\sqrt{0,00364}} = 7,645 > t_6^{0,05}$$

le coefficient $\hat{a}_1$ est significativement inférieur à (-1)

3) Qualité d'ajustement (R^2)

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = \frac{614,59}{620,88} = 98,98\ \%$$

ajustement presque parfait.

Test de Fisher

$$F^* = \frac{SCE}{\frac{SCR}{n-2}} = \frac{614,59}{\frac{6,28}{6}} = 586,81$$

$F^* > F^{0,05}_{1;6}$ le modèle est globalement significatif.

4) Prévision

Prévision ponctuelle :

$$\hat{y}_9 = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_9 = 48,41 - 1,46(26) = 10,43$$

$$\hat{y}_{10} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_{10} = 48,41 - 1,46(30) = 4,58$$

Prévision par intervalle de prédiction :

$$y_9 \in \left[\hat{y}_9 \pm t_{n-2}^{\alpha/2}\, \hat{\sigma}_\varepsilon \sqrt{\frac{1}{n} + 1 + \frac{(x_9 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}\right]$$

$$y_9 \in \left[10,43 \pm 2,447 \sqrt{1,047} \sqrt{\frac{1}{8} + 1 + \frac{(26 - 16,63)^2}{287,88}}\right]$$

$$y_9 \in [7,432 \,;\, 13,421]$$

$$y_{10} \in [1,273 \,;\, 7,892]$$