

## Méthodes Économétriques (S6)

### Exercices supplémentaires

#### Exercice 1:

À partir d'un échantillon de **190** observations, on étudie la relation entre la variable à expliquer  $y_i$  et la variable explicative  $x_i$ .

À l'aide des informations fournies ci-dessous, reconstituez les huit valeurs manquantes signalées par VM1, ..., VM8.

	valuer de l'estimateur	Ecart type	$t^*$ de student
$\hat{a}_0$	-4364.928	VM1	-16.61141
$\hat{a}_1$	VM4	VM3	VM2
$R^2$	VM5	$\bar{y} = \text{VM6}$	
$\hat{\sigma}_\varepsilon$	322.88	$\sigma_y = \text{VM8}$	
$SCR$	VM7	$F^* = 778.9623$	

On donne aussi  $\sigma_x = 3.447$  et  $\bar{x} = 38.416$

#### Exercice 2:

Un agronome cherche à estimer la relation liant la production de maïs  $y_i$  au taux de bauxite  $x_i$  se trouvant dans la terre en formalisant la relation :

$$y_i = a_0 + a_1 x_i + \varepsilon_i$$

À partir d'une étude statistique portant sur **85** parcelles de terre, un économètre lui fournit les résultats suivants :

$$y_i = 132.80 - 1.1x_i + e_i \quad (i = 1, \dots, 85)$$

$$(4, 3) \quad (10.2)$$

(.) = ratio de Student

$$\sum_i e_i^2 = 6234,32$$

- (1) Montrer l'équivalence suivante:  $R^2 = r_{x,y}^2$   
 $R^2$ : est le coefficient de détermination.  
 $r_{x,y}$ : est le coefficient de corrélation linéaire.
- (2) En déduire que tester l'hypothèse  $H_0 : a_1 = 0$ , revient à tester l'hypothèse  $H_0 : r_{x,y} = 0$ .  
 Calculer  $r_{x,y}$ .
- (3) Ecrire l'équation d'analyse de la variance.
- (4) Le coefficient  $a_1$  est-il significativement inférieur à -1?

**Questions :**

- (1) Montrer que lorsqu'on a pas une constante  $a_0$  dans un modèle de régression linéaire simple, l'estimateur  $\hat{a}_1$  est égal à:

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum_i^n x_i y_i}{\sum_i^n x_i^2}$$

Citer un exemple économique qui représente ce cas.

- (2) Les estimateurs des moindres carrés ordinaires des coefficients de régression ( $\hat{a}_1$  et  $\hat{a}_0$ ) sont-ils indépendants? Justifier votre choix.
- a) Oui.  
 b) Non.  
 c) Pas toujours.

LOI DE STUDENT AVEC  $k$  DEGRÉS DE LIBERTÉ  
 QUANTILES D'ORDRE  $1 - \alpha$

$n$	$\alpha$										
	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.0025	0.0010	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.767
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
120	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
$\infty$	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291

# Solutions

## Exercice 1:

$$\text{VM1 : directement par } \hat{\sigma}_{\hat{a}_0} = \frac{\hat{a}_0}{t_{\hat{a}_0}^*} = 267,76$$

$$\text{VM2 : } t_{\hat{a}_1}^* = \sqrt{F^*} = \sqrt{778,96} = 27,91$$

$$\text{VM3 : } \hat{\sigma}_{\hat{a}_1} = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}, \text{ or } \hat{\sigma}_\varepsilon = 322,88;$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \text{ d'où } \sum (x_i - \bar{x})^2 = (n-1) \times \sigma_x^2 = 189 \times (3,447)^2 = 2245,66$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{a}_1} = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}} = \frac{322,88}{\sqrt{2245,66}} = 6,81$$

$$\text{d'où VM4} = \text{VM3} \times \text{VM2} = 190,15$$

$$\begin{aligned} \text{VM5 : on sait que } F^* &= \frac{R^2/1}{(1-R^2)/(n-2)} = \frac{R^2}{(1-R^2)/188} \\ &= 778,96 \rightarrow R^2 = \frac{778,96}{778,96+188} = 0,80 \end{aligned}$$

$$\text{VM6 : } \bar{y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \times \bar{x} = -4364,928 + 190,15 \times 38,416 = 2939,8$$

$$\text{VM7 : } \text{SCR} = \sum e_i^2, \text{ or } \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2}$$

$$\text{d'où } \sum e_i^2 = (n-2) \times \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 188 \times (322,88)^2 = 19\,599\,280.$$

$$\text{VM8 : } R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT} \rightarrow SCT = \frac{SCR}{1-R^2} = 98\,986\,262$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{SCT}{n-1}} = 723,7$$