

**Travaux Dirigés 3 :**  
**Distribution d'échantillonnage**

**Exercice 1:** Une population est constituée des 5 nombres : 2 ; 3 ; 6 ; 8 ; 11. On considère tous les échantillons aléatoires non exhaustifs de taille 2.

Trouver:

1. La moyenne et l'écart-type de la population.
2. La moyenne et l'écart-type de la distribution d'échantillonnage des moyennes dans le cas d'un tirage indépendant.
3. Résoudre le problème dans le cas où les échantillons sont exhaustifs.

**Exercice 2:** Etant donné deux ensembles  $A$  et  $B$ , avec:

$$A = \{1; 3; 4\} \text{ et } B = \{2; 5\}$$

1. Former la distribution  $D$  d'échantillonnage des différences  $(A-B)$ .
2. Calculer la moyenne de  $D$ .
3. Calculer l'écart-type de  $D$ .

**Exercice 3:** Une population  $E$  est composée de quatre éléments suivants:

$$E = \{1; 2; 4; 6\}.$$

1. Calculer la proportion  $p$  des chiffres impairs.
2.
  - a) Donner tous les échantillons de taille deux, qui peuvent être extraits, avec remise de la population  $E$ .
  - b) Calculer pour chacun des échantillons précédents la fréquence  $f$  des chiffres impairs.
  - c) Calculer la moyenne  $\mu_f$  de la distribution d'échantillonnage des fréquences  $f$ .
  - d) Calculer l'écart-type  $\sigma_f$  de la distribution d'échantillonnage des fréquences  $f$ .
3. Répondre à la question précédente en considérant un tirage sans remise.

**Exercice 4:** Supposons qu'une population est constituée des unités statistiques dont le caractère mesurable de chacun est:

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 4; \quad x_3 = 6; \quad x_4 = 8; \quad x_5 = 10.$$

1. Quelles sont la taille  $N$  de la population, la moyenne et la variance ?
2. On veut prélever de cette population des échantillons de taille  $n = 2$  en effectuant un tirage sans remise et calculer la moyenne de chacun.
3. Déterminer les paramètres de la distribution d'échantillonnage de  $\bar{X}$
4. Laquelle des deux relations peut-on vérifier?

$$V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad \text{ou} \quad V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

5. Quel est le taux de sondage? Doit-on ignorer le facteur de correction pour le calcul de  $V(\bar{X})$ ?

**Exercice 5:** On suppose que les poids de 3000 étudiants d'une université suivent une loi normale de moyenne 68kg et d'écart-type 3kg.

1. Quelle est la moyenne et l'écart-type d'échantillonnage des moyennes si l'on extrait 80 échantillons de 25 étudiants chacun.

- Dans le cas d'un tirage non exhaustif.
- Dans le cas d'un tirage exhaustif

2. Pour combien d'échantillons peut-on s'attendre à trouver une moyenne:

- Comprise entre 68,3kg et 68,8kg
- Inférieure à 68,4kg.

**Exercice 6:** Le directeur de ressources humaines d'une entreprise a établi que les résultats à un test mesurant la dextérité manuelle de la main d'oeuvre affectée à des tâches d'assemblages de pièces complexes sont distribués d'après la loi normale de moyenne  $m = 72$  et de variance  $\sigma^2 = 36$ .

1. Quelle est la probabilité qu'un employé sélectionné au hasard obtienne un résultat inférieur à 63 au test de dextérité manuelle?

2. Un échantillon aléatoire de 25 employés a subi le test de dextérité manuelle.

- Quelle est la distribution de la moyenne de l'échantillon?
- Quels sont la moyenne et l'écart-type de la distribution de la moyenne ?

3. Quelle est la probabilité que la moyenne de cet échantillon se situe entre 69 et 75 ?

4. Quelle est la probabilité que l'écart-type entre la moyenne de cet échantillon et celle de la population soit supérieur à 3 ?

**Exercice 7:** On suppose que les étudiants d'un cours de Echantillonnage, Estimation aient des notes normalement distribuées avec une moyenne  $m = 72$  et un écart-type  $\sigma = 9$ .

1. Trouver la probabilité pour qu'un seul étudiant choisit au hasard ait une note supérieure à 80.

2. Trouver la probabilité pour qu'un échantillon aléatoire de 10 étudiants ait une note moyenne supérieure à 80.

3. Répondre à la question précédente (2.) en supposant que la population ne suit pas une loi normale.

**Exercice 8:** La taille d'une population d'étudiants suit une loi normale de moyenne égale à 1,70 m et un écart-type égale à 0,8 m. Si un échantillon de 10 étudiants est prélevé, quelle est la probabilité pour que la moyenne de l'échantillon s'écarte de 6 cm de la moyenne de la population m.

**Exercice 9:** Un bureau de conseil en organisation et méthodes auprès des entreprises a mis au point un système d'appréciation ou d'évaluation de cadres d'entreprise. Diverses caractéristiques des cadres sont évaluées et on a établi sur une période de quatre ans que le score global à cette batterie de tests était distribué normalement avec une moyenne  $m = 600$  et un écart-type  $\sigma = 50$ . Supposons qu'on fait subir à un échantillon aléatoire de 25 cadres d'une multinationale l'ensemble des tests.

1. Caractériser la distribution d'échantillonnage de la moyenne en précisant la forme, la moyenne et la variance.

2. Quelle est la probabilité que la moyenne de cet échantillon soit comprise entre 590 et 610 ?.

3. Dans 95% des cas, autour de m, la moyenne d'échantillon peut varier entre quelles valeurs?.