Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences Juridiques,
Économiques et Sociales

Travaux Dirigés

Analyse Mathématiques I

Semestre 1

2019 - 2020

Groupes : "C" et "D"

15 Novembre 2019

Série 1

1) Monter que $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{x}=1$, déduire que $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{\frac{x^2}{2}}=1$. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

2) Déduire que « $\tan(x)\sim x$ » au point $x=0$ et que $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x}=0$.

3) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to 3} x^2-2x+2$
b) $\lim\limits_{x\to 27}\frac{\sqrt[3]{x-3}}{x-2}$
c) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{x^2-3x+2}$
d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+x^3}{x^3}$
e) $\lim\limits_{x\to+\infty}(1+e^{-3x})$
f) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(x+3)^2-9}{x}$

4) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x}+\frac{5}{x^2}-2$
b) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{10x^2-2}{15x^2-3}$
c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+xe^{-x}}{6x^2+2}$

5) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-3-\frac{1}{x^2}}{2x+5+\frac{1}{x^2}}$
b) $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{(x^4+2)|x|}{x}$
c) $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}\frac{\sqrt{(2x-1)^2}}{x-\frac{1}{2}}$

6) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x(x+3)}{(x-1)(x-2)}$
b) $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}\frac{2x-1}{\sqrt{(2x-1)^2}}$
c) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^n-1}{x-1}$
d) $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{e^x-1}{x-1}$

7) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\pi x^2+4}{6x^2+9}$
b) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}$
c) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{x^2+3x+2}$
d) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^{2n+1}+1}{x+1}$

8) Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{2x^2+3}{2x^2+5}\right)^{2x^2+3}$
2) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$
3) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{1}{1-x^3}\right)$
4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x}{e^x+4}\right)^x$

9) Résoudre les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x+x}{5^x+2^x}$
2) $\lim\limits_{x\to 0} e^{\frac{1}{\sin(x)}}$
3) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{\sqrt[3]{\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right)^2}}$
4) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\log(x)}{x^2-1}$

10) Résoudre les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+e^{\left(-\frac{1}{x}\right)}}{2-e^{\left(-\frac{1}{x}\right)}}$

11) Soient f et g deux fonctions définies sur l'intervalle $[1;3]$ telles qu'elles coïncident sur tous les points de cet intervalle, sauf au point $x=2$.

1. Est-il possible que f et f admettent des limites distinctes au point $x=2$?.
2. Est-il vrai qu'une fonction soit continue et l'autre soit non continue au point $x=2$?.

12) Représenter la fonction : $f(x)=\begin{cases}x^2+2 & \text{si } x\neq 1\\ 1 & \text{si } x=1\end{cases}$

Déduire du graphe de f la limite $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$. La fonction f est-elle continue ?

comment peux-tu définir f pour qu'elle soit continue ?

13) Comment peux-tu définir la fonction $g(t)=\dfrac{t^2+4t}{t^2-4t}$ pour que $\lim\limits_{t\to 0}g(t)=g(0)$?

14) Trouver a tel que la fonction suivante soit continue : $f(x)=\begin{cases}x^3 & \text{si } x\leq 2\\ ax^2 & \text{si } x>2\end{cases}$

15) La fonction $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ est-elle continue au point $x_0=1$?, Justifier votre réponse.

16) Prouver que si une fonction continue n'admet pas de racines sur un intervalle fermé $[a;b]$ alors elle ne change pas de signe sur cet intervalle.

17) Chercher l'ensemble des points sur lesquels la fonction f n'est pas continue. Dans quel cas cette non-continuité est évitable ?

a) $f(x)=\begin{cases}x & si\ x\leq 1\\ x^2 & si\ x>1\end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases}-2x & si\ x\leq 2\\ x^2-4x+1 & si\ x>2\end{cases}$

c) $f(x)=|x|$

d) $f(x)=\dfrac{|x+2|}{x+2}$

e) $f(x)=\begin{cases}\tan\left(\dfrac{\pi x}{4}\right) & si\ |x|\leq 1\\ x & si\ |x|>1\end{cases}$

f) $f(x)=\dfrac{\sin(x)}{x}$

100% COURS
MCours.com
Cours et mémoires gratuits
mcourscom@gmail.com