

$$i) (nA)^{-1} = \frac{1}{n} A^{-1}, \text{ avec } n \in \mathbb{N}^*$$

$$ii) ((AB)^{-1})^t = (B^t)^{-1} (A^t)^{-1} \quad (\text{Indication : on désigne par } A^t \text{ la matrice transposée de } A)$$

~~i) $(nA)^{-1} = \frac{1}{n} A^{-1}$~~ Voir Cahier

Université Abdelmalek Essaidi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Filières: Sciences Economie et de Gestion

Algèbre: Série 3.

Exercice 1. Discuter et résoudre le système d'équation linéaire suivant:

$$\begin{cases} y - 3z = -5 \\ 2x + 3y - z = 7 \\ 4x + 5y - 2z = 10 \end{cases}$$

Exercice 2. Discuter et résoudre le système d'équation linéaire suivant:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ y + z = 1 \\ 2x + 2z = 2 \end{cases}$$

Exercice 3. Discuter et résoudre, en fonction du paramètre $a \in \mathbb{R}$, le système d'équation linéaire suivant:

$$\begin{cases} ax + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Série 3

Algèbre

Cet 0

exercice 1

$$\begin{cases} x - 3z = -5 \\ 2x + 3y - z = 7 \\ 4x + 5y - 2z = 10 \end{cases} \Rightarrow A \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & -2 \end{pmatrix} \quad (3,3)$$

$$\det A = -1(-4+4) - 3(10-12) = 6 \neq 0 \quad \text{rg}(A) = 3 \quad \text{R min de}$$

$$A/B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 2 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 10 \end{pmatrix} \quad (3,3)$$

$$B \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\det(A/B) = 3(20-28) - 5(-4+4) = -24 \neq 0$$

$\text{rg}(A/B) = 3 \Rightarrow$ Système Compatible Déterminé.

1

$$a(3) - 2(2) = -y = -4 \Rightarrow \boxed{y=4}$$

on remplace la valeur de y dans (1)

$$4 - 3z = -5$$

$$-3z = -5 - 4 \Rightarrow z = \frac{-5-4}{-3} = \boxed{3}$$

on remplace y et z dans (2)

$$2x + 12 - 3 = 7$$

$$\boxed{x = -1}$$

Exercice 4:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ y + z = 1 \\ 2x + 2z = 2 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\det A = 0 \Rightarrow \text{rg}(A) = 2, \text{ pas strictement de } (3,3).$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \det A = 1 - 0 \neq 0$$

$$\text{rg}(A/B) = 2$$

$$\text{rg}(A) = \text{rg}(A/B) \neq \text{Nombre des inconnus}$$

SCI

(2)

$$(2) \Rightarrow y = 1 - z$$

\Rightarrow Solution sera:

$$(3) \Rightarrow 2x = 2 - 2z$$

$$2x = 2(1 - z)$$

$$x = (1 - z)$$

$$\boxed{x = y = 1 - z}$$

exercice (3):

$$\begin{cases} ax + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \text{ Soit } A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \left(A \mid \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right)$$

$$\det A = -a - 1$$

$$\text{Si } a = -1 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow \text{SI}$$

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Si } a \neq -1 \Rightarrow \det A \neq 0 \Rightarrow \text{SD}$$

(3)