JRIFI FATIME

Université Abdelmalek Essaidi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Filière: Sciences d'Economie et Gestion
Année Académique: 2017-2018

Série 1 d'Algèbre

Exercice 1.

On considère les matrices

$$A=\begin{pmatrix}1&-3&2\\2&1&-3\\4&-3&-1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&4&1&0\\2&1&1&1\\1&-2&1&2\end{pmatrix}\quad\text{et}\quad C=\begin{pmatrix}2&1&-1&-2\\3&-2&-1&-1\\2&-5&-1&0\end{pmatrix}.$$

Prouver que $AB = AC$. Déduire de cette égalité que la matrice A n'est pas inversible.

Exercice 2.

Si A et B sont deux matrices carrées inversibles de même ordre, est-ce que c'est vraie, en générale, l'égalité

$$A^{-1}+B^{-1}=(A+B)^{-1}?$$

Exercice 3.

Résoudre l'équation matricielle $AXB = C$, avec

$$A=\begin{pmatrix}2&3\\1&2\end{pmatrix}\text{ et } B=\begin{pmatrix}3&6\\4&1\end{pmatrix}.$$

Exercice 4.

Si A et B sont deux matrices carrées de même ordre, pourquoi en général, l'égalité

$$(A+B)^2=A^2+B^2+2AB$$

n'est pas vraie?

Exercice 5.

Démontrer que si une matrice inversible A tel que $A^2=0$, alors A est la matrice nulle. Est-ce que c'est vraie ce résultat si A n'est pas inversible?

JRIFI FATIME

Série 1 Algèbre

Kouibia G: C et D S2

exercice 1

$$A.B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-6+2 & 4-3-4 & 1-3+2 & 0-3+4 \\ 2+2-3 & 8+1+6 & 2+1-3 & 0+1-6 \\ 4-6-1 & 16-3+2 & 4-3-1 & 0-3-2 \end{pmatrix}$$

$$A.B = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & 15 & 0 & -5 \\ -3 & 15 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$A.C = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & -5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A.C = \begin{pmatrix} 2-9+4 & 1+6-10 & -1+3-2 & -2+3+0 \\ 4+3-6 & 2-2+15 & -2-1+3 & -4-1-0 \\ 8-9-2 & 4+6+5 & -4+3+1 & -8+3-0 \end{pmatrix}$$

$$A.C = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & 15 & 0 & -5 \\ -3 & 15 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

Université Abdelmalek Essaidi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Filière: Sciences d'Economie et Gestion
Année Académique: 2015-2016

d'Algèbre

thode de gauss

on Suppose que A est une matrice inversible:

$A.A^{-1} = A^{-1}.A = I_n$

$AB = AC \Rightarrow A^{-1}(AB) = A^{-1}(AC)$

$(A^{-1}A)B = (A^{-1}A)C$

$B = C \Rightarrow$ impossible.

"D'ou la matrice A n'est pas inversible"

exercice 2 8

on prend par exemple :

$A = I_2 \Rightarrow A^{-1} = I_2$ ← pcq l'inverse dyal identité katbqa nefsha

et $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. On calcule B^{-1} :

Methode de gausse :

$B^{-1} = \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 1 & 0 \\ +1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) L_1 \to (-1) \times L_1$

$B^{-1} = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) L_1 - L_2$

$B^{-1} = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \Rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

2

$A^{-1} + B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} + B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

$(A+B) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

$A+B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ n'est pas inversible

Diagonale mSSex ykon fih "0"

alors que l'égalité est fausse.

exercice 3

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} L_1 - 2(L_2) \Rightarrow A \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ← inversible

$B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} 4L_1 - 3L_2 \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 0 & 21 \end{pmatrix}$ ← inversible

3

Université Abdelmalek Essaidi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Filiè... Sciences d'Economie et Gestion
Ann... 2017-2018

$$AXB = C$$

$$A^{-1}(AXB) = A^{-1}C$$

$$(A^{-1}.A)XB = A^{-1}.C$$

$$XB = A^{-1}.C$$

$$XBB^{-1} = A^{-1}.C.B^{-1}$$

$$\boxed{X = A^{-1}.C.B^{-1}}$$

équation

exercice 4

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B)$$

$$= A^2 + AB + BA + B^2$$

et on a :

$$(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$$

d'on sait que : $AB \neq BA$ alors :

$$(A+B)^2 \neq A^2 + B^2 + 2AB$$

alors l'égalité n'est pas vraie.