

PROGRAMME

- ❑ **CHAPITRE I: Séries statistiques simples**
- ❑ **CHAPITRE II: Séries statistiques doubles**
- ❑ **CHAPITRE III: Séries temporelles: Analyse des Indices**
- ❑ **CHAPITRE IV: Séries chronologiques**

INTRODUCTION

- ❖ **Définitions : statistique et statistiques;**
- ❖ **Objet et intérêt de la statistique;**
- ❖ **Démarche de la statistique;**
- ❖ **Vocabulaire de la statistique .**

1. Définitions: la statistique et les statistiques

□ Au pluriel, on désigne souvent par « *Statistiques* » un ensemble de données numériques observées.

Exemples: Statistiques relatives à la situation de l'emploi au Maroc, statistiques relatives à la population marocaine, statistiques relatives aux élections, statistiques relatives aux ventes d'une entreprise, ...

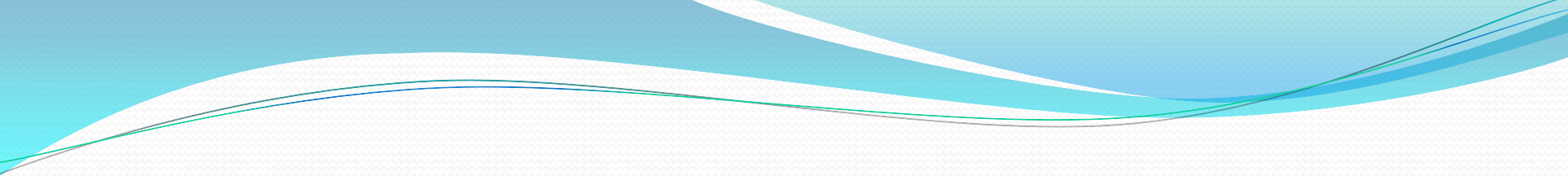
□ Au singulier, le mot « **Statistique** » désigne la science qui permet d'obtenir et de traiter ces données .

Ensemble des *méthodes scientifiques* visant à *collecter*, à *analyser* des données numériques, de même qu'à *tirer des conclusions* valables et à *prendre des décisions* raisonnables sur la base de cette analyse.

Elle peut également désigner la variable aléatoire utilisée pour effectuer des estimations ou des tests, en statistique inférentielle.

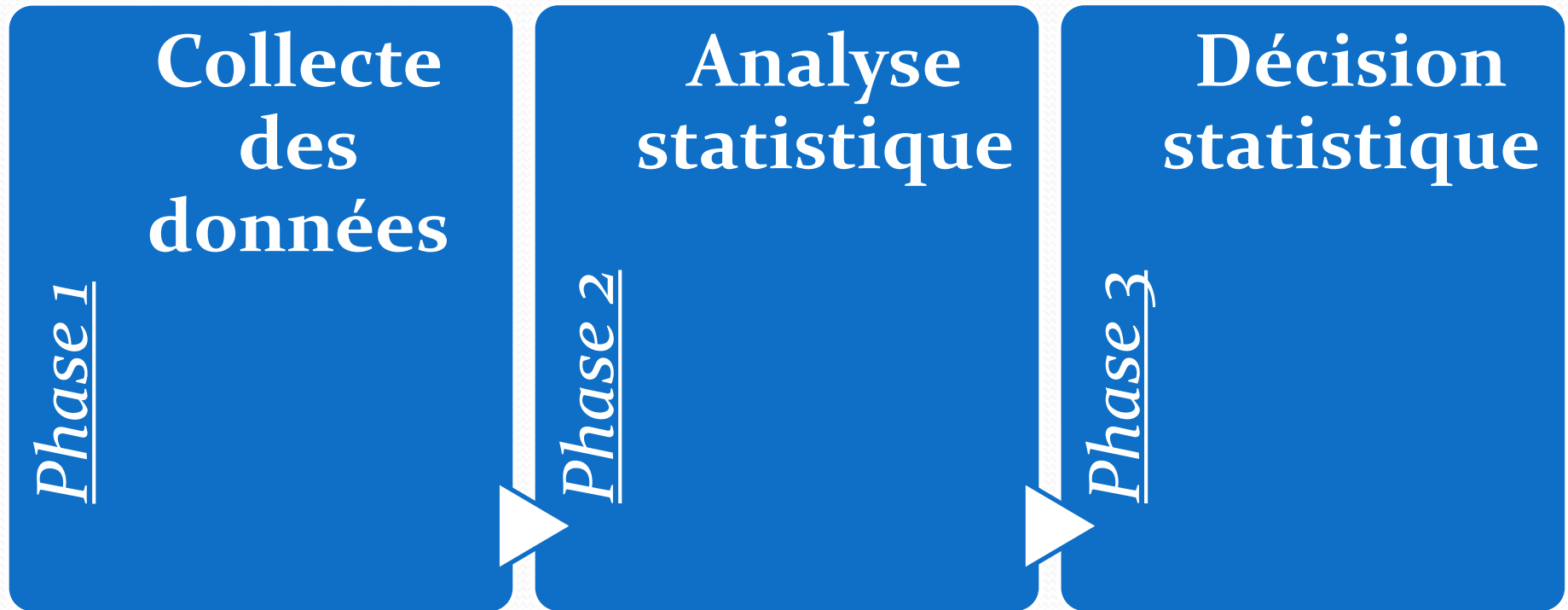
2. Objet et intérêt de la Statistique

- Aujourd'hui, la Statistique est utilisée presque dans tous les domaines : économie, politique, démographie, médecine, biologie, psychologie, sociologie,
- Dans le domaine de la gestion et de l'économie, la Statistique constitue un **outil d'aide à la prise de décision**.
- Elle constitue également un *outil de prévision* : elle permet aux gestionnaires de faire des prévisions dans le futur (prévision des ventes par exemple).



La statistique descriptive a pour objet la collecte, la caractérisation, l'analyse et l'interprétation d'observations relatives à des phénomènes concernant des ensembles plus ou moins importants d'objets, d'événements ou d'individus. L'objectif est de faire « parler » les chiffres afin de prendre une décision. Cette démarche statistique peut être présentée dans le schéma suivant

3. La démarche de la Statistique



Phase 1: Collecte des données

Avant de commencer à étudier les données numériques concernant certains phénomènes ou sujets ou objets, il faut d'abord aller chercher ces données qui constituent la matière première de la statistique. Ainsi:

- Il faut déterminer de quel type d'information ou de données on a besoin;
- Préciser de quelle façon ces données seront recueillies:
 - Sur quoi portent-elles ? *population ou échantillon*;
 - Comment peut-on les obtenir ? *collecte de données originales ou recueil des données qui sont déjà disponibles.*

Phase 2: Analyse statistique

Dans cette étape intervient la **Statistique descriptive (S1)**, objet de ce module, et **l'inférence Statistique(S2)**.

- Quand les données sont exhaustives c'est-à-dire concernent toute la population, comme dans le cas du recensement, on fait recours à la statistique descriptive (*Statistique déductive*).
- Or, lorsque les données concernent un échantillon de la population, on fait recours à la statistique inférentielle (*Statistique inductive*).

La statistique descriptive, première étape de l'analyse consiste en un traitement des données qui a pour but de décrire un ensemble de données numériques : c'est-à-dire de les **organiser** et les **présenter** sous forme de tableaux, de les **visualiser** dans des graphiques et de les **résumer** en quelques valeurs numériques appelées caractéristiques ou paramètres statistiques.

Phase 3: Décision statistique

Cette phase regroupe un ensemble de méthodes et de modèles quantitatifs (modèle linéaire ou non linéaire) qui permettent d'aider à la prise de décision dans un contexte d'incertitude.

4. Vocabulaires de la statistique

- ✓ Population
- ✓ Échantillon
- ✓ Individu ou unité statistique
- ✓ Caractère ou variable statistique
- ✓ Modalité
- ✓ Effectif
- ✓ Fréquence
- ✓ Série statistique
- ✓ Distribution statistique

Population statistique

Ensemble des éléments sur lesquels porte une étude statistique. Les éléments de la population sont appelés *unités statistiques (ou individus)*. Une unité statistique peut être un être humain (étudiant, salarié, femme, ...), un être vivant quelconque (animal, plante, microbe,...), ou un objet (ville, produit, industrie, table, machine,...)

Échantillon

Il est souvent impossible, pour des raisons pratiques ou pour des raisons de coût, d'observer la population de façon exhaustive et l'étude est alors faite sur un **échantillon** prélevé d'une population

C'est un sous-ensemble (une partie) prélevé d'une population.

les résultats obtenus sont extrapolés à la population mère.

Individu ou unité statistique

- éléments de la population ou de l'échantillon

Caractère ou variable statistique (X)

- Chaque individu de la population peut être étudié par rapport à un ou plusieurs traits ou caractéristiques ou critères appelés caractères ou variables statistiques.
- Une variable statistique peut être qualitative ou quantitative.
- ✓ Si la variable étudiée est mesurable numériquement, on dit qu'il est quantitative (âge, poids, taille, salaire,...).
- ✓ Par contre, si le caractère étudié est non mesurable numériquement, on dit qu'il est qualitatif (sexe, niveau d'étude, état matrimonial, nationalité, ...).

Modalité (x_i)

- Valeur que peut prendre une variable statistique.
- ✓ Par exemple, la variable « sexe » comporte deux modalités (masculin, féminin);
- ✓ la variable « état matrimonial » comporte quatre modalités (célibataire, marié, divorcé et veuf);
- ✓ la variable âge comporte plusieurs valeurs (1,2,3, ... , 99, ...).

Variables statistiques discrètes (V.S.D.) / Variables statistiques continues (V.S.C.)

On distingue deux sortes de variables quantitatives : les **Variables Statistiques Discrètes (V.S.D.)** et les **Variables Statistiques Continues (V.S.C.)**.

- Variable statistique est discrète si l'ensemble de ses modalités est fini ou dénombrable (le plus souvent contient des valeurs entières). Exemple : nombre d'enfant par ménage, nombre de pièces par appartement, nombre de véhicules par ménage,...
- Une variable statistique est continue si elle peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle donné. Autrement dit, si l'ensemble de ses modalités n'est pas dénombrable. Exemples: L'âge, la taille, le poids d'un individu, le salaire, les dépenses publicitaires,...

Caractère qualitatif nominal/ caractère qualitatif ordinal

Un caractère qualitatif peut être:

- Ordinal : si ses modalités peuvent être naturellement ordonnées exemple : satisfaction plus ou moins grande après l'achat d'un produit;
- Nominal : si ses modalités ne peuvent être naturellement ordonnées exemple : état matrimoniale, couleur des yeux,...

Variable statistique

Qualitative

si ses valeurs ne sont pas numériques (par exemple le sexe, les catégories socio-professionnelles, etc.).

Quantitative

si ses valeurs sont numériques ou bien peuvent être ordonnées de manière logique. :

Nominale

ordinaire

Discrète
VSD

Continue
VSC

Effectif d'une modalité (n_i)

Nombre d'individus ayant la même modalité.

Effectif d'une population (n)

Nombre d'individus formant une population.

$$n = \sum n_i$$

Fréquence d'une modalité (f_i)

Proportion d'individus ayant la même modalité.

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

Remarque :

la fréquence d'une population est toujours égale à 1.

$$\sum f_i = 1$$

Série statistique

- Une série statistique est la suite des modalités d'une population donnée.
- Une population peut être étudiée selon une seule variable : on parle alors de *série simple (chapitre I)*.
- Lorsqu'on s'intéresse à étudier deux variables en même temps sur une même population : on parle dans ce cas de *série double (chapitre II)*.

APPLICATION 1

- On relève la situation familiale de 20 personnes âgées de plus de 40 ans et on obtient la série suivante :

M	C	D	D	C	D	M	M	M	M
V	M	C	C	D	M	M	C	M	M

T.A.F. : déterminer:

- Population, sa taille et l'individu statistique;
- Caractère et sa nature;
- Modalités, leur nombre, l'effectif et la fréquence de chaque modalité.

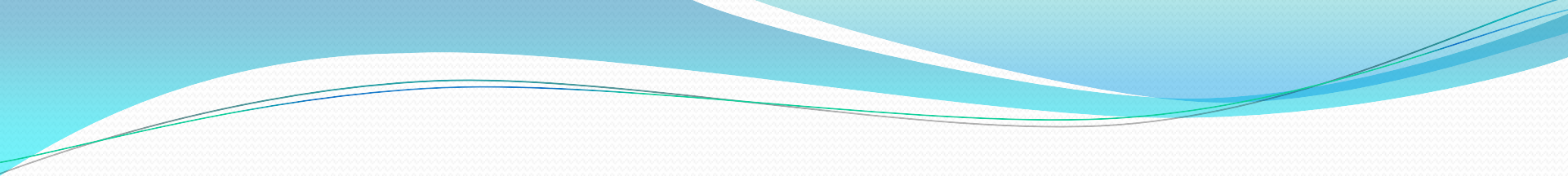
Chapitre I: séries statistiques simples

Plan du chapitre I

- Tableaux statistiques;
- Représentations graphiques;
- Paramètres de tendance centrale et de position;
- Paramètres de dispersion;
- Paramètres de concentration.

Représentations graphiques

- ❑ Comme les tableaux statistiques, les graphiques permettent de réduire, de synthétiser les données brutes d'une série statistique.
- ❑ Les graphiques donnent une *synthèse visuelle* des données en utilisant le dessin.
- ❑ Pratiquement tous les graphiques représentatifs des séries statistiques sont fondés sur la notion de proportionnalité entre l'aire de la surface associée à une modalité et l'effectif ou la fréquence de cette modalité.

- 
- Les types de représentation sont toutefois différents selon la **nature et le type du caractère (de la variable)** représenté, il est donc indispensable, avant de choisir un mode de représentation, de réfléchir sur la nature des modalités.

Types de représentations graphiques

Variables qualitatives

Diagramme circulaire

Diagramme en tuyaux d'orgue

Variables discrètes

Diagramme en bâtons

Courbe cumulative

Variables continues

**-Histogramme
-Histogramme avec Polygone**

Courbe cumulative

2. Représentation graphique des variables qualitatives

Si la variable est qualitative, on a une multitude de représentations possibles.

Parmi les représentations les plus utilisées, on compte :

- Le graphique à secteurs;
- Le graphique en tuyaux d'orgue (à bandes)

2.1. Graphiques pour variables qualitatives: Diagramme circulaire

- Le diagramme circulaire (ou diagramme en secteurs) est un graphique constitué d'un cercle divisé en un nombre de secteurs égal au nombre de modalités.
- L'angle de chaque secteur α_i est proportionnel à la fréquence (ou à l'effectif) de la modalité correspondante.

Ainsi:

$$\alpha_i^\circ = f_i \times 360^\circ$$

- **Application:** à partir de l'application 1, établir le diagramme circulaire

Exemple : On dispose de données portant sur le mode d'hébergement en 2013 pour les voyages personnels.

Nuitées	En millions	En pourcentage
Hébergement marchand	469	39,8 %
- Hôtel	144	12,2 %
- Camping	92	7,8 %
- Location, gîte ou chambre d'hôte	164	13,9 %
- Autre	69	5,9 %
Hébergement non marchand	709	60,2 %
- Résidence secondaire	167	14,2 %
- Famille	432	36,7 %
- Amis	86	7,3 %
- Autre	24	2,0 %
Total	1 178	100,0 %

- Le diagramme à secteur représentant ces données est le suivant :

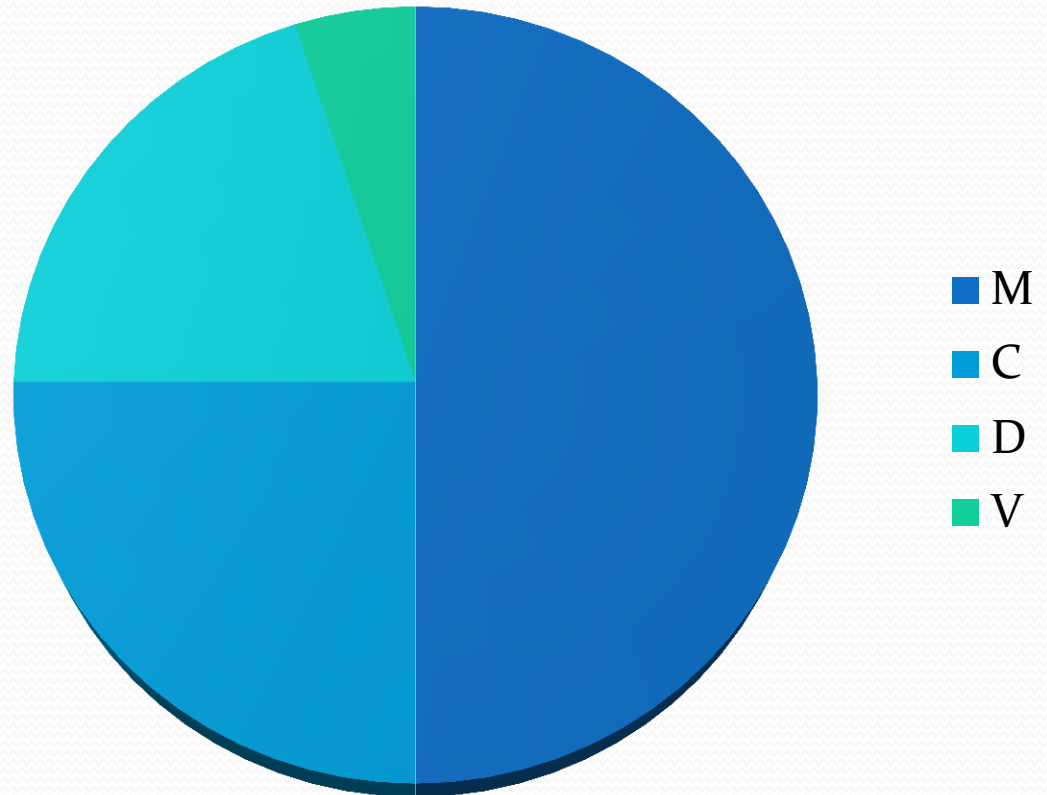


- **Application:** à partir de l'application 1, établir le diagramme circulaire

Diagramme circulaire

Répartition des 20 personnes
selon l'état matrimonial

x_i	$f_i\%$	α_i°
M	50	180
C	25	90
D	20	72
V	05	18
Total	100	360



Graphiques pour variables qualitatives: Diagramme en tuyaux d'orgue (en bandes)

- Il s'agit d'un certain nombre de rectangles ou de bandes verticales égal au nombre de modalités. La base (ou la largeur) de chaque rectangle est la même et la hauteur (ou la longueur) est proportionnelle à l'effectif (ou à la hauteur). Ce type de représentation facilite les comparaisons.

b) Le graphique en tuyaux d'orgue (à bandes)

Exemple : Les dépenses culturelles et de loisirs en 2013 et en 2014

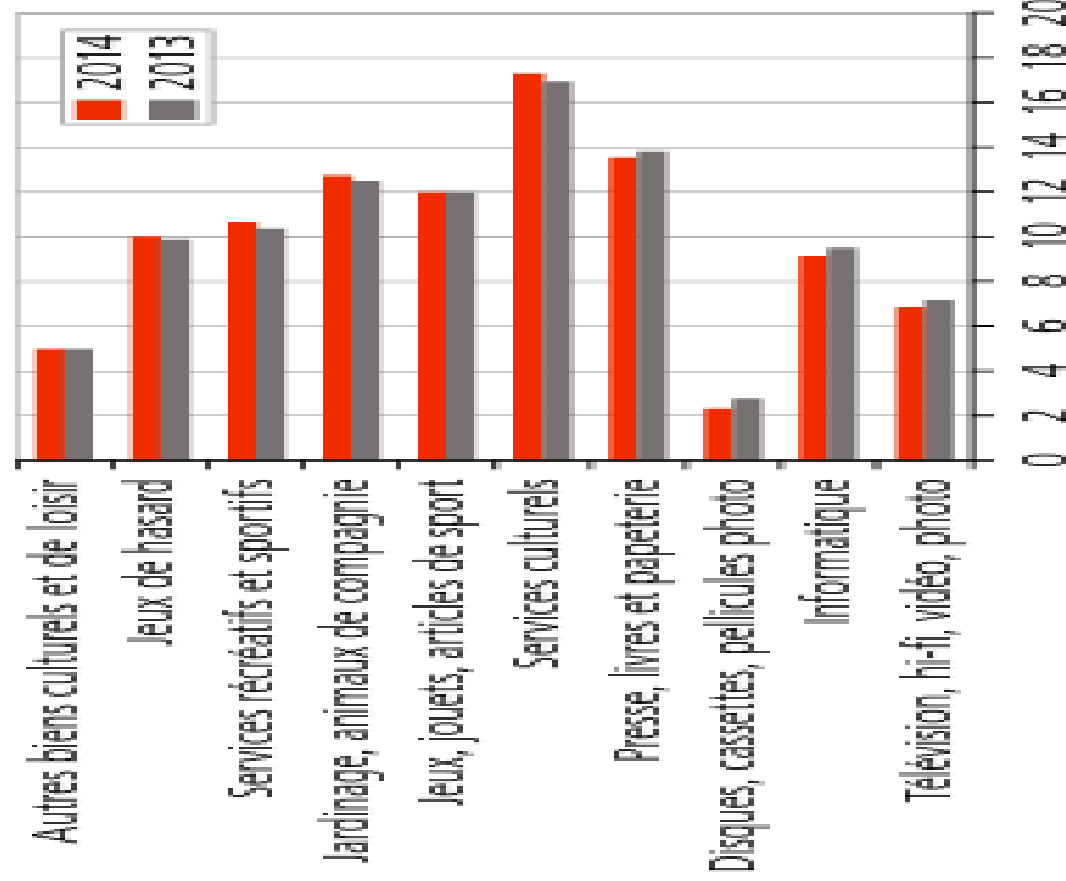
	2013	2014
Télévision, Hi-Fi, vidéo, photo	7,2	6,8
Informatique	9,4	9,1
Disques, cassettes, pellicules photo	2,7	2,3
Presse, livres et papeterie	13,9	13,6
Services culturels (1)	17,0	17,5
Jeux, jouets, articles de sport	12,0	12,1
Jardinage, animaux de compagnie	12,5	12,8
Services récréatifs et sportifs(2)	10,4	10,6
Jeux de hasard	9,9	10,1
Autres biens culturels et de loisir	4,9	4,9
Total	100,0	100,0

- 1) Cinéma, spectacles vivants, musées, abonnements audiovisuels (y compris redevance TV), développements de tirage de photos, etc.
 - (2) Sport, location de matériel sportif, fêtes foraines, parcs d'attractions, voyages à forfait, week-ends, etc.
- Représenter graphiquement les dépenses culturelles et de loisirs en 2013 et en 2014.

Corrigé

- Le diagramme en tuyaux d'orgue représentant les dépenses par catégorie pour chaque année est le suivant :

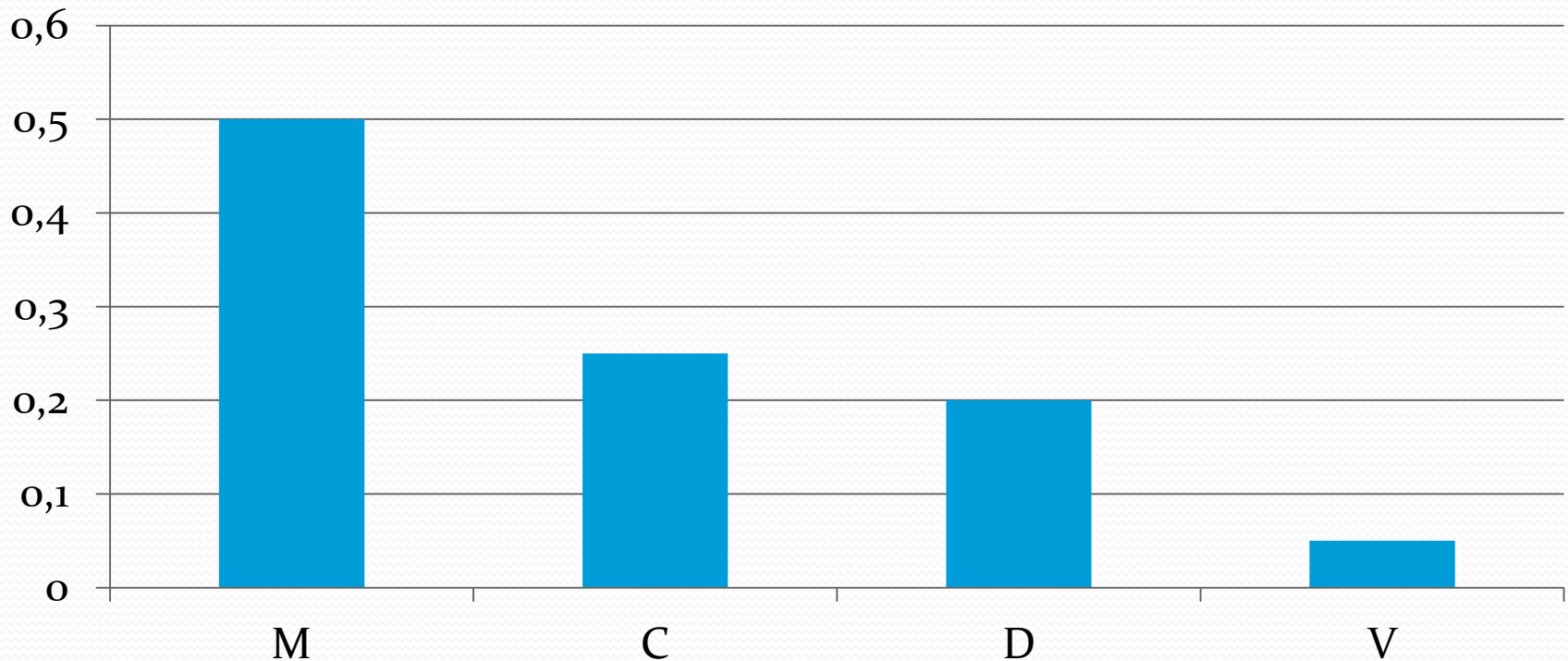
Dépenses culturelles et de loisirs en 2013 et en 2014



- **Application:** à partir de l'application 1, établir le diagramme en tuyaux d'orgue.

Diagramme en tuyaux d'orgue (en barres)

Répartition des 20 personnes selon l'état
matrimonial

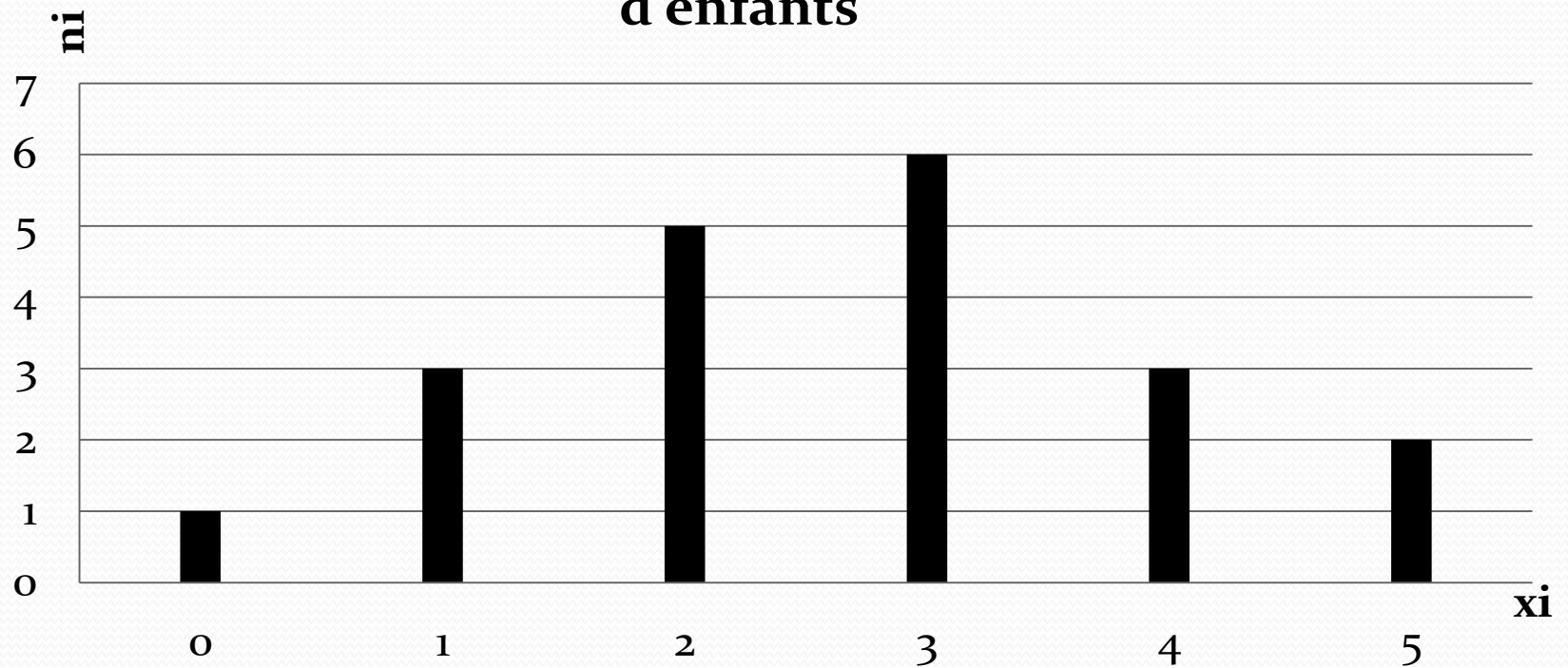


2.2. Graphiques pour variables discrètes: Diagramme en bâtons

- ❑ Il est formé d'un certain nombre de segments (ou bâtons) dont les hauteurs sont proportionnelles aux effectifs (ou fréquences) des modalités associées.
- ❑ Application: à partir de l'application 2, établir le diagramme en bâtons.

Diagramme en bâtons

Répartition des ménages selon le nombre d'enfants

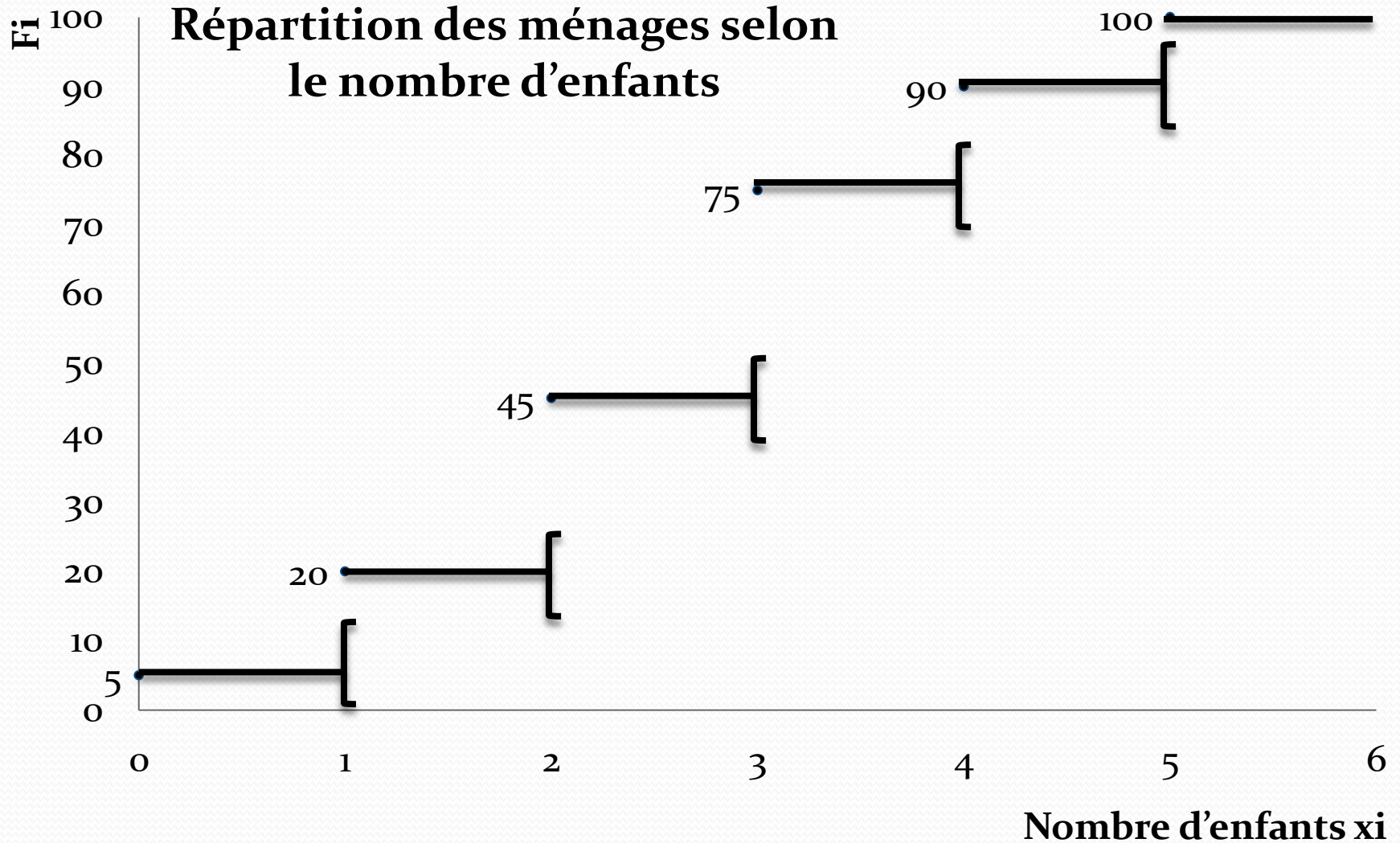


Graphiques pour variables discrètes:

Diagramme en bâtons Courbe cumulative (ou diagramme en escaliers)

- ❑ Si le diagramme en bâtons est une représentation des fréquences ou des effectifs simples, la courbe cumulative est une représentation des fréquences ou des effectifs cumulés.
- ❑ La courbe cumulative est construit comme suit:
 - On trace un *axe vertical* (axe des ordonnées) qui représente F_i (ou N_i) et un *axe horizontal* (axe des abscisses) qui représente x_i ;
 - À chaque modalité x_i on associe, par un point, la fréquence cumulée F_i ; à chaque intervalle on trace une ligne droite.
- ❑ **Application:** à partir de l'application 3, établir le diagramme en escaliers.

Courbe cumulative



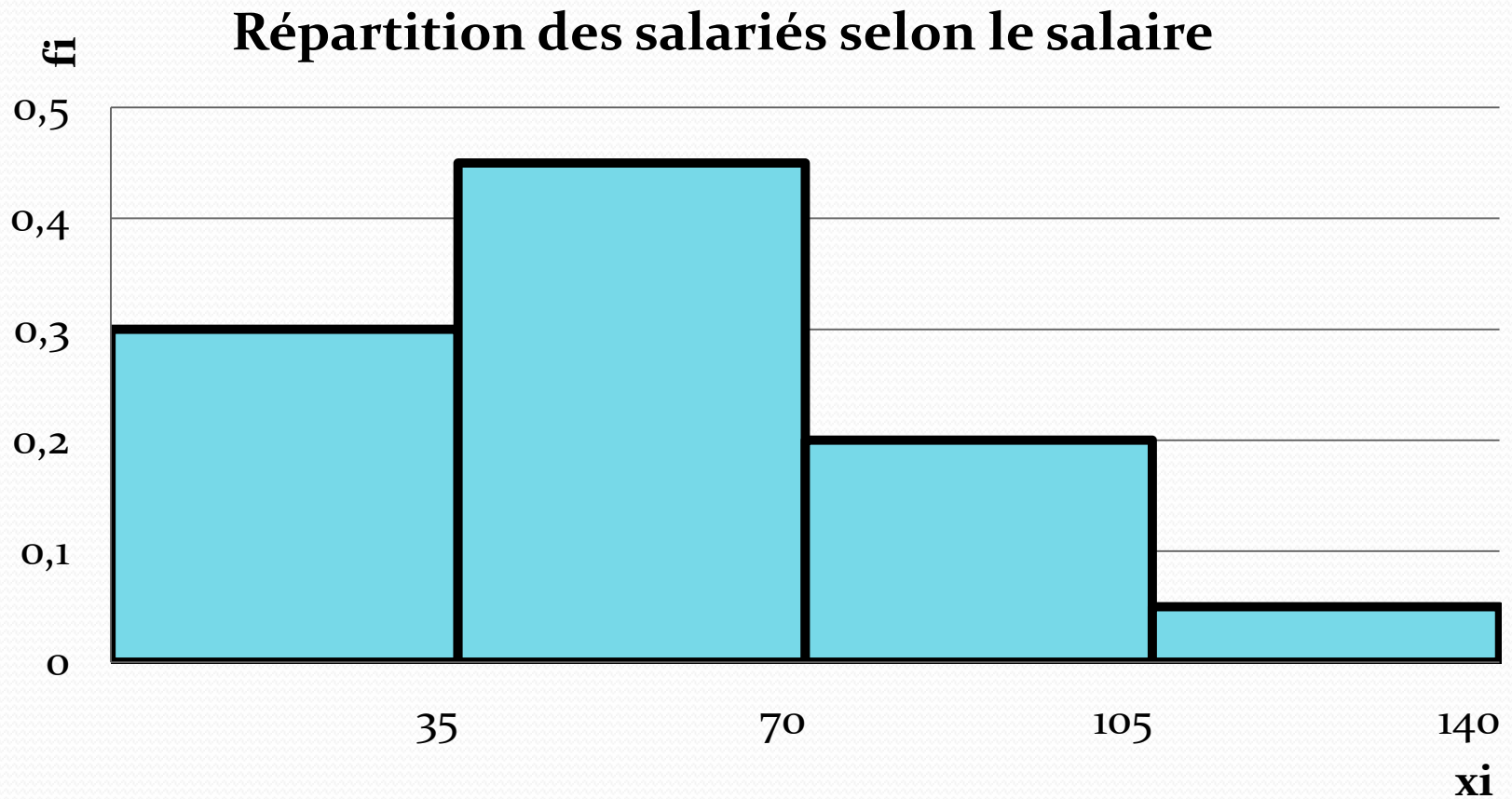
Courbe cumulative

- ❑ Une fois le diagramme est construit, sa lecture peut être faite de la manière suivante: la fréquence cumulée d'une modalité x_i correspond à *la proportion d'individus dont le caractère est inférieur à x_i* . Autrement dit: $F(x_i) = f(X < x_i)$.
- ❑ Dans notre application, la lecture du diagramme donne:
 - 5% correspond à la proportion des ménages ayant moins de 1 enfant (OU 5% des ménages n'ayant pas d'enfant) .
 - 75% correspond à la proportion des ménages ayant moins de 4 enfants (OU 75% des ménages ayant 0, 1, 2, 3 enfants)

2.3. Graphiques pour variables continues: Histogramme (cas des amplitudes égales)

- ❑ Dans le cas où les amplitudes sont égales, l'histogramme est un diagramme composé de rectangles verticales dont les hauteurs sont proportionnelles aux fréquences (ou aux effectifs) et dont les bases sont égales à l'amplitude de la classe associée.
- ❑ **Application:** à partir de l'application 3, établir l'histogramme adéquat.

Histogramme: cas des amplitudes égales



Histogramme: cas des amplitudes inégales

- Dans le cas où les amplitudes sont différentes, l'histogramme est un diagramme composé de rectangles verticales dont les hauteurs sont proportionnelles aux fréquences corrigées f_i' (ou aux effectifs corrigés) et dont les bases sont égales à l'amplitude de la classe associée.

$$h_i = f_i' = \frac{f_i}{a_i} \times ar$$

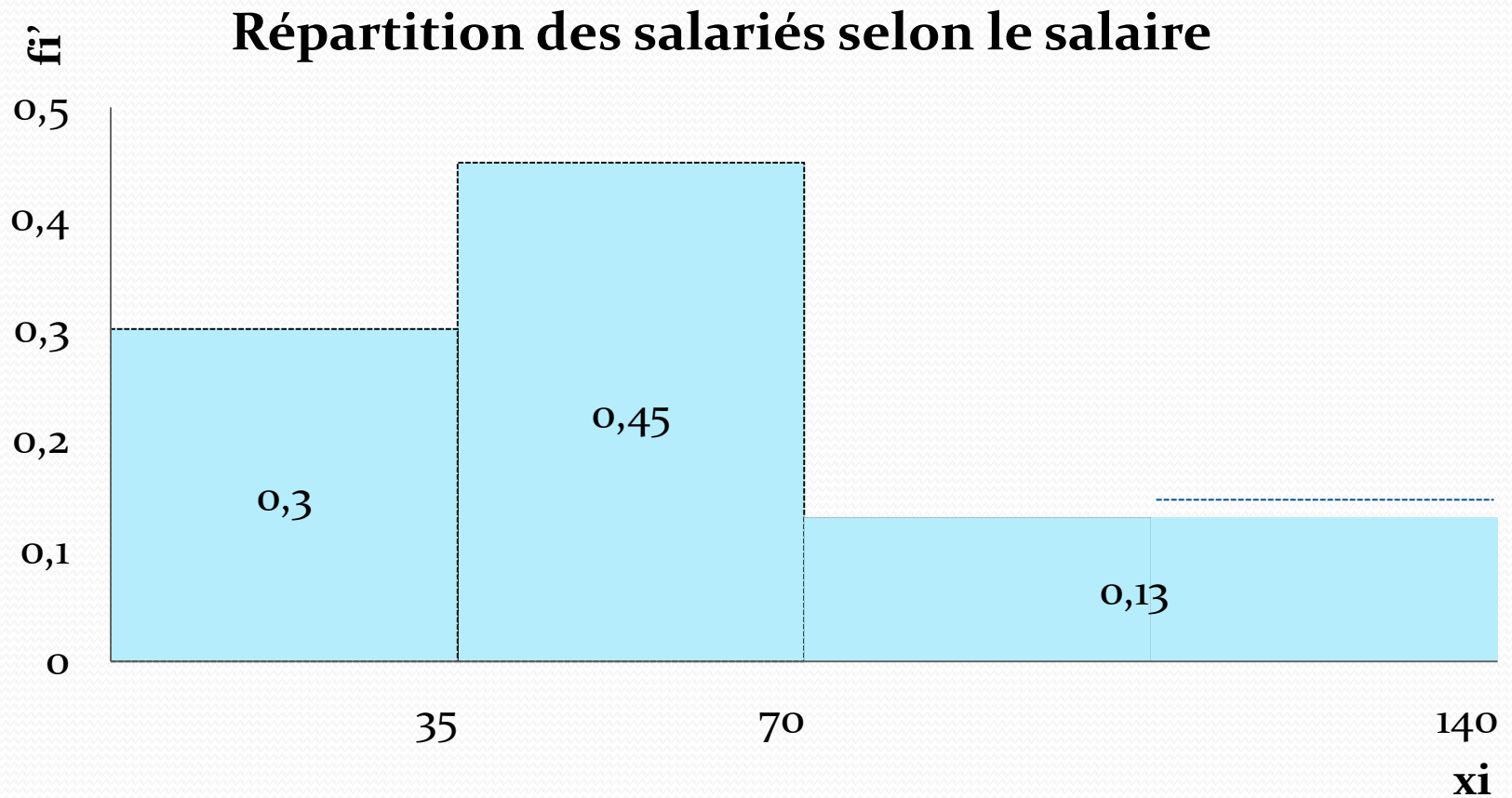
- **Application:** établir l'histogramme convenable à l'application 3 (en regroupant les 2 dernières classes).

Histogramme: cas des amplitudes inégales

Le tableau statistique correspondant est le suivant:

Classes	f_i	a_i	l_i	f_i'
$[0; 35[$	0,30	35	1	0,30
$[35; 70[$	0,45	35	1	0,45
$[70; 140[$	0,25	70	2	0,13
Total	1	ar= 35	--	%

Histogramme: cas des amplitudes inégales



Courbe cumulative

- ❑ Comme dans le cas d'une «V.S.D.», la courbe cumulative est une représentation des fréquences ou des effectifs cumulés.
- ❑ La courbe cumulative est construit comme suit:
 - On trace un *axe vertical* (axe des ordonnées) qui représente F_i (ou N_i) et un *axe horizontal* (axe des abscisses) qui représente x_i ;
 - À chaque borne supérieure d'une classe « e_i » on associe, par un point, la fréquence cumulée F_i ; puis on joigne les points ainsi obtenus.
- ❑ **Application:** à partir de l'application 3, établir la courbe cumulative.

Courbe cumulative

