

Sommaire du chapitre

- 1 Choix optimal
- 2 Exemples
- 3 Surplus du consommateur

Introduction

Parmi l'ensemble des paniers accessibles, le consommateur va choisir celui qu'il préfère.

Choix optimal

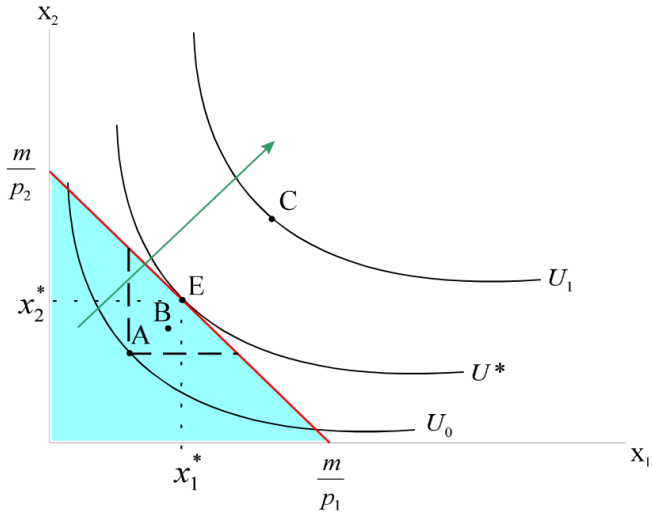
Après avoir introduit la représentation des contraintes du consommateur et celle de ses préférences, considérons maintenant le problème du choix du consommateur. Il doit choisir le panier qu'il préfère à tous les autres parmi les paniers qu'il peut acheter avec son revenu :

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} \quad & U(x_1, x_2) \\ \text{Sujet à} \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \end{aligned}$$

$$C > B > A \Leftrightarrow U(C) > U(B) > U(A)$$

mais

$$p_1 x_1^c + p_2 x_2^c > m$$



Choix du consommateur

Le point E est l'**optimum** du consommateur. Il correspond à l'utilité la plus élevée possible (U^*) qu'il peut atteindre étant donné son revenu.

$$E = (x_1^*, x_2^*):$$

- E est sur la droite de budget : $p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$;
- E est le point de tangence entre une courbe d'indifférence et la droite de budget.

Pour les préférences *normales* ces deux conditions sont suffisantes pour déterminer l'optimum du consommateur. Si les préférence sont normales alors l'optimum doit correspondre à un point de tangence entre la droite de budget et une courbe d'indifférence.

La pente de la droite de budget doit alors être égale, en valeur absolue, à la pente de la tangente à la courbe d'indifférence :

$$E = (x_1^*, x_2^*) : \frac{P_1}{P_2} = TMS_{2,1} = \frac{Um_1(x_1^*, x_2^*)}{Um_2(x_1^*, x_2^*)}$$

$$E = (x_1^*, x_2^*) : \begin{cases} p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m \\ \frac{P_1}{P_2} = \frac{Um_1}{Um_2} \end{cases}$$

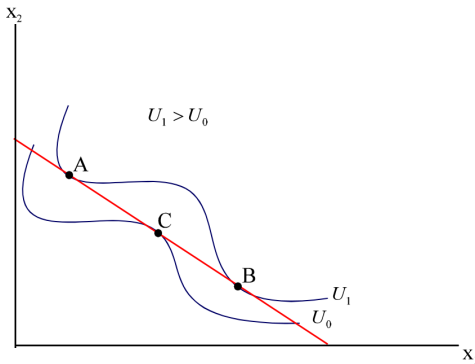
Ce système de deux équations à deux inconnues nous donne le panier optimal, étant donnés le vecteur de prix et le revenu du consommateur

$$x_1^*(p_1, p_2; m), \quad x_2^*(p_1, p_2; m)$$

Ce sont les **fonctions de demande** de biens du consommateur.

Cas pathologique I : Courbe d'indifférences non-convexes

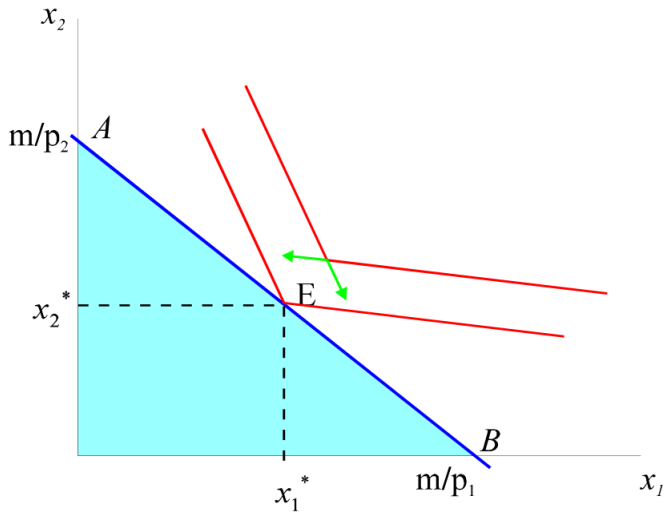
Par exemple si la convexité n'est pas vérifiée alors ces deux règles peuvent ne pas suffire



Préférences non-convexes

Cas pathologique II : TMS indéfini

Dans ce cas, l'évaluation du TMS dépend du sens de la substitution et on ne peut utiliser sa valeur pour déterminer le panier optimal. C'est par exemple le cas avec les compléments parfaits.



Quand le TMS n'est pas défini

Substituts parfaits

Dans ce cas nous avons

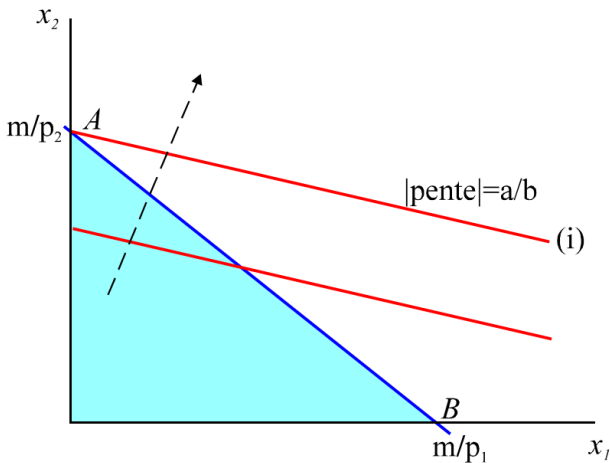
$$U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

$$Um_1 = a, Um_2 = b \implies TMS = \frac{a}{b}$$

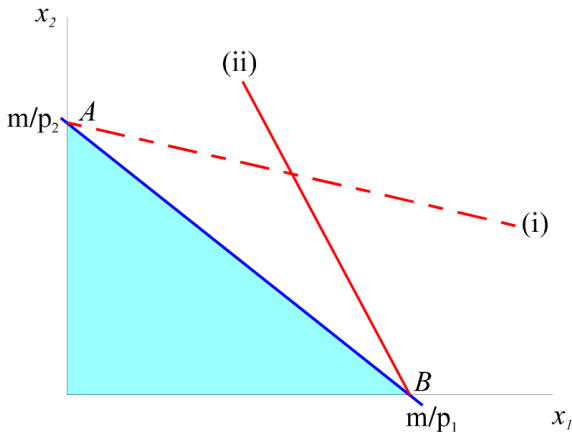
Le TMS est constant car le consommateur peut toujours substituer un bien à l'autre dans les mêmes proportions. Concernant l'optimum du consommateur nous avons trois cas possibles :

$\frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b}$: la pente de la droite de budget en valeur absolue est supérieure au TMS. Nous avons alors $\frac{p_1}{a} > \frac{p_2}{b}$

le bien 2 est relativement *bon marché* et le consommateur ne voudra consommer que ce bien. L'optimum est donné par $A : x_1^* = 0, x_2^* = \frac{m}{p_2}$

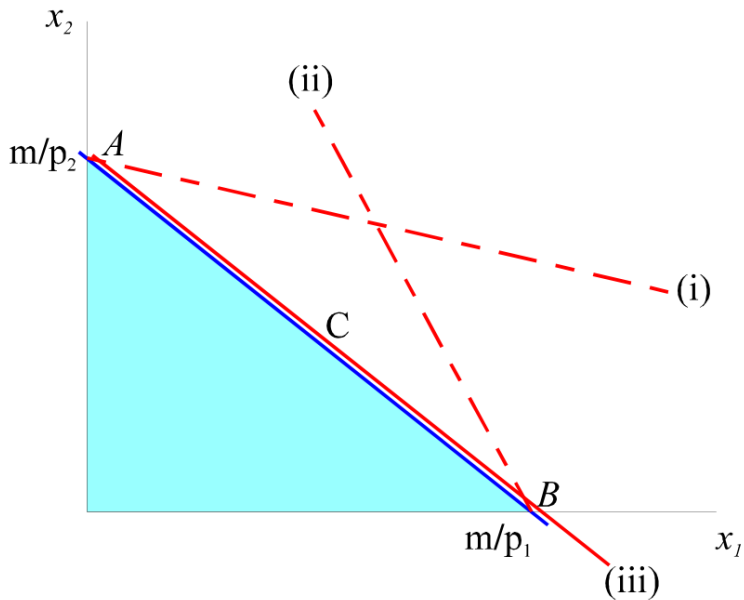


$\frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b}$: le bien 1 est relativement *bon marché* et le consommateur ne voudra consommer que ce bien B : $A : x_1^* = \frac{m}{p_1}, x_2^* = 0$



$\frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{b}$: les deux biens ont la même valeur relative pour le consommateur et le consommateur est indifférent entre tous les paniers qui sont sur sa droite de budget (qui se confond avec la courbe d'indifférence).
L'optimum est donné par tout point \mathbf{C} tel que

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$



Nous pouvons maintenant déterminer la fonction de demande de bien 1 pour tout couple de prix (p_1, p_2) :

$$x_1^*(p_1, p_2) = \begin{cases} 0 & \text{quand } \frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b} \\ \frac{m}{p_1} & \text{quand } \frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b} \\ \in \left[0, \frac{m}{p_1}\right] & \text{quand } \frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{b} \end{cases}$$

La demande de bien 2 est tout à fait symétrique.

Courbes d'indifférence strictement convexes

Soit $U(x_1, x_2) = x_1x_2$

Courbe d'indifférence pour U_0 :

$$x_1x_2 = U_0 \Leftrightarrow x_2 = \frac{U_0}{x_1}$$

ce sont des hyperboles.

$$Um_1 = x_2, Um_2 = x_1 \implies TMS = \frac{x_2}{x_1}$$

L'optimum du consommateur :

Point de tangence : $TMS = \frac{x_2^*}{x_1^*} = \frac{p_1}{p_2} \implies x_2^* = \frac{p_1}{p_2} x_1^*$

Contrainte de budget :

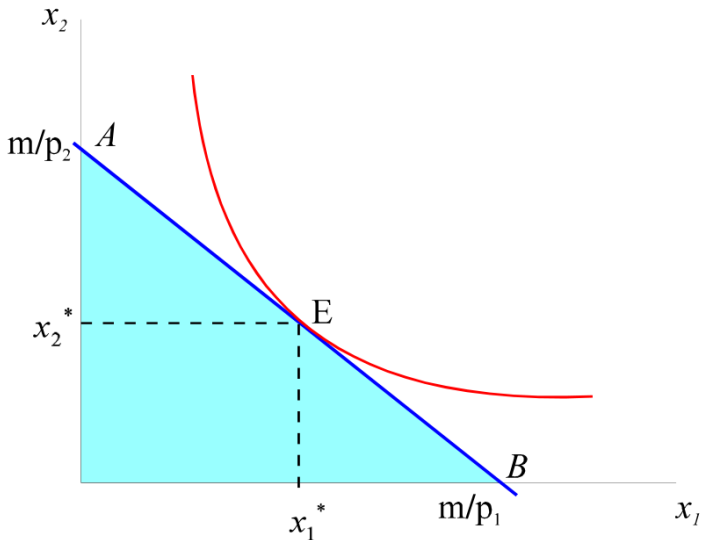
$$p_1 x_1^* + p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} x_1^* \right) = m$$

$$2p_1 x_1^* = m \implies x_1^* = \frac{m}{2p_1}$$

$$x_2^* = \frac{p_1}{p_2} x_1^* = \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{m}{2p_1} \right) = \frac{m}{2p_2}$$

Les fonctions de demande sont donc :

$$x_1^*(p_1, p_2; m) = \frac{m}{2p_1}, \quad x_2^*(p_1, p_2; m) = \frac{m}{2p_2}$$

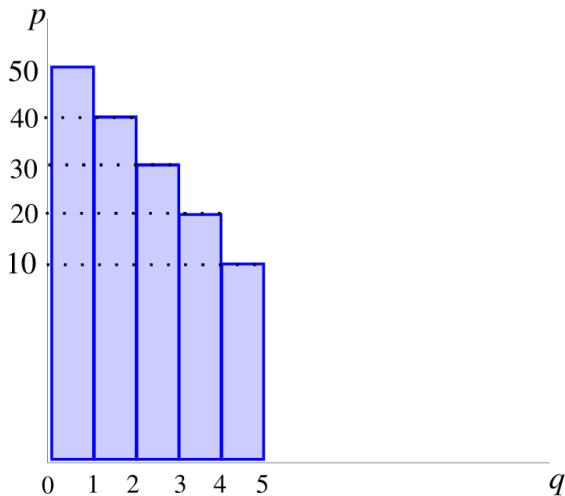


Optimum avec des préférences convexes

Surplus du consommateur

La maximisation d'utilité conduit à l'expression de la fonction de demande du consommateur sur le marché. De cette demande, il nous est possible de déduire le prix maximal que le consommateur est prêt à payer pour accepter acheter une unité supplémentaire d'un bien. On appelle ce prix le **prix de réserve** (ou de réservation).

Exemple : Perdu dans le désert pendant une randonnée, vous errez depuis 6 heures et vous n'avez plus d'eau depuis une heure. Vous entendez le bruit de chameau d'un marchand d'eau et vous vous approchez de lui pour acheter de l'eau. Il vous demande le prix que vous êtes prêt à payer pour un verre d'eau. Vous lui donnez 50 dhs et buvez le verre d'eau mais vous avez encore soif. Il vous demande à nouveau combien vous accepteriez de payer pour le second verre. Votre soif ayant été un peu comblé, vous êtes prêt à payer un petit peu moins. Ainsi, vous achetez 4 verres d'eau chez lui aux prix suivants : **1 er verre : 50 dhs; 2 eme verre : 40; 3 eme verre : 30 et 4 eme verre : 20**



Demande et prix de réserve

Pour les quatre premiers verres vous avez payé enfin de compte :

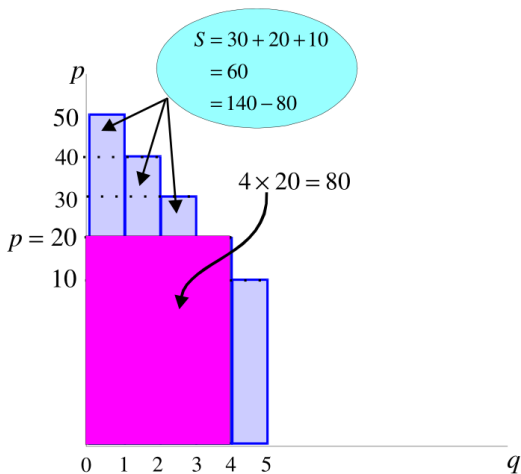
$$50 + 40 + 30 + 20 = 140 \text{ Dhs}$$

ce que vous étiez prêt à payer étant donnée l'utilité que vous avez retiré de chaque verre d'eau.

En continuant votre chemin que le marchand vous a indiqué, vous arrivez rapidement à un Oasis où existe un marché de l'eau. Le prix de marché pour un verre d'eau est de 20 dinars. Vous avez à nouveau soif vous buvez à votre soif jusqu'à ce que votre prix de réserve devienne inférieur au prix de marché. Vous achetez donc 4 verres d'eau à nouveau (votre prix de réserve pour le 4ème verre est de **20 Dhs=prix de marché**). Pour ces quatre verres d'eaux, vous payez alors

$$4 \times 20 = 80 \text{ Dhs.}$$

Votre gain par rapport à la situation précédente est de $140 - 80 = 60$ Dhs.

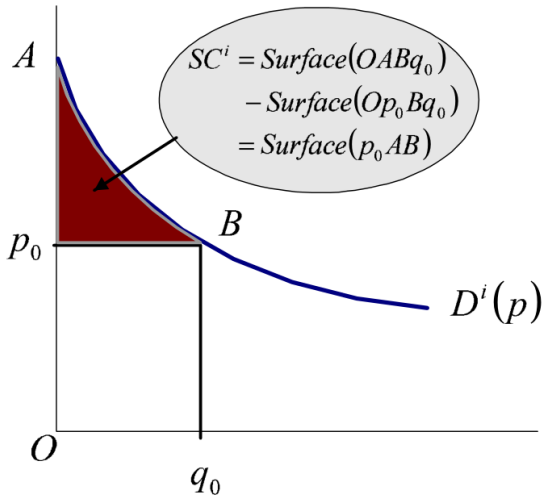


Demande et surplus

On peut aisément généraliser ce raisonnement. Avec un bien parfaitement divisible, le prix de réservation varie de manière continue et nous sommes sur la fonction de demande. Le surplus du consommateur peut alors être représenté comme une surface

$$SC^i = \int_0^{q_0} p(q) dq - p_0 q_0$$

avec $p(q) = D^{i-1}(q)$ (la demande inverse)



Surplus du consommateur et demande

Le surplus du consommateur correspond donc à la surface qui est délimitée par la courbe de demande (qui est le lieu géométrique des prix de réserve pour les différentes unités) et le prix de marché auquel les différentes unités ont effectivement été achetées.

A partir des surplus individuels, nous pouvons calculer le surplus des consommateurs qui en est la somme. On utilise alors la demande de marché pour le calculer graphiquement.

Résumé

- Le choix optimal du consommateur est le panier qui, dans l'ensemble budgétaire du consommateur, se situe sur la courbe d'indifférence la plus élevée.
- En général, le panier optimal est caractérisé par la condition d'égalité entre la pente de la courbe d'indifférence (le taux marginal de substitution) et la pente de la droite de budget.

Résumé

- Si nous observons plusieurs comportements de choix, il peut être possible d'estimer une fonction d'utilité susceptible d'avoir engendré le type de choix observé. Une telle fonction d'utilité peut être employée pour prédire des choix futurs et estimer l'utilité pour les consommateurs de nouvelles mesures de politique économique.
- Si tous les individus sont confrontés aux mêmes prix pour les deux biens, ils auront tous le même taux marginal de substitution et ils seront tous disposés à échanger les deux biens dans les mêmes termes.