Tableaux de KARNAUGH

A). ***Présentation de la méthode :***

La méthode de KARNAUGH consiste à présenter les états d'une fonction logique, non sous la forme d'une table de vérité, mais en utilisant un tableau à double entrée. Cela permet d'éviter la simplification algébrique de la fonction.

Chaque case du tableau correspond à une combinaison des variables d'entrées, donc à une ligne de la table de vérité.

Le tableau de Karnaugh aura autant de cases que la table de vérité possède de lignes.

Les lignes et les colonnes du tableau sont numérotées selon le code binaire réfléchi, donc chaque fois que l'on passe d'une case à l'autre, une seule variable change d'état.

❖ On peut numéroter les cases pour que ce soit plus facile à remplir, mais attention à l'ordre de numérotation !

Tableau de Karnaugh à 2 variables d'entrée :

\ b a\	0	1
0	0	1
1	2	3

Tableau de Karnaugh à 3 variables d'entrée :

\b.a c\	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

Tableau de Karnaugh à 4 variables d'entrée :

d.c \ b.a	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

I). Comment remplir le tableau :

❖ A partir de la table de vérité, on inscrit dans les cases les 0 et les 1 de la fonction, en respectant les états des variables d'entrée, dans l'ordre de la table de vérité.

❖ A partir de la fonction logique, on doit d'abord la mettre sous la forme somme de produits, pour pouvoir remplir la table.

❖ Dans le cas où la fonction est incomplètement définie, on mettra un X dans les cases correspondantes.

Exemple : Représenter la fonction majorité à 3 variables dans le tableau de Karnaugh

c \ b.a	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

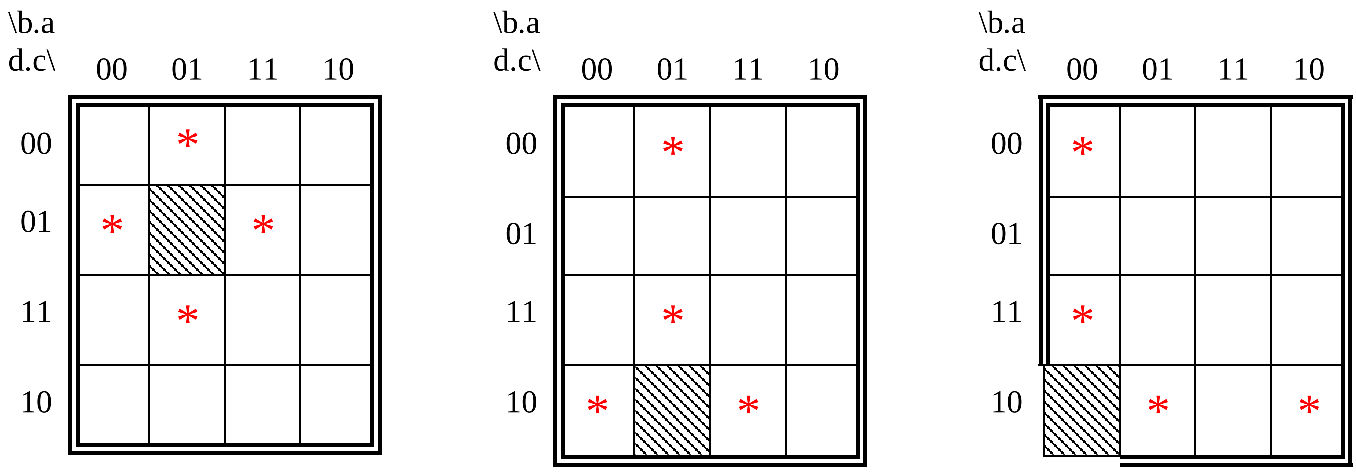
F

II). Cases adjacentes :

On va rechercher dans le tableau les cases adjacentes qui contiennent des 1. C'est-à-dire les cases dont une seule variable d'entrée change. Ce sont les cases qui sont cote cote.

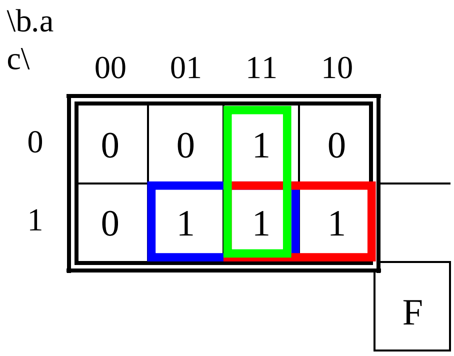
Problème d'adjacence dans un tableau à 4 variables d'entrée :

Chercher les cases adjacentes aux cases grisées.



III). Comment faire les regroupements :

Pour faire les simplifications, on procède à des regroupements de cases adjacentes. On effectue des regroupements de 2^n cases adjacentes (1, 2, 4, 8, 16, …cases). En effectuant ainsi les regroupements, on élimine les variables qui changent d'état, et on conserve celles qui restent fixes. On peut utiliser une même case pour plusieurs regroupements. On doit prendre au moins une fois tous les 1 du tableau. En pratique, on utilise cette méthode jusqu'à 4 ou 5 variables, pour plus de variables d'entrée, on réutilise l'algèbre de BOOLE.



IV). Lecture des regroupements :

On en déduit la fonction simplifiée en prenant tous les regroupements de 1 effectués. Pour chaque regroupement, on ne garde que les variables d'entrées en abscisse et en ordonnées qui restent fixes (et donc on élimine les variables qui changent !) et on fait un ET logique entre chaque variables. Une variable à 0 est prise comme variable barre. Et on fait un OU logique entre chaque regroupement.

F= a.b + b.c + a.c

On ne doit plus pouvoir simplifier la fonction lue, sauf y rechercher des OU exclusifs si on a des 1 en diagonale.

❖ Cas d'une fonction incomplètement définie :

Pour les simplifications, on peut utiliser certaines cases X comme des 1 si cela facilite les regroupements, et 0 dans le cas contraire. Mais on ne peut attribuer qu'une seule valeur, à une case X donné.

Reprenons l'exemple de la fonction majorité à 4 variables d'entrée :

\b.a d.c\	00	01	11	10
00	0	0	X	0
01	0	X	1	X
11	X	1	1	1
10	0	X	1	X

F= b.a + d.c

V). Exercice :

❖ *Commande de feux tricolores :*

On dispose de 3 boutons de commande des feux rouge (r), orange (o) et vert (v) qui permettent d'allumer les lampes Rouge (R), Orange (O) et verte (V). Le rouge est prioritaire sur le Orange qui est prioritaire sur le vert.

Construire la table de vérité, simplifier la fonction par la méthode de karnaugh, en faire le logigramme.

r	o	v	R	O	V
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

\o.v r\	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1

R

R= r

\o.v r\	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	0	0	0

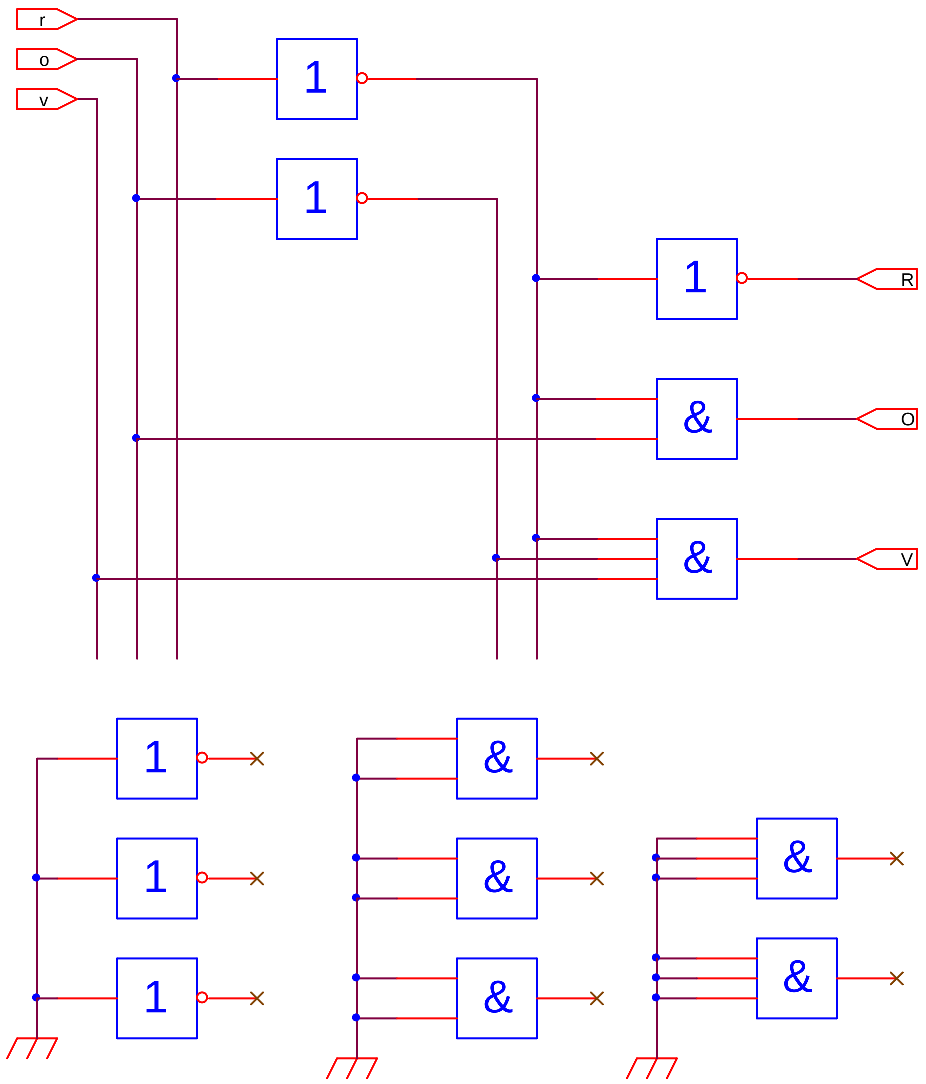
O

O= r/.o

\o.v r\	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	0	0	0

V

V= r/.o/.v



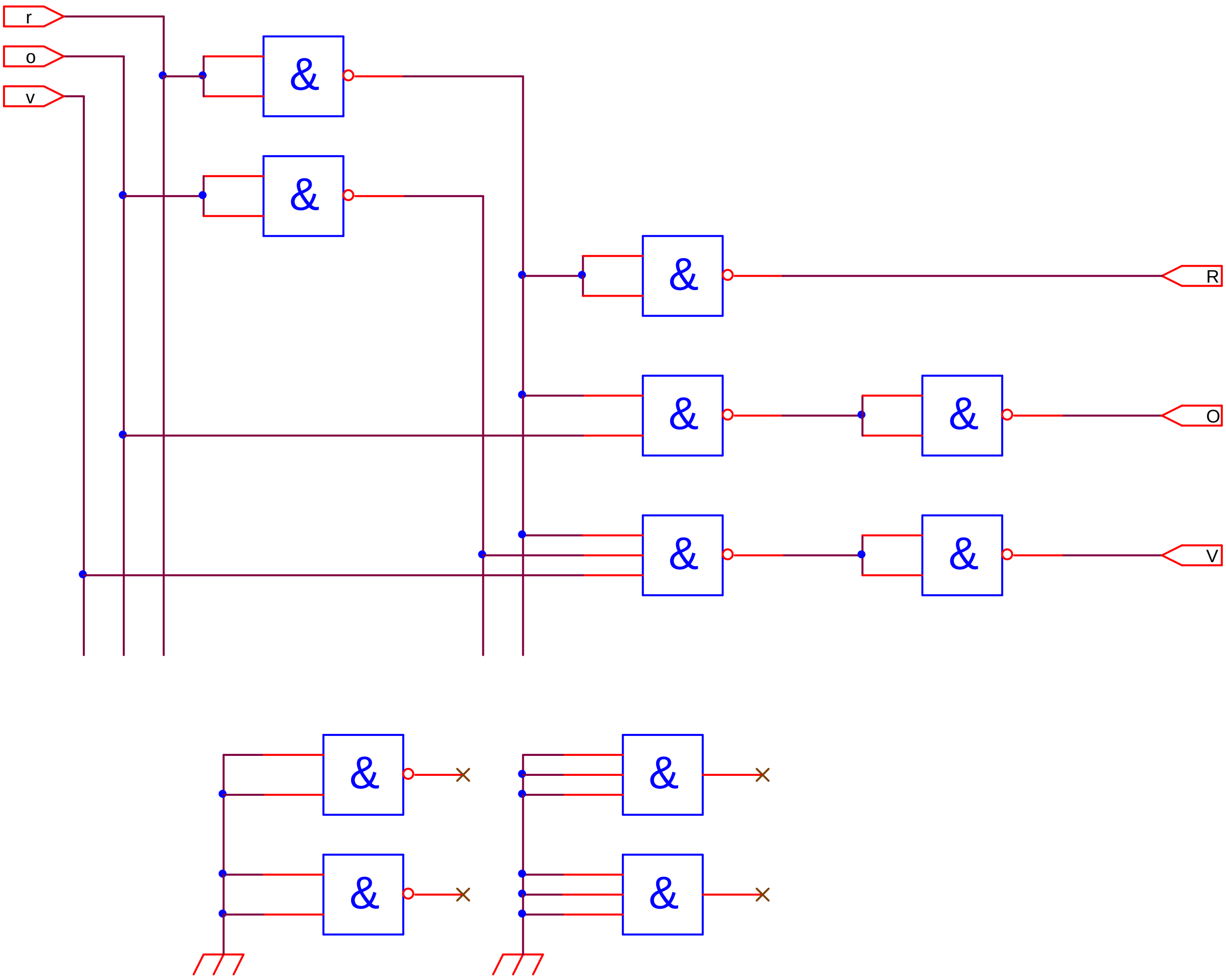
On utilise 3 Circuits intégrés.

<u>Avec des NON ET :</u>

$R = \overline{\overline{r}}$

$O = \overline{\overline{\overline{r}.o}}$

$V = \overline{\overline{\overline{r}.\overline{o}.v}}$



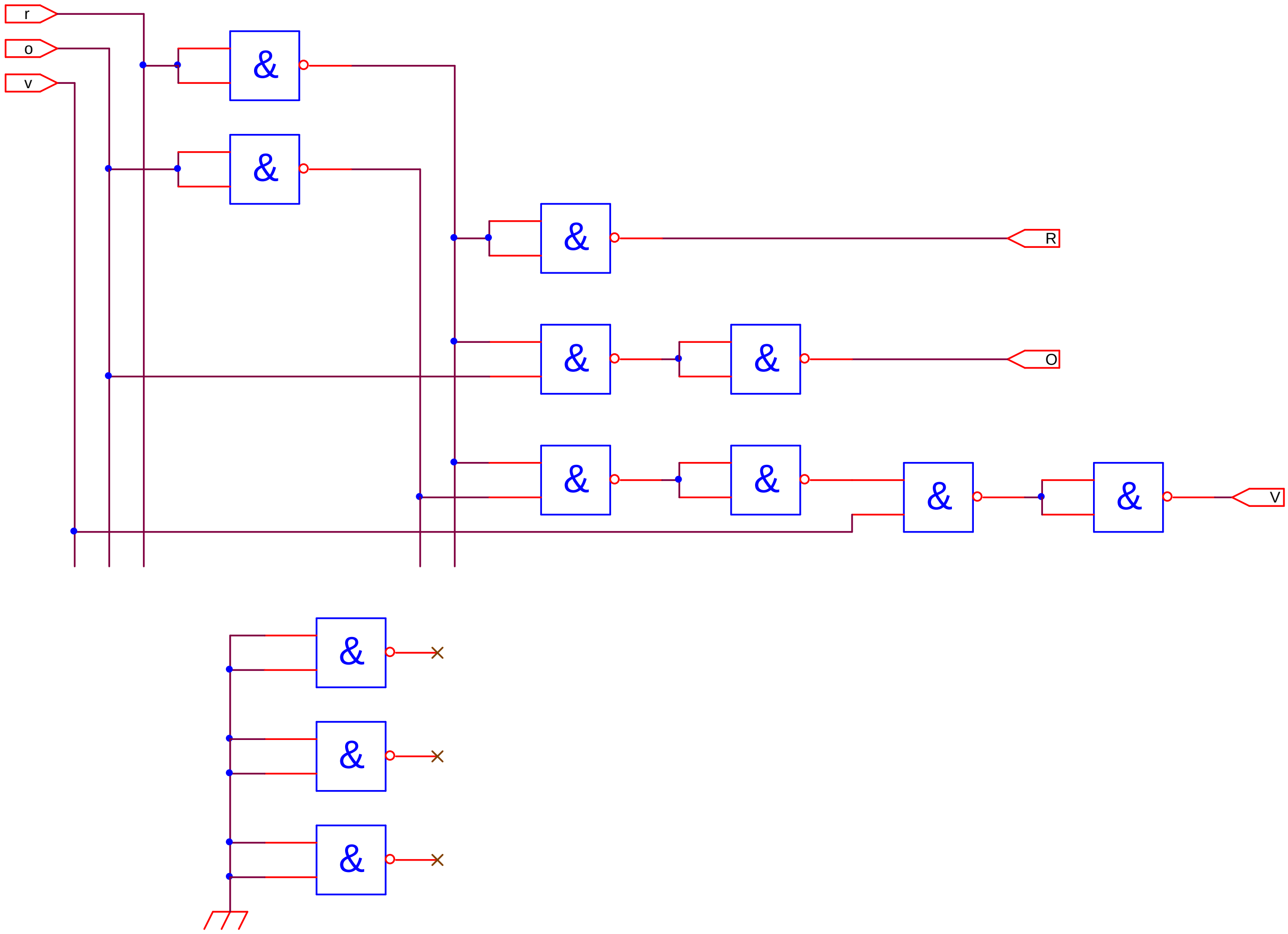
On utilise 3 Circuits intégrés.

<u>Avec des NON ET à 2 entrées seulement :</u>

$$R = \overline{\overline{r}}$$

$$O = \overline{\overline{\bar{r}.o}}$$

$$V = \overline{\overline{\overline{\overline{\bar{r}.\bar{o}}}.v}}$$



On utilise 3 Circuits intégrés.