MATHEMATIQUES FINANCIERES

Gestion des entreprises

RESUME THEORIQUE

Chapitre1 : les intérêts simples

1. **définition et calcul pratique :**

Définition :

Dans le cas de l'intérêt simple, le capital reste invariable pendant toute la durée du prêt. L'emprunteur doit verser, à la fin de chaque période, l'intérêt dû.

Remarque :

1) Les intérêts sont versés à la fin de chacune des périodes de prêt.
2) Le capital initial reste invariable. Les intérêts payés sont égaux de période en période.
3) Le montant des intérêts est proportionnel à la durée du prêt.

Calcul pratique : Si nous désignons par :

C : le capital placé ;
t : le taux d'intérêt annuel pour 100 DH ;
n : la période de placement en années ;
i : l'intérêt rapporté par le capital C

On sait que : $\boxed{I = C * T * N / 100}$

- ¾ Si la durée est en jours : I = Cij / 360
- ¾ Si la durée est en mois : I = Cim / 12
- ¾ Si la durée est en année : I = Cin

2. **Méthode des nombres et des diviseurs fixes :**

Si le durée est exprimée en jours l'intérêt est I = Ctj / 36000. Séparons les termes fixes et les termes variables et divisons par (t) :

I = (Cj /t) / (36000 / t) ce qui nous donne :

$$I = Cj/ (36\,000/ t) \left\{ \begin{array}{l} Cj = N \text{ est le nombre} \\ 36000/t = D \text{ est le diviseur fixe} \end{array} \right.$$

La formule devient : $\boxed{I = N / D}$

Cette formule est intéressante lorsqu'il s'agit de calculer l'intérêt global produit par plusieurs capitaux aux même taux pendant des durées différentes.

3. **la valeur définitive ou la valeur acquise :**

La valeur définitive du capital (C) après (n) périodes de placement est la somme du capital et des intérêts gagnés.

Si nous désignons par (VD) la valeur définitive alors :

$$VD = C + I = C + (Ctn / 100) = C + Cin.$$
$$VD = C (1+ (tn /100)) \text{ si } n \text{ est en années.}$$

4. **<u>Taux moyen de plusieurs placements :</u>**

Soient les sommes d'argents placées à des taux variables et pendant des durées différentes :

Capital	Taux	Durée
C1	T1	J1
C2	T2	J2
C3	T3	J3

L'intérêt global procuré par ces trois placements est :

$$IG = (C_1T_1J_1 + C_2T_2J_2 + C_3T_3J_3) / 36000 \quad (1)$$

<u>Définition :</u>
Le taux moyen de ces trois placements est un taux unique qui applique l'ensemble de ces 3 placements donne le même intérêt global.

Si : $IG = (C_1T_mJ_1 + C_2T_mJ_2 + C_3T_mJ_3) / 36000 \quad (2)$

(1) est (2) sont identiques alors :

5. **<u>intérêt précompté et taux effectif de placement :</u>**

Il existe deux manières de paiement des intérêts :

- ¾ par versement unique lors du remboursement final de prêt (paiement des intérêts du jour du remboursement du prêt par exemple) on dit que l'intérêt est postcompté.
- ¾ Par avance au moment du versement du capital (les bons de caisse par exemple), c'est-à-dire paiement des intérêts le jour de la conclusion du contrat de prêt.

Ces deux modes de calcul ne sont pas équivalents du point de vue financier.le taux effectif dans le deuxième cas est un peu plus élevé.

<u>Définition</u> :
On calcul le taux effectif du placement à chaque fois que les intérêts sont précomptés et que l'intérêt est calculé sur la base de la valeur nominale. Les intérêts sont versés par l'emprunteur le jour de la conclusion du contrat de prêt , jour ou l'emprunteur recoit le capital prété. Il est alors évident que les fonds engagés procurent au prêteur un taux de placement supérieur au taux d'intérêt stipulé.

Exemple1 :

Une personne place a intérêt précompté 10000 DH pour 1 an, taux = 10%. Quel taux effectif de placement réalise-t-elle ?

Résolution :

L'intérêt procuré par l'opération s'élève a (10000 * 10 *1) / 100 = 1000 DH. Le préteur reçoit immédiatement cet intérêt.

Les choses se passent donc comme s'il n'avait déboursé que 10000 - 1000 = 9000 DH. Le prêteur recevra, dans un an, son capital de 10000 (il a déjà encaissé les intérêts).
Il aura donc gagné en un an 1000 DH en engageant seulement 9000 DH. Le taux effectif Te de placement est (9000 * Te * 1) / 100 = 1000 soit Te = 11.11%.

Utilisation de l'intérêt simple :

L'intérêt simple est utilisé dans :

- Les opérations a court terme
- Les prêts entre banques ou intermédiaires financiers.
- Les comptes courants ; les carnets de dépôt.
- Les prêts a la consommation accordée par les institutions financières.
- Les escomptes des effets de commerce

6. application au comptes courants et d'intérêts :

Définition :

Le compte courant est ouvert chez une banque. Les fonds sont versés a vue et sont directement exigibles. Le titulaire d'un compte courant peu, à tous moments effectuer des versements des retraits ou des transferts. Le compte courant est d'intérêt est un compte courant sur lequel les sommes produisent des intérêts créditeurs ou débiteurs selon le sens de l'opération à partir d'une date dite : date de valeur.

La date de valeur est une date qui diffère, la plupart du temps, de la date d'opération, c'est la date ou l'opération est prise en compte. Dans la plupart des cas, les sommes retirées d'un compte le sont à une date de valeur antérieure à celle de l'opération postérieure à celle du dépôt, ceci joue à l'avantage des banques.

Il existe plusieurs méthodes pour tenir de tels comptes. Les calcules sont assez fastidieux. L'utilisation de l'outil informatique a rendu caduque la plupart de ces méthodes. Toutefois, la méthode hambourgeoise est la seule encore utilisée par les banques.

Méthode hambourgeoise :

Elle permet de connaître l'état et le sens du compte a chaque date. Elle est la seule applicable avec des taux différentiels (le taux débiteur en général supérieur au taux créditeur). On parle de taux réciproques s'ils sont égaux.

Principe et organisation de travail :

1) A chaque opération est associé une date de valeur

   - ¾ Date d'opération : date effective de réalisation de l'opération.
   - ¾ Date de valeur : date a partir de laquelle on calcule les intérêts.
   - ¾ Date de valeur est égale à la date de l'opération majorée ou minorée.

D'un ou de plusieurs jours (jours de banque) suivant que l'opération est créditrice ou débitrice.
Les opérations sont classées par date de valeur croissant.

2) Les intérêts sont calculés sur le solde du compte, à chaque fois que celui-ci change de valeur.

3) La durée de placement du solde est le nombre de jours séparant sa date de valeur de la date de valeur suivante.

4) A la fin de la période de placement (le trimestre par exemple) on détermine le solde du compte après avoir intégré dans le calcul le solde des intérêts débiteurs et créditeurs et les différentes commissions prélevées pour la tenue de tel comptes.

5) Dans le cas de la réouverture du compte, on retient comme première date de valeur, la date d'arrêté du solde précédent.

6) On peut utiliser pour le calcul soit directement la méthode hambourgeoise.

Soit la méthode des nombres et des diviseurs fixes appliquée à la méthode hambourgeoise.

Cas particuliers :

Dans certains cas (livret d'épargne et compte sur carnet) les dates de valeurs sont imposées : le premier et le 16 du mois.
Les banques appliquent un taux d'intérêt simple pendant le nombre de quinzaines entières civile de placement ; ainsi pour un dépôt la date de valeur est le premier ou le 16 du mois qui suit la date de l'opération pour un retrait, la date de valeur est la fin ou le 15 du mois qui précède la date d'opération.

Si q est le nombre de quinzaines, l'intérêt produit un montant C placé pendant q quinzaines entières est :

$$\boxed{I = ctq / 2400 \quad \text{ou} \quad I = ciq / 24}$$

Chapitre 2 : Les intérêts composés

Section I : Définition et formule

I- Définition :

Un K est placé à intérêts composés lorsque l'intérêt s'incorpore au K à la fin de chaque période et porte ainsi intérêt pendant la période suivante.

On dit que l'intérêt est capitalisé en fin de période.

¾ Période de capitalisation :

Le temps est divisé en parties égales qu'on appelle " périodes ". Ces périodes peuvent être par exemple : l'année, le trimestre ou le moi.

Taux : En matière d'intérêts composés, on utilise le tx par 1 Dh c à d l'intérêt rapporté par 1 Dh en 1 période.

II- Formule de la valeur acquise :

Désignons par :

C : K placé
n : nb de périodes
i : tx d'intérêt correspondant à 1 k de 1 Dh
A : la valeur acquise

Périodes	*K*	*Intérêts*	*Valeur acquise : A*
1	C_1	C_i	$C + C_i = C(1+i)$
2	C_2	$C(1+i) \times i$	$C(1+i) + C(1+i)_i = C(1+i)(1+i) = C(1+i)^2$
.			
.			
.			
n	$C(1+i)^{n-1}$	$C(1+i)^{n-1} \times i$	$C(1+i)^{n-1} + C(1+i)^{n-1} \times i = C(1+i)^{n-1}(1+i) = C(1+i)^n$

$$\Longrightarrow \boxed{A = C(1+i)^n}$$

Section II : calculs numériques : emplois des tables :

I- calcul d'une valeur acquise " A"

1- Cas où le texte et le temps sont dans la table :

Exemple: Quelle est la valeur ajoutée par 1 K de 5.000,00 Dhs placé pendant 5 ans au texte de 6 %?

On sait que $A = C\,(1 + i)^n$

L'expression $(1 + i)^n$ est donnée par la table $f^{ière}$ n = 1

$\Longrightarrow$ $A = 5.000\,(1{,}06)^5$

$A = 5.000 \times 1{,}338226$

$= 6.691{,}13$ Dhs.

2- <u>K ou le temps de placement n'est pas dans la table.</u>

<u>Exemple :</u>

C = 6.000 Dhs tx = 4,5 % n = 3 ans 7 mois

2 ***<u>Méthode commerciale</u>*** :

$\Longrightarrow$ $A = C\,(1 + i)^n$

$A = C\,(1 + i)^{k + p/a}$

$$A = C\,\underbrace{(1 + i)^k}_{\text{T.F n° 1}}\;\underbrace{(1+ i)^{p/a}}_{\text{T.F n° 6}}$$

$A = 6.000\,(1{,}045)^3 – (1{,}045)^{7/12}$

$= 6.000 \times 1{,}141166 \times 1{,}02601$

$= 7.025{,}08$ Dhs

2 ***<u>Méthode rationnelle</u>*** :

$$\Longrightarrow A = C\,\underbrace{(1 + i)^k}_{\text{T.F n° 2}}\,(1+ i \times p/a)$$

$A = 6.000\,(1{,}045)^3\;(1 + 0{,}045)^{7/12}$

$= 6.000 \times 1{,}141166 \times 1{,}02625$

$= 7.027{,}08$ Dhs

2 ***<u>Méthode d'interpolation</u>*** :

C = 6.000 Dhs n = 3 7/12 T x 4,5 % A = ?

$3 < 3\ 7/12 < 4$

$(1{,}045)^3 < (1{,}045)^{3 - 7/12} < (1{,}045)^4$

$(1{,}045)^4 = 1{,}192519$ $(1{,}045)^{3 - 7/12} = ?$

$(1{,}045)^3 = 1{,}141166$ $(1{,}045)^3 = 1{,}141166$

12 mois $\rightarrow$ 0,051353 7 mois $\rightarrow$ 0,051353

12 mois $\Longrightarrow$ 0,051353

7 mois x $\Longrightarrow$

$X = \dfrac{0{,}051353 \times 7}{12}$ $\longrightarrow$ x = 0,029955

$\Longrightarrow$ $(1{,}045)^{3\ 7/12} = 1{,}141166 + 0{,}029955$

$= 1{,}171121$

$A = 6.000\,(1{,}045)^{3\ 7/12}$

$A = 6.000 \times 1{,}171121$
$A = 7.027{,}08$ Dhs

3- <u>K où le tx ne figurent pas dans la table, quelle est la V.A d'un K de 13.400,00 Dhs placé au tx de 4,34 % pendant 5 ans.</u>

On sait que $A = C\,(1 + i)^n$

$A = 13.400\,(1{,}0434)^5$

$4{,}25\ \% < 4{,}34\ \% < 4{,}50\ \%$

$(1{,}0425)^5 < (1{,}0434)^5 < (1{,}045)^5$

$(1{,}045)^5 = 1{,}246182 \qquad (1{,}0434)^5 = ?$

$(1{,}0425)^5 = 1{,}231347 \qquad (1{,}0425)^5 = 1{,}231347$

$0{,}0025 \longrightarrow 0{,}014835 \qquad 0{,}0009 \longrightarrow x$

$\Longrightarrow x = \dfrac{0{,}014835 \times 0{,}0009}{0{,}0025}$

$= 0{,}00534$

$\Longrightarrow (1{,}0434)^5 = 1{,}231347 + 0{,}00534$

$= 1{,}236667$

$A = 13.400 \times 1{,}236667$

$= 16.561{,}33$ Dhs

<u>II – calcul du Tx :</u>

<u>Exemple 1 :</u>

Un K de 5.000 Dhs est placé à intérêts composés pendant 5 ans, sa valeur acquise se lève à 6.69113 Dhs, calculer le tx.

On sait que : $A = C(1 + i)^n$

$\Longrightarrow 6.691{,}13 = 5.000\,(1 + i)^5$

$\Longrightarrow (1 + i)^5 = 6.691{,}13 / 5.000$

$\Longrightarrow (1 + i)^5 = 1{,}338226$

D'après la T.F n° 1, le tx est de 6 %

<u>Exemple 2 :</u>

C = 5.000 Dhs A = 7.688,13 Dhs n = 6 ans

On sait que $A = C\,(1 + i)^n$

$7.688{,}13 = 5.000\,(1 + i)^6$

$\Longrightarrow (1 + i)^6 = 1{,}537626$

$1{,}521891 < 1{,}537626 < 1{,}543302$

$(1{,}0725)^6 < (1 + i)^6 < (1{,}075)^6$

$0{,}0725 < i < 0{,}075$

$(1{,}075)^6 = 1{,}543302$ $(1 + i)^c = 1{,}537626$

$(1{,}0725)^6 = 1{,}543302$ $(1{,}0725)^6 = 1{,}521891$

0,0025 $\longrightarrow$ 0,021411 x $\longrightarrow$ 0,015735

i = - 0,0725 + x

x = i - 0,0725

$x = \dfrac{0{,}015735 \times 0{,}0025}{0{,}021411} \longrightarrow x = 0{,}0018$

$\Longrightarrow$ I = 0,0725 x 0,0018 = 0,0743 $\Longrightarrow$ Tx = 7,43 %

III- Calcul de la durée (m) :

Exemple 1 :

Un K de 5.000,00 Dhs est placé à intérêt composé au tx de 6 %, sa valeur acquise s'élève à 6.691,13 Dhs.

Calculer n

On sait que $A = C (1 + i)^n$

$\Longrightarrow$ $6.691{,}13 = 5.000 (1{,}06)^n$

$(1{,}06)^n = 1{,}338226$

$\Longrightarrow$ D'après la T.F n° 1, la durée est de 5 ans.

Exemple 2 :

La valeur d'un K de 4.200,00 Dhs placé à intérêt composé au taux de 5 % s'élève à 6.912,75 Dhs, calculer n ?

Calculer n

On sait que $A = C (1 + i)^n$

$\Longrightarrow$ $6.912{,}75 = 4.200 (1{,}05)^n$

$\Longrightarrow$ $(1{,}05)^n = 1{,}645892$

$1{,}628895 < 1{,}645892 < 1{,}710339$

$(1{,}05)^{10} < (1{,}05)^n < (1{,}05)^{11}$

$(1{,}05)^{11} = 1{,}710339$ $(1{,}05)^n = 1{,}645892$

$(1{,}05)^{10} = 1{,}231347$ $(1{,}05)^n = 1{,}628895$

12 mois 0,081444 x mois 0,016997

$x = \dfrac{0{,}016997 \times 12}{0{,}081444} = 2{,}504469 \longrightarrow$

$\Longrightarrow$ La durée est de 10 ans, 2 mois 15 jours.

IV – Formule de la Valeur actuelle (C) :

On sait que $A = C (1 + i)^n$

$\Longrightarrow$ $C = A/(1 + i)^n$

$\Longrightarrow$ $C = A \times 1/ (1 + i)^n$

$\Longrightarrow$ $C = A (1 + i)^{-n}$

L'expression $(1 + i)^n$ est donn2e par la TF n- 2

a- Cas où le temps et le taux figurent dans la TF de 5 % pendant 6 ans, sa VA s'élève à 7.628,14 Dhs, calculer C

$$C = A\,(1 + i)^{-n}$$

$$\Longrightarrow \quad C = 7.628,14 \times (1,05)^{-6}$$

$$C = 7.628,14 \times 0,746215$$

$$C = 5.692,23 \text{ Dhs}$$

b- cas où n = K + p/q

Exemple :

Un capital est placé à intérêt composé au taux de 6,25 % pendant 5ans 7 mois, sa VA s'élève à 9.820,25 Dhs. Calculer " C " .

2 1ère méthode : $-5 - 7/12$

$$-5 - 1 + 1 - 7/12 = -6 + 5/12$$

$$\Longrightarrow \quad C = 9.820,25 \times (1,0625)^{-6}\,(1,0625)^{5/12}$$

$$C = 9.820,25 \times 0,0695067 \times 1,02558$$

$$C = 7.000,00 \text{ Dhs}$$

On sait que : $C = A\,(1 + i\,)^{-n}$

$$\Longrightarrow \quad C = 9.820,25 \times (1,0625)^{-5-7/12}$$

$$(1,0625)^{-6} < (1,0625)^{-5-7/12} < (1,0625)^{-5}$$

$$0,695067 < (1,0625)^{-5-7/12} < 0,738508$$

$(1,0625)^{-5} = 0,738508$ $\qquad (1,0625)^{-5-7/12} = ?$

Donc $x = \dfrac{0,043441 \times 7}{12} = 0,0253405$

$$(1,0625)^{-5-7/12} = 0,0253405$$

$$C = 9.820,25 \times 0,7204075$$

$$C = 7.074,58 \text{ Dhs}$$

c- Cas où le taux " C " ne figure pas dans la T.F

Exemple :

La V.A d'un K "C " placé à intérêt composé au taux de 5,18 % pendant 4 ans s'élève à 8.680,25, calculer " C "

On sait que $C = A\,(1 + i)^{-n}$

$$C = 8.680,25\,(1,0518)^{-4}$$

$$C = 8.680,25 \times \frac{1}{(1,0518)^{4}}$$

$$C = 7.092,5 \text{ Dhs}$$

Chapitre 3 : Les annuités

L'étude des annuités est d'une importance capitale, celle-ci permet en effet de résoudre plusieurs problèmes relatifs :

- Aux emprunts (remboursement de crédit).
- Aux placements (constitution d'un capital, retraite par exemple).
- A la rentabilité d'un investissement.

1. Définition :

On appelle annuité des sommes payables à intervalles de temps réguliers.

Dans le cas des annuités proprement dites les sommes sont versées ou perçues chaque année à la même date, la période retenue est alors l'année. On peut cependant effectuer des paiements semestriels, trimestriels ou mensuels. Dans ces cas on parle de semestrialité, trimestrialités ou de mensualités.

Le versement d'annuités a pour objet, soit de rembourser une dette, soit de constituer un capital.

2. Annuités constantes de fin de période :

Ici, les sommes sont payables à la fin de chaque période, en outre ces sommes sont constantes.

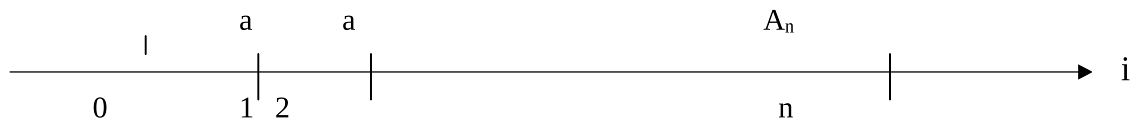
2-1- valeur acquise :

A – Valeur acquise au moment du dernier versement :

Soient :

a	:	le montant de l'annuité constante
i	:	le taux d'intérêt correspondant à la période retenue.
n	:	le nombre d'annuité
A_n	:	Valeur acquise au moment du versement de la dernière annuité

La situation peut être résumée par le schéma suivant :



A_n apparaît comme étant la somme des valeurs acquises par chacun des versements.

Versement	***Valeur acquise***
1	$a\,(1 + i)^{\,n-1}$
2	$a\,(1 + i)^{\,n-2}$
….. n	………
– 2 n	$a\,(1 + i)^{\,2}$
– 1 n	$a\,(1 + i)$
	a

D'où $\quad A_n = a + a\,(1 + i) + a\,(1 + i)^2 + \dots + a\,(1 + i)^{n-1}$

$$A_n = a\,[1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{n-1}]$$

On sait que $1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1} = \frac{q^{\,n-1}}{q-1}$ (avec $q \neq 1$)

en posant $\quad q = (1 + i)$ on trouve

$$A_n = a\,\frac{(1 + i)^n - 1}{(1 + i) - 1}$$

Ou encore

$$\boxed{A_n = a\,\frac{(1 + i)^n - 1}{i}}$$

Remarque :

1- ici le nombre n indique à la fois l'époque à laquelle on évalue la suite d'annuité et le nombre de versements.

2- on applique cette formule quand on se situe au moment du dernier versement.

$$\boxed{A_n = a\,\frac{(1 + i)^n - 1}{i}}$$

e

indique le nombre de versement

Indique l'époque à laquelle

On évolue la suite

Il ne faut jamais oublier que le nombre de versements est un nombre entier.

Les exemples ci-après ont pour objet de manipuler la formule.

$$\boxed{A_n = a\ \frac{(1 + i)^n - 1}{i}}$$

Exemple 1 :

Calculer la valeur acquise au moment du dernier versements, par une suite de 15 annuités de 35.000,00 dhs chacune.

Taux de l'an est de 10 %

$$A_{15} = 35.000,00\ \frac{(1,1)^{15} - 1}{0,1} = 1.112.036,86 \text{ Dhs.}$$

Remarque :

1- La table n° 3 donne :

$$\frac{1,1^{15} - 1}{0,1} = 31,7724817 \text{ Dhs.}$$

Ligne n° 15 et colonne 10 %

2- les intérêts produits par les différents versements peuvent être calculés.

I = 1.112.036,86 – 15 x 35.000 = 587.036,86 Dhs

Exemple 2 :

Combien faut-il verser à l afin de chaque semestre pendant 8 ans, pour constituer au moment du dernier versement, un capital de 450.000,00 Dhs, taux semestriel 4,5 %.

Ici on inverse la formule :

$$A_n = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} \iff a = A_n \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$a = 450.000,00 \ \frac{0,05}{1,045^{16} - 1} = \underline{19.806,92 \text{ Dhs}}$$

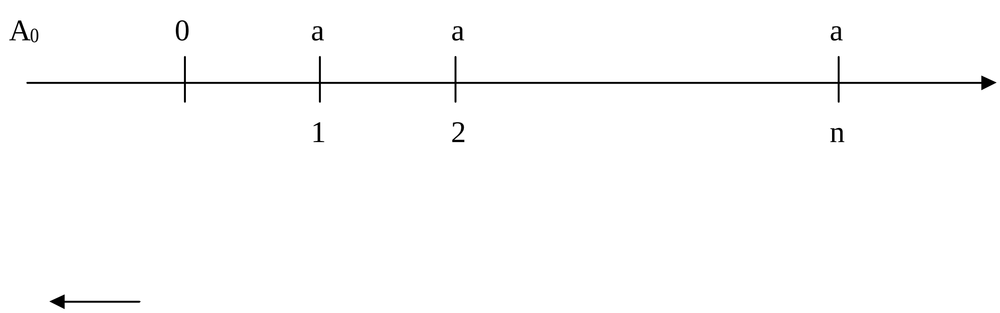
Remarque :

En inversant la formule, on obtient le montant de l'annuité.

<u>2-2- valeur actuelle :</u>

A- valeur actuelle à l'origine :

La situation peut être schématisée comme suit :



Ici on cherche à évaluer la suite d'annuités à la date 1 (c à d à l'origine de la suite)

A la date n ou a :

$$A_n = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

A la date 0 on aura :

$$A_0 = A_n \ (1+i)^{-n}$$

Ce qui donne :

$$A_0 = a \frac{(1+i)^{-n}}{i}$$

<u>Exemple 1 :</u>

Calculer la valeur actuelle à l'origine d'une suite de 12 annuités de 32.500,00 Dhs chacun. Taux d'escompte 8,5 % l'an.

$$A_0 = 32.500,00 \quad \frac{(1 + 0,085)^{-12}}{0,085} = 238.702,30 \text{ Dhs}$$

1- La table n° 4 donne les valeurs de $\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$

Ici on lit $\frac{1 - (1,085)^{-12}}{0,085} = 7,3446861$

2- Les intérêts versés à l'occasion de cette opération d'escompte peuvent être calculés :

$I = 12 \times 32.500,00 - 238.702,30$

$= 151.297,70$ Dhs

Exemple 2 :

- Combien faut-il payer pour rembourser une dette de 35.000,00 Dhs par le versement de 14 annuités constantes.

Taux d'escompte : 10,5 % l'an.

- Ici on inverse la formule d'actualisation

$$A_n = a \ \frac{1- (1 + i)^n}{i} \quad \Longleftrightarrow \quad a = A_0 \ \frac{i}{1 - (1 + i)^n}$$

$$a = 35.000,00 \quad \frac{0,105}{1- 1,105^{-14}} = 48.813,31 \text{ Dhs}$$

Exercices

Exercices :

Exercice n° 5-1 :

Le 30/10/1995 un particulier s'engage auprès d'un organisme de capitalisation à verser 12 annuités de 32.500,00 Dhs chacune sachant que le taux est de 9 % l'an et que le premier versement doit être effectué le 31/10/1996.

Calculez le capital constitué :

a- Au 31/10/2007.

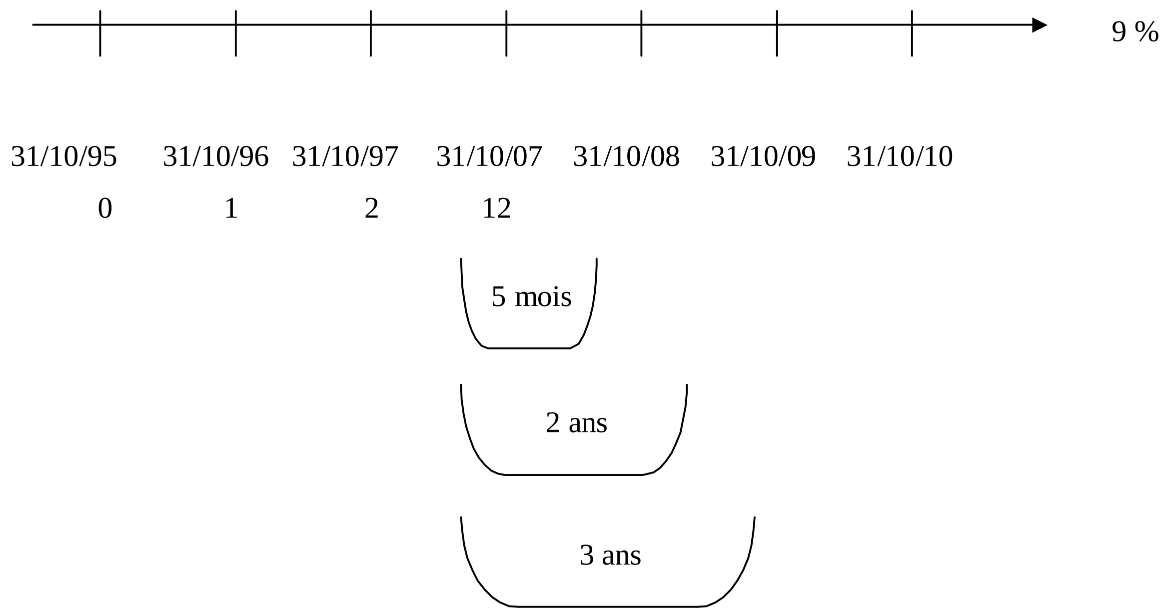
b- Au 31/03/2008.

c- Au 31/10/2009.

d- Au 31/10/2010.

Corrigé :

La situation se présente comme suit :



a- Ici on se situe au moment du dernier versement.

$$A_{12} = 32.500,00 \ \frac{1,09^{12} - 1}{0,09} = 654.573,39 \text{ Dhs}$$

b- On distingue ici deux solutions : rationnelle, commerciale

- ***Solution rationnelle :***

$$A^{R}_{12+\frac{5}{12}} = A_{12}\left(1 + \frac{5}{12} \times 0,09\right) = 679.119,90 \text{ Dhs}$$

$$A_{12} + A_{12} \times 0,09 \times \frac{5 \text{ mois}}{12 \text{ mois}}$$

- ***Solution commerciale :***

$$A^{c}_{12+\frac{5}{12}} = A_{12}\,(1 \times 0,09)^{5/12} = 678.504,48 \text{ Dhs}$$

c- Au 31/10/2009 on a :

$$A_{14} = A_{12} \times 1,09^{2} = 777.628,65 \text{ Dhs}$$

d- Au 31/10/2010 on a :

$$A_{15} = A_{12} \times 1,09^{3} = 847.621,53 \text{ Dhs}$$

Chapitre 4 : Les emprunts indivis

1 Définition :

L'emprunt indivis se caractérise par le fait que l'emprunteur (un particulier ou une entreprise) s'adresse à un seul créancier (le nominal C de la dette n'est pas divisé). L'emprunt indivis s'oppose donc à l'emprunt obligataire pour lequel l'emprunteur (une grande entreprise ou l'état) recourt à une multitude de créanciers (le nominal C de la dette est divisé en titres).

2 Notion d'amortissement des emprunts indivis :

Une personne emprunte une somme C pour une durée égale à une période n, au taux de i. Pour l'amortissement de la dette on distingue deux types de systèmes :

- ¾ Emprunts remboursables en une seule fois.
- ¾ Amortissement à l'aide d'annuités.

2-1 Emprunts remboursables en une seule fois:

Exemple : un emprunt de 250 000DH est remboursable à la fin de la 10ème année, l'emprunteur s'engage à verser à la fin de chaque année l'intérêt de la dette.

2-2 Amortissement à l'aide d'annuités :

Exemple : Un emprunt de 20 000 remboursable à l'aide de 6 annuités. La première venant à échéance un an après la date du contrat, taux 11%. Sachant que les amortissements sont respectivement 35 000, 20 000, 50 000, 40 000 et 10 000, établir le tableau d'amortissement.

Période	CDP*	I	M	a	CFP*
1	200 000	22 000	35 000	57 000	165 000
2	165 000	18 150	20 000	38 150	145 000
3	145 000	15 950	50 000	65 950	95 000
4	95 000	10 450	40 000	50 450	55 000
5	55 000	6 050	10 000	16 050	45 000
6	45 000	4 950	45 000	49 950	0

L'intérêt de la première année, par exemple se calcule comme suit :
I = 200 000 x 0,11 = 22 000 DH

*CDP = capital début de période
CFP = capital fin de période
M = amortissement
a = annuité

En additionnant l'intérêt et le premier amortissement, on obtient l'annuité a1 :
a1 = 22 000 + 35 000 = 57 000
En retranchant l'amortissement du capital au début d'une période, on obtient la capital restant du début de la période suivante, par exemple :

C1 = 200 000 – 35 000 = 165 000
Et ainsi de suite…

Remarque :
Le dernier amortissement n'a pas été donné, son calcul ne pose aucun problème :
M6 = 200 000 – (35 000 + 20 000 + 50 000 + 40 000 + 10 000)
= 45 000
Dans cet exemple les amortissements n'obéissent à aucune loi et sont distribués de manière tout à fait aléatoire.

3 Amortissement par annuité constante :

3–1 Construction du tableau d'amortissement :

Pour construire le tableau d'amortissement on peut procéder de 2 manières différentes :

- ¾ On calcule d'abord l'annuité constante, pour la première ligne on commence par calculer l'intérêt, par soustraction ($a-I_1$) on obtient le premier amortissement, que l'on déduit du capital initial ($C_1 = C – M_1$) on dispose maintenant de la dette au début de la deuxième période, ce qui permet de construire la deuxième ligne et ainsi de suite..

On vérifie ensuite que les amortissements sont en progression géométrique et que leur somme donne le capital.

- ¾ On calcule la 1^er^ amortissement, en multipliant à chaque fois par (1+i) on obtient la colonne des amortissements et avec cela la colonne du capital en début de période (CDP). Il devient aisé de calculer l'intérêt et l'annuité.

Exemple : une personne emprunte 350 000 DHs auprès d'une banque et s'engage à verser 8 annuités constantes, la 1ère payable 1 an après la date du contrat. Sachant que le taux est de 12% l'an, construire le tableau d'amortissement de l'emprunt considéré.
Calculer l'annuité de remboursement.

$a = 350\,000 \text{ x } (0,12/1-1,12^{8})$
$= 70\,455,99$ DH
D'où le tableau d'amortissement :

Période	CDP	I	Amortissement	Annuités	CFP
1	350 000	42 000	28 455,99	70 455,99	321 544,01
2	321 544,01	38 585,28	31 870,71	70 455,99	289 673,29
3	289 673,29	34 760,80	35 695,20	70 455,99	253 978,09
4	253 978,09	30 477,37	39 978,62	70 455,99	231 999,47
5	213 999,47	25 679,94	44 776,06	70 455,99	169 233,41
6	169 223,41	20 306,81	50 149,19	70 455,99	119 074,23
7	119 074,23	14 288,91	56 167,09	70 455,99	62 907,14
8	62 907,14	7 548,86	62 907,14	70 455,99	0

3-2 Capital restant dû :

Exemple : reprenons l'exemple précédent et calculons la dette restante juste après le versement du 5ème thème
$DV_5 = 350\,000 \text{ x } 1,12^{5} – 70\,455,99\ (1,12^{5}-1 / 0,12)$
$= 169\,223,41$ DH

3-3 La prise en compte de la taxe sur la valeur ajoutée :

La TVA concerne les intérêts débiteurs, ainsi si celles-ci est de 17%, alors pour 100DH d'intérêt versés au banquier, par exemple, il importe d'ajouter 7 Dh de taxe, on se retrouve alors avec 107 DH d'intérêts toutes taxes comprises TTC.
Pour tenir compte de la TVA on intègre une colonne spéciale à cet effet, seulement l'annuité de remboursement s'en trouve modifiée, celle-ci ne sera plus constante mais en légère diminution (on ajoute à un terme constant une taxe qui diminue avec l'intérêt). Pour rendre constante l'annuité effective (I + TVA + Amortissements) il importe d'utiliser le taux d'intérêt i intégrant la TVA (taux TTC).

Exemple : un emprunt de 500 000DH est amortissable par le versement de 6 annuités constantes, la première venant à l'échéance d'un an après la date du contrat, taux 12%, TVA 7% sur les intérêts.

On calcule d'abord le taux TTC : pour une capital de 100 DH on verse 12 DH d'intérêt par an, et pour 12 DH on verse 0,84 DH de TVA (12 x 0,07 = 0,84), on verse en définitive pour un capital emprunté de 100 DH, UN intérêt de 12,84 par an TTC.
Le taux est alors de 12,84% l'an (i= 0,1284)
A partir de ce taux on calcule l'annuité : a= 500 000 (0,1284/1-1,1284) = 124 519,82
D'où le tableau d'amortissement :

Période	CDP	I	TVA	Amor.	Annuité	CFP
1	500 000	60 000	4 200	60 319,82	124 519,82	439 680,18
2	439 680,18	52 761,62	3 693,31	68 064,88	124 519,82	371 615,31
3	371 615,31	44 593,84	3 121,57	76 804,41	124 519,82	294 210,89
4	294 810,89	35 377,31	2 476,42	86 666,10	124 519,82	208 144,90
5	208 144,80	24 977,38	1 748,42	97 794,02	124 519,82	110 350,78
6	110 350,78	13 242,09	926,95	110 350,78	124 519,82	0

Remarque : il importe de souligner que dans le tableau l'intérêt I est calculé à 12%

4-1 Amortissements constants :

Exemple : un emprunt de 300 000 DH est remboursable en 6 annuités, la 1ère payable un an après la date du contrat.
Sachant que l'amortissement est constant et que le taux est de 11,5% l'an.
Construire le tableau d'amortissement de cet emprunt, chaque année on paye 50 000DH.
(300 000 ÷ 6) en titre d'amortissement
D'où le tableau :

Période	CDP	I	A	a	CFP
1	300 000	34 500	50 000	84 500	250 000
2	250 000	28 750	50 000	78 750	200 000
3	200 000	23 000	50 000	73 000	150 000
4	150 000	14 250	50 000	67 250	100 000
5	100 000	11 500	50 000	61 700	50 000

6	50 000	5 750	50 000	55 750	0

GUIDE PRATIQUE

EX 1/

Compléter le tableau suivant :

Durée	Taux	Capital(dh)	Valeur acquise
……..	7 %l'an	22500	50674.31
20 ans	3% le semestre	6000	……
……..	7.5% l'an	17000	20004.05
5 ans 9 mois	…….	20000	29807.23

Corrigé

	Durée	Taux	Capital	Valeur acquise
1)	12 ans	7 % l'année	22 500	50674.31
2)	20 ans	3% le semestre	6 000	19572.23
3)	9 trimestres	7.5% l'année	17 000	20004.05
4)	5 ans et 9 mois	1.75% Le trimestre	20 000	29807.23

1) Taux = 7%

Durée ?==> C 12 = 22500 $(1.07)^n$ = 50674.31

C0 =22 500 dh. Cn = 50674,31 n = log 50674.31 / log (1.07) = 12

2) Taux 3 % le semestre

Durée = 20 ans = 20 * 2 = 40 semestre Co = 6000 DH

C 40 ? ==> C40 = 6000 $(1.03)^{40}$

C40 = 19572.23 DH.

3) Taux = 7.5 % L'année

Durée = n années C0 = 17000 DH Cn = 20004.05 DH

Cn = 17000 $(1.07\ s)^n$ = 20004.05

$(1{,}07s)^m$ = 1,1767088 n = log1,1767088/log (1,075) = 2,249999

La période est donc 2,25 années, Soit 9 trimestre

4) durée = sans 9 mois soit 23 trimestres

Co = 20000 C23 = 29807,23 taux ?

Calculons le taux trimestriel it

$$20000(1+it)^{23} = 29\ 807{,}23$$

$$(1+it) = 1{,}4903615^{1/23}$$

it = 1,4903615-1 = 0,0175 donc le tous trimestriel est 1,75 %

Ex 2:

a) quel est le taux semestriel équivalent au taux annuel de 11 % ?
b) quel taux trimestriel équivalent au taux annuel de 10.5 % ?
c) quel est taux mensuel équivalent au taux annuel de 12 % ?

Corrigée

a) si is est le taux d'intérêt semestriel équivalent alors : $(i + is)^2 = (1.11)$ Î $is = 1.11^{1/2} - 1$ is = 0.0535653 soit ts = 5.37 %

1) notons que le taux proportionnel correspondant est de 11/2 = 5.5 %
2) le taux équivalent ts = 5.37 % peut être calculé à partir de la table 6. lire à l'intersection de la colonne 6 mois et de la ligne 11 %.

b) Si it est le taux trimestriel équivalent :

$(1+ it)^4 = 1.1025$ Î $it = 1.1025^{1/4} - 1$

it = 0.024695 soit un taux trimestriel de 2.47 %.

c) Si im est le taux mensuel équivalent : $(1 + im)^{12} = 1.12$ Î $im = 1.12^{1/12} - 1$

im = 0.0094887 soit un taux mensuel de 0.949 %

Ex 3

On place un capital de 15 000 DH pendant 4 ans au taux annuel de 9 %. Calculer sa valeur acquise si la période de capitalisation est :

- le semestre – le trimestre

1) En utilisant les taux proportionnels.
2) En utilisant les taux équivalents.

Corrigé :

1) avec les proportionnels est a 9 % annuel correspondent

Î 9/2 = 4.5 % par semestre.

Î 9/4 = 2.25 % par trimestre.

Les deux valeurs acquises sont : Î pendant 4 * 2 = 8 semestres

$C8 = 15000\ (1.045)^8 = 21331.50$ DH

Î pendant 4 *4 = 16 trimestres : $C\ 16 = 15000\ (1.0225)^{16} = 21414.32$

2) avec les taux équivalents et à 9 % annuel corresponds :

Î $is = (1.09)^{1/2} - 1$ soit 4.40 % par semestre.

Î $it = (1.09)^{1/4} - 1$ soit 2.17 % par trimestre. Les deux valeurs acquise :

Î pendant 4*2 = 8 semestres

$C8 = 15\ 000\ (1.044)^8 = 21168.75$ DH

Î pendant 4*4 = 16 trimestres

$c16 = 15000\ (1.0217)^{16} = 21147.81$ DH

Exercices : chapitre 1

Exercice1 :

Compléter le tableau suivant et interpréter les résultats :

Capital en DH	Taux annuel t%	Durée de placement j	Année comptée pour	Intérêt en Dh I	Valeur définitive VD
18 000	10,5	9 mois	360	…..	……
……	9,5	……..	360	665	21 665
62 000	…….	60 jours	360	948,6	…….
144 000	……..	180 jours	360	……	152 640
14 600	11,65	73 jours	……	340,18	……
58 400	12,20	………..	360	……	61 242,9

Corrigé :

Les données	Les inconnues
C = 18 000 DH t =10,5% m = 9	(18 000 x 10,5 x 9) / 1200 = 1417,5 DH VD= 18 000 + 1417,5 = 19 417,5 DH
T = 9,5 VD = 21 665 DH I = 665	C = VD- I = 21 000 DH J = (665 x 360)/(0,095 x 21 000) = 120 jours
C=62 000 DH J = 60 I = 948,6 DH	VD=62 000 +948,6 =62 948,6 T = (948,6 x 360) /(62 000 x 60)=12%
C= 144 000 J = 180 VD = 152 640	I = 152 640 – 144 000 = 8640 T = (8640 x 36 000) / (144000x180)= 12%
C = 14 600 T = 11,65% J = 73 I = 340,18	VD = 14 600+340,18 = 14 940,18 Soit y le nb de jour dans l'année 340,18 = (14 600 x 0,1165 x 73) / y = 365 Jours
C = 58 400 T = 12,25% VD = 61 249,92 Année 365 jours	I = 61 249,92 – 58 000 = 2 849,92 J = (2849,92 x 36 500) / 12,2 = 146 jours

Exercice 2 :

Un individu place 82 500 DH pendant 7 mois, à partir du 13 novembre 1992 au taux annuel de 11%. Combien récupère-t-il à la fin de son placement ?

Corrigé

Soit I le montant des intérêts : I = (82 500 x 7 x 11)/ 1200 = 5293,75
A la fin du placement, l'individu récupère une somme VD de
VD = 82 500 + 5293 ,75 = 87 793,75 DH

Exercice 3 :

Deux capitaux sont placés à intérêts simples pendant 2 ans. Le plus petit à 11% et l'autre à 9%. Trouver les deux capitaux sachant que le plus petit a rapporté 280 DH de plus que l'autre et que la différence entre les 2 capitaux est de 1 000 DH.

Corrigé :

Soit C1 le plus petit capital, les deux capitaux C1 et C2 vérifient 1 et 2 :
C2 – C1 = (1)
((C1 x 2 x 11) / 100) – ((C2 x 2 x 9)/ 100 = 280 (2)
De (1) on a C2 = 1000 + C1 Î remplaçons dans 2
22 C1 – 18 (C1 + 1000) = 28 000
4 C1 = 28 000 + 18 000
D'où C1 = 11 500 et C2 = 12 500

Exercice :

Un particulier a versé au cours de l'année 1991 sur un compte d'épargne (compte sur carnet) les sommes suivantes :

2500 DH le 23 avril
11 000 DH le 11 juin
4200 DH le 10 octobre ; taux d'intérêts 8,5%
Calculer le montant des intérêts perçus en fin d'année

Corrigé :

L'unité de temps étant la quinzaine civile entière l'intérêt est
I = ((2500x8,5x16)/2400) + ((1100x8,5x13)/2400) + ((4200x8,5x5)/2400)
= 722,49 DH

Exercice :

Pour tout dépôt sur un livret de caisse d'épargne, le date de valeur est le 1^{er} ou le 16 qui suit le date de l'opération. Pour chaque retrait, la date de valeur est le 1^{er} ou le 1 qui précède la date d'opération.

Un particulier a effectué les opérations suivantes :

- 24 décembre 1990 : ouverture du livret avec un versement de 20 000 DH
- 8 mars 1991 : retrait de 65 000 DH
- 18 janvier 1991 : versement de 9000 DH
- 25 mars 1991 : retrait de 11000 DH
- 17 mai 1991 : versement de 5 000DH

Calculer l'intérêt de ce compte au prorata-temporis par quinzaine. Clôture du compte le 1er juillet 1992.

Corrigé :

Le tableau de calcule se présente ainsi :

Date d'opération	libellés	Date de valeur	Débi t	Crédit	Solde	quinzaine	Intérêts
24-12-90	Versement Versement	01-01-91		20 000	20 000	2	20000x0,085x(2/24) = 141,66
18-01-91	Retrait Retrait	01-02-91		9 000	29 000	2	29000x0,085x(2/24) =205,42
08-03-91	Ecriture Versement	01-03-91	6500		22 500	1	22500x0,085x(1/24)=79
25-03-91	Ecriture Intérêts	15-03-91	11 000		11 500	1	11500x0,085x(1/24)=40,73
01-04-91	capitalisés	01-04-91			11 500	4	11500x0,09x(4/24)=172,5
17-05-91		01-06-91		5 000	16 500	2	16500x0,09x(2/24)=123,7
01-07-91		01-07-91			16 500		
01-07-91		01-07-91		763,75	17263,75		

Dans la première ligne du tableau, le solde du livret est créditeur de 20 000(date de valeur le 01/01/91), dans la seconde ligne, le solde change de valeur au 01/02/91. on peut compléter la première ligne , en inscrivant le nombre de quinzaines durant lesquelles le solde est resté au niveau de 20 000 (deux quinzaines du 01/01/91 au 01/02/91). Les intérêts sont alors de 8,5% sue 20 000 pendant 2 quinzaines. Après le retrait de 25 mars le solde s'élève à 11 500, il ne se modifie en date de valeur que le 01/06/91. mais le changement de taux du 01/04/91 oblige à découper cette période en 2 sous-périodes (du15/03/91 au 01/04/91 et du 01/04/91 au 01/06/91) au cours desquelles le taux reste constant.
Le solde définitif est au 1er juillet 1991 de 17 263,75 (on ajoute au solde à cette date 16 500 le total des intérêts acquis au cours de toute la période 763,75.

Exercice :

Le bordereau du compte courant et d'intérêt d'un particulier contient les renseignements suivants :
Période du 01/01/92, taux débiteur 12%, taux créditeur 8%
Méthode hambourgeoise ordonnée par date de valeur croissante.

Libellés	Montant DH	Date d'opération	Date de valeur
Solde créditeur précédant	20 000	01/01	31/12
Chèque entreprise « A »	18 000	05/01	03/01
Virement RADEEF	4 000	11/01	09/01
Effet à l'encaissement	13 000	20/01	18/01
Dépôt en espèce	18 000	24/01	26/01
	2 500	27/01	28/01

Les chèques sont des règlements à des fournisseurs.
Etablir par la méthode hambourgeoise le bordereau de ce compte et déterminer le solde au 31/01/92.

Corrigé

Date d'opérations	***opération***	***capitaux***		***solde***		***date de jour***	***Nb de jour***	***nombre***	
		D	***C***	***D***	***C***			***débit***	***crédit***
01/01	Solde créditeur		20000		20000	***31/12***	3		60000
05/01	Chèque Ese A	18000			2000	***03/01***	6		12000
11/01	Virem. RADEF	4000		2000		***09/01***	9	18000	
20/01	Chèque Ese B	13000		15000		***18/01***	8	12000	
24/01	Effet à l'encais.		18000		3000	***26/01***	2		6000
27/01	Dépôt en caisse		2500		5500	***28/01***	3		16500
31/01	Total des Nb							138000	94500
31/01	Total de intérêts							46	21
31/01	Solde intérêt	25							
31/01	Solde capitaux				5475				

Diviseur débiteur 36 000/12 =3000 ; diviseur créditeur 36 000/8 = 4500

Intérêts débiteurs = 138 000 /3000 = 46 ; intérêts créditeurs = 94500 / 4500 = 21

Soldes des intérêts 46 – 21 =25 (solde débiteur)

Le solde des capitaux est créditeur de 5500-25 = 5475 DH

CHAPITRE 3

Exercices

Exercice 1 :

Un particulier emprunte une somme de 180 000DH et s'engage à verser pendant 4 ans à la fin de chaque année de l'emprunt l'intérêt de la dette. Sachant que l'amortissement se fait en deux temps, une moitié à la fin de la 4ème année, construire le tableau d'amortissement de cet emprunt. Taux 11%.

Corrigé :

Les deux premières années l'emprunteur versera à la fin de chaque année 19 800 l'an au titre d'intérêt (180 000 x 0,11 = 19 800). Pour les deux dernières années l'intérêt annuel n'est plus que 9900 DH en effet juste après le versement du 2ème terme. La dette initiale est réduite de moitié.
D'où le tableau d'amortissement :

Période	CDP	I	Amor.	Annuité	CFP
1	180 000	19 800	0	19 800	180 000
2	180 000	19 800	9 900	109 800	90 000
3	90 000	9 900	0	9 900	90 000
4	90 000	9 900	9 900	99 900	0

Exercice 2 :

Un emprunt de 420 000 DH est remboursable en 5 annuités constantes immédiates. Taux 11% l'an, TVA 7% sur les intérêts. Construire le tableau d'amortissement de cet emprunt :

- Amortissement constant
- Annuités constantes

Corrigé :

- On calcule d'abord le taux d'intérêt TTC :

I= 0,11 x 1,07 = 0,1177 soit 11,77% l'an
L'annuité s'écrit donc : a= 420 000 x (0 ,1177 / 1-1,1177^{-5}) = 115 848,95DH
Ce qui permet de construire le tableau d'amortissement :

Période	CDP	I	TVA	Amort.	Annuité	CPF
1	420 000	46 200	3 234	66 414,95	115 848,95	353 585,05
2	353 585,05	38 849,36	2 722,60	74 231,99	115 848,95	279 353,06
3	279 353,06	30 728,84	2 151,02	82 969,09	115 848,95	196 383,97
4	196 383,97	21 602,24	1 512,16	92 734,56	115 848,95	103 649,41
5	103 649,41	11 604,44	798,10	103 649,41	115 848,95	0

- L'amortissement s'écrit = 420 000/5 = 84 000

D'où le tableau d'amortissement :

Période	CDP	I	TVA	Amort.	Annuité	CFP
1	420 000	46 200	3 234	84 000	133 434	336 000
2	336 000	36 960	2 587	84 000	123 547,20	252 000
3	252 000	27 720	1 940,40	84 000	113 660,40	168 000
4	168 000	18 480	1 293,60	84 000	103 773,60	84 000
5	84 000	9 240	646,80	84 000	93 886,80	0

Exercice 3 :

Un emprunt de 500 000 DH est remboursable par le versement de 6 annuités constantes avec un différé de 2 ans pendant lesquelles l'emprunteur ne verse aucune somme d'argent à l'organisme prêteur. Taux d'intérêt 12%.
Construire le tableau d'amortissement de l'emprunt.

Corrigé :

Pour le calcul de l'annuité il y a lieu de tenir en compte du différé de 2 ans , en effet quand on se situe un an avant le 1er versement, le capital n'est plus de 500 00 DH mais 627 200 (500 000 x $1,12^2$) d'où l'annuité :
A= 627 200 ($0,12/1-1,12^{-6}$) = 152 551,17

D'où le tableau d'amortissement :

Période	CDP	I	Amort.	Annuité	CFP
1	500 000				560 000
2	560 000				627 200
3	627 200	75 264,00	77 287,17	152 551,17	549 912,83
4	549 912,83	65 989,54	86 561,63	152 551,17	463 351,20
5	463 351,20	55 602,14	96 949,03	152 551,17	366 402,17
6	366 402,17	43 968,26	108 582,91	152 551,17	257 819,26
7	257 819,26	30 938,31	121 612,86	152 551,17	136 206,40
8	136 206,40	16 344,77	136 206,40	152 551,17	0

Remarque :

1. Le capital à amortir n'est plus de 500 000 mais de 627 200. En effet il y a lieu ici de tenir en compte des intérêts de 2 ans qui se sont accumulés.
2. L'introduction de la TVA est une complication dans la mesure où le capital à amortir est partagé entre l'organisme de crédit de l'Etat.

Exercice 4 :

Dans le cadre de crédit jeune promoteur, une personne emprunte un capital de 375 000 DH au taux de 9%, TVA 7% des intérêts. Cet emprunt est remboursable par le versement de 5 annuités constantes avec un différé de 2 ans pendant lequel l'emprunteur ne verse que l'intérêt de la dette (TVA comprise).
Construire le tableau d'amortissement.

Corrigé :

Ici le problème se pose différemment par rapport au cas précédant. En effet, le capital n'est pas augmenté puisque les intérêts sont versés à la fin de chaque année.
Les 2 premières années ne contiennent que les intérêts de l'année. A partir de la troisième année l'annuité sera :
$A = 375\,000\ (0{,}0963/1-1{,}0963^{-5})$

Ici on a : $i = 0{,}09 \times 1{,}07 = 0{,}0963$
$A = 97\,990{,}75$ DH
D'où le tableau d'amortissement :

Période	CDP	I	TVA	Amort	Annuité	CFP
1	375 000	33 750	2 362,50	0,00	36 112,50	375 000
2	375 000	33 750	2 362,50	0,00	36 112,50	375 000
3	375 000	33 750	2 362,50	61 878,25	97 990,75	313 121,75
4	313 121,75	28 180,96	1 972,67	67 837,12	97 990,75	245 284,63
5	245 284,63	22 075,62	1 545,29	74 269,84	97 990,75	170 914,80
6	170 914,80	15 382,33	1 076,76	81 531,65	97 990,75	89 383,15
7	89 383,15	8 004,48	563,11	89 383,15	97 990,75	0

Remarque :

Dans la pratique, le remboursement s'effectue à l'aide de mensualités. Cela ne semble pas poser de problèmes particuliers, il suffit de se rappeler que les organismes de crédit utilisent généralement, pour ce type de situation, les taux proportionnels.
Ici le taux mensuel sera $i_m = (0{,}09/12)\ 1{,}07 = 0{,}008025$ TTC. Soit 0,8025% par mois TTC.