



## **Cours de Topographie**

### **Partie 1 :**

### **Généralités et Nivellement**

## 1. Rappel Mathématiques

### 1.1. Théorème d'Al-Kashi

Le théorème d'Al-Kashi est également connu sous le nom de **théorème de Pythagore généralisé**, car le théorème de Pythagore en est un cas particulier : lorsque l'angle  $\gamma$  est droit, autrement dit lorsque  $\cos \gamma = 0$ , le théorème d'Al-Kashi s'écrit

$$c^2 = a^2 + b^2, \text{ et réciproquement.}$$

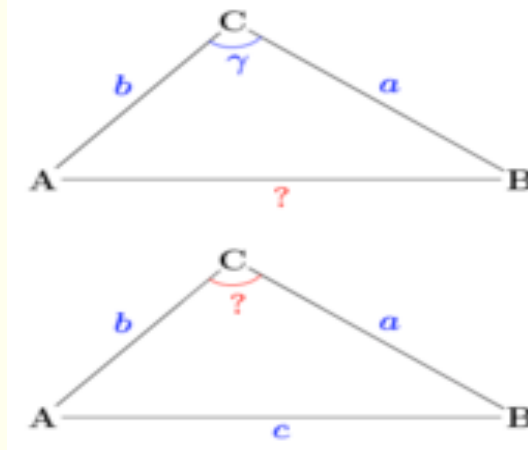


Fig. 1 - Utilisation du théorème d'Al-Kashi : angle ou côté inconnu

Le théorème s'utilise en triangulation (voir Fig. 1) pour résoudre un triangle, à savoir déterminer

- le troisième côté d'un triangle dont on connaît un angle et les côtés adjacents :

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma};$$

- les angles d'un triangle dont on connaît les trois côtés :

$$\gamma = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Ces formules sont instables numériquement dans le cas de triangles en épingle, c'est-à-dire lorsque  $c$  est petit devant  $a$  et  $b$  — ou, de façon équivalente, lorsque  $\gamma$  est petit devant 1.

## 1.2. Loi des sinus

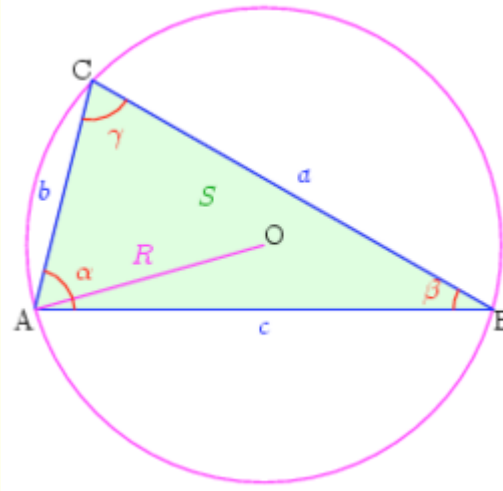


Fig. 2- Notations usuelles dans un triangle quelconque.

En trigonométrie, la **loi des sinus** est une relation de proportionnalité entre les longueurs des côtés d'un triangle et les sinus des angles respectivement opposés.

On considère un triangle quelconque ABC, où les angles sont désignés par les minuscules grecques et les côtés opposés aux angles par la minuscule latine correspondante :

- $a = BC$  et  $\alpha =$  angle formé par  $[AB]$  et  $[AC]$  ;
- $b = AC$  et  $\beta =$  angle formé par  $[BA]$  et  $[BC]$  ;
- $c = AB$  et  $\gamma =$  angle formé par  $[CA]$  et  $[CB]$ .

Alors,

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{abc}{2S} = 2R$$

où  $R$  est le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC et

En géométrie euclidienne, la **formule de Héron**, trouvée par Héron d'Alexandrie, permet de calculer l'aire d'un triangle quelconque en ne connaissant que les longueurs des trois côtés du triangle :

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

avec

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

$s$  est le demi-périmètre du triangle,  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont les longueurs des côtés du triangle et  $A$  est l'aire du triangle.

## 2. Généralités

La détermination des coordonnées et de diverses caractéristiques de points dans l'espace occupe une place importante dans la plupart des études à buts environnementaux. L'objectif de ces déterminations est généralement l'étude de l'aspect géographique des inter-relations entre les divers paramètres ou indicateurs relevés.

L'objet de ce cours est de balayer l'ensemble des méthodes et techniques à la disposition des bureaux d'études pour acquérir des informations à la fois géométriques et thématiques sur des objets tri-dimensionnels, qui composent nos paysages urbains et naturels. Il ne s'agit évidemment pas de former des topographes chevronnés, mais bien de donner une culture technique de base pour permettre d'une part un dialogue avec les professionnels et d'autre part, lorsque c'est nécessaire, la mise en œuvre de protocoles de mesures simples.

### 2.1. Une carte, un plan

La première question que doit se poser le cartographe ou le topographe est la suivante : quelles sont les informations que l'on souhaite obtenir du terrain ? Ceci doit permettre de définir le plus petit objet qui devra être visible sur la carte ou le plan, conditionnant ainsi l'échelle du document. On en détermine ainsi la teneur en information. Quelques exemples pour illustrer ces propos : nous partirons du principe que le plus petit détail aisément discernable, ainsi que la précision de report manuel, ne peuvent être inférieurs au dixième de millimètre. Ainsi, nous obtenons les relations suivantes entre les échelles classiques des documents et le type de détails représentés :

- Plan de maison → 1/50
- Plan de corps de rue (murs, égouts, trottoirs...) → 1/200 à 1/500
- Plan de lotissement, d'occupation des sols, cadastre → 1/1000 à 1/2000

L'échelle  $1/m_b$  d'un document est souvent qualifiée de deux façons différentes et contradictoires : l'une qualifie le coefficient d'échelle  $m_b$ , et l'autre, le rapport d'échelle. Dans la suite, on se limitera à la seconde qui a le plus souvent cours dans les administrations et les fournisseurs de données.

### 2.2. Un panel de techniques et méthodes

Afin de décrire le terrain, on dispose de tout un panel de techniques et méthodes qu'il s'agit maintenant d'étudier, dans les grandes lignes. Le propos est, comme précisé plus haut d'en connaître les principes, le moyen de les mettre en œuvre efficacement pour des travaux restreints, de savoir quand faire appel à un professionnel et d'avoir avec lui un langage commun. Nous verrons comment choisir l'appareil et la technique adaptés au problème qui se pose, aux contraintes de précision de l'étude.

### 3. Notions géodésiques de base

Sans entrer excessivement dans les détails, nous rappelons ici les grandes notions de géodésie sur les systèmes, les surfaces de référence, les grandes familles de projection cartographique...

#### 3.1. Quelques définitions

Les définitions qui suivent sont principalement tirées et inspirées de la notice technique de l'Institut Géographique National, intitulée : Notions géodésiques nécessaires au positionnement géographique (IGN, 2000).

##### 3.1.1. Les paramètres essentiels

La mise en œuvre de la géodésie et des techniques qui en sont dérivées nécessitent l'existence d'un jeu de paramètres essentiels :

- un système géodésique de référence
- un réseau géodésique de points matérialisés

##### 3.1.2. Le système géodésique

Un système géodésique (ou datum géodésique) est un repère affine possédant les caractéristiques suivantes :

- le centre  $O$  est proche du centre des masses de la Terre
- l'axe  $OZ$  est proche de l'axe de rotation terrestre
- le plan  $OXZ$  est proche du plan méridien origine

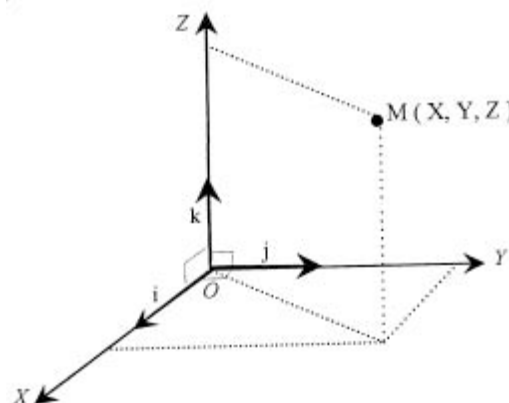


Fig. 3 - Repère

Les coordonnées géodésiques du point  $M$  ne sont pas des valeurs objectives mais bien dépendantes d'un modèle théorique. Un point de la croûte terrestre est considéré fixe par

rapport au système géodésique, malgré les petits déplacements qu'il peut subir (marée terrestre, surcharge océanique, mouvements tectoniques). Ainsi, il apparaît la nécessité de disposer d'une surface de référence : l'ellipsoïde.

### 3.1.3. Le réseau géodésique

Un réseau géodésique est un ensemble de points de la croûte terrestre (tels que des piliers, des bornes...) dont les coordonnées sont définies, estimées par rapport à un système géodésique. Plusieurs types de réseaux sont distingués :

- les réseaux planimétriques
- les réseaux de nivellement
- les réseaux tridimensionnels géocentriques

Pour résumer :

Avec le réseau, une réalisation géodésique nécessite donc la mise en oeuvre d'un système géodésique qui peut être résumé par l'ensemble des constantes et algorithmes qui doivent intervenir dans le processus d'estimation des coordonnées. (IGN, 2000)

## 4. Les appareils topographiques

### 4.1. Le vocabulaire

Ces précisions sémantiques concernent autant les appareils que les méthodes topographiques. Elles se concrétiseront au fil de l'avancée du cours.

Axe de visée, axe de collimation : ligne passant par les foyers de l'objectif d'une lunette et le point de mesure en correspondance avec le réticule.

Basculément : la lunette du théodolite est tournée de 200 gr autour de l'axe horizontal pour éliminer les erreurs instrumentales.

Calage et mise en station : opération effectuée par l'opérateur pour amener l'axe vertical de l'appareil à l'aplomb d'un repère sur le sol.

Correction : valeur algébrique à ajouter à une valeur observée ou calculée pour éliminer les erreurs systématiques connues.

Croisée du réticule : croix dessinée sur le réticule représentant un point de l'axe de visée.

Erreur de fermeture : écart entre la valeur d'une grandeur mesurée en topométrie et la valeur fixée ou théorique.

Fils stadimétriques : lignes horizontales marquées symétriquement sur la croisée du réticule. Elles sont utilisées pour déterminer les distances à partir d'une échelle graduée placée sur la station.

Hauteur de l'appareil : distance verticale entre l'axe horizontal de l'appareil et celle de la station.

Implantation : établissement de repères et de lignes définissant la position et le niveau des éléments de l'ouvrage à construire.

Levé : relevé de la position d'un point existant.

Lunette : instrument optique muni d'une croisée de réticule ou d'un réticule, utilisé pour établir un axe de visée par l'observation d'un objet de mesure.

Mesurage : opérations déterminant la valeur d'une grandeur.

Nivelle : tube en verre scellé, presque entièrement rempli d'un liquide (alcool) dont la surface intérieure a une forme bombée obtenue par moulage, de sorte que l'air enfermé forme une bulle qui prend différentes positions suivant l'inclinaison du tube.

Nivellement : opération consistant à mettre une ligne ou une surface dans la position horizontale, ou mesurage de différences de niveaux.

Repères : points dont on connaît les coordonnées.

Réticule : disque transparent portant des traits ou des échelles. Il permet d'effectuer correctement des lectures.

Signal, balise : dispositif auxiliaire pour indiquer l'emplacement d'une station (par un jalon).

Station : tout point à partir duquel ou vers lequel on effectue une mesure. Cela peut être un point spécifié sur un bâtiment ou un point marqué dans la zone d'étude.

Tolérance : variation admissible pour une dimension.

## 4.2. Les nivelles

La nivelle se décline essentiellement en deux types : la section de tore et la section de sphère. Le but de cet instrument est de contrôler le calage d'un point, d'un plan, d'un axe de visée... On parle généralement de sensibilité de la nivelle pour qualifier la "vitesse" à laquelle va réagir la bulle. La valeur indiquée dans les documentations constructeur se réfère généralement à l'angle d'inclinaison nécessaire au déplacement de la bulle de une division (couramment 2mm). De façon générale, les nivelles toriques sont beaucoup plus sensibles, et précises que les nivelles sphériques. Ces dernières sont d'ailleurs généralement utilisées pour effectuer des calages rapides, avant l'emploi de nivelles électroniques et/ou la mise en action de dispositifs de compensation.

## 4.3. Les lunettes

Les lunettes sont des systèmes optiques comprenant un réticule et plusieurs lentilles, dont un dispositif de mise au point. Le système optique est caractérisé par les grandeurs classiques

de l'optique géométrique : champ, grossissement...

Le réticule est le dispositif de lecture et de visée. Ce jeu de lignes (Fig. 4) est actuellement gravé sur une lame à faces parallèles, mais en d'autres temps, on utilisait des toiles d'araignée d'Afrique !!

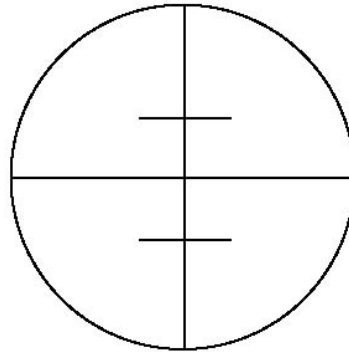


Fig. 4 - Exemple de réticule, avec fils stadimétriques

*NB* : la différence des lectures sur mire sur chacun des fils stadimétriques est une évaluation de la distance entre l'appareil et la mire, à une constante près. Cette constante, dite stadimétrique, est souvent de 100, et est précisée dans la documentation des appareils.

## 5. Le nivellement

Les méthodes de détermination des altitudes ont connu un grand essor pendant les grandes périodes d'urbanisation et de viabilisation des espaces habités. L'objectif de ces mesures est de connaître précisément l'altitude de points, généralement pour assurer les écoulements. Par conséquent, la surface de référence la plus souvent considérée est le géoïde, par la connaissance de la verticale du lieu.

Les techniques de détermination des altitudes qui sont présentées ici diffèrent entre elles d'une part par le type d'instrument utilisé et la méthodologie, mais aussi par la précision que l'on peut en attendre. Bien évidemment, plus la précision recherchée est grande, plus les protocoles sont lourds à mettre en œuvre et les instruments coûteux à acquérir.

### 5.1.1. Nivellement direct ou géométrique

Les méthodes de nivellement direct constituent l'arsenal le plus efficace pour déterminer l'altitude de points particuliers. La précision des déterminations dépend du matériel employé mais aussi et surtout, des méthodes, ce que nous allons aborder maintenant :

- Nivellement par rayonnement : la première mesure est effectuée sur un point d'altitude connue, de façon à déterminer l'altitude du plan de visée. A partir de là, toutes les



altitudes sont déterminées par différence par rapport à ce plan. Cette méthode permet de lever rapidement un semis de points matérialisés (sondages, points de berges, de fonds...). Elle présente néanmoins l'inconvénient de n'offrir aucun contrôle sur les déterminations : toute erreur de lecture est indétectable et fatale.

- Nivellement d'itinéraires par cheminement : c'est la méthode la plus couramment employée pour déterminer les altitudes de points matérialisés, non situés à une même distance d'une seule station d'appareil. Elle est également plus sûre, quant aux éventuelles erreurs de lecture, et plus intéressante du point de vue de la précision des déterminations : on dispose de méthodes de compensation des erreurs très efficaces. Plusieurs règles sont appliquées pour minimiser l'influence des erreurs systématiques et accidentelles : les portées équidistantes, les contrôles de marche, le contrôle sur fermeture...
- Nivellement de franchissement s'applique dans le cas de franchissement de vallées, où le principe des portées équidistantes est inapplicable. On travaille dans ce cas simultanément avec deux appareils, de part et d'autre de l'obstacle (le cas idéal étant de pouvoir les aligner avec les mires), afin de minimiser les erreurs instrumentales et atmosphériques.
- Nivellement d'auscultation sert de repère et permet de mesurer les variations dans le temps (barrage, pont, bâtiment). Elle nécessite l'application de tous les principes énoncés précédemment, et plus encore : équidistance, réglage optimal du niveau, mires en invar, contrôles, problèmes de réfraction accidentelle (intérieur/extérieur d'un bâtiment), sûreté des repères... r :

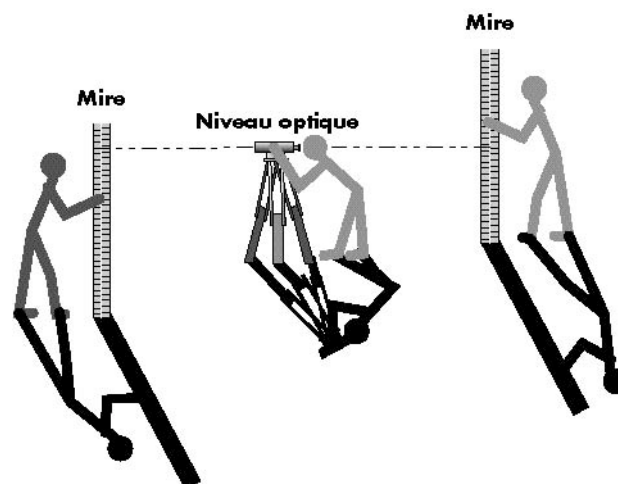


Fig. 5 – Lecture directe

Cette erreur de fermeture, normalement due aux erreurs accidentelles, doit être répartie sur l'ensemble du cheminement et de ses mesures.

### 5.1..2. Nivellement indirect ou trigonométrique

A la différence, le nivellement trigonométrique est réalisé par calcul de la dénivelée à partir de la distance oblique entre les points, et l'angle (également appelé distance) zénithal. Le principe général est explicité par la figure ci-dessous.

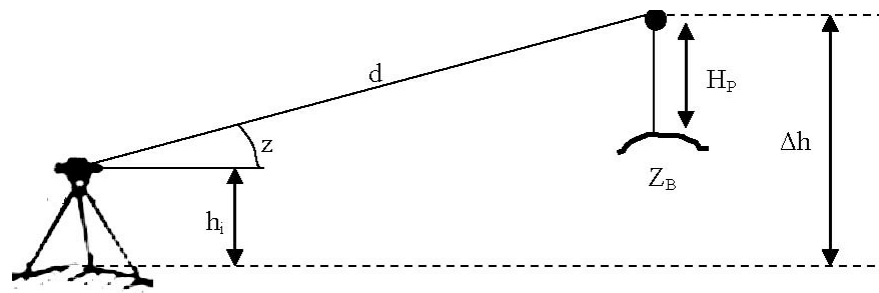


Fig. 6 –. Principe du nivellement trigonométrique

Selon ce schéma, l'altitude du point B peut être reliée à celle du point A par la relation :

$$Z_B = Z_A + h_i + d \cdot \sin(z) - H_F$$

Le nivellement trigonométrique peut être employé selon la méthodologie du cheminement. Ainsi, il n'est pas nécessaire de déterminer ni la hauteur d'appareil  $h_i$ , ni la hauteur de prisme (qui doit cependant rester constante pour une même station). On n'exploite alors que la distance oblique et la distance zénithale.

### 5.1..3. D'autres techniques

Les autres techniques de nivellement pourront peut-être paraître marginales, mais elles méritent cependant d'être citées. La première est le nivellement barométrique, qui exploite la chute de pression atmosphérique avec l'augmentation de l'altitude. Ce principe est utilisé dans la majorité des altimètres de sport, appareils qui doivent être recalés régulièrement pour leur assurer une efficacité maximale. Une seconde est constituée par les méthodes de nivellement hydrostatique. Il permet, par le principe des vases communicants, de réaliser un nivellement de haute précision, en permanence opérationnel sur un ouvrage.

### 5.1..4. Les appareils

Le niveau est l'appareil employé pour le nivellement direct. L'indirect quant à lui, utilise le théodolite.



Fig. 7 – Niveau de chantier

- Le niveau de chantier : constitue le matériel le plus simple et le moins onéreux. Il offre généralement une précision très moyenne et est d'une mise en œuvre simple. Le calage est assuré par une nivelle torique.

- Le niveau automatique : constitue actuellement l'entrée de gamme de la plupart des constructeurs (les niveaux de chantiers sont de plus en plus souvent automatiques). Il est doté d'un système qui permet de compenser le défaut de calage de l'appareil à la mise en station (prisme suspendu, réticule suspendu, systèmes pendulaires...). Le dispositif de calage est alors une nivelle sphérique.

- Le niveau numérique : se répand toujours plus chez les professionnels. D'une grande simplicité d'utilisation, il utilise des principes de compensation similaires au niveau automatique, une caméra CCD et une mire à code barres. Il permet alors de s'abstenir complètement de la mesure, et des erreurs qu'elle comporte.

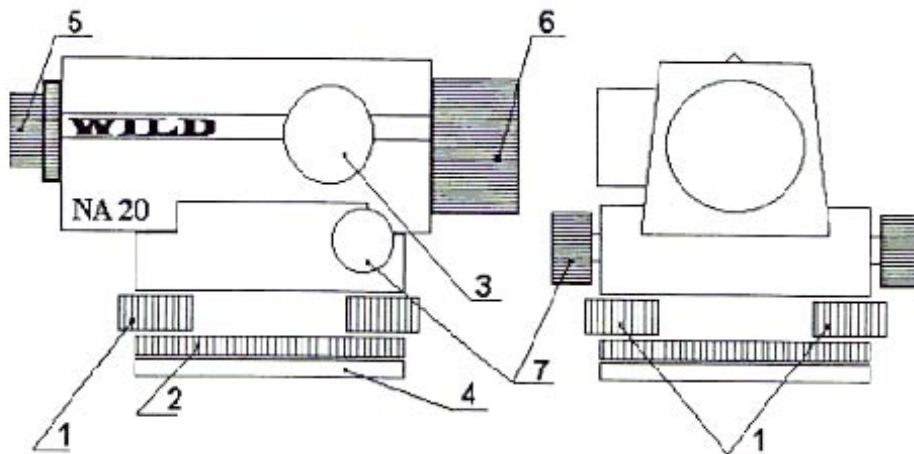


Fig. 8 – Détail du Niveau de chantier

## **5.2. Les réseaux de référence**

Il existe plusieurs définitions de l'altitude, d'où plusieurs systèmes d'altimétrie. Le système en vigueur en France est appelé IGN69. Il est matérialisé sur le territoire par un maillage de points de différents ordres, exprimés en altitude normale. Cependant, à Strasbourg par exemple, trois systèmes coexistent :

- le système IGN 69, normal,
- le NGF (Nivellement Général de la France), orthométrique,
- et le NN (Normal Null) allemand, orthométrique.

## **6. Application**