SOMMAIRE

Introduction

I- Problème d'ordonnancement 7

1- Définitions 7

2- Notions importantes..7

II- Gestion du personnel..8

1- Recrutement..9

2- Rémunération..10

3- Evaluation du personnel..11

4- Gestion prévisionnelle des emplois et des compétences....................................13

5- Objectifs : la gestion du personnel..13

III- Problème d'affectation..14

1- Définition..14

2- Algorithme de Hongrois..16

3- Modélisation par un PL. 17

IV- La gestion horaire du personnel 18

1- Introduction..18

2- Problème de la gestion horaire du personnel..18

2-1. Problématique..19

2-2. Définitions..19

3- Travail à tâche interruptible 20

1-2. Construction des cycles..21

1-3. Génération des quarts..22

1-4. Affectation des quarts..22

1-5. Affectation des activités..23

4- Travail à tâche non interruptible..25

2-1. Construction des rotations..26

2-2. Construction des blocs mensuels 26

2-2-1. Construction des horaires anonymes....................................27

2-2-2. Construction des horaires personnalisés................................27

V- Application : Planification horaire des infirmiers..28
1- Problématique 28
2- Modèle de programmation mathématique..29
3- Méthode de coupe de Gomory..31
3-1. Principes méthodes de coupe...31
3-2. Procédure de Gomory..32
3-3. Initiation à MATLAB..33
3-4. Programmation...33
3-5. Résultats et interprétation..36
Conclusion

Introduction

Les ressources humaines sont parmi les ressources les plus cruciales et les plus coûteuses pour la majorité des organisations. Par conséquent, il est capital que chaque entreprise élabore une stratégie efficace de planification de ses ressources. Dans cette perspective, un ordonnancement efficace du personnel permet de générer des réductions des coûts, d'améliorer la qualité des services ou des produits offerts et de maximiser la satisfaction des employés.

Les problèmes d'ordonnancement du personnel sont des cas particuliers du problème d'allocation des ressources. Ils peuvent se présenter selon plusieurs configurations ou modèles en fonction des particularités du milieu organisationnel et de la durée de la période de planification. Généralement, ces problèmes portent sur la détermination du nombre d'employés requis pour répondre à une demande en produits ou en services, sur leurs affectations à des tâches précises le long d'intervalles de temps de durée variable, ou encore sur la détermination du lieu de travail pour chaque employé.

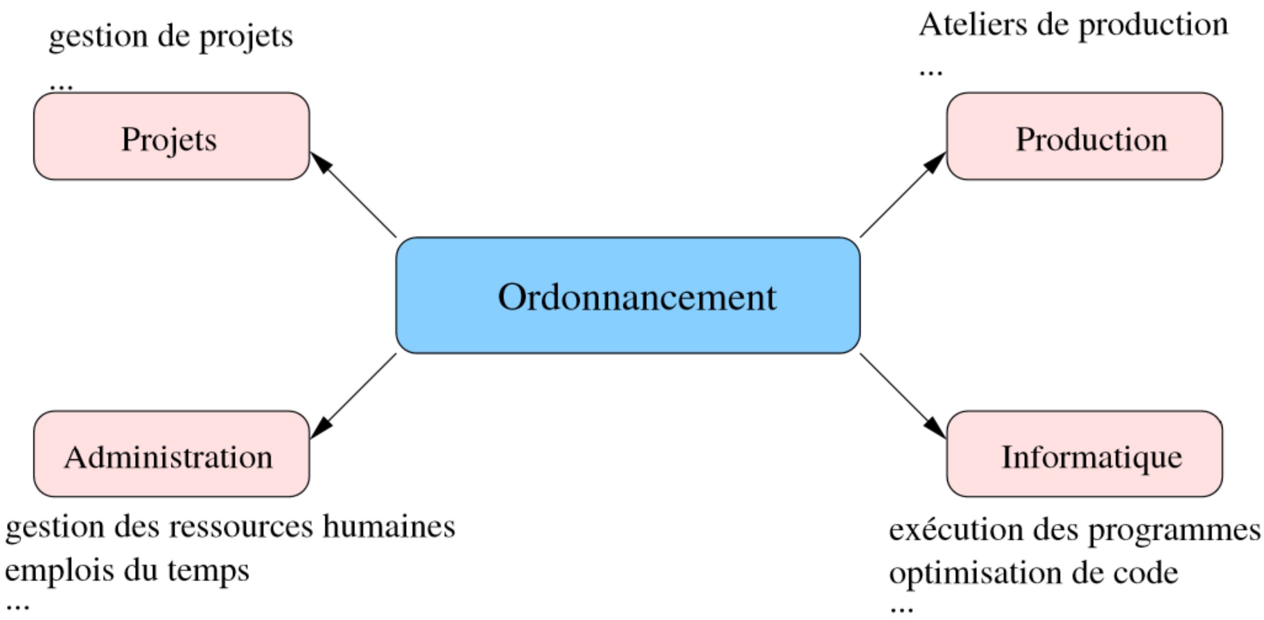
Ainsi définis, les problèmes d'ordonnancement du personnel peuvent être observés dans plusieurs types d'entreprises manufacturières ou de services. Ce sont des problèmes récurrents dans des domaines tels que : le transport; la santé ; l'enseignement; la production manufacturière; les centres d'appel; la restauration ou les services de protection et d'urgence. Dans les travaux recensés, on rencontre trois catégories de problèmes d'ordonnancement du personnel : le problème de planification des jours de repos, le problème d'élaboration des quarts de travail et le problème d'élaboration des patrons de travail.

I- Problème d'ordonnancement

1- Définition

Un problème d'ordonnancement consiste à organiser dans le temps la réalisation des tâches, compte tenu de contraintes temporelles (délais, contraintes d'enchainement ou autres) et de contraintes portant sur la disponibilité des ressources requises. **[03]**

Domaines concernés



➔ Le but est d'optimiser une certaine fonction objective définie relativement au domaine d'application. Par exemple dans le domaine de transport, la fonction objective à optimiser est habituellement tout le temps écoulé depuis le départ des véhicules du dépôt jusqu'à la satisfaction de toutes les demandes. **[04]**

2- Notions importantes

Une tâche est une entité élémentaire localisée dans le temps par une date de début et/ou de fin, dont la réalisation nécessite une durée, et un ensemble de ressources. Certains modèles intègrent la notion de date d'échéance, une date dans laquelle la tache doit être finie ; dans ce genre de modèle, le retard induit une pénalité. Selon les problèmes, les taches peuvent être morcelables ou préemptives (exécutées par morceaux), ou peuvent être non morcelable ou non préemptifs (exécutées sans interruption).lorsque les taches ne sont soumises à aucune contrainte de cohérence, elles sont dites indépendantes. Plusieurs taches peuvent constituer une activité et plusieurs activités peuvent définir un processus. **[03]**

Une ressource est une moyenne technique ou humaine destiné à être utilisé pour la réalisation d'une tâche et disponible en quantité limitée dite sa capacité. Plusieurs types de ressources sont à distinguer ; une ressource est renouvelable si après avoir été allouée à une ou plusieurs tâches, elle est à nouveau disponible en même quantité (la main d'œuvre, les machines, l'équipement en général,…etc.) ; la quantité de ressource utilisable à chaque instant est limitée. Dans le cas contraire, elle est consommable (matières premières, budget) ; la consommation globale (ou cumul) au cours du temps est limitée. Une ressource est doublement contrainte lorsque son utilisation instantanée et sa consommation globale sont toutes les deux limitées (l'argent en est un bon exemple). **[03]**

II- Gestion du personnel

La **gestion des ressources humaines** (**GRH**) — anciennement la **gestion du personnel** — est l'ensemble des pratiques mises en œuvre pour administrer, mobiliser et développer les ressources humaines impliquées dans l'activité d'une organisation.

Ces ressources humaines sont l'ensemble des collaborateurs de tous statuts (ouvriers, employés, cadres) appartenant à l'organisation mais aussi – et de plus en plus – liés à elle par des rapports de sujétion (ainsi, les collaborateurs des sous-traitants sont considérés comme faisant partie de fait du périmètre des ressources humaines de l'entreprise).

Dans un premier temps cette fonction est entendue dans une perspective opérationnelle. Il s'agit d'administrer un personnel qui peut être numériquement important et réparti en différents niveaux de hiérarchie ou de qualification : (gestion de la paie, droit du travail, contrat de travail, etc.).

Dans un second temps la fonction acquiert une dimension plus fonctionnelle. Il s'agit d'améliorer la communication transversale entre services et processus et de mettre en œuvre un développement des collaborateurs tout au long de leur séjour dans l'organisation (gestion des carrières, gestion prévisionnelle des emplois et des compétences ou (GPEC), recrutement (sélection), formation, etc.). **[11]**

La gestion du personnel comprend 4 composantes essentielles **[07]** :

- le recrutement
- la rémunération
- l'évaluation du personnel
- la gestion prévisionnelle des emplois et des compétences (GPEC)

1- Recrutement

Il y a deux types de recrutements externe et interne ;

1-2. Recrutement externe

Le recrutement externe est avant tout un moyen de faire connaître l'entreprise.

Lorsque l'entreprise juge nécessaire l'embauche d'un nouveau collaborateur, elle peut faire appel à un candidat externe à la structure

Le recrutement externe conduit à :

- communiquer les performances et les objectifs de l'entreprise.
- introduire un effectif de jeunes diplômés et expérimentés.
- embaucher des candidats motivés et capables de s'intégrer facilement.

- **Inconvénients du recrutement externe pour l'entreprise**

Le recrutement externe peut conduire à un **coût relativement important** pour l'entreprise, à savoir :

- honoraires d'un cabinet de recrutement.
- formation du candidat à son nouvel emploi.
- offrir un salaire et des primes en fonction du niveau d'études et de qualification de la nouvelle recrue.

1-2. Recrutement interne

Le recrutement interne est une pratique permettant à l'entreprise d'offrir un poste à un collaborateur candidat, **déjà en place dans la structure**.

- **Intérêt du recrutement interne pour l'entreprise**

Le recrutement interne permet à l'entreprise de proposer un poste à un **salarié qui est déjà bien intégré** et qui connaît parfaitement l'organisation de la structure. Il a pour objectif :

- de valoriser le potentiel humain
- d'offrir une promotion à un collaborateur efficace et apte au poste proposé
- de motiver le personnel par une rémunération plus importante
- d'accorder un emploi de fin de carrière à un salarié méritant

- **Inconvénients du recrutement interne pour l'entreprise**

Parmi les inconvénients imputables au recrutement interne, on peut citer :

- Un manque de transparence et d'objectivité.
- L'impossibilité de faire appel à de nouvelles recrues venant de l'extérieur, formées et compétentes pour le poste à pourvoir.
- L'**obligation de former** le personnel à ses nouvelles fonctions, ce qui implique une charge financière supplémentaire pour l'entreprise.
- Un absentéisme coûteux durant la formation du candidat.

2- Rémunération

La rémunération est le versement des salaires entre les employés en fonction de l'ancienneté et la qualification de chaque employé.

Le salaire comprend un montant fixe brut duquel sont déduites les charges :

- **Patronales** : CSG (La contribution sociale généralisée), CRDS (La contribution pour le remboursement de la dette sociale), contribution de solidarité, assurance maladie, assurance vieillesse, allocations familiales, cotisation chômage (URSSAF), fonds de garantie des salariés (URSSAF), retraite complémentaire (AGIRC ou ARRCO), formation professionnelle, assurance décès.

- **Salariales** : assurance vieillesse, veuvage, assurance maladie, accident du travail, assurance chômage, fonds de garantie, CSG déductible et non déductible, CRDS, retraite complémentaire.

- **Rémunération et avantages en nature**

L'employeur peut offrir des avantages en nature à un salarié en fonction de ses prestations et des fonctions qu'il occupe. Ce peut être :

- un logement de fonction ;
- une voiture de service ;
- un téléphone de service ;
- la gratuité du matériel de service ou autre.

Bon à savoir : considéré comme une rémunération, l'avantage en nature est soumis aux régimes fiscal et social au même titre que le salaire.

3- Evaluation du personnel

Les différentes méthodes d'évaluation du personnel

- **L'évaluation annuelle du personnel**

L'évaluation annuelle du personnel concerne l'ensemble des employés, du simple salarié à temps partiel au cadre dirigeant. Elle permet de :

- faire un bilan sur l'année de travail passée ;
- parler des attentes du salarié et de l'entreprise ;
- discuter des perspectives d'évolution ;
- fixer les objectifs pour l'année à venir ;

- **L'autoévaluation du personnel**

L'autoévaluation est une méthode peu utilisée, mais bénéfique pour l'entreprise comme pour le salarié. L'autoévaluation peut être proposée seule ou en complément d'une évaluation annuelle du personnel.

Souvent, l'autoévaluation est mise en place dans les entreprises qui n'ont pas le temps de procéder à la fois aux évaluations et aux entretiens. L'autoévaluation est demandée dans les semaines précédant l'entretien annuel d'évaluation. Elle s'avère être un bon moyen de préparation pour les salariés.

- **La méthode du 360°**

La méthode du 360° est aussi appelée méthode du 180° ou du 540°. Les salariés sont invités à évaluer :

- leurs collègues ;
- leurs supérieurs hiérarchiques ;
- un service de leur entreprise ;
- un fournisseur ou un sous-traitant.

Cette méthode d'évaluation est anonyme et proposée aux salariés ayant une ancienneté notable dans l'entreprise.

Bon à savoir : la méthode du 360° est idéale pour évaluer l'entreprise dans son ensemble.

- **Les outils d'évaluation du personnel**

Pour procéder à l'**évaluation du personnel**, l'entreprise a plusieurs outils à sa disposition. Voici un tableau listant les outils d'évaluation du personnel, leurs avantages et leurs inconvénients :

Outils de l'évaluation du personnel	Avantages	Inconvénients
Grille d'évaluation	• Réponse simple. • Calcul d'une note facilité. • Rapidité d'exécution.	• Peu de possibilités d'expression pour le salarié. • Manque d'amplitude pour la notation.
Questionnaire ou formulaire	• Excellent compromis. • Réponses précises. • Notation plus proche de la réalité.	• Doit s'adapter au salarié. • Peut être incomplet.
Rapport	• Précis. • Complet.	• Long à rédiger. • Possible manque de neutralité.

4- Gestion prévisionnelle des emplois et des compétences (GPEC)

La **GPEC** est la gestion prévisionnelle des emplois et des compétences. C'est une méthode de travail utilisée par les services de ressources humaines dans le but de prévoir l'impact des facteurs extérieurs sur l'entreprise et plus particulièrement sur la gestion du personnel.

La GPEC analyse l'impact sur l'emploi des facteurs suivants :

- économiques
- technologiques
- médicales
- sociales
- démographiques

La GPEC est recommandée à toutes les entreprises et est **obligatoire pour les entreprises qui comptent plus de 300 salariés**.

5- Objectifs : la gestion du personnel

Deux principaux objectifs de la gestion du personnel sont visés. Les objectifs fonctionnels (explicites) visent à attirer des employés qualifiés, à garder les employés productifs, à accroître leur motivation et à faire pleine utilisation de leur compétence. Les objectifs organisationnels (implicites) de la gestion du personnel, eux, visent, à accroître la productivité du travail, à améliorer la qualité de vie au travail et à respecter le cadre juridique. **[08]**

- Pour se faire, la gestion du personnel doit satisfaire simultanément les aspects « JuSTE » : **[06]**

Juridique : concerne la législation en matière de droit du travail (durées de travail et de repos) sur différents horizons de temps (journalier, hebdomadaire, mensuel et annuel)

Social : impose la répartition équitable des tâches entre salariés, entre hommes et femmes, avec respect des indisponibilités, préférences individuelles et autres souhaits des salariés. Ainsi que la répartition équitable du temps de travail et du repos.

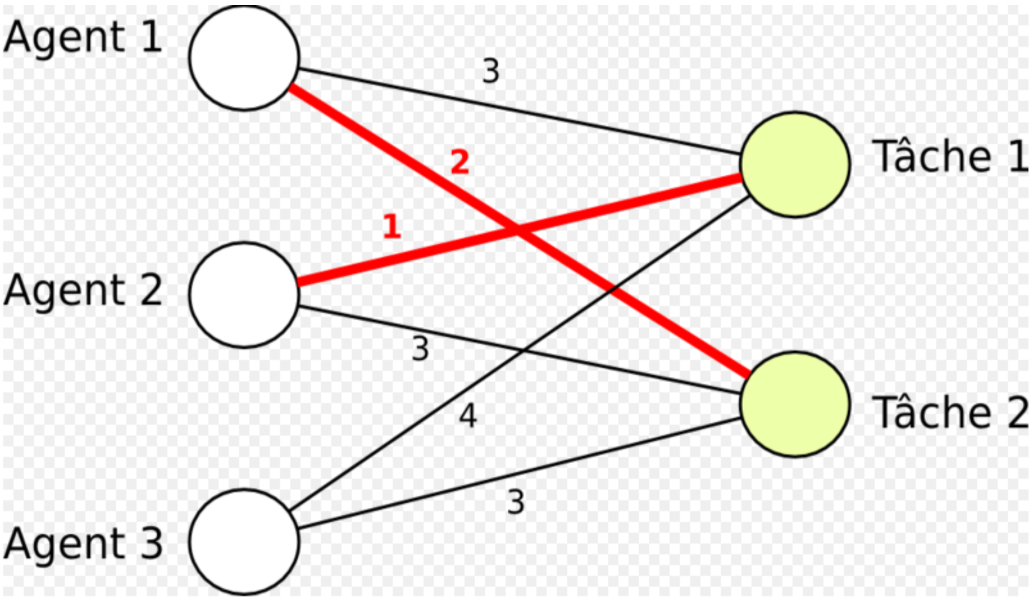
Technique : comprend les règlements des différents métiers de l'entreprise (prise en compte des compétences et des niveaux requis)

Economique : exige le respect des besoins de l’entreprise à chaque moment de l’horizon de planification. Cela se présente comme la meilleure adaptation de l’énergie disponible aux charges à chaque moment de l’horizon.

III- Problème d'affectation

1- Définition

Le **problème d'affectation** est un problème classique de recherche opérationnelle et d'optimisation combinatoire. Informellement ce problème consiste à attribuer au mieux des tâches à des agents. Chaque agent peut réaliser une unique tâche pour un coût donné et chaque tâche doit être réalisée par un unique agent. Les affectations (c'est à dire les couples agent-tâche) ont toutes un coût défini. Le but étant de minimiser le coût total des affectations afin de réaliser toutes les tâches.



➔ L'affectation optimale entre le groupe d'agent et de tâche est représentée ici par les arcs rouges.

Plus formellement, l'objectif est de déterminer un couplage parfait de poids minimum (ou un couplage maximum) dans un graphe biparti valué. Le problème d'affectation peut être résolu en temps polynomial par l'algorithme hongrois. **[09]**

- ### Définition formelle

Le problème d'affectation peut être énoncé de la manière suivante:

Étant donné un ensemble d'agents S et un ensemble de tâche T, il est possible modéliser le problème par un graphe biparti G= ((S,T),E) , avec une fonction de poids sur les arêtes : C : E → IR

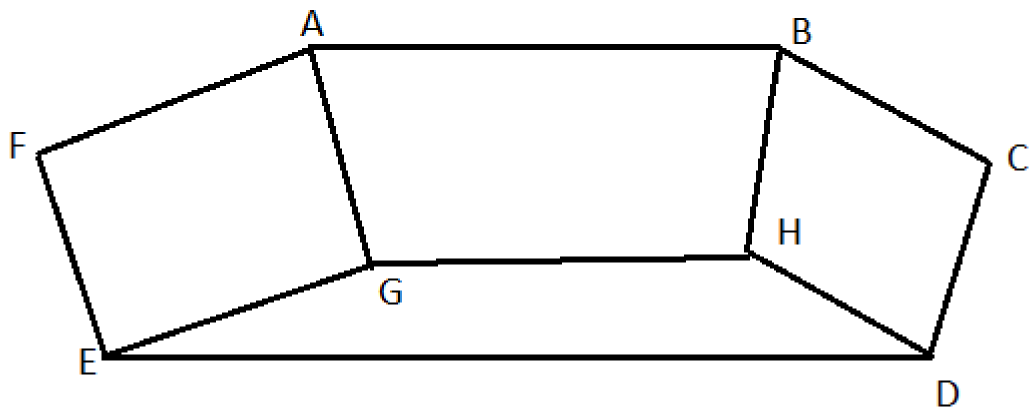
Le problème d'affectation consiste donc à trouver un <u>couplage parfait</u> $F \subset E$ minimisant la somme $\sum_{e \in F} C(e)$ des poids des arêtes de F . **[09]**

Remarque :

1- On appelle graphe biparti tout graphe G=(X$\cup Y$, U) tel que :

- G est sans boucle.
- X$\cap Y = \emptyset$
- $\forall (a,b) \in X \times X$ (resp. $\forall (a,b) \in Y \times Y$) (a,b) ∉ U (resp.(a,b) ∉U)

2- on appelle un couplage d'un graphe G tout ensemble d'arcs de G tel que deux arcs quelconques ne sont pas adjacents (on peut remplacer l'arc par l'arête) .Un couplage d'un graphe est dit parfait (saturant) si tout sommet de G est l'extrémité d'un seul arc de ce couplage.



C_0 ={(A,B),(E,G),(H,D)}est un couplage

C_1 ={(A,B),(G,H),(D,C),(F,E)} est un couplage

- ➔ C_0 n'est pas un couplage saturant.
- ➔ C_1 est un couplage saturant.

2- Algorithme de Hongrois

L'algorithme Hongrois est un algorithme spécialisé permettant de résoudre le problème d'affectation. Il s'agit d'une procédure itérative qui transforme la matrice des coûts en une suite de matrices équivalentes, jusqu'à ce que l'obtention d'une solution optimale soit évidente. La matrice finale est telle que toutes les entrées sont soit positives ou nulles et qu'une affectation faisant appel seulement aux entrées nulles est possible. Cette affectation de coût 0 est alors nécessairement optimale.

* L'algorithme Hongrois peut être décrit de la façon suivante :

1. Dans chacune des rangées, identifier le coût minimal et soustraire celui-ci de chacun des coûts dans la rangée correspondante.

2. Dans chacune des colonnes, identifier le coût minimal et soustraire celui-ci de chacun des coûts dans la colonne correspondante.

3. On utilise l'algorithme suivant :

   - (*) Choisir la ligne de la matrice qui contient le moins de zéros ni encadrés ni barrés.
   - Encadrer le 1er zéro de la ligne et puis barrer en ligne et en colonne tous les zéros qui peuvent être affectés (encadrés).
   - Revenir à (*) jusqu'à ce que tous les zéros soient barrés ou encadrés.

4. On utilise la procédure suivante :

   - Marquer toute ligne n'ayant pas de zéros encadrés
   - (* *) Marquer toute colonne ayant un zéro barré sur une ligne marquée
   - Marquer toute ligne ayant un zéro encadré sur une colonne marquée, puis revenir à (* *) jusqu'à qu'aucun marque soit possible.

5. Déterminer le plus petit élément parmi les éléments non rayés, puis retrancher le plus petit élément des éléments non rayés et l'ajouter aux éléments rayés deux fois.

6. On répète les étapes précédentes jusqu'on obtient chaque ligne et chaque colonne contient un zéro encadré. **[12]**

3- Modélisation par un programme linéaire en variables binaires

On introduit la variables t_{ij} qui indique :

$$t_{ij} = \begin{cases} 1 \; si \; la \; \text{tâche} \; i \; est \; affect\text{é} \; au \; agent \; j \\ 0 \; sinon \end{cases}$$

Soit C_{ij} le coût d'affectation i à j, avec i ∈ I et j ∈ J

I : l'ensemble de toutes les tâches

J : l'ensemble de tous les agents

$$\begin{cases} \text{Max} \sum_{(i,j)\epsilon U} t_{ij} & (1.1) \\ \sum_{j} t_{ij} \leq 1 \quad \forall \, \text{i} \in \text{I} & (1.2) \\ \sum_{i} t_{ij} \leq 1 \quad \forall \, \text{j} \in \text{J} & (1.3) \\ \forall (\text{i}, \text{j}) \in \text{I} \times J, \; \text{t}_{\text{ij}} = 1 \text{ ou } 0 & \end{cases}$$

- L'objectif (1.1) maximise le nombre d'affectations.
- La contrainte (1.2) assure que toute tâche doit affectée à un agent au plus.
- La contrainte (1.3) assure que tout agent doit réaliser une tâche au plus.

Ce dernier peut s'écrire aussi avec un autre objectif:

$$\begin{cases} \text{Min} \sum_{(i,j)\epsilon U} C_{ij} \, t_{ij} & (1.4) \\ \sum_{j} t_{ij} = 1 \quad \forall \, \text{i} \in \text{I} & (1.5) \\ \sum_{i} t_{ij} = 1 \quad \forall \, \text{j} \in \text{J} & (1.6) \\ \forall \; (\text{i}, \text{j}) \in \text{I} \times J, \; t_{ij} = 1 \text{ ou } 0 & \end{cases}$$

- L’objectif (1.4) minimise le coût des affectations.
- La contrainte (1.5) assure que chaque agent doit être affecté à une seule tâche.
- La contrainte (1.6) assure que chaque tâche doit être affectée à un seul agent. **[05]**

IV- La gestion horaire du personnel

1- Introduction

La discipline de la planification horaire a apparu au début du 20^{éme} siècle avec la théorie de gestion scientifique de Frederick Winslow Taylor puis les travaux de Henry Gantt. Ainsi cette classe de problèmes intervient dans beaucoup de contexte comprenant la planification horaire dans les réseaux de transport, des manifestations sportives, de personnel et dans les établissements d’enseignement. Ces problèmes ont été le sujet d’une active recherche au cours des 40 dernières années. Cependant, ce domaine important de recherches continue à attirer l’attention de la communauté scientifique. Les problèmes de planification horaire deviennent de plus en plus complexes et beaucoup des méthodes efficaces sont proposées pour la résolution de ce type de problème.

Les problèmes de planification horaire du personnel constituent un type spécifique de problèmes d’ordonnancement qui peuvent être fortement contraints et difficiles à résoudre. Un problème de planification est définit par Wren et Rousseau comme : « l’affectation, sous contraintes, des ressources donnée à des événements placés dans l’espace-temps, en tenant compte d’un ensemble objectifs à atteindre ». Dans un contexte général, les problèmes de planification horaire consistent à associer un ensemble de ressources à des activités dans un horizon de temps prédéfini, sous un ensemble de contraintes spécifique. **[03]**

2- Problème de la gestion horaire du personnel

Le terme gestion dans un organisme désigne un ensemble d’activités. Nous distinguons ci-dessous cinq groupes d’activités de gestion qui concernent chacun aspect spécifique.

- Activités liées à la gestion du temps.
- Activités liées à la gestion des finances.
- Activités liées à la gestion de la qualité.

- Activités liées au processus d'information (au sein de l'organisation, et entre l'organisation et son environnement).
- Activités liées à l'organisation du personnel appelées aussi la gestion des ressources humaines). **[03]**

2-1. problématique

La gestion horaire (ou la planification horaire) du personnel dans une organisation, correspond à la construction du programme de travail des employés qui spécifie pour chaque employé ses jours et horaires de travail et ses jours de congés, dont l'objectif est de répondre à des exigences internes et externes de l'entreprise. Ce problème et souvent extrêmement difficile à résoudre. **[03]**

2-2. Définitions

Nous donnons ci-dessous quelques termes génériques qui sont utilisés dans la littérature du problème de planification horaire du personnel.

Définition1

On désigne par période de discrétisation, un intervalle de temps. Le choix de l'intervalle dépend de la difficulté d'estimer finement le nombre d'employés requis en fonction de l'heure et du niveau de flexibilité désirée pour les débuts et les fins des quarts. **[03]**

Définition2

Un quart est un intervalle de temps commençant et se terminant sur les frontières de l'intervalle de discrétisation et qui est caractérisé par son heure de début, sa durée, la position des poses et leurs durées. Un quart représente une journée de travail pour un employé. **[03]**

Définition3

Une demande est le nombre d'employés requis pour pouvoir exécuter une tache durant une période fixé, la demande peut être définie par période de discrétisation ou par quart. **[03]**

Définition4

Un cycle est une séquence de jours de travail (quarts) et de repos à affecter aux employés sur un horizon de planification donné. **[03]**

Suivant la structure de travail, le travail peut être constitué de tâche non-interruptibles exigeant que l'employé commençant une tâche la termine, comme il peut être interruptibles c'est le cas où un employé au travail peut être remplacé par un autre pratiquement à tout moment. **[03]**

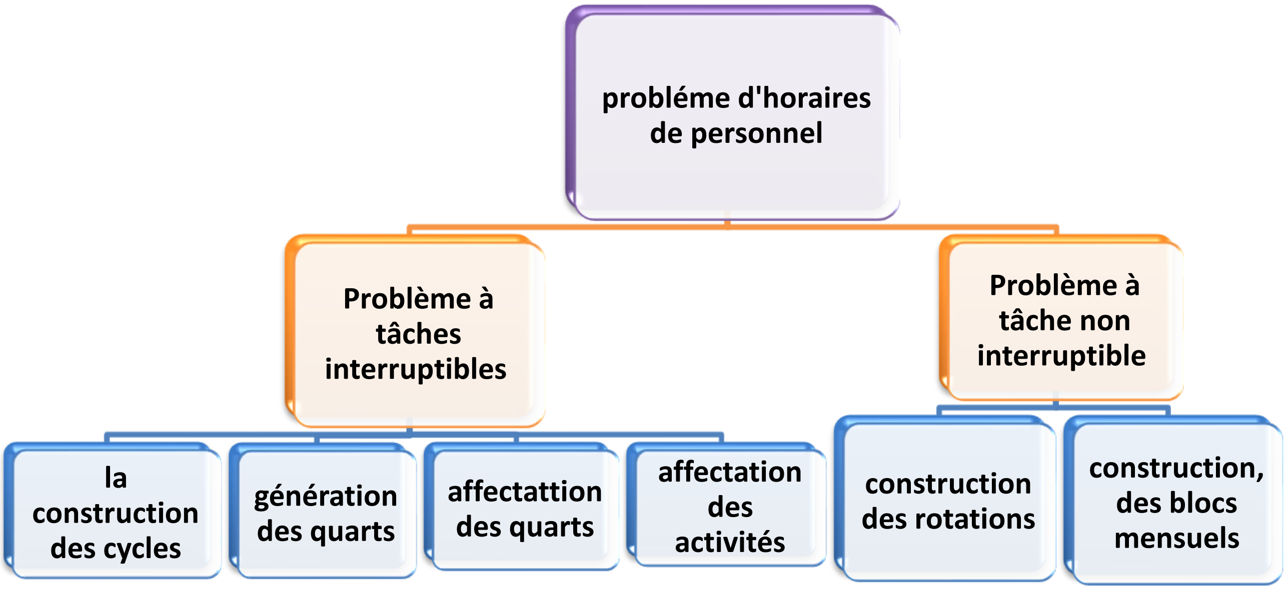


Figure : classes et niveaux de décisions du problème de planification horaire

3- Travail à tâche interruptible

Dans ce cas de problème avec travail interruptible, la confection des horaire de travail comprend plusieurs décisions plus ou moins liées entre elles : la construction des cycles, la génération des quarts (dans le cas où la demande est exprimée par période de discrétisation), l'affectation des quarts aux employés et l'affectation des activités aux employés. On pourrait penser prendre simultanément toutes les décisions pour obtenir une solution optimale, mais certaines décisions doivent être communiquées aux employés avant que l'information requise pour prendre d'autres décisions soit disponible. La construction des horaires donne donc lieu à des processus de décisions en plusieurs étapes. **[03]**

3-1. Construction des cycles

Cette première étape détermine les jours de travail et de congé des employés. Elle peut aussi déterminer les quarts (ours, soir, nuit, …) qu'effectuera l'employé.

Elle est généralement effectuée plusieurs semaines et même plusieurs mois à l'avance pour permettre aux employés de pouvoir organiser leur vie hors travail.

La demande à couvrir est le nombre d'employés par jour ou par quart chaque jour. Ce niveau de détail est suffisant pour déterminer les cycles et il est plus facile d'estimer plusieurs mois à l'avance de personnel requis par jour que par quart d'heure.

A cette étape, la solution peut être composée d'un seul cycle généralement assez long ou de plusieurs cycles plus courts.

Un modèle mathématique a été originalement introduit par Dantzig pour la construction de plusieurs cycles et qui considère la demande définie par période de discrétisation. **[03]**

Mentionnons tout d'abord les notations. Soient :

- Ω l'ensemble des cycles satisfaisant les règles.
- X_p, $p \in \Omega$, la variable entière indiquant le nombre d'employés effectuant le cycle p.
- $i \in I$ une période associée à un quart un jour de la semaine.
- d_i le nombre d'employés requis durant cette période.
- le coût C_p comprend le salaire, les primes pour les conditions de travail non souhaitées et pénalités pour les entorses à la qualité de vie.

Le problème se modélise de la façon suivant par le modèle (P) de Dantzig :

$$\begin{cases} \text{Min} \sum_{p \in \Omega} C_p X_p & (2.1) \\ \text{sujet à :} & \\ \sum_{p \in \Omega} a_{ip} X_p \geq d_i & (2.2) \\ X_p \geq 0 \text{ entier}, p \in \Omega & \end{cases}$$

L'objectif (2.1) minimise le cout des cycles sélectionnés.

- La contrainte (2.2) assure qu'il ya suffisamment d'employés durant la période i.
- Le coefficient a_{ip} est la variable binaire telle que :

$$a_{ip} = \begin{cases} 1 & \text{si la péride i est couverte par le cycle p} \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

3-2. Génération des quarts

La génération des quarts s'effectue un jour à la fois quand aucun quart ne chevauche deux journées. C'est le cas par exemple quand l'entreprise ferme durant la nuit. La génération s'effectue sur une semaine quand les quarts peuvent chevaucher deux journées et que la demande est cyclique sur une semaine.

A cette étape aussi le modèle de Dantzig (P) intervient, sauf que Ω, cette fois, est l'ensemble de tous les quarts réalisables. **[03]**

3-3.Affectation des quarts aux employés

Le problème consiste à attribuer tous les quarts, à chaque jour, de façon à produire les horaires les plus satisfaisants possibles pour chaque employé.

Les quarts attribués à chaque jour à un employé doivent être compatible avec le cycle généré pour cet employé à la première étape du processus de planification.

Les autres contraintes typiques de ce problème sont :

- Un repos suffisant entre deux quarts consécutifs d'un employé.
- Durée minimum et maximum des séquences de travail.

Nombre d'heures de travail minimum et maximum pour chaque employé par semaine, quinzaine, mois ou année. **[03]**

Modèle de programmation linéaire entière

On peut dans certains cas traiter ce problème avec un modèle utilisant des variables d'affectation des quarts aux employés.

Soit les variables binaires X_{pq} telles que :

$$X_{pq}= \begin{cases} 1 \; si\ l'on\ attribue\ \text{à}\ l'employé\ p\ \epsilon\ P\ , le\ quart\ q\ \epsilon\ Q_i \\ 0\ sinon \end{cases}$$

Où P est l'ensemble des employés et Q_i l'ensemble des quart choisis pour la période i ϵ I.

Le coefficient C_{pq} est la satisfaction de l'employé p quand il effectue le quart q.

La constante N_q est le nombre de copies au quart q qui ont été planifiées

La constante A_{ip} provenant de la planification des cycles, ont la valeur :

$$A_{ip}= \begin{cases} 1 \quad \text{si l'emloyé p doit effectuer un quart durant la période i} \\ 0 \quad \text{si non} \end{cases}$$

Ce modèle s'écrit :

$$\begin{cases} \text{Max} \sum_{p\epsilon P} \sum_{j\epsilon J} \sum_{q\epsilon Q_j} C_{pq}X_{pq} & (2.4) \\ \text{sujet à :} & \\ X_{pq} = N_q, \quad q \in Q_i, \quad i \in I & (2.5) \\ \sum_{q\epsilon Q_i} X_{pq} = A_{ip}, p \in P, i \in I & (2.6) \\ X_{pq} \text{ binaire}, \quad p \in P, \quad q \in Q_i, i \in I & \end{cases}$$

- L'objectif (2.4) maximise la satisfaction des employés.
- La contrainte (2.5) assure que tout quart planifié est attribué à un et un seul employé.
- La contrainte (2.6) assure que l'employé p reçoit, s'il y a lieu, un quart à la période i.
- La contrainte de repos entre deux quarts consécutifs peut s'écrire :

  $X_{pq1} + X_{pq2} \leq 1$, $(q1, q2) \in A$

L'ensemble A doit contenir tous les couples quarts incompatibles

3-4.Affectation des activités aux employés

Dans certaines entreprises les employés doivent effectuer plusieurs activités et certaines règles limitant l'affectation des activités aux employés.

Certaines activités peuvent nécessiter des compétences que ne possèdent pas tous les employés. Des activités stressantes ou fatigantes ne peuvent pas être effectuées par employé durant tout un quart. Le problème est d'affecter les activités aux employés à l'intérieur des quarts de travail en satisfaisant autant que possible de demande des employés pour chaque activité à chaque moment. **[03]**

Modèle de couverture de tâches

Considérons le cas plus complexe où certains quarts chevauchent sur deux journées et que l'on traite le problème pour les jours k=1…. K.

- Soit Ω_{Kp} l'ensemble des suites d'activités durant le quart planifié pour l'employé p le jour K.

Chaque suite q ϵ Ω_{Kp} précise la durée de chaque activité et ces durées sont des multiples de la période de discrétisation. Si l'employé p ne travaille pas le jour K, l'ensemble Ω_{Kp} se réduit à la seule suite contenant aucune activité.

- X_q, q ϵ Ω_{Kp} est une variable binaire telle que :

$$X_q = \begin{cases} 1 \; si \; l'employé \; p \; effectue \; la \; suite \; d'activités \\ 0 \; si \; non \end{cases}$$

- Soit i ϵ I une période de la discrétisation durant les jours 1 à K et d_{ai} le nombre d'employé requis pour l'activité a ϵ A durant cette période.
- Le coefficient binaire A_{iqa} tel que :

$$A_{iqa} = \begin{cases} 1 \text{ si la suite q comprend l'activité a durant la période i} \\ 0 \text{ si non} \end{cases}$$

Le problème se formule de la façon suivante :

$$\begin{cases} \text{Min } \sum_{k \epsilon K} \; \sum_{p \epsilon P} \sum_{q \epsilon \, \Omega_{\text{kp}}} C_q X_q & (2.9) \\ sujet \text{ à :} & \\ \sum_{k \epsilon K} \; \sum_{p \epsilon P} \sum_{q \epsilon \Omega_{\text{kp}}} A_{iqa} \, X_q \quad \geq \; \text{d}_{\text{ai}}, \; \text{a} \in \text{A} \, , \text{i} \in \text{I} & (2.10) \\ \sum_{q \epsilon \Omega_{\text{kp}}} \text{X}_{\text{q}} \; = \; 1 \, , \text{p} \in \text{P} \, , \text{k} = 1 \ldots \ldots \text{K} & (2.11) \\ \text{Xq binaire, q} \in \Omega_{\text{kp}} \, , \text{p} \in \text{P} \, , \text{k} = 1 \ldots . \text{K} & \end{cases}$$

- L'objectif (2.9) minimise le cout des suites C_q comprend les facteurs mentionnés précédemment.
- La contrainte (2.10) assure qu' ya suffisamment d'employés affectés à l'activité a durant la période i.
- La contrainte (2.11) assure que chaque employé reçoit une suit d'activités à chaque jour.

4- Problème à tâche non-interruptible

Dans plusieurs problèmes d'horaire du personnel, le travail à effectuer est composé de tâches non-interruptibles, dans le sens qu'un employé qui commence une tâche doit la terminer lui même sons interrompre son travail. Un exemple type est le cas des pilotes d'avions. Un pilote qui commence un vol ne peut ni quitter l'avion en cours de vol ni être remplacé par un autre pilote montant à bord durant le vol, de plus, le pilote ne peut suspendre sa tâche et la terminer plus tard en arrêtant l'avion durant le vol. Des situations semblables apparaissent pou d'autre types de tâche où les employés son en mouvement. Les chauffeurs d'autobus ou de camions, les conducteurs de train peuvent être remplacés seulement à certaines stations prédéterminées que l'on appelle points de relève. Il ya aussi des cas où l'employé entre dans une zone spéciale pour exécuter la tâche : stérilisation, contrôle de sécurité… etc. il y a aussi le cas où le transfert de l'information à un remplaçant est trop couteux par exemple dans le domaine des services, il ya des tâches à ne pas interrompre pour ne pas briser l'interaction entre l'employé et le client.

Dans le cas de problème à tâche non-interruptible le problème comprend deux niveaux de décisions : la construction des rotations et la construction des blocs mensuels. **[03]**

4-1.Construction des rotations

Cette 1ére étape construit les « rotations d'équipage ». Par exemple dans le transport aérien une rotation est une suite de vols partant d'une base (résidence de personnel) et se terminant à la même base qui sera effectuée par un équipage durant un an et quelques jours.

Il s'agit de couvrir à cout minimum un ensemble de tâches I avec des chemins réalisables de l'ensemble Ω (pour l'exemple du transport aérien, les tâches sont les vols) les chemins réalisables sont les rotations satisfaisant la réglementation de travail. Ces rotations se regroupent par commodité : $\Omega = \bigcup_{k=1}^{K} \Omega k$, une commodité pur les rotations provenant de la base k (résidence de personnel). **[03]**

Modèle de couverture de tâches

Introduisons d'abord les variables de ce problème.

- Soit X_p une variable binaire telle que

$X_p = \begin{cases} 1 \; si \; la \; rotation \; p \in \Omega \; fait \; partie \; de \; la \; solution \\ 0 \; si \; non \end{cases}$

Le problème se modélise de la façon suivante :

$$\begin{cases} \text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega_k} C_p X_p & (2.13) \\ \quad \text{sujet à :} & \\ \sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega_k} a_{ip} \, X_p \; = \; 1 \qquad , \text{i} \in \text{I} & (2.14) \\ \quad \text{X}_\text{p} \quad \text{binaire} , \qquad \text{q} \in \Omega & \end{cases}$$

- L'objectif (2.13) consiste à minimiser la somme des coûts des rotations sélectionnées. Le cout C_p comprend le salaire du personnel pour effectuer la rotation p, les couts d'hôtel, de limousine, de per-diem pour repas, des pénalités et des bonus pour favoriser les types de rotations préférées par la compagnie.
- La contrainte (2.14) assure la couverture de chaque vol (tache) i, les constantes a_{ip} sont telles que :

$a_{ip} = \begin{cases} 1 \; si \; la \; rotation \; p \in \Omega \; couvre \; le \; vol \; i \\ 0 \; si \; non \end{cases}$

4-2.Construction des blocs mensuels

Cette étape construit les « blocs mensuels ». Un bloc est une suite de rotations et de repos effectués par une personne durant un mois.

En transport aérien par exemple le problème consiste à construire pour chaque employé un bloc mensuel contenant des rotations, des jours en réserve, des stages de formation, des entrainements, des examens médicaux et des congés annuels. Ce problème est séparable par base et par catégorie d'employé.

Il existe deux familles de problème de construction de blocs mensuels :

- La construction des horaires anonymes qui sont construits sans déterminer à qui ils sont destinés. par la suite, les employés indiquent leur ordre de préférence pour ces blocs. les blocs sont ensuite attribués aux employés selon leur ordre d'ancienneté en donnant à chacun son bloc préféré parmi ceux qui sont encore disponibles.

La construction des horaires personnalisés qui sont construits sur mesure pour chaque employé. **[03]**

Modèle des horaires anonymes

Nous rappelons qu'à ce stade, la construction des horaires s'effectue indépendamment des employés. Le problème avec un employé par rotation, possède une structure semblable à celui du problème de rotations. Il s'agit de couvrir à cout minimum un ensemble de tâches I avec des chemins réalisables. Les tâches sont les rotations et les chemins réalisables sont l'ensemble des blocs mensuels satisfaisant les réglementations de travails. **[03]**

Soit X_p une variable binaire telle que :

$$X_p = \begin{cases} 1 \; si \; le \; bloc \; mensuel \; p \in \Omega \; fait \; partie \; de \; la \; solution \\ 0 \; si \; non \end{cases}$$

Le problème se modélise de la façon suivante :

$$\begin{cases} \text{Min} \sum_{p \in \Omega} C_p X_p & (2.17) \\ \quad \text{sujet à :} & \\ \sum_{p \in \Omega} a_{ip} X_p \geq 1 \quad , \text{i} \in \text{I} & (2.18) \\ \sum_{p \in \Omega} \text{X}_\text{p} = \text{n} & (2.19) \\ \quad \text{X}_\text{p} \text{ binaire} , \quad \text{p} \in \Omega & \end{cases}$$

- L'objectif (2.17) minimise le cout des blocs sélectionnés.

La constante a_{ip} est telle que :

$$a_{ip} = \begin{cases} 1 \; si \; le \; bloc \; p \; couvre \; la \; rotation \; i \\ 0 \; si \; non \end{cases}$$

- La contrainte (2.18) assurent la couverture des rotations.
- La contrainte, supplémentaire (2.19) porte sur le nombre d'employés disponible.

Modèles des horaires personnalisées

Les horaires dans ce cas sont construits sur mesure pour chaque employé.

Soit Ω_k l'ensemble des blocs réalisables pour employé k en tenant compte de ses activités pré affectées.

Le modèle pour les problèmes avec un employé par rotation se formule se la façon suivante :

$$\begin{cases} \text{Max} \sum_{k\epsilon K} \sum_{p\epsilon\Omega_k} C_p\, X_p & (2.21) \\ \text{sujet à :} & \\ \sum_{k\epsilon K} \sum_{p\epsilon\Omega_k} a_{ip} X_p \;=\; 1, \mathrm{i} \in \mathrm{I} & (2.22) \\ \sum_{p\epsilon\Omega_k} X_p \;=\; 1 \quad \mathrm{k} = 1 \ldots \mathrm{K} & (2.23) \\ \quad X_p \text{ binaire , p} \in \text{union des } \Omega_k & \end{cases}$$

- L'objectif (2.21) maximise la satisfaction des employés. le cout C_p, p ϵ Ω_k est la satisfaction de l'employé k, s'il reçoit le bloc p.
- La contrainte (2.22) assure la couverture des rotations.
- La contrainte (2.23) assure que chaque personne reçoit un bloc.

V- Application : Planification horaire des infirmiers

L'administration de chaque hôpital doit construire un programme de travail pour son personnel et particulièrement pour les infirmiers. Le problème de planification horaire des infirmiers (Nurse Scheduling Problem NSP) consiste à l'attribution des quats de travail aux infirmiers afin d'affecter à chaque infirmier une séquence de jours de travail et de jours de repos en respectant les réglementations du travail satisfaisant toutes les demandes. Le NSP a un grand impact sur la qualité de service dans l'hôpital selon Zurn. La principale raison est que la demande en termes de nombre d'infirmiers doit être satisfaite 24 heures par jour pendant sept jours par semaine. **[03]**

1- Problème : répartition des services aux infirmiers dans un hôpital

Le docteur X est chargé d'organiser le planning des infirmiers de service de cardiologie de l'hôpital HASSAN II de Fès.

Une journée de travail dans ce service est divisée en douze tranches de deux heures dans le tableau suivant :

Tranche horaire	Besoin
06→08	35
08→10	40
10→12	40
12→14	35
14→16	30
16→18	30
18→20	35
20→22	30
22→00	20
00→02	15
02→04	15
04→06	15

Le problème consiste à trouver le nombre minimal d'infirmiers pour couvrir tous les besoin sachant qu'un infirmier travaille 8 heures par jour et quelle a le droit d'une pause de deux heures après quatre heures de travail. **[01]**

2- Modèle de programmation mathématique

- les données :
  - les besoins par tranche horaire.
  - une infirmière travaille 8 heures par jour.
  - une infirmière a le droit d'une pause de deux heures après quatre heures de travail.
- Les variables :

X_1 : nombre d'infirmières qui commence à 06h

X_2 : nombre d'infirmières qui commence à 08h

X_3 : : nombre d'infirmières qui commence à 10h

X_4 : : nombre d'infirmières qui commence à 12h

X_5 : : nombre d'infirmières qui commence à 14h

X_6 : : nombre d'infirmières qui commence à 16h

X_7 : : nombre d'infirmières qui commence à 18h

X_8 : : nombre d'infirmières qui commence à 20h

X_9 : : nombre d'infirmières qui commence à 22h

X_{10} : : nombre d'infirmières qui commence à 00h

X_{11} : : nombre d'infirmières qui commence à 02h

X_{12} : : nombre d'infirmières qui commence à 04h

- Les contraintes :

Le nombre d'infirmières qui travaillent, par exemple, entre 6h et 8h est exprimé par l'expression :

$$X_1+X_9+X_{10}+X_{12}$$

Ainsi pour couvrir au maximum les besoins au niveau de la tranche horaire 6h-8h,qui nécessite au minimum 35 infirmières , la contrainte suivante est proposée :

$$X_1+X_9+X_{10}+X_{12} \geq 35$$

De même pour courir au maximum les besoins au niveau de la tranche horaire 8h-10h qui nécessite au minimum 40 infirmières , la contrainte suivant proposée :

$$X_1+X_2+X_{10}+X_{11} \geq 40$$

De même pour couvrir au maximum les besoins au niveau de la tranche horaire 10h-12h qui nécessite au minimum 40 infirmières, la contrainte suivant proposée :

$$X_1+X_2+X_{12}+X_{11} \geq 40$$

De la même manière, on peut exprimer les autres contraintes du problème.

Donc le programme mathématique associé au problème s'écrit sous la forme d'un programme mathématique linéaire en nombre entiers :

$$
\begin{cases}
\text{Min} \sum_{i=1}^{12} Xi \\
\qquad \textit{sujet à} : \\
X1 + X9 + X10 + X1 \geq 35 \\
X1 + X2 + X10 + X11 \geq 40 \\
X2 + X3 + X11 + X12 \geq 40 \\
X1 + X3 + X4 + X12 \geq 35 \\
\quad . \\
\quad . \\
\quad . \\
X8 + X9 + X11 + X12 \geq 30 \\
\text{Xi} \in \text{IN} \quad , \forall \text{ i} = \{1, \dots, 12\}
\end{cases}
$$

3- Méthode de coupe de Gomory

3-1. Principe des méthodes de coupe

$$
(\boldsymbol{MLE}) \begin{cases}
Min\ C_t\ X \\
sujet \text{ à} \\
AX = b \\
x \geq 0 \\
X_j \in IN\ ,\ j = 1, \dots, n
\end{cases}
$$

$$
\textbf{(MLC)} \begin{cases}
Min\ C_t\ X \\
sujet \text{ à} \\
AX = b \\
x \geq 0
\end{cases}
$$

Idée de base : soit x^* la solution optimale continue (s.o.c) de (MLC).

Si x^* est entier, on termine. C'est une solution optimale de (MLE).

Sinon, on tronque le domaine des solutions de façon à éliminer le point extrême x^* sans exclure aucune solution entière. Ceci se fait en ajoutant une contrainte supplémentaire au problème relaxé ; cette contrainte est appelée une coupe. Ensuite, on utilise la méthode duale du Simplexe pour résoudre le nouveau problème relaxé.

Cas général : supposons que la s.o.c x^* n'est pas entière, alors au moins une des variables de base de x^* n'est pas entière. Soit x_k une variable de base non entière. Notons par J l'ensemble des indices des variables hors-base :

J={j : indice des variables hors-base}

En se ramenant au tableau optimal du simplexe et en supposons que la variable de base x_k se trouve à la i^{éme} ligne du tableau du simplexe, on obtient :

$$X_k + \sum_{j\in J} t_{ij} X_j = b_i \qquad (1)$$

Or, $\lfloor t_{ij} \rfloor \leq t_{ij}$ et $X_j \geq 0$

Donc $\sum_{j\in J} \lfloor t_{ij} \rfloor X_j \leq \sum_{j\in J} t_{ij} X_j$

Et alors $X_k + \sum_{j\in J} \lfloor t_{ij} \rfloor X_j \leq X_k + \sum_{j\in J} t_{ij} X_j = b_i \qquad (2)$

Remarquons que :

- Tout point réalisable de (MLE) doit satisfaire (2)
- Si X est un point réalisable de (MLE) alors X est entier, et alors

$X_k + \sum_{j\in J} \lfloor t_{ij} \rfloor X_j$ est entier

Donc $X_k + \sum_{j\in J} \lfloor t_{ij} \rfloor X_j \leq \lfloor b_i \rfloor \qquad (3)$

De (1) et (3) en déduit que

$$\sum_{j\in J} (\lfloor t_{ij} \rfloor - t_{ij}) X_j \leq \lfloor b_i \rfloor - b_i$$

Posons fj $= \lfloor t_{ij} \rfloor - t_{ij}$ est f $= \lfloor b_i \rfloor - b_i$

Alors $\sum_{j\in J} f_j X_j \leq f \qquad (4)$

➔ (4) constitue bien une coupe. **[01]**

3-2. Procédure de Gomory

La méthode de Gomory peut être résumée sous la forme :

Etape 1 : résoudre le problème relaxé (MLC).

Etape 2 : si la solution optimale de (MLC) est entière, alors elle est optimale de (MLE) et on arrête la procédure. Sinon, on choisit une variable de base non entière et construit une coupe de type (4).

Etape 3 : augmenter le problème relaxé de cette contrainte et solutionner le nouveau problème. Retourner à l'étape 2 avec une solution optimale. **[03]**

3-3. Initiation à MATLAB

MATLAB (« *matrix laboratory* ») est un langage de programmation de quatrième génération émulé par un environnement de développement du même nom ; il est utilisé à des fins de calcul numérique. Développé par la société The MathWorks, MATLAB permet de manipuler des matrices, d'afficher des courbes et des données, de mettre en œuvre des algorithmes, de créer des interfaces utilisateurs, et peut s'interfacer avec d'autres langages comme le C, C++, Java, et Fortran. Les utilisateurs de MATLAB (environ un million en 2004) sont de milieux très différents comme l'ingénierie, les sciences et l'économie dans un contexte aussi bien industriel que pour la recherche. Matlab peut s'utiliser seul ou bien avec des *toolbox* (« boîte à outils »). **[10]**

3-4. Programmation

Les données du programme sont :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 30 \\ 30 \\ 35 \\ 30 \\ 20 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \\ 35 \\ 40 \\ 40 \\ 35 \end{pmatrix}$$

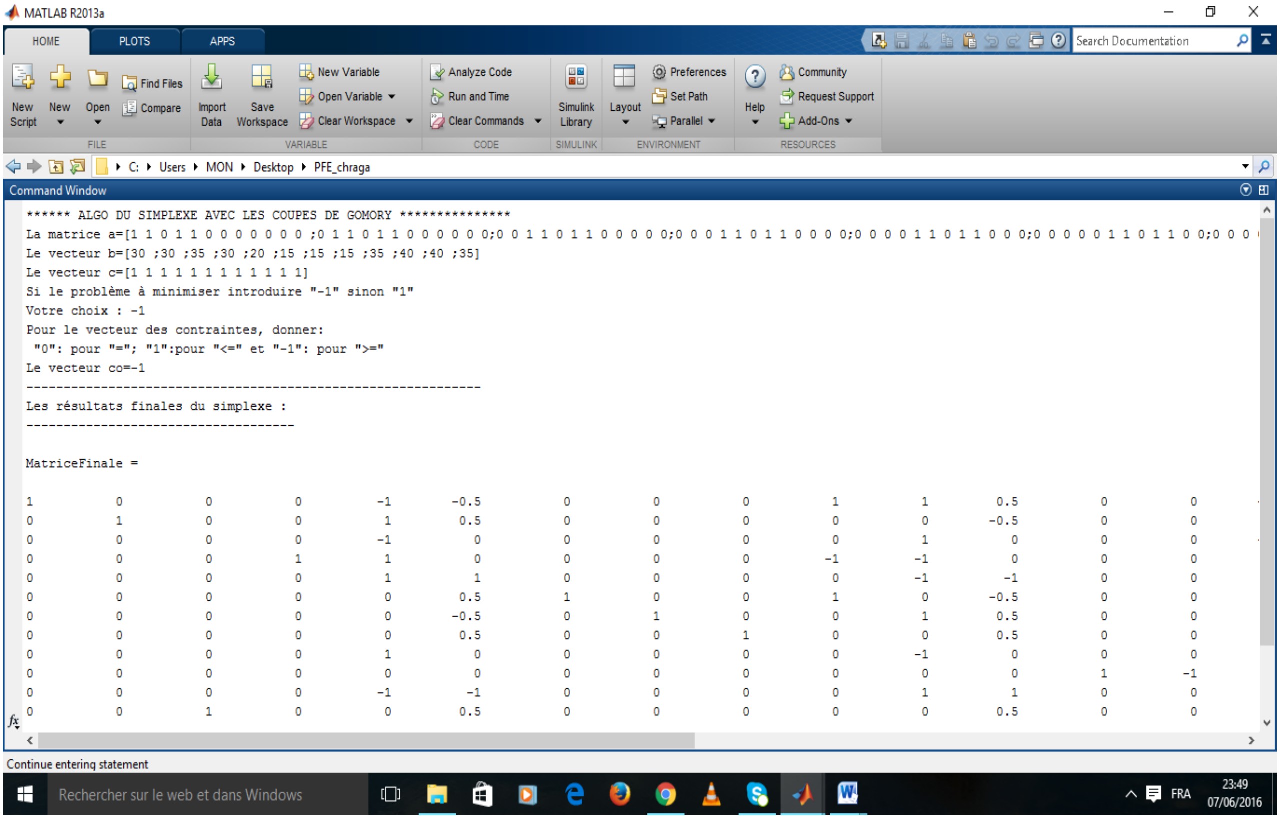
$$C = (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)$$

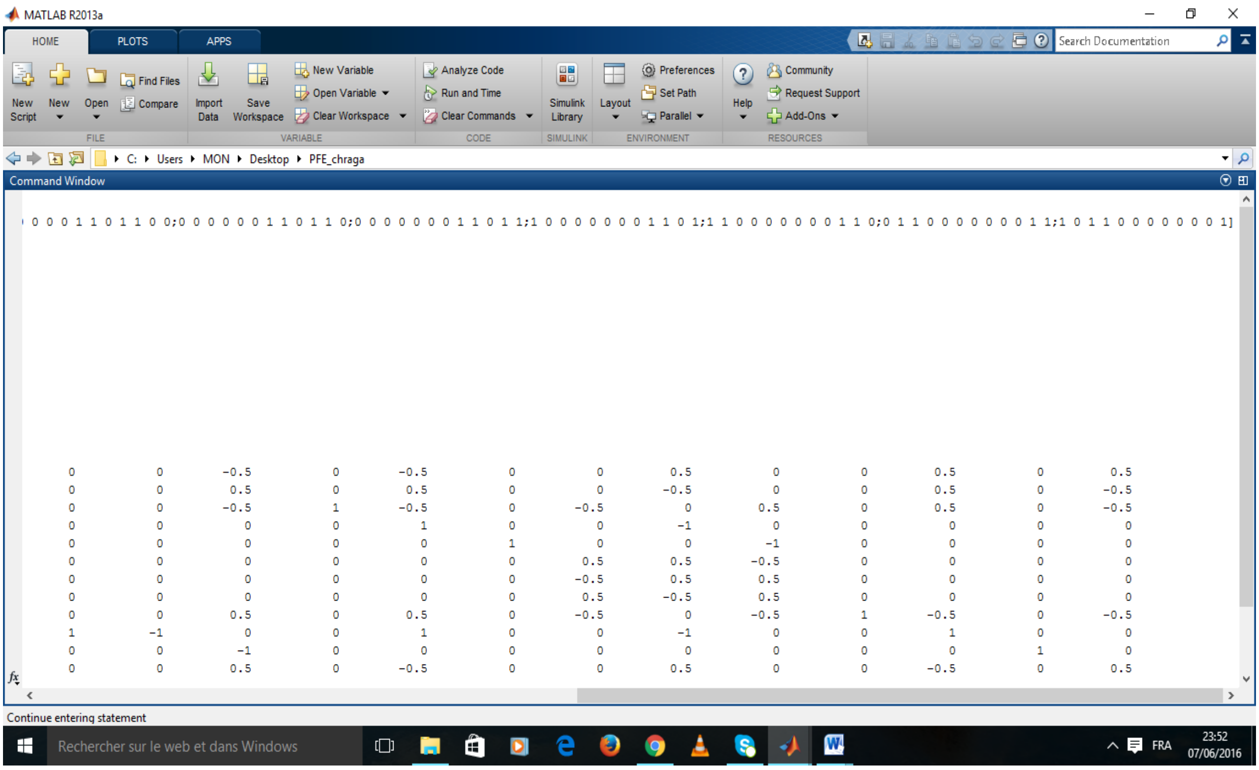
Code :

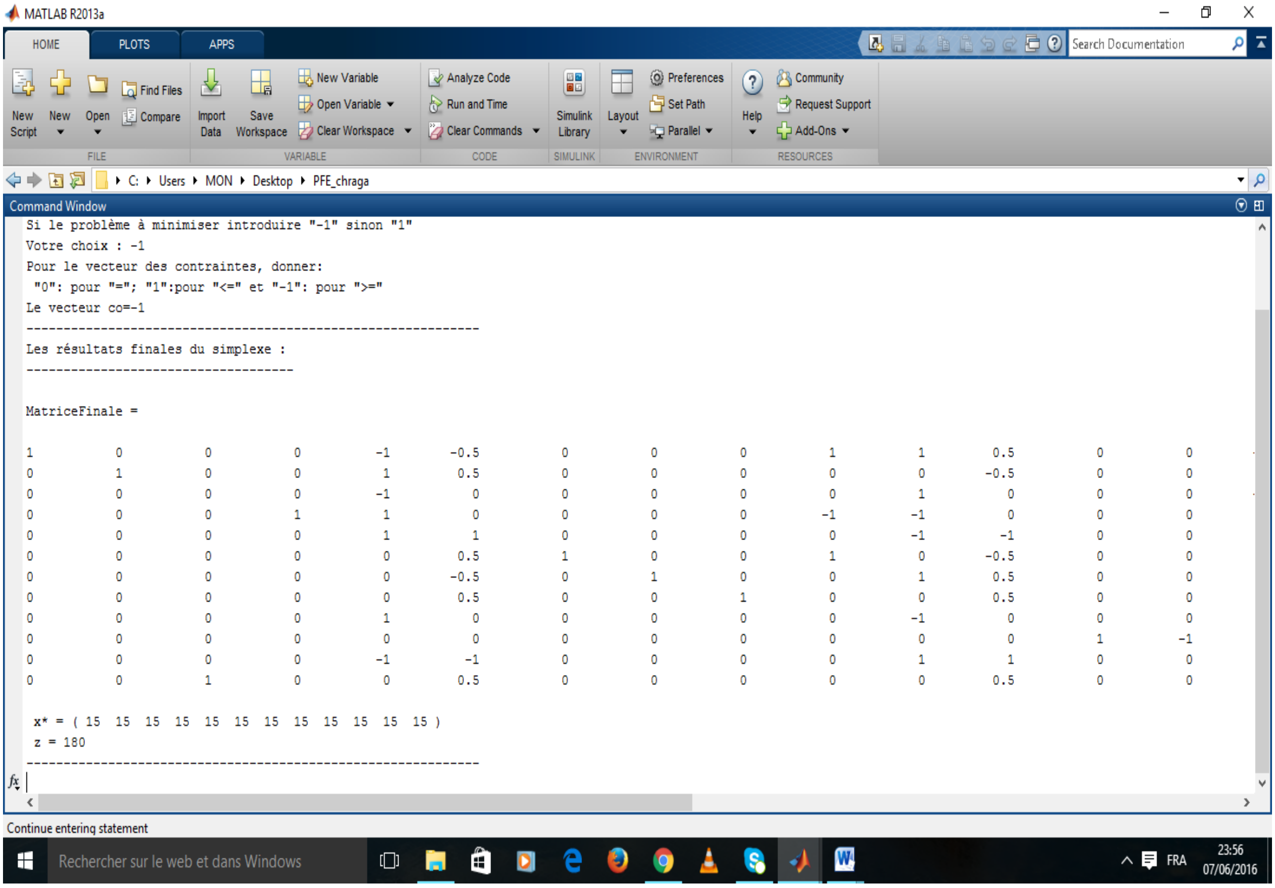
```
clear all;clc;global cx,cx=0;
disp('****** ALGO DU SIMPLEXE AVEC LES COUPES DE GOMORY ***************')
a=input('La matrice a=');
[m,n]=size(a);M=9999;nf=n;cx=cx+m*n+4;
b=input('Le vecteur b=');c=input('Le vecteur c=');ci=c;
disp('Si le problème à minimiser introduire "-1" sinon "1"')
ch=input('Votre choix : ');fin=0;
disp('Pour le vecteur des contraintes, donner:')
disp(' "0": pour "="; "1":pour "<=" et "-1": pour ">="')
co=input('Le vecteur co=');cx=cx+2*n*m+n+2*m+9;
%****************** Mise du systeme sous forme standard ****************
if(~(ch+1)) c=-c;cx=cx+n;end
for i=1:m
cx=cx+1;if(b(i)<0) a(i,:)=-a(i,:);b(i)=-b(i);co(i)=-co(i);cx=cx+n+2;end
end
for i=1:m
cx=cx+1;if(~(co(i)+1)) n=n+1;a(:,n)=0;c(n)=0;a(i,n)=-1;co(n)=0;cx=cx+m+5;end
end
for i=1:m
if(~(co(i)-1))
n=n+1;a(:,n)=0;a(i,n)=1;c(n)=0;
else
n=n+1;a(:,n)=0;a(i,n)=1;c(n)=-M;
end,cx=cx+m+5;
end
%****************** Debut du programme principale *********************
j=0;cx=cx+2;for i=n-m+1:n j=j+1;t(j)=i;cx=cx+4;end;%******* base **********
while(~fin)
e=zeros(1,n);cx=cx+n+1;
for j=1:n
for i=1:m e(j)=e(j)+c(t(i))*a(i,j);cx=cx+3;end
end
e=e-c;cx=cx+2*n;
mn1=find(e==min(e));j0=mn1(1);cx=cx+4;%Calcul d'indice du min des e(j)*********
if(e(j0)>=0)
for j=1:n
bo=exist('j','var');if(bo) x(j)=b(bo);else x(j)=0;end,cx=cx+3;
end
disp('------------------------------------------------------------')
disp('Les résultats finales du simplexe :')
disp('------------------------------------')
fin=1;MatriceFinale=num2str(a),cx=cx+n*m+7;
%disp([' e = ( ' num2str(e) ' )']),
disp([' x* = ( ' num2str(x(1:nf)) ' )'])
disp([' z = ' num2str(ci(1:nf)*x(1:nf)') ])
disp('------------------------------------------------------------')
else
l=length(find(a(:,j0)<=0));cx=cx+2;
if(l-m)
for i=1:m%Calcul du o(j) ************************************
cx=cx+1;if(a(i,j0)>0) o(i)=b(i)/a(i,j0);cx=cx+2;else o(i)=M;cx=cx+1;end
end
mn=find(o==min(o));i0=mn(1);%Calcul d'indice du min des o(j)**
t(i0)=j0;
b(i0)=b(i0)/a(i0,j0);
```

```
a(i0,:)=a(i0,:)/a(i0,j0);
cx=cx+3*n+6;
for i=1:m,cx=cx+1;
if(i-i0)
b(i)=b(i)-b(i0)*a(i,j0);a(i,:)=a(i,:)-a(i,j0)*a(i0,:);
cx=cx+3*n+3;
end
end
else
fin=1;disp('La solution optimale n''est pas bornée'),cx=cx+2;
end
end
end
%********* Debut des coupes de Gomory **********************************
fin=0;
cx=cx+2;
while(~fin)
k=0;cx=cx+2;
for j=1:n,cx=cx+3;
if((frac(x(j))>=.00001)*(frac(x(j))<=.99999)) k=exst(t,j);
break,cx=cx+2;
end
end,cx=cx+1;
if(k)
m=m+1;n=n+1;
a(m,:)=-frac(a(k,:));b(m)=-frac(b(k));
a(:,n)=zeros(m,1);a(m,n)=1;d=e;d(n)=0;fd=0;cx=cx+n+m+8;
while(~fd)%********** Dual ****************************************
m3=find(b==min(b));
i0=m3(1);
cx=cx+4;
```

3-3. Résultats et interprétation







- **Interprétation**

- Dans les deux premiers pages d'exécution on voit l'affichage de la matrice finale.
- A la troisième page d'exécution on a la solution finale de X et de Z.

D'où le nombre minimal d'infirmiers qui couvre les demandes de l'hôpital chaque jours est :
X_i= 15   avec i = 1,...,12 .

Conclusion

La gestion du personnel est une tâche délicate dans l'entreprise compte tenu de l'importance du facteur humain dans une société. Ainsi, toute organisation qui nourrit des ambitions, à court, moyen ou long terme ne peut se passer de son personnel.

Dans ce travail, on a commencé par définir le problème d'ordonnancement d'une manière générale. Par la suite, on a présenté les composantes essentielles de la gestion du personnel, dont il y a le recrutement, la rémunération, l'évaluation du personnel et la gestion prévisionnelle des emplois et des compétences (GPEC). Et avant d'entamer la partie qui traite l'affectation des jours de travail et de repos aux employés, on a bien défini le problème d'affectation, son modèle linéaire et l'algorithme qui le résout.

Dans la partie suivante, on a divisé le travail en deux types, travail à tâche interruptible et travail à tâche non interruptible, et on a donné à chaque type ses modèles linéaires correspondants.

A la fin, on a traité la planification horaire des infirmiers dans un hôpital comme application de la gestion horaire du personnel, liée avec un programme en Matlab qui résout les programmes linéaire en nombre entière par la méthode de Gomory.

Bibliographie

[01] AHMED EL HILALI ALAOUI et AL. «PROGRAMMATION MATHEMATIQUE, DE LA MODELISATION A LA RESOLUTION». Octobre 2012.

[02] AHMED EL HILALI ALAOUI et AL. « Initialisation à la recherche opérationnelle ». 2009

[03] DKHISSI BTISSAM. « Problème de planification horaire : problème d'emploi du temps et problème de transport, modélisation et résolution par métaheuristiques ». 26 février 2011. Thèse de doctorat vue de l'obtention du garde de docteur de l'Université SIDI MOHAMED BEN.

[04] Mohamed Ali ALOULOU. « Introduction aux problèmes d'ordonnancement ». 28 novembre 2005. PDF

[05] J.-F. Scheid. « Problèmes d'affectations ». PDF

Web graphie

[06] http://www.etudier.com/dissertations/Gestion-Du-Personnel/33026.html

[07] https://grh.ooreka.fr/comprendre/gestion-personnel

[08] http://gestion-du-personnel.com/

[09] https://fr.wikipedia.org/wiki/Probl%C3%A8me_d'affectation

[10] https://fr.wikipedia.org/wiki/MATLAB

[11] https://fr.wikipedia.org/wiki/Gestion_des_ressources_humaines

[12] file:///C:/Users/MON/Desktop/ift1575_doc_hongrois.pdf