

SOMMAIRE

REMERCIEMENTS

LISTE DES ABREVIATIONS

GRANDEURS PHYSIQUES

NOTATIONS MATRICIELLES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

INTRODUCTION

**Partie I : ANALYSES BIBLIOGRAPHIQUES SUR LE FORAGE HORIZONTAL ET LES
PUITS MULTILATERAUX**

- Chapitre I : Généralités sur le forage horizontal
- Chapitre II : Les puits multilatéraux

Partie II : METHODOLOGIE

- Chapitre III : Mécanique d'élasticité
- Chapitre IV : Loi de Darcy
- Chapitre V : Méthode des éléments finis

**Partie III : SIMULATION MULTIPHYSIQUE 3D DE LA JONCTION DE RAMIFICATION
D'UN Puits MULTILATERAL**

- Chapitre VI : Construction géométrique du modèle par le COMSOL multiphysics 5.0
- Chapitre VII : Définition et validation du modèle
- Chapitre VIII : Résultats

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIE ET WEBOGRAPHIE

LISTE DES ANNEXES

TABLE DES MATIERES

LISTE DES ABREVIATIONS

1D	Une dimension
2D	Deux dimensions
3D	Trois dimensions
EDP	Equations aux dérivées partielles
ESP	Electrical submersible pump
Eq	Equation
GUI	Graphical Users Interface
MEF	Méthode des Eléments Finis
RDT	Reentry Deployment tool
TAML	Technology Advancement of MultiLaterals
TD	True depth
T3	Elément triangulaire à 3 nœuds
Q3	Elément rectangulaire à 4 nœuds
Q9	Elément quadrangulaire à 9 nœuds
URSS	Union des Républiques Socialistes Soviétique

Les unités de mesure

Deg	Degrés	s	Seconde
ft	foot	s ²	Seconde carré
in	Inch		
in ²	Inch square	1 ft	= 0,3048 m
in ³	Inch cube	1 in	= 0,0254 m
J	Joule	1 lb	= 0,45359 kg
km	Kilomètre	1 psi	= 6 894,8 Pa
kg	Kilogramme	1 in ²	= 6,4516.10 ⁻⁴ m ²
lb	Pound		
m	Mètre		
m ²	Mètre carré		
m ³	Mètre cube		
N	Newton		
Pa	Pascal		
psi	Pounds per square inch		

GRANDEURS PHYSIQUES

A	Surface de la section étudiée
E	Module d'élasticité ou de Young
G ou μ	Module de cisaillement
H	Charge totale ou potentiel total de l'eau par unité de poids
h	Potentiel matriciel par unité de poids
K	Conductivité hydraulique ou « coefficient de perméabilité » du milieu poreux
K_{sat}	Conductivité hydraulique à saturation
$K(h)$	Tenseur donnant la conductivité hydraulique du milieu poreux en fonction de la charge matricielle
k	Perméabilité
ε	Porosité
ν	Coefficient de Poisson
λ	Coefficient de Lamé
α_B	Coefficient de Biot-Willis
F^v	Force de volume
W	Energie élastique
F^e	Force appliquée à l'extérieur
ΔH	Différence des hauteurs piézométriques
L	Longueur
\vec{q}	Vecteur flux volumique de fluide
ρ	Masse volumique du fluide
μ	Viscosité dynamique
\vec{g}	Vecteur accélération de la pesanteur
P	Pression
pf	Pression du pétrole dans le pore
p_r	Pression du réservoir
p_w	Pression du puits
Q	Débit volumique filtrant

NOTATIONS MATRICIELLES

D	Matrice d'élasticité
$\{f^e\}$	Vecteur élémentaire des sollicitations
$\{F\}$	Sollicitations extérieures
$\{f_s\}$	Force de surface
$\{f_v\}$	Force volumique
$[J(\xi, \eta)]$	Matrice jacobienne de transformation
$[k^e]$	Matrice raideur élémentaire
$[K]$	Matrice de rigidité
$\{U\}$	Vecteur déplacement
$[U^e]$	Déplacements nodaux
$\langle N(x) \rangle$	Matrice des fonctions de forme
N_i	Fonction de forme au noeud i
N_j	Fonctions de forme
$\langle P(x) \rangle$	Base polynomiale
\vec{u}	Champ de déplacement
$\vec{\phi}_n$	Vecteur contrainte sur la facette de normal n
σ_{nn}	Contrainte normal
τ_{nt}	Contrainte tangentielle
\vec{n}	Vecteur normal
$(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$	Repère suivant $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$
$(O, \vec{x}_I, \vec{x}_{II}, \vec{x}_{III})$	Repère suivant $\vec{x}_I, \vec{x}_{II}, \vec{x}_{III}$
(\vec{n}, \vec{t})	Repère suivant la normale et la tangentielle
$\tilde{\varepsilon}$	Tenseur de déformation
ε_{ii}	Éléments diagonaux du tenseur de déformation
ε_{ij}	Éléments non diagonaux du tenseur de déformation
ξ_i et η_i	Coordonnées paramétriques du i^e point d'intégration
$\tilde{\omega}$	Tenseur rotation
σ_{ii}	Éléments diagonaux du tenseur de contrainte
σ_{ij}	Éléments non diagonaux du tenseur de contrainte
$\tilde{\sigma}$	Tenseur des contraintes

$\vec{\varnothing}_n^\varepsilon$	Vecteur déformation
$\tilde{\varepsilon}$	Tenseur gradient de déplacement
$d\tilde{\varepsilon}$	Déformation élémentaire
$\vec{\varnothing}_{ext}$	Vecteur force extérieur
$u(x)$	Fonction approchée
δ_{ij}	Symbole de Kronecker
ξ, η, ζ	Coordonnées paramétriques de l'élément de référence
x, y, z	Coordonnées de l'élément réel
Ω_i	Eléments réels
$\vec{\Omega}$	Vecteur rotation

LISTE DES FIGURES

Figure 1. Réservoirs fracturés.....	3
Figure 2. Réservoirs multi-couches	3
Figure 3. Water Conning.....	5
Figure 4. Les différents Profils des puits horizontaux [32].....	6
Figure 5. Puits à long déplacement [31].....	7
Figure 6. Puits incliné [2].....	7
Figure 7. Puits multilatéraux [2].....	8
Figure 8. Puits ré-entrée [2].....	8
Figure 9: Puits multilatéraux typiques pour les productions de pétrole [7].	10
Figure 10. Configurations des puits multilatéraux [29].	10
Figure 11. Certains types de puits multilatéraux [8].	12
Figure 12. Différents types de puits avancés [30].	13
Figure 13. Réservoir de pétrole lourd.....	15
Figure 14. Faible perméabilité ou réservoirs fracturés naturellement.....	15
Figure 15. Champs de satellites.....	16
Figure 16. Formations feuilletées ou des réservoirs multicouches.	17
Figure 17. Compartiments de réservoir isolé	17
Figure 18. TAML niveau 1. [33].....	19
Figure 19. TAML niveau 2. [33].....	19
Figure 20. TAML niveau 3. [33].....	20
Figure 21. TAML niveau 4. [33].....	21
Figure 22. TAML niveau 5. [33].....	21
Figure 23: TAML niveau 6. [33].....	22
Figure 24. Section de fenêtre de cimentation	23
Figure 25. Nettoyage de caisson et installation de « whipstock ».....	23
Figure 26. Perçage de la branche latérale.....	24
Figure 27. Installation du « liner » et du « tieback ».....	24
Figure 28. Cimentation.....	25
Figure 29. Enlèvement de la RDT	25
Figure 30: Jonction complète	26
Figure 31. Contrainte représentée par un vecteur.....	27

Figure 32. Exemple de vecteur contrainte s'exerçant sur une facette perpendiculaire à l'axe Ox_1	28
Figure 33. Ensemble des facettes parallèles à l'axe x_{III}	30
Figure 34. Représentation des facettes de normales x_4 et x_5	31
Figure 35. Tricerclé de Mohr	32
Figure 36. Changement de forme d'un cube élémentaire au niveau de la facette.....	33
Figure 37. Représentation du vecteur NN'	33
Figure 38. Distorsions du cube élémentaire	35
Figure 39. Projections des forces selon l'axe x_I	37
Figure 40. Les forces extérieures.....	39
Figure 41. Force qui suit la répartition des contraintes	40
Figure 42. Equipement utilisé par Darcy pour les essais « à charge constante » dans le calcul de la perméabilité	45
Figure 43. Cylindre incliné plein de sable, traversé par de l'eau, utilisée pour l'une des démonstrations de la loi dite « loi de Darcy »	46
Figure 44. Porosité d'un substrat poreux	48
Figure 45. Etapes générales de la MEF [24]	51
Figure 46. Domaine plan discrétisé en 12 éléments reliés entre eux par 15 nœuds [27].	52
Figure 47. Eléments de référence 1D, 2D et 3D.....	56
Figure 48. Élément de référence triangulaire à trois nœuds.....	57
Figure 49. Élément de référence quadrilatéral à quatre nœuds.	58
Figure 50. Transformation géométrique.....	59
Figure 51. Récupération des ressources naturelles : l'huile est extraite d'un réservoir naturel par l'intermédiaire de pompe mécanique qui extrait l'huile à la surface. Une branche latérale du forage atteint un réservoir voisin par une jonction.....	61
Figure 52. Logo du logiciel COMSOL	62
Figure 53. Interface utilisateur de COMSOL 5.0	63
Figure 54. Puits multilatéral 3D en géométrie 1 (en mode transparent)	65
Figure 55. Puits multilatéral 3D en géométrie 2	66
Figure 56. Puits multilatéral 3D en géométrie 1 discrétisé en 27779 éléments	67
Figure 57. Puits multilatéral 3D en géométrie 2 discrétisé en 13573 éléments	68
Figure 58. Géométrie pour une analyse d'un trou ouvert dans un puits multilatéral.	70

Figure 59. Le COMSOL Multiphysics estime le déplacement (géométrie 2). Les traits continus indiquent la géométrie de la structure, tandis que la distribution de déformation est illustrée par les différentes couleurs.....	75
Figure 60. Le COMSOL Multiphysics estime le déplacement (géométrie 1 en mode transparent).....	76
Figure 61. Analyse poroélastique d'un puits multilatéral. Les isosurfaces indiquent la pression du fluide et les lignes de courant désignent le champ de vitesse du fluide.....	77
Figure 62. Les vitesses des fluides en forme des flèches	78
Figure 63. Les valeurs de la fonction <i>rupture</i> calculé avec les résultats d'un modèle poroélastique pour un trou ouvert de la jonction de ramification d'un puits multilatéral.....	79

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1. Les intervalles de valeurs correspondant aux perméabilités de différents types de sol	49
Tableau 2. Base polynomiale complète [36].....	53
Tableau 3. Fonctions d'interpolations et dérivées paramétriques pour un triangle à 3 nœuds	57
Tableau 4. Fonctions d'interpolations et dérivées paramétriques pour un quadrangle à 4 nœuds.	58
Tableau 5. Dimension et position du bloc 1.....	65
Tableau 6. Dimension et position du cylindre 1 et cylindre 2	65
Tableau 7. Données de la roche réservoir	72
Tableau 8. Données du fluide.....	73
Tableau 9. D'autres paramètres.....	73

INTRODUCTION GENERALE

Depuis le début de l'ère industrielle, le premier souci des pays développés est d'assurer l'approvisionnement de leurs industries en énergies. Actuellement les hydrocarbures (notamment le pétrole) tiennent une place prépondérante dans la consommation énergétique mondiale, cette forte demande des hydrocarbures à l'échelle mondiale pousse les entreprises pétrolières à des concurrences dans la découverte, le développement de nouvelles réserves de pétrole pour satisfaire la demande croissante d'énergies.

Cependant les recherches, et l'exploitation des gisements ont toujours besoin des techniques beaucoup plus performantes comme la réalisation des puits multilatéraux.

Les puits multilatéraux, ceux avec de multiples « drains » à partir d'un puits principal, peuvent produire de pétrole efficacement car les « drains » peuvent produire plusieurs zones productives. Malheureusement, les ingénieurs de forage doivent stabiliser souvent mécaniquement les puits multilatéraux avec une doublure ou caissons, qui peuvent coûter des millions de dollars. En laissant le puits objet non enveloppé, cela réduit les coûts de construction, mais il court un risque relativement élevé de défaillance catastrophique (lors de l'installation et après le commencement de pompage). Des études multidisciplinaires sont donc nécessaires pendant la construction, y compris l'étude numérique. D'où le présent mémoire intitulé « *Modélisation multiphysique et simulation numérique de la jonction de ramification d'un puits multilatéral* ».

Le but est de réaliser une simulation 3D d'une jonction de branchement dans un puits multilatéral pour prévoir la stabilité d'un puits multilatéral. L'utilisation de la Méthode des Eléments Finis (MEF) a été en ce sens privilégiée pour mettre en œuvre cette modélisation.

Le travail que nous présentons dans ce mémoire est scindé en trois grandes parties :

- ❖ La première partie est consacrée à l'étude bibliographique concernant les généralités sur le forage horizontal et les puits multilatéraux
- ❖ La seconde partie récapitule les méthodes utilisées pour réaliser le travail
- ❖ La troisième et dernière partie sera détaillée par la simulation multiphysique 3D de la jonction de ramification d'un puits multilatéral.

**Partie I : ANALYSES BIBLIOGRAPHIQUES
SUR LE FORAGE HORIZONTAL ET LES
PUITS MULTILATERAUX**

Chapitre I : Généralités sur le forage horizontal

I.1-Introduction

Le forage horizontal est un ensemble des ingénieries et opérations qui consiste à percer une section d'un puits inclinée ou sub-inclinée par rapport à la verticale jusqu'à atteindre une cible souhaitée.

Ce type de forage est employé pour améliorer la productivité du réservoir c'est-à-dire d'augmenter considérablement la surface de contact entre le réservoir et la colonne de production. Il est aussi une bonne solution pour les réservoirs à fracture verticale ou les réservoirs multicouches puisqu'un seul puits horizontal peut remplacer plusieurs puits verticaux. Autre que ces avantages sur la productivité du réservoir il permet la résolution d'un certain problème comme l'inaccessibilité de cite (montagne), forage au sein de dômes salés, présence de failles etc....

I.2-Avantages et inconvénients du forage horizontal [2]

I.2.1-Avantages du forage horizontal

Les avantages du forage horizontal sont nombreux. Citons notamment :

- le forage horizontal permet la possibilité de développement de champs qui, autrement, n'auraient pas pu être exploités commercialement ;
- dans beaucoup de réservoirs, le forage horizontal permet d'augmenter la production mais aussi d'améliorer le taux de récupération, ceci par un meilleur drainage et en retardant l'arrivée d'eau.

On privilégie la réalisation d'un forage horizontal dans les cas suivants :

a-Réservoirs fracturés

Les réservoirs fracturés sont parmi les meilleures solutions au développement par forage horizontal. Les fractures de ces réservoirs étant sub-verticales, une conséquence directe est que le meilleur moyen d'en intercepter le plus grand nombre est de forer un puits horizontal perpendiculairement à leur direction principale.

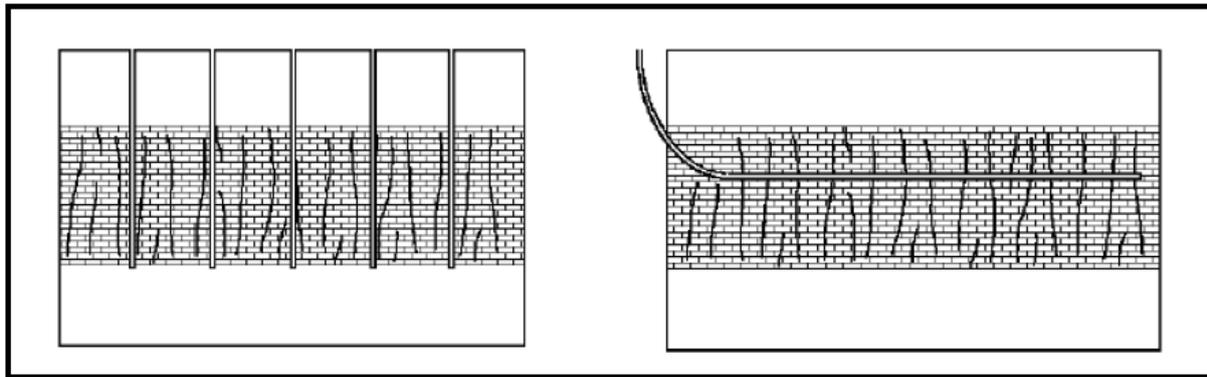


Figure 1. Réservoirs fracturés

b-Réservoirs multi-couches

Dans la plupart des réservoirs multi-couches un puits horizontal peut remplacer plusieurs puits verticaux ou déviés.

La figure ci-dessous illustre un tel un cas de réservoir compartimenté où un seul puits horizontal remplace six puits verticaux et de plus améliore la production en retardant le *conning*.

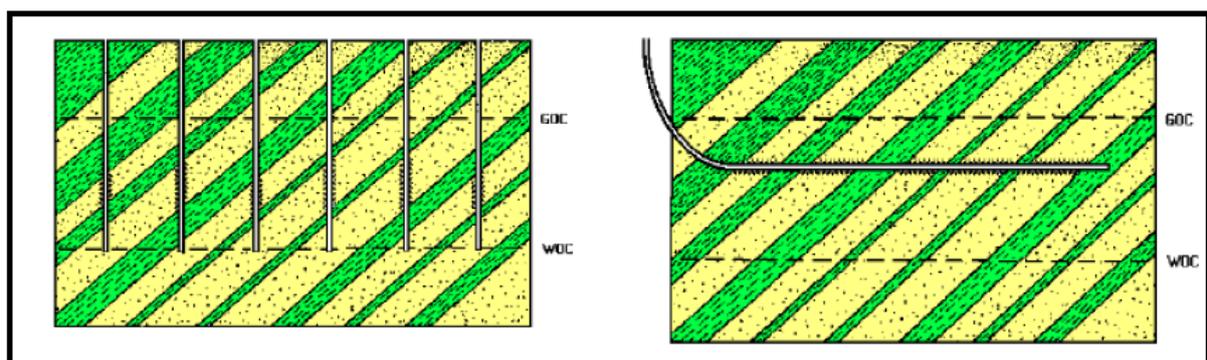


Figure 2. Réservoirs multi-couches

c-Réservoirs à faible épaisseur

Dans un tel réservoir, un puits vertical ne peut avoir qu'une faible pénétration dans le drain, et le but de forage horizontal est d'avoir une pénétration plus importante afin de réduire le nombre de puits.

d-Réservoirs à basse perméabilité

Le forage horizontal dans un réservoir à basse perméabilité est une alternative à la fracturation de ce réservoir.

Le drain horizontal se comporte comme une fracture, avec plusieurs avantages :

- il est plus facile et plus économique de forer un long drain plutôt que d'essayer de créer une fracture équivalente ;
- la direction est parfaitement contrôlée, ce qui n'est pas possible avec la fracturation.

e-Formations non consolidées - Contrôle des sables

La production de sables non consolidés présente de sérieux problèmes pour limiter la quantité de sable entrant dans le puits.

Cette production de sable dépend des forces de viscosité à la paroi du puits, elle-même proportionnelle au débit de production.

Un drain horizontal foré dans un tel réservoir permet de réduire la vitesse à la paroi et en conséquence la production de sable, qui peut aller jusqu'à être totalement éliminée.

f-Conning de gaz et d'eau

Beaucoup de réservoirs sont produits grâce à un aquifère actif ou par injection artificielle. La production déclinera très rapidement si le niveau d'eau remonte trop vite dans le puits.

Le forage horizontal aide énormément la production de tels réservoirs :

- en augmentant la distance entre le drain et le contact huile/eau ;
- en améliorant la productivité par la dispersion du soutirage, et donc la diminution de la succion sur le plan d'eau.

Des considérations similaires peuvent être faites concernant l'arrivée de gaz.

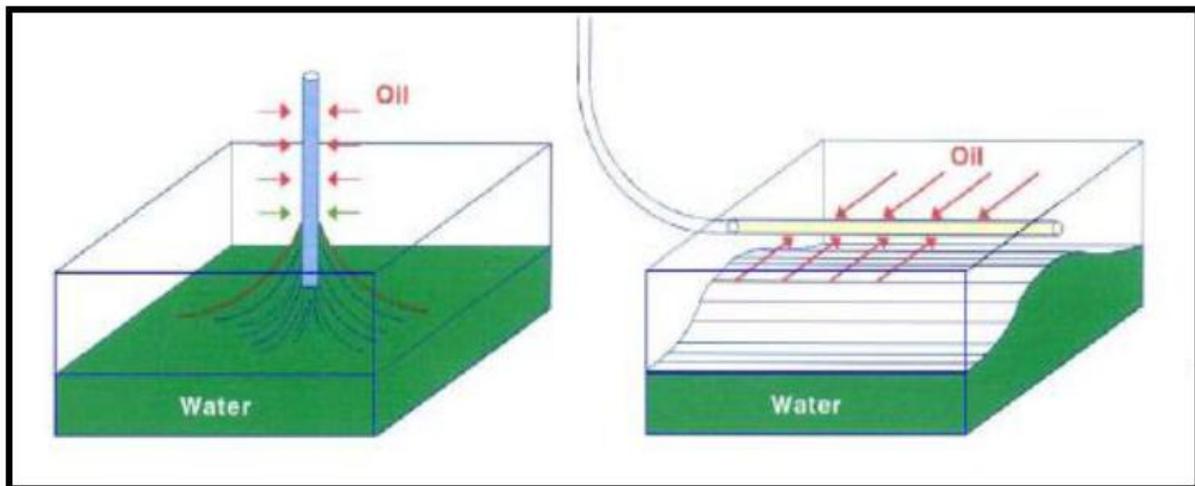


Figure 3. Water Coning.

g-Réservoirs d'huile lourde

Les réservoirs d'huiles lourdes sont une application directe des considérations ci-dessus. Comme l'eau est beaucoup plus mobile que l'huile, la quantité d'eau augmente très rapidement dès la percée du plan d'eau. La durée de la période libre d'eau augmente à l'aide du forage horizontal.

I.2.2-Inconvénients du forage horizontal

a-Coûts additionnels

Il est évident qu'un forage horizontal a un coût plus élevé qu'un forage vertical ou peu dévié. Les coûts additionnels sont dus à deux facteurs principaux :

- les puits horizontaux sont plus longs, donc nécessitent plus de temps pour les forer, plus d'outils, plus de fluide, etc
- le coût des services de forage dirigé n'est pas négligeable en particulier par l'obligation d'utiliser en permanence un moteur de fond.

b-Risques opératoires

Par rapport aux puits verticaux ou peu déviés, les puits horizontaux représentent, au cours de leur réalisation, un certain nombre de risques supplémentaires :

- difficultés pour atteindre la cible ;
- nécessités de nettoyage du puits ;
- incertitudes sur le comportement des formations ;

- L'endommagement des formations ;
- L'évaluation du potentiel de production.

I.3-Les types des puits horizontaux

Cette terminologie couvre les puits où le réservoir est percé par une section horizontale ou sub-horizontale (80 à 100 degrés). [32]

Trois variantes peuvent être considérées selon le gradient de montée et donc le rayon de courbure :

- **Long rayon** (gradients de 1 à 2 deg/10m) ;
- **Moyen rayon** (gradients de 3 à 10 deg/10m) ;
- **Court rayon** (gradients < 10 deg/m).

Ils peuvent être :

- à montée unique ;
- à montées multiples, séparées par des sections rectilignes (dites tangentielles).

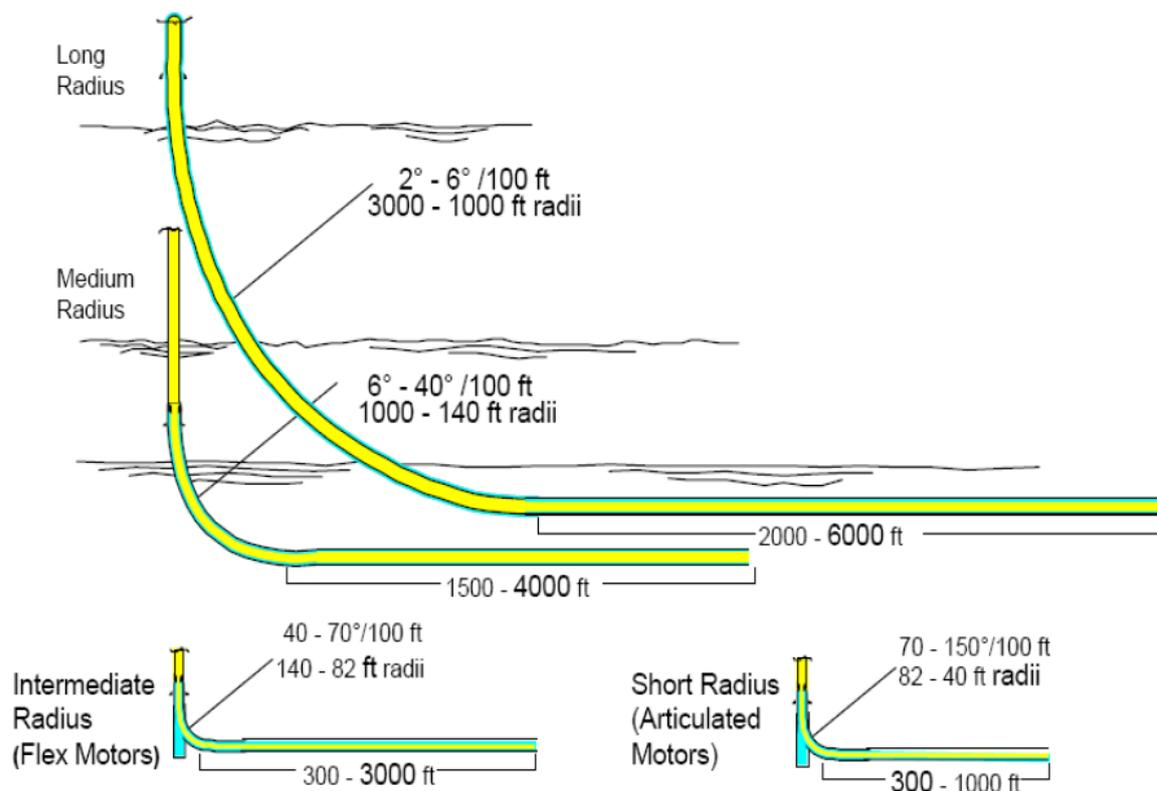


Figure 4. Les différents Profils des puits horizontaux [32]

I.3.1-Puits à long déplacement (Long reach ou Extended Reach wells)

Puits avec un déplacement horizontal de plusieurs kilomètres, foré à haute inclinaison et se terminant par un drain horizontal. [31]

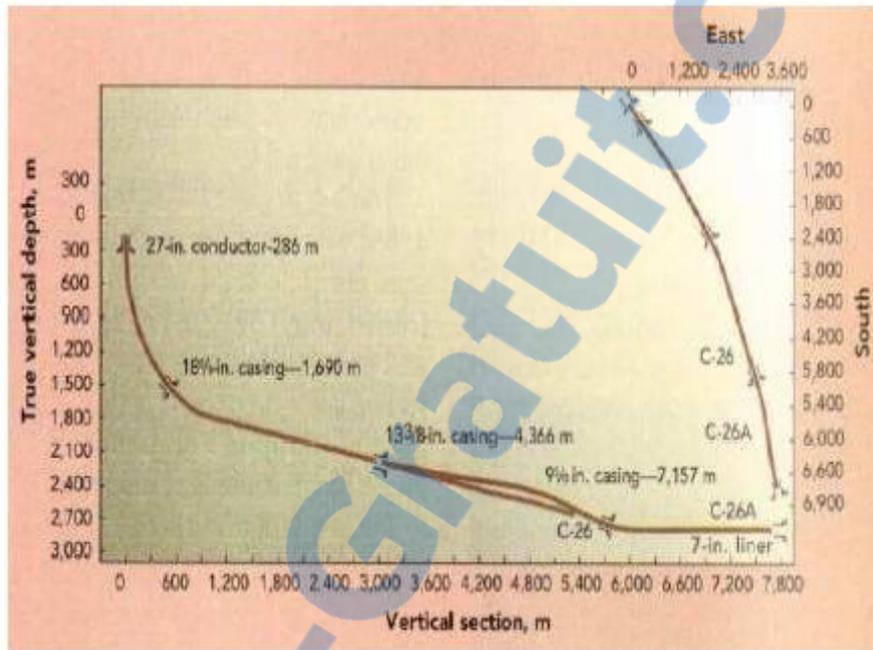


Figure 5. Puits à long déplacement [31]

I.3.2-Puits inclinés (tilt ou slant wells)

Puits avec une inclinaison dès la surface, pouvant atteindre 45 degrés, et nécessitant un appareil de forage spécial (tilt ou slant rig). Entre autres utilisations cette technique permet d'atteindre l'horizontale dans des réservoirs peu profonds. [2]

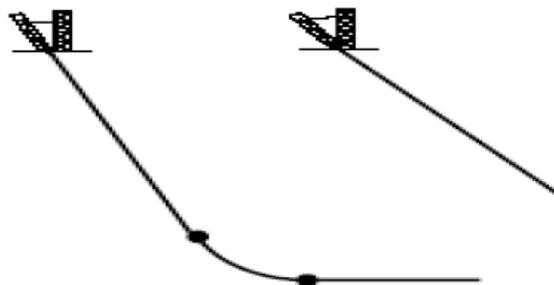


Figure 6. Puits incliné [2]

I.3.3-Puits multilatéraux

Cette technique consiste à forer plusieurs "drains" à partir d'un puits principal et donc d'une tête de puits unique. [2]

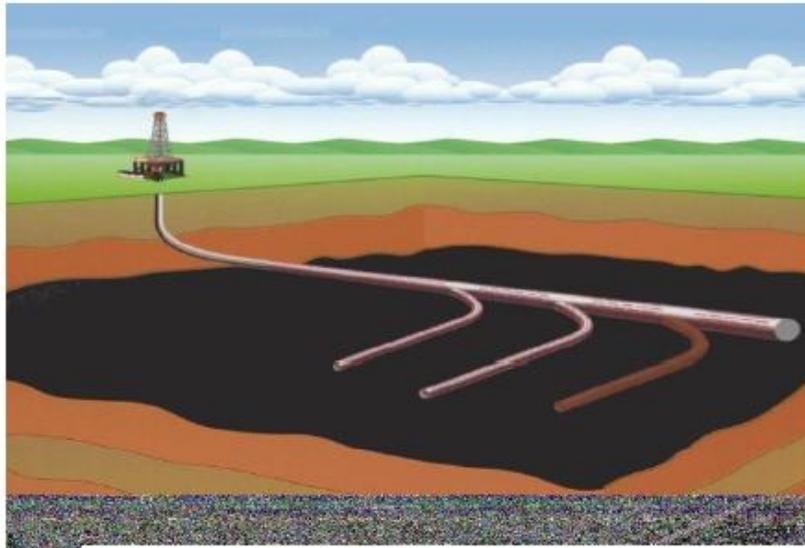


Figure 7. Puits multilatéraux [2]

I.3.4-Puits en ré-entrée (Re-entry wells)

Cette technique utilisée intensivement depuis les années 80 consiste à abandonner le fond d'un puits existant (vertical ou dévié) pour forer latéralement un nouveau puits, celui-ci se terminant souvent par un drain horizontal. [2]

Cette technique permet de faire l'économie du forage et des équipements de la partie supérieure du puits.

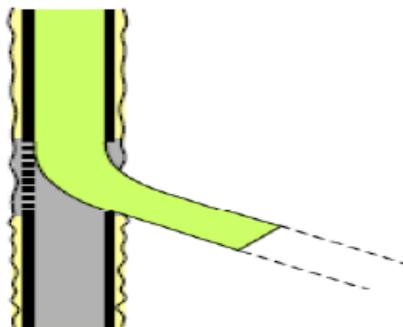


Figure 8. Puits ré-entrée [2]

Chapitre II : Les puits multilatéraux

II.1-Introduction

Les puits multilatéraux, dans leur forme la plus simple, ont été utilisés dans les industries pétrolières et gazières depuis les années 1950. Ces anciens systèmes multilatéraux, cependant, ne convenaient seulement dans leur application qu'à un petit segment de puits. Le premier puits multilatéral a été foré en 1953 dans l'Union soviétique (URSS), et il a été foré avec 9-latéraux en carbonate de corail pour une augmentation de la surface de contact avec le réservoir [5]. Dans le développement des années 1990, les technologies de forage ont aidé les ingénieurs à augmenter le nombre de racines latérales et les puits multilatéraux [6].

Le forage multilatéral est une nouvelle technologie développée après le forage directionnel et le forage horizontal. La technologie peut augmenter la zone de pétrole-drainage, améliorer la production de puits de pétrole et réduire considérablement le coût de développement du réservoir par le biais de plusieurs puits latéraux dans un trou de forage. Jusqu'en décembre 2006, il y avait plus de 8000 puits multilatéraux partout dans le monde, et un bénéfice économique remarquable a été obtenu.

Les puits multilatéraux sont définis comme des puits avec deux ou plusieurs racines latérales forées à partir d'un tronc commun. Ces racines latérales peuvent être horizontales, verticales ou déviées. Elles peuvent être de la même origine, ou se trouver sur des plans différents. . *Economides et coll. (1998)* présente une description détaillée des puits multilatéraux, Figure 9.



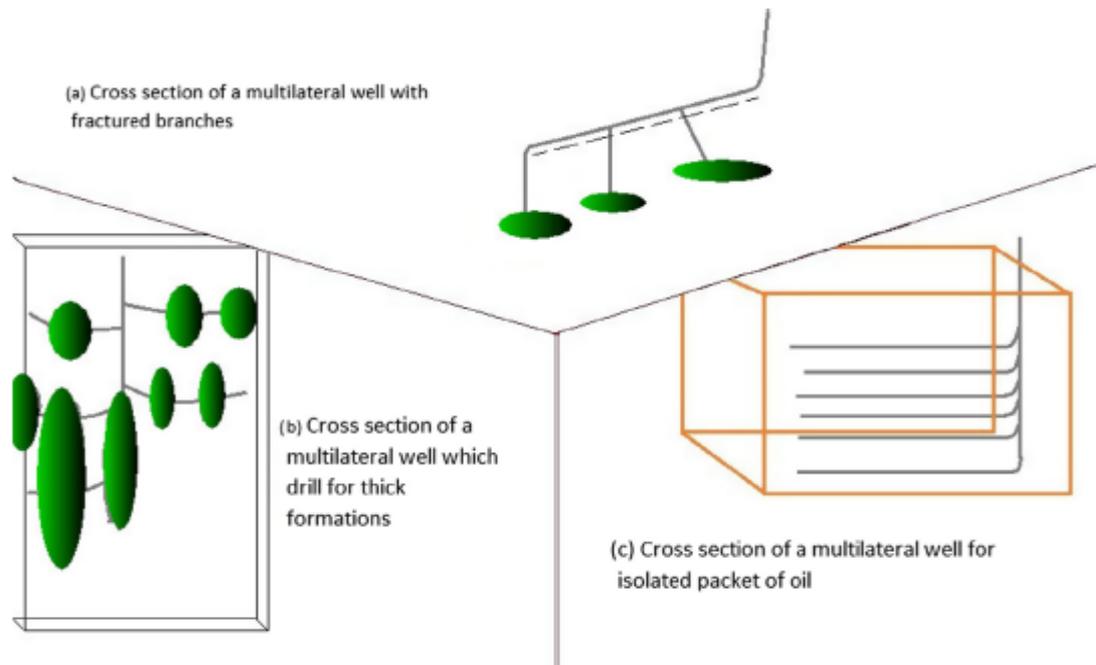


Figure 9: Puits multilatéraux typiques pour les productions de pétrole [7].

Le coût pour le forage des puits multilatéraux est supérieur à celui des puits verticaux normaux. Toutefois, le facteur de volume et de la récupération de production pétrolière de ces puits sont beaucoup plus élevés que les autres [4]. Cette amélioration de la production se produit en raison de la grande surface de contact entre le réservoir et les puits. Dans les cas où la taille de plate-forme est limitée, les puits multilatéraux sont la meilleure option possible (Figure 10).

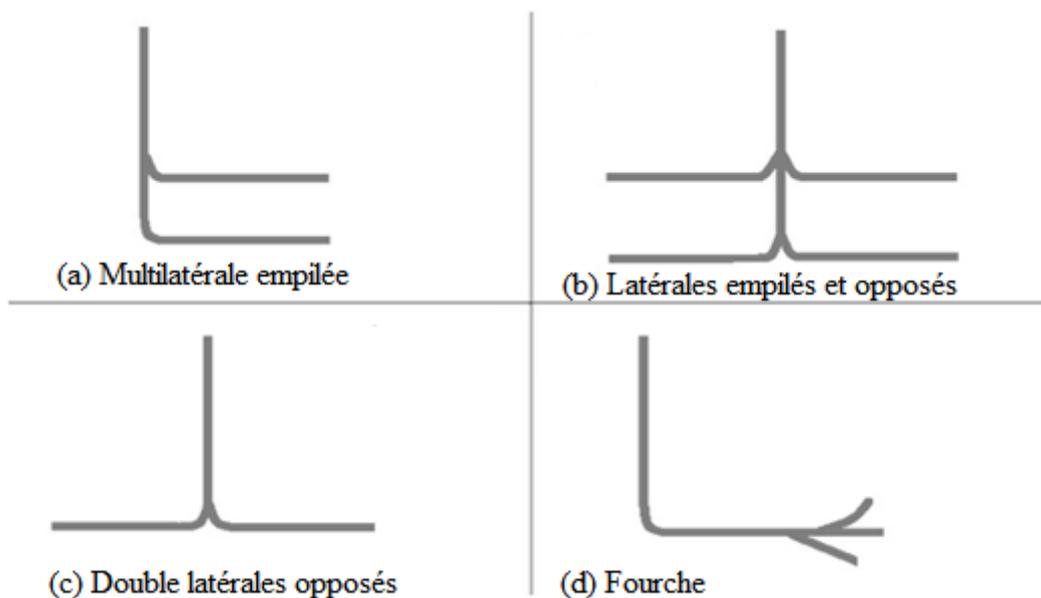


Figure 10. Configurations des puits multilatéraux [29].

II.2-Applications des puits multilatéraux

La mise en œuvre réussie du forage horizontal au cours des deux dernières décennies a conduit au développement de la technologie de puits multilatérale. Il y a diverses raisons pour forer des puits horizontaux, qui pourraient être étendues aux puits multilatéraux. Citons entre autres avantages :

- une exposition accrue du réservoir,
- la possibilité de relier les zones de haute perméabilité (fractures naturelles),
- l'éliminer ou du moins la réduction au minimum l'eau et gaz de conicité,
- l'accélération de la production des couches minces,
- la stabilité du taux de production à environ de 2 à 5 fois plus que celui des puits verticaux,
- selon l'emplacement et le type de forage technique utilisé, le coût d'une horizontale est bien 1,6 à 2 fois le coût des puits conventionnels,
- le pétrole cumulatif et/ou de gaz produit par un puits horizontal est environ de 2 à 6 fois plus que celui d'un puits vertical conventionnel [10] et [9].

Le nombre de puits multilatéraux a augmenté considérablement dans les dernières années en raison des progrès dans les systèmes de forage et de complétion directionnels. Dans la conicité des situations, telles que la production des gisements de pétrole avec un aquifère de bas ou un bouchon de gaz, l'utilisation de puits multilatéraux réduira les effets néfastes d'usage, puis conduit à la réduction des investissements et des coûts d'exploitation. Lors de la combinaison des méthodes de récupération assistée du pétrole ou avec drainage gravité assistée, ces puits peuvent fournir des moyens de produire plus de pétrole à un coût économique [3]. Pour réduire la conicité, il est essentiel d'avoir une certaine confrontation (distance verticale) entre le contact huile / eau et le puits horizontal pour empêcher une percée rapide d'eau ou de gaz dans un puits horizontal [6]. Dans les dernières décennies, à la suite de développement dans les outils de forage les ingénieurs avaient dessiné des puits multilatéraux dans diverses méthodes. Certains des puits multilatéraux habituels, sont indiqués dans les Figures 9-12.

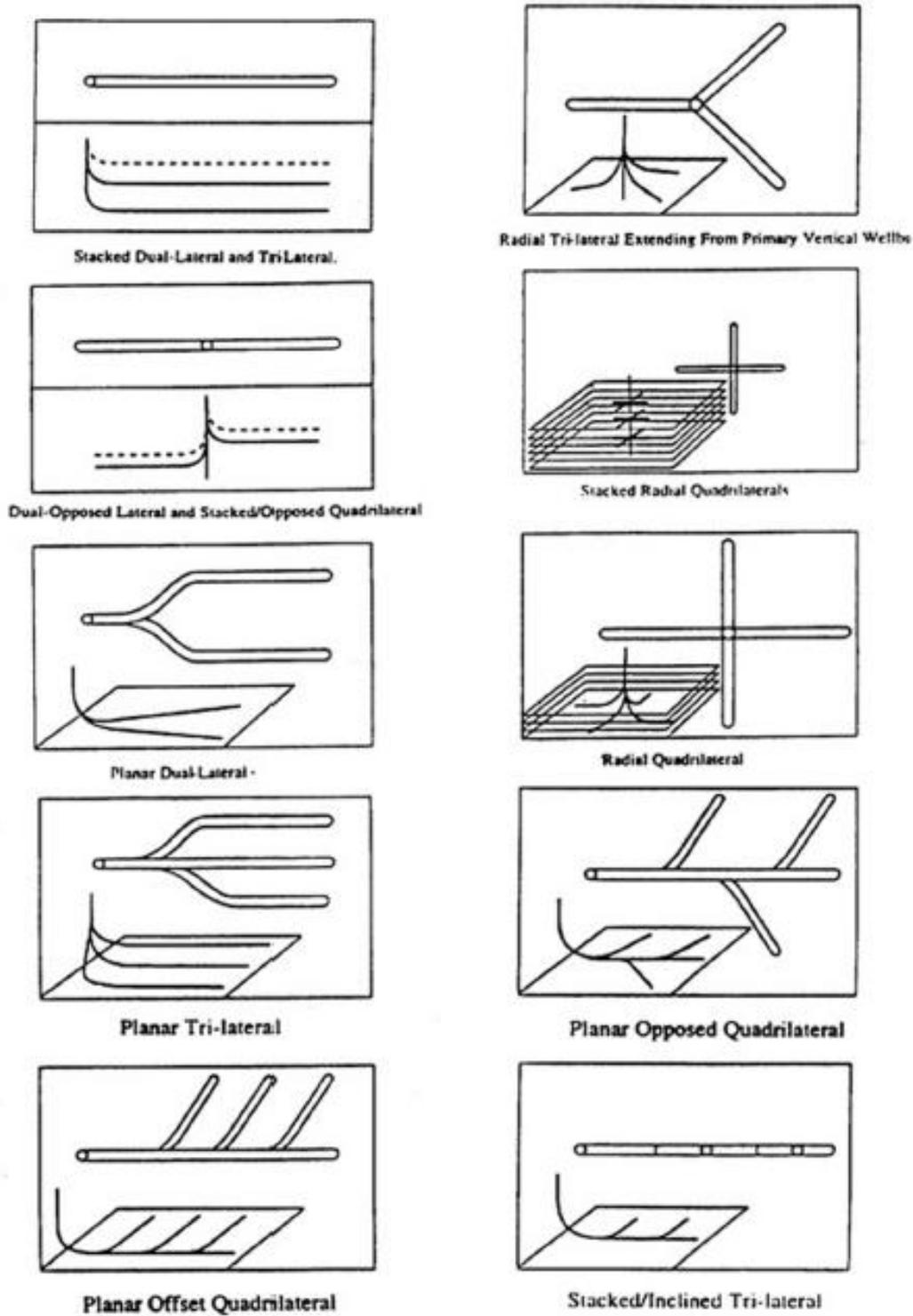


Figure 11. Certains types de puits multilatéraux [8].

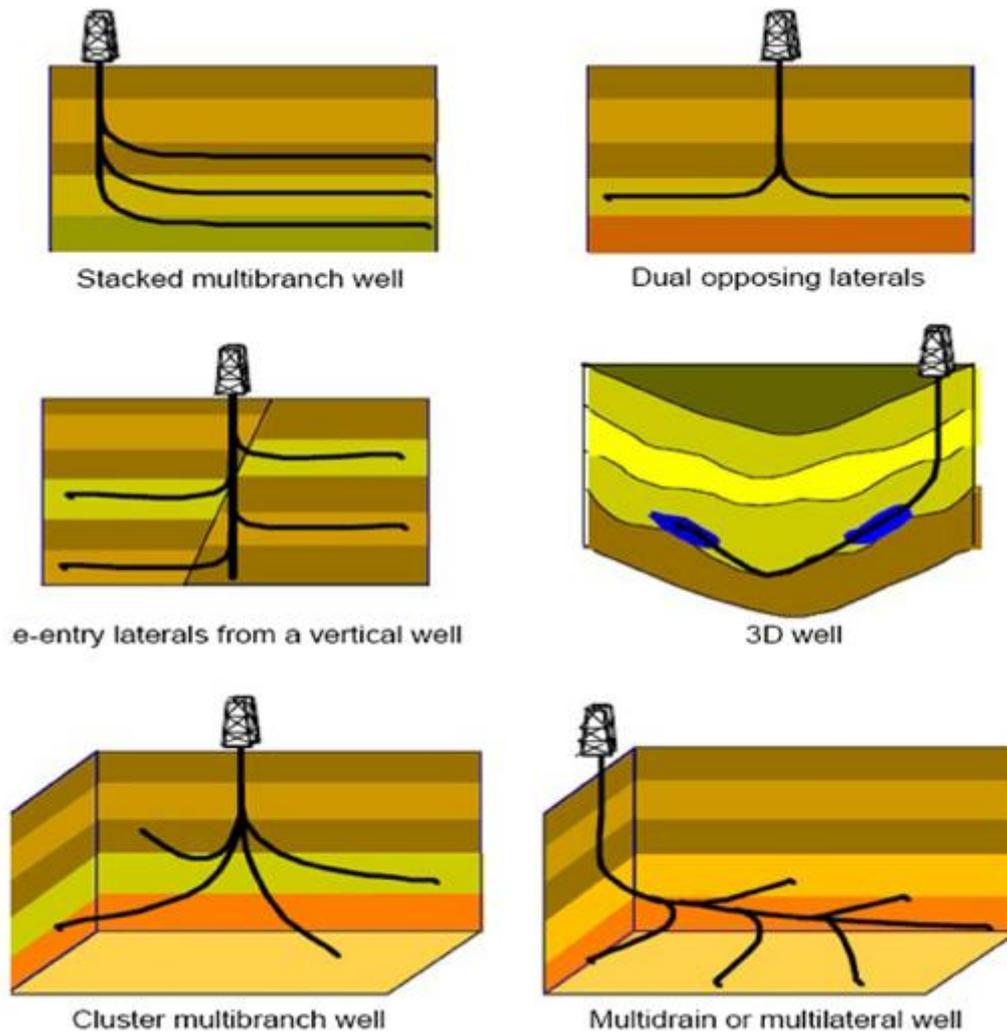


Figure 12. Différents types de puits avancés [30].

Dans l'ensemble, les motivations des opérateurs pour la performance de cette technologie seront dues à :

- La zone cible primaire de forage n'est percé qu'une seule fois.
- D'avantage de production est obtenu.
- Les coûts de la plateforme sont réduits.
- Une meilleure utilisation des fentes de plateforme existante ainsi des puits existants.
- Prolongation de la vie dans les champs marginaux.
- Préoccupations environnementales a diminué.
- Notons toutefois que la perte d'un trou principal conduit du risque d'augmentation des coûts potentiels : si le puits tombe en panne, cela peut aboutir à une importante réduction de la production [8].

II.3-Applications dans les réservoirs [33]

Les puits multilatéraux remplacent un ou plusieurs puits individuels. Par exemple, une double opposition de puits multilatérale remplace deux puits classiques horizontaux, chacun foré à partir de la surface avec des têtes de puits et de chaînes de boîtier séparées. Pour les zones avec des forages peu profonds des dangers, un puits de forage principal unique minimise le risque et le coût élevé des forages à une profondeur totale (TD) de deux fois. En onshore, ils réduisent le nombre de têtes de puits et la taille des emplacements de surface. En offshore, les puits multilatéraux conservent les fentes de modèle plateforme et sous-marines, et réduisent l'installation de surface et espace requis du pont.

Un avantage principal des puits multilatéraux est le contact maximal du réservoir pour augmenter la productivité ou injectivité et améliorer les facteurs de récupération. Plusieurs trous de drainage latéral se croisent et se connectent ; les caractéristiques de réservoir hétérogènes, telles que les fractures naturelles, les stries de perméabilité plus élevée, des formations feuilletées ou réservoirs multicouches et des poches isolées de pétrole et de gaz. Le contact maximal du réservoir augmente les nombres des puits du bassin versant et réduit l'abaissement de pression, qui atténue les afflux de sable et d'eau ou de gaz conicité plus efficacement que les puits verticaux et horizontaux conventionnels.

II.3.1-Réservoirs de pétrole lourd

En plus l'amélioration de l'injection de vapeur, la propagation des fentes latérales horizontales maximisent la production et améliorent la récupération provenant de gisements de pétrole lourd et de réservoirs minces, peu profonds ou appauvris.

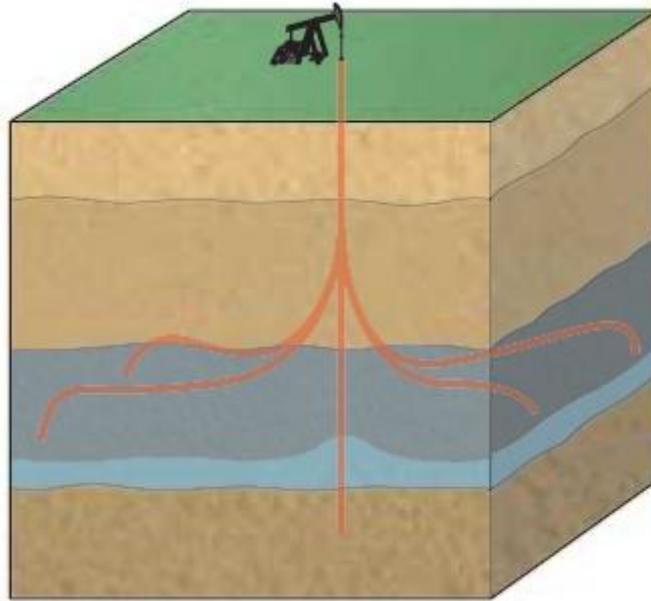


Figure 13. Réservoir de pétrole lourd

II.3.2-Faible perméabilité ou réservoirs fracturés naturellement

Les fractures naturelles peuvent être identifiées par les technologies des puits multilatéraux, augmentant ainsi la procédure d'extraction.

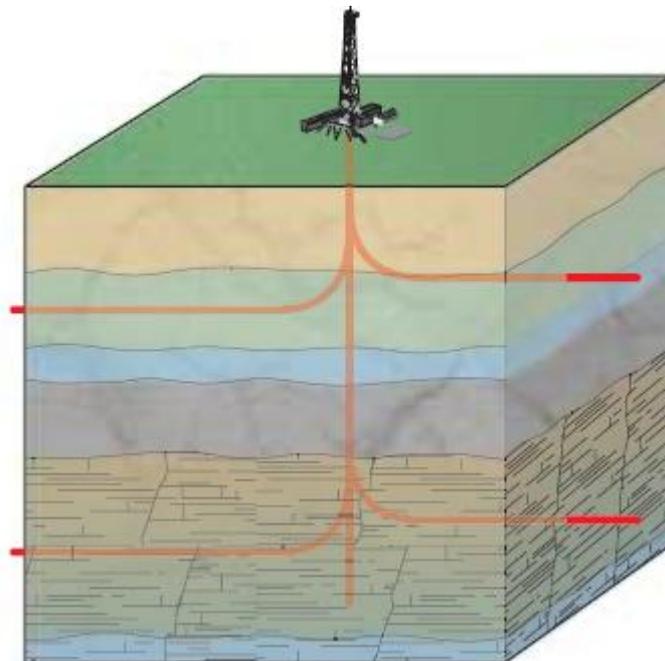


Figure 14. Faible perméabilité ou réservoirs fracturés naturellement

II.3.3-Champs de satellites

Les puits multilatéraux sont un moyen efficace et économique de produire des champs périphériques et les petits réservoirs contenant des volumes d'hydrocarbures limités.

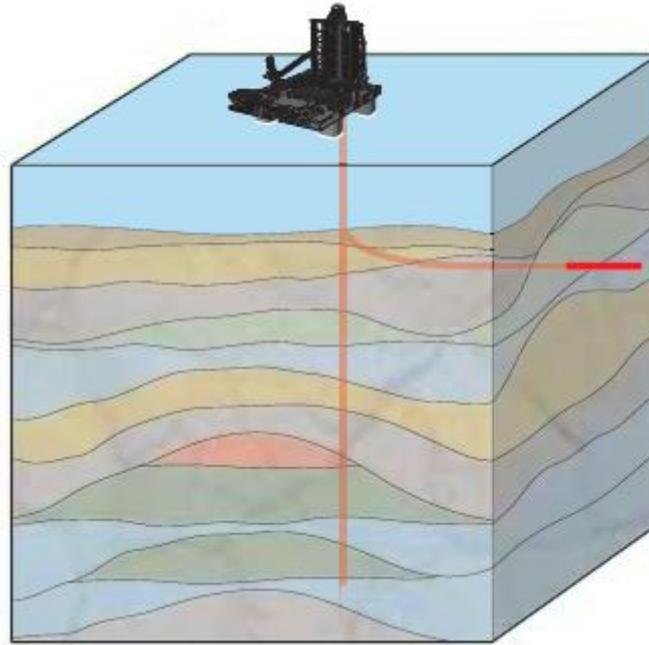


Figure 15. Champs de satellites

II.3.4-Formations feuilletées ou des réservoirs multicouches

Dans des réservoirs multicouches, plusieurs embranchements empilés verticalement contactent plus de réservoirs qu'un monotube vertical et peuvent puiser plusieurs formations productives. En variant l'inclinaison latérale et la profondeur verticale de chaque trou peuvent drainer plusieurs formations minces.

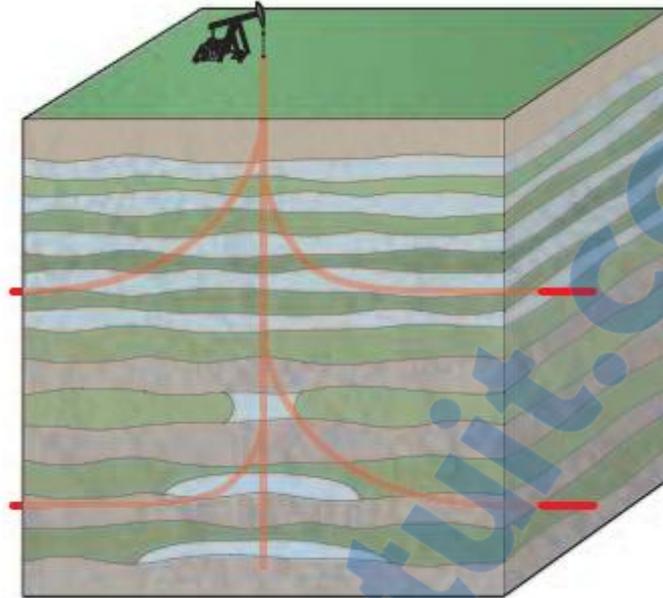


Figure 16. Formations feuilletées ou des réservoirs multicouches.

II.3.5-Compartiments de réservoir isolé

Les puits multilatéraux sont souvent les plus efficaces que plusieurs puits individuels pour l'extraction des hydrocarbures dans différents compartiments de réservoirs distincts (voir par la connexion avec des réservoirs partiellement vides).

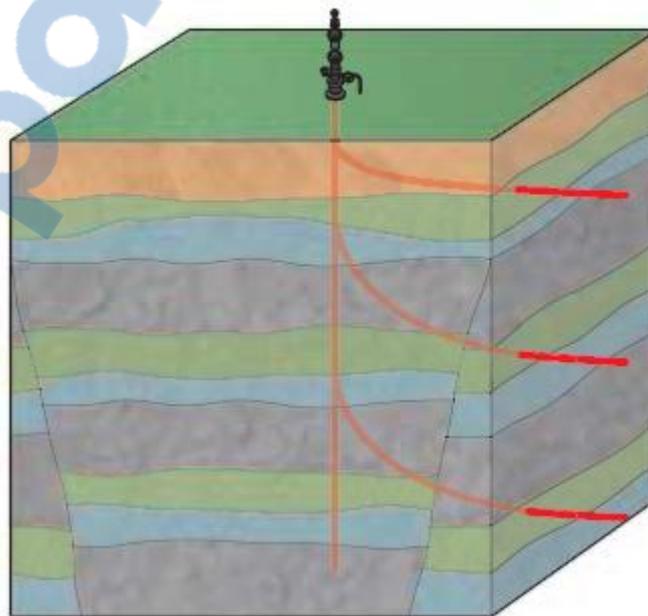


Figure 17. Compartiments de réservoir isolé

II.4-Les complétions multilatérales

Les systèmes de complétions multilatéraux permettent le forage et la complétion de puits multiples au sein d'un seul puits de forage. Au puits principal s'ajoutent un ou plusieurs puits latéraux convergeant vers le puits principal. Cela permet des stratégies alternatives de construction des puits verticaux, inclinés et horizontaux. Les systèmes multilatéraux sont construits pour l'extraction à la fois de pétrole et de gaz. Une installation typique comprend deux éléments latéraux ; le nombre de racines latérales devrait être déterminé à partir :

- du nombre de cibles,
- de la profondeur/pression,
- de l'analyse des risques,
- des paramètres de construction du puits.

II.4.1-Catégories de systèmes multilatéraux

Les divers types de systèmes multilatéraux ont été classés par « Technology Advancement of MultiLaterals » (TAML), un groupe d'opérateurs et fournisseurs ayant une expérience dans le développement de technologies multilatérales. Pour le système TAML, la classification des puits multilatéraux repose sur la quantité et le type (ou absence) de soutien apporté à la jonction latérale. Il y a six niveaux de l'industrie définis par TAML. Ce système de catégorisation rend plus facile aux ingénieurs la reconnaissance, la fonctionnalité et l'évaluation des risques pour la conception d'une structure multilatérale. Comme le niveau de TAML augmente, ceci implique la complexité et le coût du système.

II.4.1.1-TAML niveau 1

Le système multilatéral se compose d'un trou principal relié avec un drainage (figure 18). La structure de cette jonction est dépourvue des contraintes mécanique ou isolation hydraulique. L'intégration de cette structure de la jonction dépend de la stabilité du forage, mais il est possible de déposer un revêtement du drain ou l'alésage principal pour bien maintenir le puits pendant la production. La production d'un système de niveau 1 doit être mélangée et la distinction du produit extrait n'est pas possible.

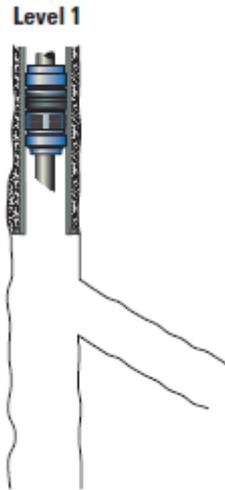


Figure 18. TAML niveau 1. [33]

II.4.1.2-TAML niveau 2

Ce système est similaire au niveau 1, sauf que pour cette fois les latéraux sont percés au loin un alésage principal tubé et cimenté (figure 19). L'alésage principal tubé minimise les risques d'effondrement du trou de forage et fournit un moyen d'isolement hydraulique entre les zones. Comme pour le niveau 1, il n'y a aucun soutien mécanique de la jonction latérale, mais il est possible d'exécuter une doublure fendue dans les latéraux pour maintenir la stabilité du trou de forage.



Figure 19. TAML niveau 2. [33]



II.4.1.3-TAML niveau 3

Le système niveau 3 utilise aussi un alésage principal tubé et cimenté avec un trou latéral comme le montre la figure 20. Toutefois, dans cette conception, ce système dispose d'un support mécanique dans la jonction latérale. Ce système offre un accès facile dans les ramifications multilatérales.

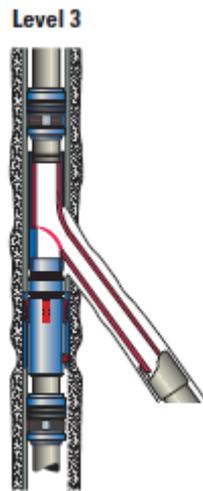


Figure 20. TAML niveau 3. [33]

II.4.1.4-TAML niveau 4

Ce système utilise un alésage principal et un alésage latéral tubés et cimentés (figure 21). Cela donne au support latéral une excellente propriété mécanique. D'autre part, le cimentage protège la jonction de l'infiltration des sables et l'effondrement potentiel, il ne peut supporter que quelques centaines de psi (pression). Il y a une possibilité de rupture mécanique si la jonction est soumise à de plus fortes pressions, conséquence de l'utilisation de pompes submersibles électriques (ESP).



Figure 21. TAML niveau 4. [33]

II.4.1.5-TAML niveau 5

Le multilatéral niveau 5 est semblable dans la construction au niveau 4, dans lequel consistent un alésage principale et un alésage latérale, tous deux tubés et cimentés, offrant le même niveau d'intégrité mécanique (figure 22). Ce système offre un accès complet à la fois l'alésage principal et à l'alésage secondaire. Les zones peuvent être extraites indépendamment de l'autre. Et la construction peut être conçue pour permettre aux zones d'être mélangées.



Figure 22. TAML niveau 5. [33]

II.4.1.6-TAML niveau 6

Dans le système multilatéral de niveau 6, les deux parties mécaniques et l'intégrité de pression sont réalisées à l'aide d'une enveloppe pour sceller la jonction (figure 23). Ici, la cimentation de la jonction relie les ramifications multilatérales, comme dans le système niveau 4. Le système de niveau 6 utilise une jonction préfabriquée.



Figure 23: TAML niveau 6. [33]

II.4.2-Connectivité de la jonction [33]

L'application pour les jonctions RapidTieBack comprend de nouveaux puits nécessitant de jonctions dans :

- les réservoirs peu profonds de pétrole lourd,
- des formations de faible perméabilité ou fracturées naturellement,
- les champs matures avec pression appauvrie à passage intégral.

Nous allons décrire ci-dessous les démarches à respecter pour appliquer des jonctions RapidTieBack :

1- Installer la jonction à profondeur proposée. Orienter selon des mesures gyroscopiques.

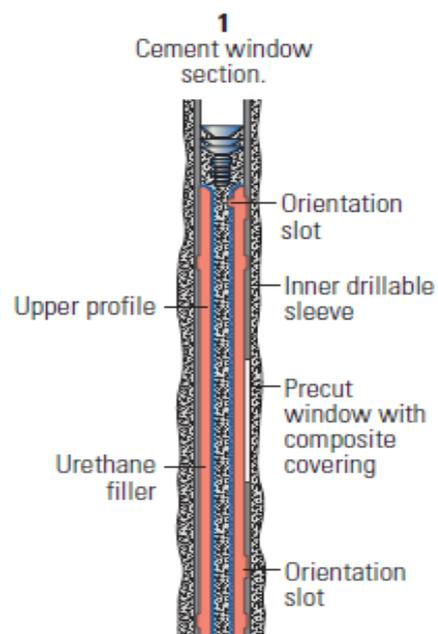


Figure 24. Section de fenêtre de cimentation

2- Repercer le manchon interne et le ciment. Positionner et installation du « whipstock » comme le montre la figure ci-dessous.

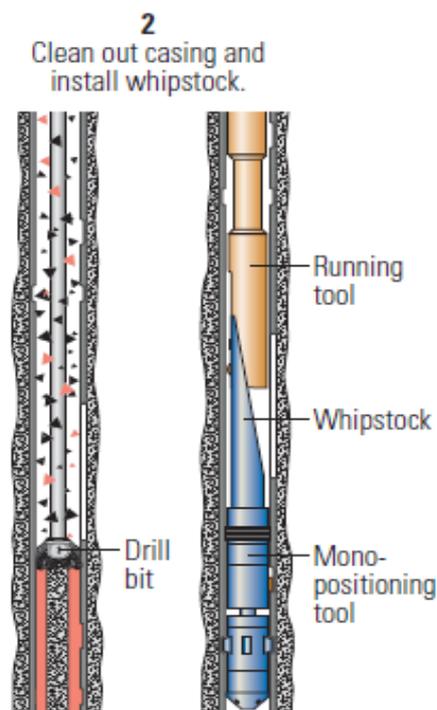


Figure 25. Nettoyage de caisson et installation de « whipstock »

- 3- Percer les trous de forage latéral et enlever l'outil de forage. Réorienter le « whipstock » pour percer le latéral adverse. Récupérer le « whipstock » et l'outil de mono-positionnement. Nettoyer le puits principal.

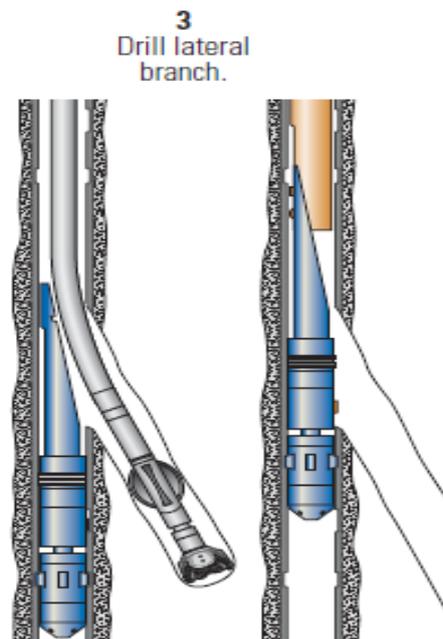


Figure 26. Perçage de la branche latérale

- 4- Emplacement de « Reentry deployment tool » (RDT) et le mono-positionnement de l'outil du profil. Finalisation de la pose du système pour la procédure de la cimentation.

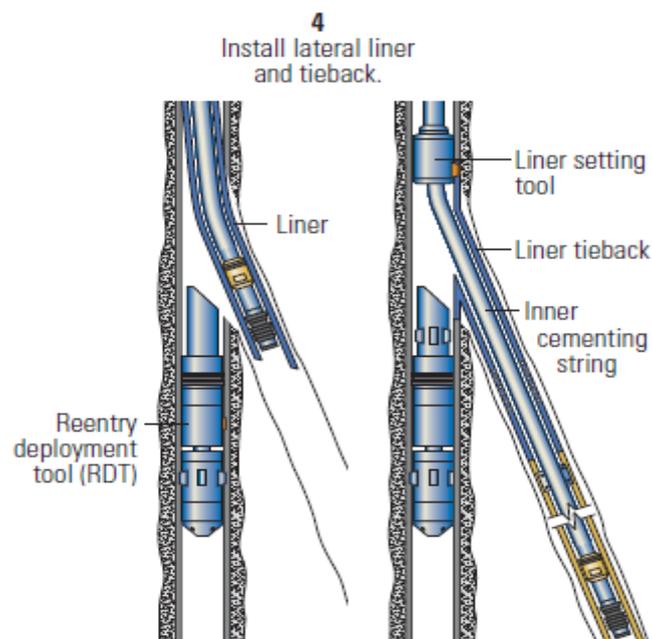


Figure 27. Installation du « liner » et du « tieback »

5- Procédure de cimentation. Récupération de l'outil de cimentage.

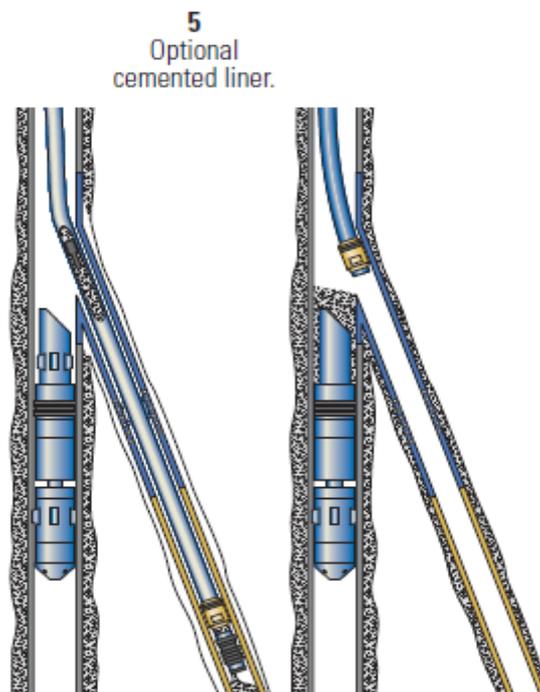


Figure 28. Cimentation

6- Emplois de l'outil de mono-positionnement pour la récupération de la RDT.

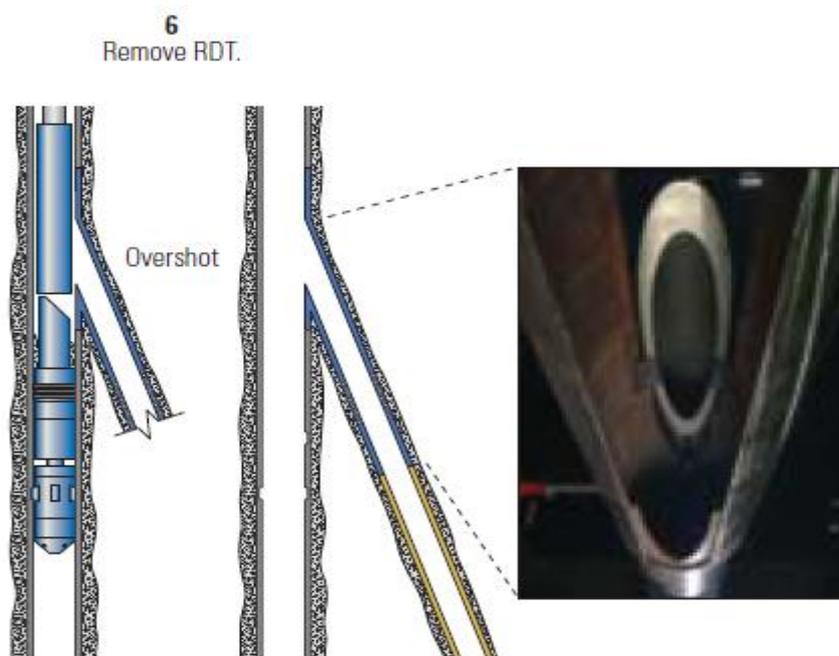


Figure 29. Enlèvement de la RDT

7- Installer le manchon de modèle interne pour maintenir le revêtement latéral en place

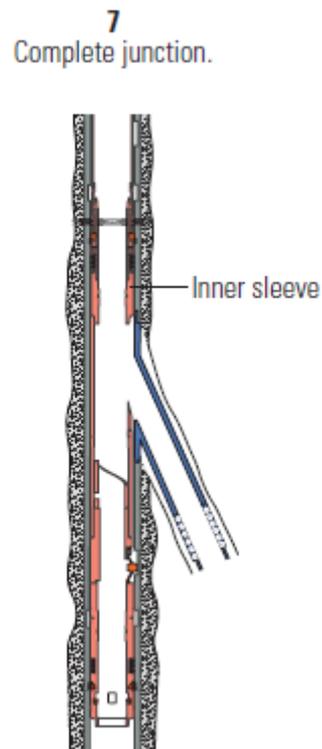


Figure 30: Jonction complète

II.5-Conclusion

La technologie des puits multilatérale a avancé considérablement ces dernières années pour aider à la récupération des hydrocarbures, notamment dans les applications de pétrole lourd. Il y a beaucoup d'avantages à utiliser cette technologie par rapport aux autres.

Partie II : METHODOLOGIE

Chapitre III : Mécanique d'élasticité [1]

III.1-Introduction

En mécanique du solide, les grandeurs de base sont les forces et les déplacements, qui permettent de calculer directement des énergies. En mécanique des milieux continus, il en est de même, mais on travaille avec des grandeurs normalisées. Pour simplifier disons que les contraintes sont des forces par unité de surface et les déformations sont des variations de longueur par unité de longueur.

III.2-Contraintes

Le but de la mécanique appliquée en science des matériaux est de calculer la « contrainte » s'exerçant en un point sur une « facette » donnée. Cette contrainte est représentée par un vecteur, $\vec{\sigma}_n$. La composante de ce vecteur, perpendiculaire à la facette représente une contrainte normale, σ_{nn} (équivalent à une pression), alors que la composante parallèle à la facette, une contrainte tangentielle τ_{nt} (figure 31).

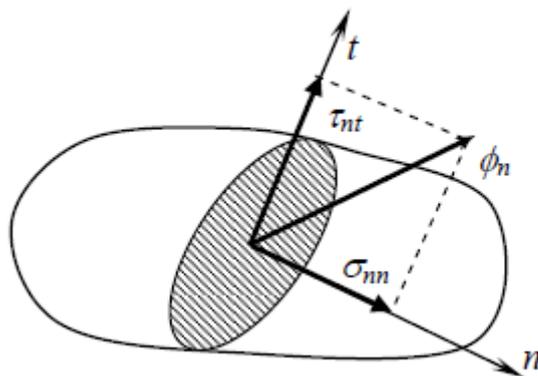


Figure 31. Contrainte représentée par un vecteur

Ces deux composantes jouent un rôle très important pour le matériau, les contraintes normales induisent des ruptures de type fragile, alors que les contraintes de cisaillement induisent la

plasticité. Le but des calculs en élasticité est de déterminer pour un point donné les facettes qui supportent un vecteur contrainte particulier. Nous allons voir que toutes les contraintes de toutes les facettes peuvent être déterminées par la connaissance du tenseur des contraintes à un point.

III.3-Champ de contrainte en un point

Le champ de contrainte en un point O d'un solide est complètement défini par un tenseur d'ordre 2. Dans un repère quelconque $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$, cet état de contrainte est défini par 6 composantes que l'on peut représenter sous forme matricielle selon :

$$\tilde{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}_{(0,x_1,x_2,x_3)} \quad (\text{Eq 1})$$

Les composants d'une ligne ou d'une colonne représentent les composants du vecteur contrainte s'exerçant sur une facette perpendiculaire à un des axes, dans le repère $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$. Par exemple, les composants de la première ligne $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$, sont celles du vecteur contrainte s'exerçant sur une facette perpendiculaire à l'axe Ox_1 (figure 32).

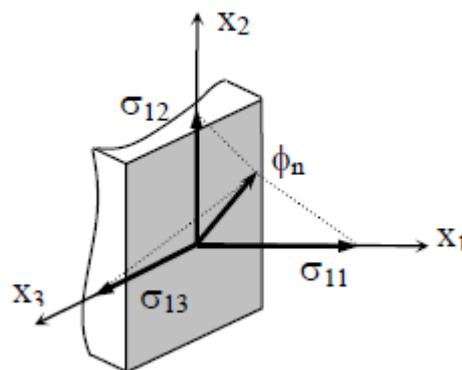


Figure 32. Exemple de vecteur contrainte s'exerçant sur une facette perpendiculaire à l'axe Ox_1

On définit les directions principales pour lesquelles le vecteur contrainte s'exerçant sur une facette normale à ces directions, est parallèle à la normale, ce qui signifie que les contraintes tangentielles sont nulles. Ces directions principales sont au nombre de 3, normales entre elles.

Elles forment donc un repère (dit principal), pour lequel les contraintes tangentielles sont nulles. En conséquence, dans ce repère $(O, \vec{x}_I, \vec{x}_{II}, \vec{x}_{III})$, le tenseur des contraintes est décrit par seulement 3 composants :

$$\tilde{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} \end{bmatrix}_{(0, x_I, x_{II}, x_{III})} \quad (\text{Eq 2})$$

A partir de la connaissance de l'état de contrainte, et donc du tenseur, on peut calculer le vecteur contrainte $\vec{\phi}_n$ de toute facette dont la normale est \vec{n} selon :

$$\vec{\phi}_n = \tilde{\sigma} \cdot \vec{n} \quad (\text{Eq 3})$$

Ou bien après développement dans le repère $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$:

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq 4})$$

Ce vecteur contrainte peut évidemment s'exprimer dans tout repère, quelconque (et bien sûr dans le repère principal), mais pour lui donner un sens mécanique, nous avons déjà dit qu'on le décompose selon un repère (\vec{n}, \vec{t}) lié à la facette. Les composantes σ_{nn} et τ_{nt} seront alors obtenues en effectuant la projection de $\vec{\phi}_n$ sur \vec{n} et sur \vec{t} respectivement, selon :

$$\sigma_{nn} = \vec{\phi}_n \cdot \vec{n} \quad (\text{Eq 5}) \quad \text{et} \quad \tau_{nt} = \vec{\phi}_n \cdot \vec{t} \quad (\text{Eq 6})$$

Ces composantes peuvent s'écrire directement à partir d'un calcul tensoriel selon :

$$\sigma_{nn} = \vec{n}^t \bar{\sigma} \vec{n} \quad (\text{Eq 7})$$

$$\tau_{nt} = \vec{t}^t \bar{\sigma} \vec{n} \quad (\text{Eq 8})$$

Où l'exposant ^t indique la transposée de la matrice colonne.

Le tenseur des contraintes peut être représenté graphiquement par le **tricerclé de Mohr**. Cette figure permet d'avoir une vue globale du champ de contrainte.

Un **cercle de Mohr** représente le point $M(\sigma_{nn}, \tau_{nt})$ dans le repère (O, \vec{n}, \vec{t}) , lorsqu'on considère l'ensemble des facettes parallèles à un axe principal. Par exemple, considérons l'ensemble des facettes parallèles à l'axe \vec{x}_{III} (figure 33).

La normale \vec{n} de ces facettes peut être orientée par l'angle φ dans le repère principal $(O, \vec{x}_I, \vec{x}_{II}, \vec{x}_{III})$ ou bien par l'angle quelconque (disons θ par exemple) dans tout autre repère $(O, \vec{x}_4, \vec{x}_5, \vec{x}_{III})$, se déduisant du premier par une rotation θ au tour de x_{III} .

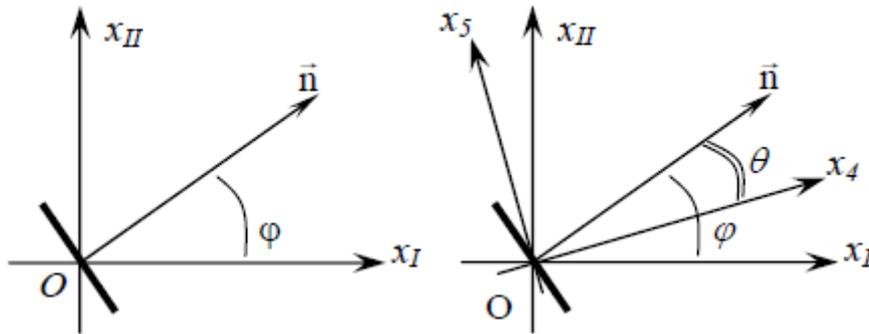


Figure 33. Ensemble des facettes parallèles à l'axe \vec{x}_{III}

L'abscisse et l'ordonnée du point M peuvent être alors calculées en fonction de l'angle θ ou bien φ , en donnant bien évidemment les mêmes valeurs. Exprimons ces coordonnées plutôt en fonction de φ , pour des raisons de simplicité.

Calculons d'abord le vecteur contrainte $\vec{\phi}_n$:

$$\vec{\phi}_n = \vec{\sigma} \cdot \vec{n} = \bar{\sigma} \cdot \bar{n} = \begin{pmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_I \cos \varphi \\ \sigma_{II} \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{Eq 9})$$

Puis les composantes σ_{nn} et τ_{nt} :

$$\begin{cases} \sigma_{nn} = \vec{\phi}_n \cdot \vec{n} = \sigma_I \cos^2 \varphi + \sigma_{II} \sin^2 \varphi \\ \tau_{nt} = \vec{\phi}_n \cdot \vec{t} = -\sigma_I \cos \varphi \sin \varphi + \sigma_{II} \cos \varphi \sin \varphi \end{cases} \quad (\text{Eq 10})$$

En utilisant les propriétés des fonctions sinus et cosinus, les relations précédentes peuvent se simplifier en :

$$\begin{cases} \sigma_{nn} = \frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2} + \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \cos 2\varphi \\ \tau_{nt} = 0 - \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \sin 2\varphi \end{cases} \equiv \begin{cases} x = x_0 + R \cos \alpha \\ y = y_0 + R \sin \alpha \end{cases} \quad (\text{Eq 11})$$

Où l'on reconnaît un cercle de rayon $(\sigma_I - \sigma_{II})/2$ et de centre point I d'abscisse $(\sigma_I + \sigma_{II})/2$ et d'ordonnée 0. Sur ce cercle, on peut par exemple représenter les facettes de normales x_4 et x_5 du repère défini plus haut.

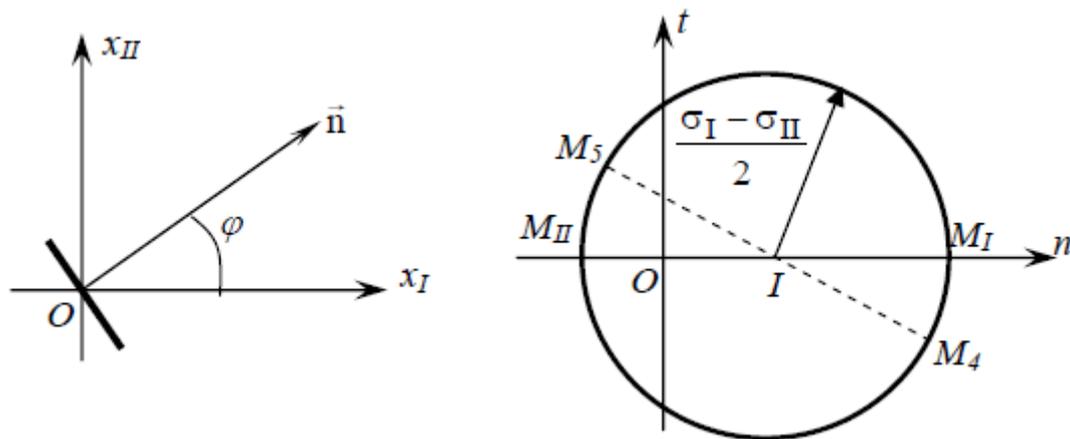


Figure 34. Représentation des facettes de normales x_4 et x_5

On peut facilement effectuer le même calcul et donc la même représentation pour l'ensemble des facettes parallèles aux deux autres axes principaux. La représentation de ces trois cercles dans le repère (\vec{n}, \vec{t}) sur la même figure donne le tricerclé de Mohr. On obtient alors une « vue » de l'état de contrainte, donnant instantanément les contraintes normales maximales (traction ou compression) ainsi que le cisaillement maximal (figure 35). Le cas général d'un point représentatif d'une facette parallèle à aucun des axes principaux se trouve quelque part entre les trois cercles.

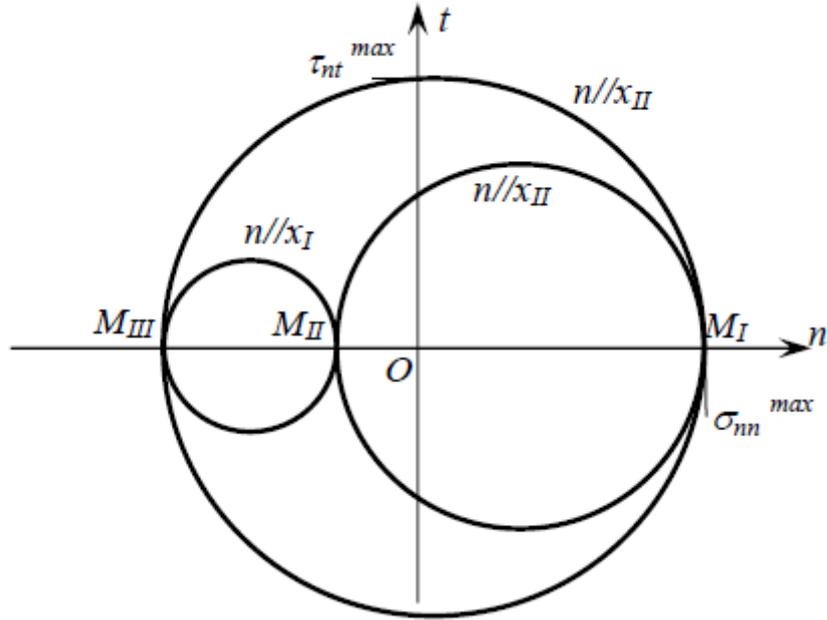


Figure 35. Tricerle de Mohr

➤ *Champ de déformation en un point*

De manière similaire au champ de contrainte, on définit un champ de déformation qui peut se représenter en un point par un tenseur. Dans un repère quelconque $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$, il est défini par 6 composantes que l'on peut représenter sous forme matricielle selon :

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}_{(0,x1,x2,x3)} \quad (\text{Eq 12})$$

Ce que nous avons dit ci-dessus pour le tenseur des contraintes reste vrai, et les directions principales des contraintes et des déformations coïncident. De même, on va pouvoir calculer l'équivalent du vecteur contrainte, le vecteur déformation $\vec{\phi}_n^\varepsilon$ sur une facette de normale \vec{n} .

$$\vec{\phi}_n^\varepsilon = \tilde{\varepsilon} \cdot \vec{n} \quad (\text{Eq 13})$$

Toujours pour donner un sens mécanique, on peut exprimer ce vecteur dans le repère (O, \vec{n}, \vec{t}) lié à la facette dont les composantes sont :

$$\varepsilon_{nn} = \vec{\Phi}_n^\varepsilon \cdot \vec{n} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{nt} = \vec{\Phi}_n^\varepsilon \cdot \vec{t} \quad (\text{Eq 14})$$

ε_{nn} représente une déformation de la facette selon la direction normale, c'est-à-dire une dilatation (ou une contraction si elle est négative). ε_{nt} représente un cisaillement au niveau de la facette. On peut illustrer ces déformations en représentant schématiquement le changement de forme d'un cube élémentaire au niveau de la facette (figure 36).

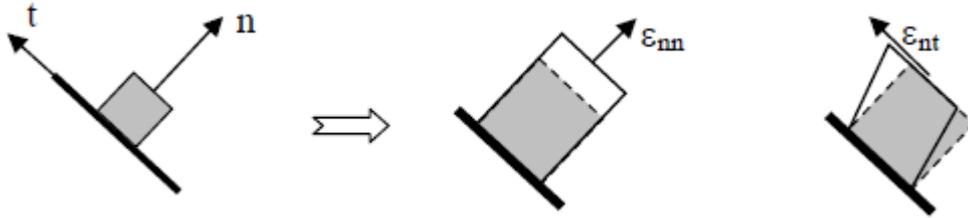


Figure 36. Changement de forme d'un cube élémentaire au niveau de la facette

D'un point de vue mécanique, les déformations sont exprimées à partir des déplacements des points. Dans un repère $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ on considère un point $P(x)$ tel que $\vec{OP} = \vec{x}$, qui après sollicitation mécanique vient en P' tel que $\vec{OP}' = \vec{x} + \vec{u}$, donc le vecteur \vec{PP}' a pour coordonnées $\vec{u}(x)$. On considère un deuxième point $N(x+dx)$, voisin du premier qui après la transformation est tel que $\vec{ON}' = \vec{n} + \vec{u} + d(\vec{n} + \vec{u})$. Le vecteur \vec{NN}' a donc pour coordonnées $\vec{u} + d\vec{u}$ (figure 37).

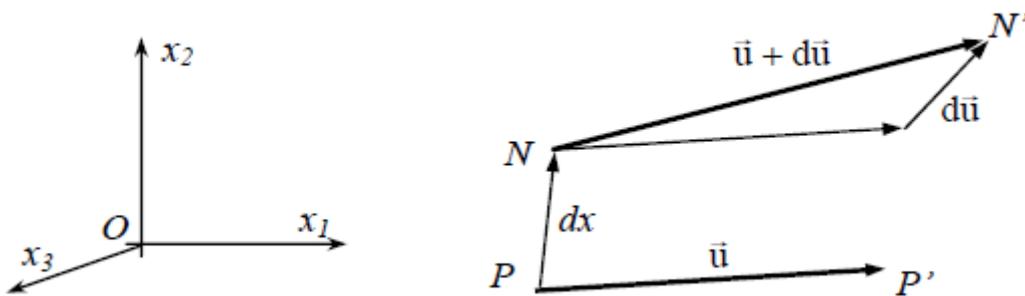


Figure 37. Représentation du vecteur \vec{NN}'

Il peut donc se mettre sous la forme :

$$\vec{NN}' = \vec{PP}' + d\vec{u} \quad (\text{Eq 15})$$

En écrivant la forme développée de $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$ ou bien sûr chaque composante dépend des variables (x_1, x_2, x_3) , explicitons cette différentielle $d\vec{u}$:

$$\begin{aligned} du_1 &= \frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} dx_3 \\ du_2 &= \frac{\partial u_2}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} dx_3 \\ du_3 &= \frac{\partial u_3}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} dx_3 \end{aligned} \quad (\text{Eq 16})$$

On définit ainsi un tenseur gradient de déplacement $\tilde{\epsilon}$:

$$d\vec{u} = \tilde{\epsilon} \cdot d\vec{x} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ dx_3 \end{pmatrix} \quad (\text{Eq 17})$$

Le vecteur $\overrightarrow{NN'}$ peut alors s'exprimer selon :

$$\overrightarrow{NN'} = \vec{u} + \tilde{\epsilon} \cdot d\vec{x} \quad (\text{Eq 18})$$

Le premier terme \vec{u} représente un déplacement global, i.e une translation. Le deuxième terme $\tilde{\epsilon}$ inclut à la fois la déformation $\tilde{\epsilon}$ et une rotation $\tilde{\omega}$ dont les composantes sont définies selon :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{et} \quad \omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{Eq 19})$$

Le vecteur $\overrightarrow{NN'}$ peut finalement s'exprimer :

$$\overrightarrow{NN'} = \vec{u} + \tilde{\omega} \cdot d\vec{x} + \tilde{\epsilon} \cdot d\vec{x} \quad (\text{Eq 20})$$

Seul le dernier terme caractérise une déformation de l'objet (au sens d'un éloignement des points P et N après transformation), et en élasticité est relié au tenseur des contraintes.

Pour expliciter ce tenseur déformation, considérons tout d'abord les termes diagonaux :

$$\varepsilon_{ii} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (\text{Eq 21})$$

Ils sont équivalents à ε_{nn} avec $\vec{n} = \vec{x}_i$, donc représentent la dilatation selon la direction i . En représentant leur action sur un cube élémentaire (figure 38) orienté dans le repère $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ on comprend qu'ils sont liés à la variation de volume de l'objet. De même les autres termes ε_{ij} avec $i \neq j$, équivalent à ε_{nt} avec $\vec{n} = \vec{x}_i$ et $\vec{t} = \vec{x}_j$ représentent des distorsions du cube élémentaire (figure 38).

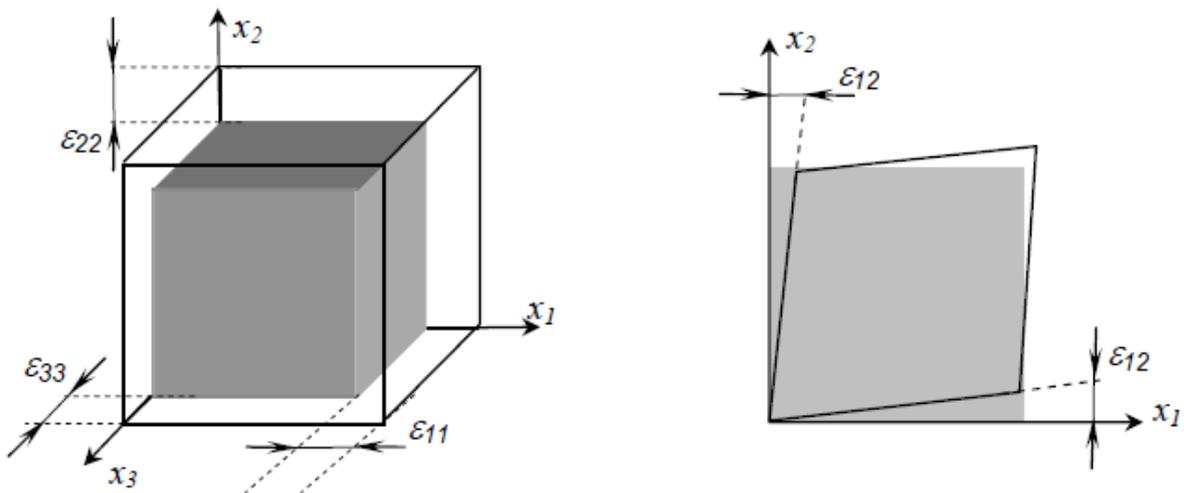


Figure 38. Distorsions du cube élémentaire

En conséquence, la variation relative du volume d'une structure soumise à un tenseur de déformation $\tilde{\varepsilon}$ est donnée par la trace du tenseur :

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} \quad (\text{Eq 22})$$

Comme pour les contraintes, on peut représenter l'état de déformation en un point par un tricerclé de Mohr. La réalisation est identique

III.4-Loi de comportement élastique

La loi de comportement dans le domaine élastique est très simple puisqu'elle suppose proportionnalité entre tenseurs des contraintes et des déformations. Le facteur de proportionnalité entre deux tenseurs de rang 2 est dans le cas général un tenseur de rang 4 :

$$\tilde{\sigma} = \tilde{E} \cdot \tilde{\varepsilon} \quad (\text{Eq 23})$$

Dans le cas de solides isotropes, seules deux constantes indépendants sont nécessaires, et la relation précédente peut se développer selon les **équations** dites de **Lamé** :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2\mu\varepsilon_{11} \\ \sigma_{22} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2\mu\varepsilon_{22} \\ \sigma_{33} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2\mu\varepsilon_{33} \\ \sigma_{12} = 2\mu\varepsilon_{12} \\ \sigma_{13} = 2\mu\varepsilon_{13} \\ \sigma_{23} = 2\mu\varepsilon_{23} \end{array} \right. \text{ avec } \begin{array}{l} \lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \\ G = \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \end{array} \quad (\text{Eq 24})$$

Où ν est le coefficient de Poisson, E le module d'élasticité ou de Young, G le module de cisaillement (aussi écrit μ) et λ le coefficient de Lamé.

La relation est également connue sous sa forme inversée des déformations en fonction des contraintes sous l'appellation de **relations de Young**.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{11} = \frac{1}{E} [\sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})] \\ \varepsilon_{22} = \frac{1}{E} [\sigma_{22} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{33})] \\ \varepsilon_{33} = \frac{1}{E} [\sigma_{33} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})] \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{12} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{12} \\ \varepsilon_{13} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{13} \\ \varepsilon_{23} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{23} \end{array} \right. \quad (\text{Eq 25})$$

On constate immédiatement que l'utilisation de ces relations dans un repère principal amène simplement à éliminer les parties tangentielles, c'est-à-dire les 3 dernières équations. La signification selon la direction apparaît alors plutôt bien en disant, par exemple, que la déformation selon la direction 1, ε_{11} , est inversement proportionnelle à la contrainte dans la même direction, σ_{11} , retranchée des effets de Poisson causés par les contractions dans les directions perpendiculaires : $\nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})$

L'énergie de déformation élémentaire (pour une déformation élémentaire $d\tilde{\varepsilon}$) s'exprime selon : $\delta W = \sum_{i,j} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$ (Eq 26)

En remplaçant les déformations par les lois de Hooke et en intégrant (lois linéaire) de 0 à $\tilde{\varepsilon}$, on obtient l'expression de l'énergie élastique dans un repère quelconque :

$$W = \frac{1}{2E} (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33} + \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{2\mu} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2) \quad (\text{Eq 27})$$

III.5-Equations d'équilibre ou aux limites

La résolution d'un problème de mécanique va consister à trouver une fonction solution qui peut s'exprimer de manière générale comme une fonction : $\tilde{\varepsilon}(x, y, z)$ ou $\tilde{\sigma}(x, y, z)$. Cette fonction doit bien sûr, comme pour tout problème physique vérifier les équations de continuité et être compatible avec les limites du problème.

Le premier jeu d'équation est généralement appelé équations d'équilibre indéfini. De façon simple, elles traduisent l'équilibre des forces d'un élément de volume. On effectue la somme des projections des forces selon les 3 axes, ce qui conduit à un jeu de 3 équations. On va comme exemple établir la première équation en projetant les forces selon l'axe 1 (figure 39). Dans un repère rectangulaire le calcul est particulièrement simple puisque chaque face de l'élément de volume présente la même aire.

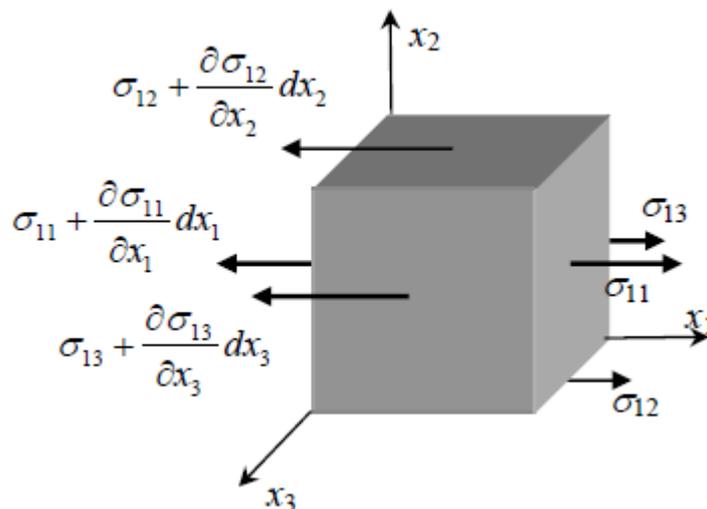


Figure 39. Projections des forces selon l'axe x_1

En l'absence de force de volume et en statique, la somme des forces selon l'axe 1 conduit à la relation :

$$\left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} \right) dx_1 dx_2 dx_3 = 0 \quad (\text{Eq 28})$$

Que l'on peut simplifier par les dx . En faisant de même selon les deux autres axes, on obtient deux autres équations, donnant le système complet :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} = 0 \end{cases} \quad (\text{Eq 29})$$

et on peut écrire ce système sous forme condensée :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{Eq 30})$$

Ou bien utilisant l'opérateur vectoriel de la divergence :

$$\text{div}(\vec{\sigma}) = 0 \quad (\text{Eq 31})$$

L'ajout de forces de volume F^v est facile à réaliser en partant de l'équilibre statique qui sera modifié en tenant compte de ces forces. L'équation d'équilibre indéfini devient :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i^v = 0 \quad (\text{Eq 32})$$

De même l'équation d'équilibre peut être étendue en tenant compte d'une accélération, permettant alors de calculer, notamment des vibrations :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i^v = \rho \frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} \quad (\text{Eq 33})$$

L'équation ainsi obtenue est une variante de l'équation générale de la mécanique appliquée aux solides indéformables.

La deuxième série de conditions à vérifier sont les équations d'équilibres aux limites de l'objet. Le vecteur contrainte $\vec{\sigma}_n$ calculé sur une surface par le tenseur doit être égal au vecteur force (par unité de surface) induit par les forces extérieures (figure 40).

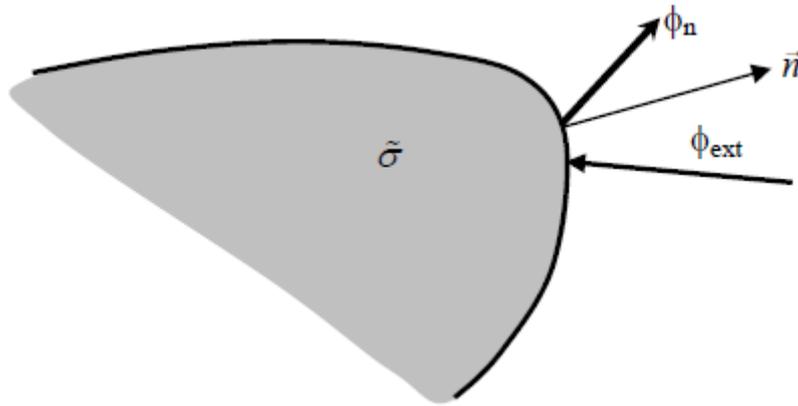


Figure 40. Les forces extérieures

Cela va s'exprimer de manière générale selon :

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{n} = \vec{\phi}_{ext} \quad (\text{Eq 34})$$

Expliquons cette équation à quelques cas particuliers.

Les plus simples sont les surfaces libres, c'est-à-dire les surfaces sur lesquelles ne s'exerce aucune force. L'expression précédente se simplifie :

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{Eq 35})$$

Dans le cas d'un tenseur exprimé dans un repère $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$, si l'on considère une surface perpendiculaire à, par exemple, l'axe x_1 (i.e $\vec{n} = \vec{x}_1$), la condition devient :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_{11} = 0 \\ \sigma_{12} = 0 \\ \sigma_{13} = 0 \end{cases} \quad (\text{Eq 36})$$

La contrainte normale est évidemment nulle, mais également les contraintes de cisaillement. Ceci est un résultat important à retenir : **les contraintes de cisaillement sont nulles sur surface libre.**

Un calcul simple peut également être obtenu si la force extérieure est sous la forme d'une pression appliquée. La relation devient :

$$\tilde{\sigma} \cdot \vec{n} = P \cdot \vec{n} \quad (\text{Eq 37})$$

Dans de nombreux cas, la force appliquée à l'extérieur est considérée comme \vec{F}^e , ce qui mène à une discontinuité, difficile à traiter avec des solutions analytiques. Dans ce cas on est souvent amené à écrire que la « somme » des contraintes sur la surface est équivalente à la force appliquée :

$$\int_S (\tilde{\sigma} \cdot \vec{n}) ds = \vec{F}^e \quad (\text{Eq 38})$$

Cela revient à dire que la solution n'est exacte que si la force \vec{F}^e suit en fait la répartition des contraintes (figure 41).

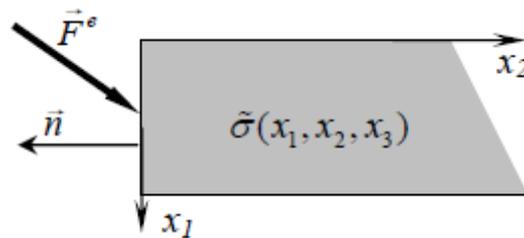


Figure 41. Force qui suit la répartition des contraintes

III.6-Méthodes de résolution de problèmes

Nous avons déjà dit que résoudre un problème d'élasticité revient à « trouver » une fonction qui satisfasse aux différentes équations de mécanique et d'équilibre. Pour « trouver » une solution analytique à un problème, il existe plusieurs méthodes, détaillées dans des ouvrages plus conséquents. Nous allons simplement illustrer le principe en présentant deux méthodes différentes: en partant des déplacements et en partant des déformations (ou

contraintes). En fait le départ est assez similaire, puisque l'on part d'observations ou bien d'hypothèses que l'on simplifiera éventuellement.

La première méthode est plutôt simple, car à partir des déplacements, on calcule directement les déformations par déviation. Les contraintes sont ensuite directement évaluées. Il suffit de vérifier les équations d'équilibre, ou bien lorsque l'expression des déplacements ou des contraintes fait appel à des constantes, les déterminer à partir des équations d'équilibre.

La deuxième méthode est un peu plus compliquée, puisqu'il faudra intégrer pour passer des déformations aux déplacements, donnant ainsi une série de conditions d'intégrations appelées : **équation de compatibilité**.

➤ *Equations de compatibilité dans le plan*

Pour illustrer les équations de compatibilité, on peut considérer le problème plan, puisque le principe est plus simple mais identique. On suppose donc connues les déformations : ε_{11} , ε_{22} et ε_{12} , fonctions des variables x_1 et x_2 . On cherche 2 fonctions $u_1(x_1, x_2)$ et $u_2(x_1, x_2)$, composantes de la fonction déplacement $u(x_1, x_2)$ telles que :

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \varepsilon_{11} \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = \varepsilon_{22} \quad \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = 2\varepsilon_{12} \quad (\text{Eq 39})$$

Donc les fonctions u_1 et u_2 peuvent se différencier :

$$\begin{cases} du_1 = \varepsilon_{11} \cdot dx_1 + X \cdot dx_2 \\ du_2 = Y \cdot dx_1 + \varepsilon_{22} \cdot dx_2 \end{cases} \quad \text{avec} \quad X + Y = 2\varepsilon_{12} \quad (\text{Eq 40})$$

du_1 correspond à $(\varepsilon_{11} \cdot dx_1 + X \cdot dx_2)$, c'est-à-dire que du_1 est bien une différentielle exacte si et seulement si :

$$\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x_2} = \frac{\partial X}{\partial x_1} \quad (\text{Eq 41})$$

On peut faire le même raisonnement pour du_2 ce qui donne la condition :

$$\frac{\partial Y}{\partial x_2} = \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x_1} \quad (\text{Eq 42})$$

En dérivant la première condition par rapport à x_2 et la deuxième par rapport à x_1 , en ajoutant membre à membre, puis en remplaçant $X + Y$ par $2\varepsilon_{12}$ on obtient :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x_2 \partial x_1} \quad (\text{Eq 43})$$

Cette équation représente donc la condition nécessaire d'intégrabilité des déformations. Lorsqu'on part des expressions de déformations, celles-ci doivent vérifier cette équation, dite de compatibilité.

On pourrait faire le même raisonnement dans le cas général en dimension 3 (3D). On obtient alors 6 équations de compatibilité suivant:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2 \partial x_3} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x_3} - \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x_2} \right) \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x_2^2} &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial x_2 \partial x_3} & \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1 \partial x_3} &= \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_1} - \frac{\partial \varepsilon_{31}}{\partial x_2} + \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x_3} \right) \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_3^2} &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{31}}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x_1 \partial x_2} &= \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial \varepsilon_{31}}{\partial x_2} - \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x_3} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{Eq 44})$$

III.7-Conclusion

L'étude que nous avons adoptée dans ce chapitre se porte sur l'étude théorique du comportement élastique des matériaux à épaisseur constante. Cette étude désigne qu'il existe une relation linéaire et réversible entre contrainte et déformation dont laquelle est régie par la loi de Hooke. En principe, cette loi n'est pas pratiquement admissible que si les matériaux soient isotropes et élastiques.

Chapitre IV : Loi de Darcy

IV.1-Introduction

La loi expérimentale de Darcy (ou loi de Darcy) est une loi physique, mécaniste et déterministe qui exprime le débit d'un fluide incompressible filtrant au travers d'un milieu poreux. La circulation de ce fluide entre deux points est déterminée par la conductivité hydraulique du substrat et par le gradient de pression du fluide. Dans le cas d'un cours d'eau ou d'un réservoir alimentant une nappe, ce gradient est lié à la hauteur de l'eau.

Autrement dit, cette loi montre que « la vitesse de l'eau entre deux points est proportionnelle au gradient de l'état énergétique entre ces deux points ».

La loi de Darcy est donc utile pour caractériser les écoulements souterrains de l'eau. On l'utilise donc fréquemment dans des milieux poreux comme, par exemple, dans un pompage pétrolier.

IV.2-Historique

Cette loi a été établie en 1856 par Henry Darcy, après qu'il eut réalisé diverses expérimentations visant à déterminer les lois régissant « *l'écoulement de l'eau à travers le sable* » [11]. Les bases expérimentales de Darcy ont ensuite pu être confirmées par exemple par le traçage isotopique [12].

Un an plus tard, dans une seconde publication, Darcy réutilise cette loi pour contrôler et prédire les mouvements et la vitesse de l'eau dans les tuyaux et systèmes d'alimentation des fontaines [13].

150 ans plus tard, la Loi de Darcy et ses dérivées jouent encore un rôle majeur en hydrogéologie [14] et notamment dans le domaine de l'hydraulique souterraine [15]. Elles ont d'abord été utilisées pour évaluer les propriétés hydrauliques de différents types de substrats [16], les débits potentiels d'écoulements souterrains de l'eau (ou d'un autre liquide), verticalement à travers le sol ou une couche géologique (stratifiée [17] ou karstique [18] notamment) par exemple vers une nappe phréatique sous-jacente [19] ou vers un captage d'eau [34] dont on voudrait savoir à partir de quel débit il risquerait de ne plus être alimenté, ou de manière générale au travers d'un milieu poreux (par exemple une roche calcaire, du sable ou au

travers d'un barrage en terre, ou dans la terre située sous un barrage). Elle a ensuite notamment été utilisée pour déterminer les d'aires d'alimentation (et le cas échéant de protection) de captages d'eau souterraine [20] [21].

Dans la réalité, à grande échelle, le substrat est rarement isotrope mais hétérogène et parfois faillé, avec alors un coefficient moyen de perméabilité qui varie rapidement dans l'espace voire dans le temps (en zone sismiquement active par exemple ou dans un sédiment jeune), c'est pourquoi les physiciens ont aussi exploré (depuis la fin du XX^e siècle) des approches de « géostatistique appliquée à l'écoulement et au transport en milieu poreux et reposant sur la prise en compte des propriétés du milieu de manière stochastique » [22].

IV.3-Formulation

La loi de Darcy telle qu'elle a été formulée par Henry Darcy en 1856 dans l'appendice D de son célèbre ouvrage « *Les Fontaines publiques de la ville de Dijon* », exprime le débit Q d'un fluide incompressible qui s'écoule en régime stationnaire au travers d'un milieu poreux de section A et de longueur L sous l'effet d'une différence de charge ΔH .

$$Q = KA \cdot \frac{\Delta H}{L} \quad (\text{Eq 45})$$

avec :

- Q : le débit volumique (m^3/s) filtrant.
- K : la conductivité hydraulique ou « coefficient de perméabilité » du milieu poreux (m/s), qui dépend à la fois des propriétés du milieu poreux et de la viscosité du fluide.
- A : la surface de la section étudiée (m^2)
- $\frac{\Delta H}{L}$: Le gradient hydraulique ($i = \Delta H/L$), où ΔH est la différence des hauteurs piézométriques en amont et en aval de l'échantillon, L est la longueur de l'échantillon.

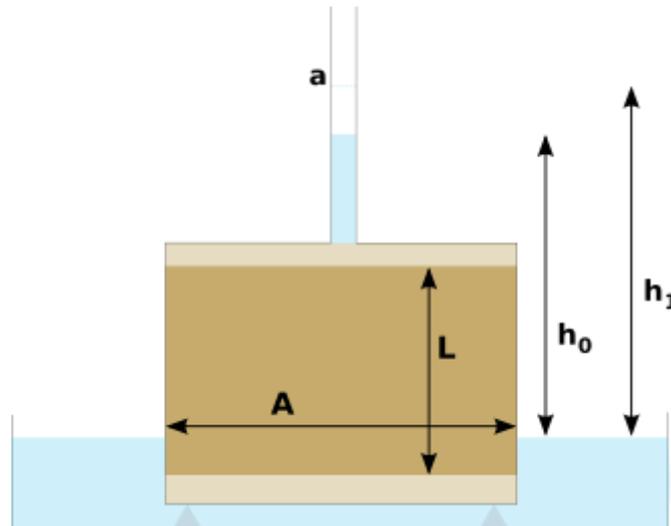


Figure 42. Equipement utilisé par Darcy pour les essais « à charge constante » dans le calcul de la perméabilité

IV.4-Généralisation

IV.4.1-Formulation vectorielle locale

Initialement globale (valable pour un milieu poreux homogène et un écoulement uniforme), la formulation de la loi de Darcy devint rapidement locale, généralisé à des écoulements tridimensionnels et à des milieux non saturés. Pour un milieu non saturé, la conductivité dépend de la teneur en eau. La loi de Darcy devient :

$$\vec{q} = K(h) \cdot \vec{\nabla} H \quad (\text{Eq 46})$$

où

- H : représente la charge totale ou potentiel total de l'eau par unité de poids ($m=J/N$).
La charge totale est égale à la somme des charges matricielles et gravitationnelles
 $H = h + z$;
- h : représente le potentiel matriciel par unité de poids ($m=J/N$);
- $K(h)$: un tenseur donnant la conductivité hydraulique du milieu poreux en fonction de la charge matricielle;
- \vec{q} : la vitesse de Darcy ou de filtration (vecteur flux volumique de fluide) ($m^3/m^2/s=m/s$).

La résolution locale de la loi de Darcy la rend applicable à des corps poreux hétérogènes et à des écoulements non uniformes.

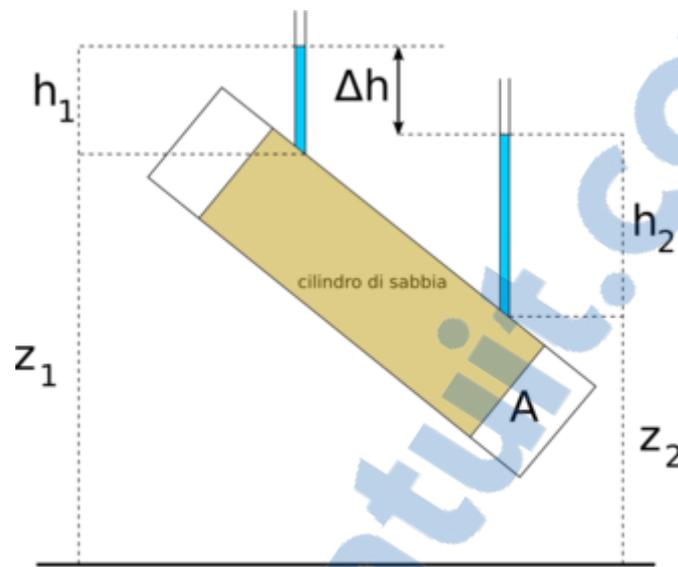


Figure 43. Cylindre incliné plein de sable, traversé par de l'eau, utilisée pour l'une des démonstrations de la loi dite « loi de Darcy »

IV.4.2-Fluide compressible

La loi de Darcy est aujourd'hui généralisée à des fluides compressibles en l'exprimant selon les propriétés intrinsèques du milieu poreux et du fluide :

$$\vec{q} = \frac{k}{\mu} (\vec{\nabla}p - \rho\vec{g}) \quad (\text{Eq 47})$$

où

- \vec{q} : est la vitesse de Darcy ou de filtration (vecteur flux volumique de fluide) (m/s),
- p : la pression (kg/m/s²),
- ρ : la masse volumique du fluide (kg/m³),
- μ : sa viscosité dynamique (kg/m/s),
- \vec{g} : le vecteur accélération de la pesanteur (m/s²)
- k : la perméabilité (m²), pouvant avoir un caractère tensoriel, dépendant uniquement du milieu poreux.

Sous cette forme généralisée, la loi de Darcy est très bien vérifiée par l'expérience, du moins dans un certain domaine : les déformations du milieu poreux doivent être négligeables, et l'écoulement du fluide, à l'échelle des pores, doit être bien décrit par les équations de Stokes (ce qui suppose l'écoulement suffisamment lent, i.e, pour des nombres de Reynolds faibles, sous des conditions stationnaires.).

Cette loi, valable à l'échelle macroscopique (c'est-à-dire lorsque l'on ne cherche pas à représenter la géométrie de la matrice poreuse) peut être retrouvée en effectuant la prise de moyenne volumique du « problème de Stokes » qui régit l'écoulement à l'échelle du pore (c'est-à-dire lorsque l'on représente le fluide et la structure solide). En plus de démontrer la loi de Darcy, cette méthode permet également d'évaluer la perméabilité du milieu poreux *via* la résolution de problèmes de fermeture.

IV.5-Conductivité hydraulique

La conductivité hydraulique K (m/s) est un coefficient dépendant des propriétés du milieu poreux où l'écoulement a lieu (granulométrie, forme des grains, répartition et forme des pores), des propriétés du fluide concerné par les écoulements (viscosité, masse volumique) et de la saturation du milieu poreux. Elle s'exprime en fonction des propriétés intrinsèques du milieu poreux et du fluide :

$$K = \frac{k \cdot \rho \cdot g}{\mu} \quad (\text{Eq 48})$$

avec :

- k : la perméabilité intrinsèque du milieu poreux (m^2),
- ρ : la masse volumique du fluide (kg/m^3),
- g : l'accélération de la pesanteur (m/s^2),
- μ : la viscosité dynamique du fluide (Pa s).

La conductivité hydraulique (et la perméabilité intrinsèque) est une fonction strictement décroissante du taux de saturation du milieu poreux ou du potentiel matriciel. Lorsque le milieu est saturé en eau ($h \geq 0$), cette propriété est appelée conductivité hydraulique à saturation K_{sat} .

La porosité d'un substrat poreux et sa conductivité hydraulique K sont notamment déterminées par la taille des grains et la taille des interstices entre ces grains, ainsi que par la communication entre ces interstices (figure 44).

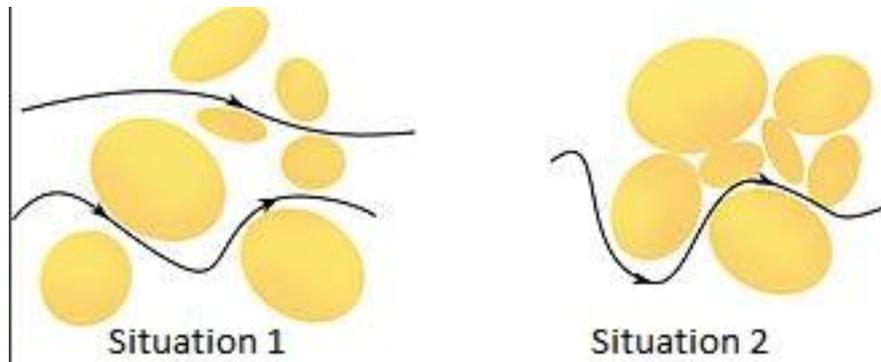


Figure 44. Porosité d'un substrat poreux

Ici (figure ci-dessus), un même fluide incompressible cheminera plus facilement et plus rapidement dans la situation 1 que dans la situation 2.

En réalité, les pores peuvent aussi parfois se colmater (si le fluide est chargé), ou s'agrandir (si le fluide est solubilisant pour le matériau ; une eau acide dans un substrat calcaire par exemple).

IV.6-Vitesse de Darcy

La « vitesse de Darcy » v_{darcy} où \vec{u} est le rapport du débit filtrant \vec{Q} par la surface filtrante A (perpendiculaire au flux). Elle est inférieure à la vitesse de pore v_{pore} avec laquelle le fluide s'écoule au sein du milieu poreux : ces deux vitesses sont liées par la porosité utile du matériau Φ .

$$v_{darcy} = \frac{Q}{A} = v_{pore} \cdot \Phi \quad (\text{Eq 49})$$

La porosité est l'expression du rapport du Volume de vide (pores) sur le volume total du matériau considéré. Une perméabilité élevée exige une bonne porosité mais l'inverse n'est pas vraie. Une roche très poreuse peut avoir une perméabilité très faible (argiles par exemple). Ce genre de phénomène trouve son explication au travers de l'équation de Kozeny-Carman. Cette

dernière relie la perméabilité à la porosité du matériau au travers de grandeurs statistiques décrivant la géométrie et la répartition des pores.

La perméabilité varie beaucoup avec la nature du terrain. Le tableau ci-après donne les intervalles de valeurs correspondant aux perméabilités de différents types de sol :

Tableau 1. Les intervalles de valeurs correspondant aux perméabilités de différents types de sol

Nature du sol	Coefficient de perméabilité (m/s)	Degré de perméabilité
Graviers moyens à gros	10^{-1} à 10^{-3}	Très élevé
Petits graviers, sable	10^{-3} à 10^{-5}	Assez élevé
Sable très fin, sable limoneux, lœss	10^{-5} à 10^{-7}	faible
Limon compact, argile silteuse	10^{-7} à 10^{-9}	Très faible
Argile franche	10^{-9} à 10^{-12}	Pratiquement imperméable

IV.7-Conclusion

La loi de Darcy est aujourd'hui constamment utilisée dans des domaines à enjeux forts pour la sécurité des travaux publics (transport, construction...), ainsi que pour l'alimentation en eau, en gaz et en pétrole et de nombreux domaines de la géotechnique et de l'industrie (quand la percolation, la filtration sont en jeux) ; les calculs quantitatifs de l'hydraulique, des sciences du sol, de la mécanique des roches, et de la gestion des risques pour calculer des coefficients de percolation, ou de circulation horizontale ou verticale de l'eau, selon la masse, la hauteur ou la pression d'un fluide présente en surface ou dans un milieu hydrophile, selon la porosité du milieu et selon la viscosité du fluide.

Chapitre V : Méthode des éléments finis

V.1-Introduction

Ce chapitre présente le principe général d'approximation par élément fini.

V.2- Généralités sur la méthode des éléments finis (MEF)

V.2.1- Présentation de la MEF

La méthode des éléments finis fait partie des outils de mathématiques appliquées. Elle est employée dans nombreux domaines scientifiques pour résoudre d'une manière discrète les problèmes aux limites de la mécanique exprimée, soit sous forme d'équations aux dérivées partielles (EDP), soit sous forme d'équations intégrales dont on construit une approximation simple des inconnues pour transformer ces équations continues en un système d'équations de dimension finie. Cette méthode est basée sur une idée simple : subdiviser une forme complexe en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de forme géométrique simple appelés éléments finis interconnectés en des points appelés nœuds et choisir une approximation du déplacement sur chaque subdivision. Les subdivisions sont appelées éléments.

La MEF utilise des approximations simples des variables inconnues dans chaque élément pour transformer les EDP en équations algébriques. Les inconnues, notées $\{U\}$, sont des valeurs de ces fonctions en certains points de chaque éléments.

Si le comportement du matériau étudié est linéairement isotrope, on obtient un système d'équation du type :

$$[K] \{U\} = \{F\} \quad (\text{Eq 50})$$

Où $[K]$ est une matrice appelée matrice de rigidité qui caractérise le système, $\{U\}$ un vecteur déplacement dont les composants ne sont autres que les déplacements nodaux et qui constituent les inconnues du problème et $\{F\}$ un ensemble de toutes les sollicitations connues [23][35][39].

V.2.2- Démarche à suivre en éléments finis

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis, qui sont détaillées par la suite, sont montrées par la figure suivante:

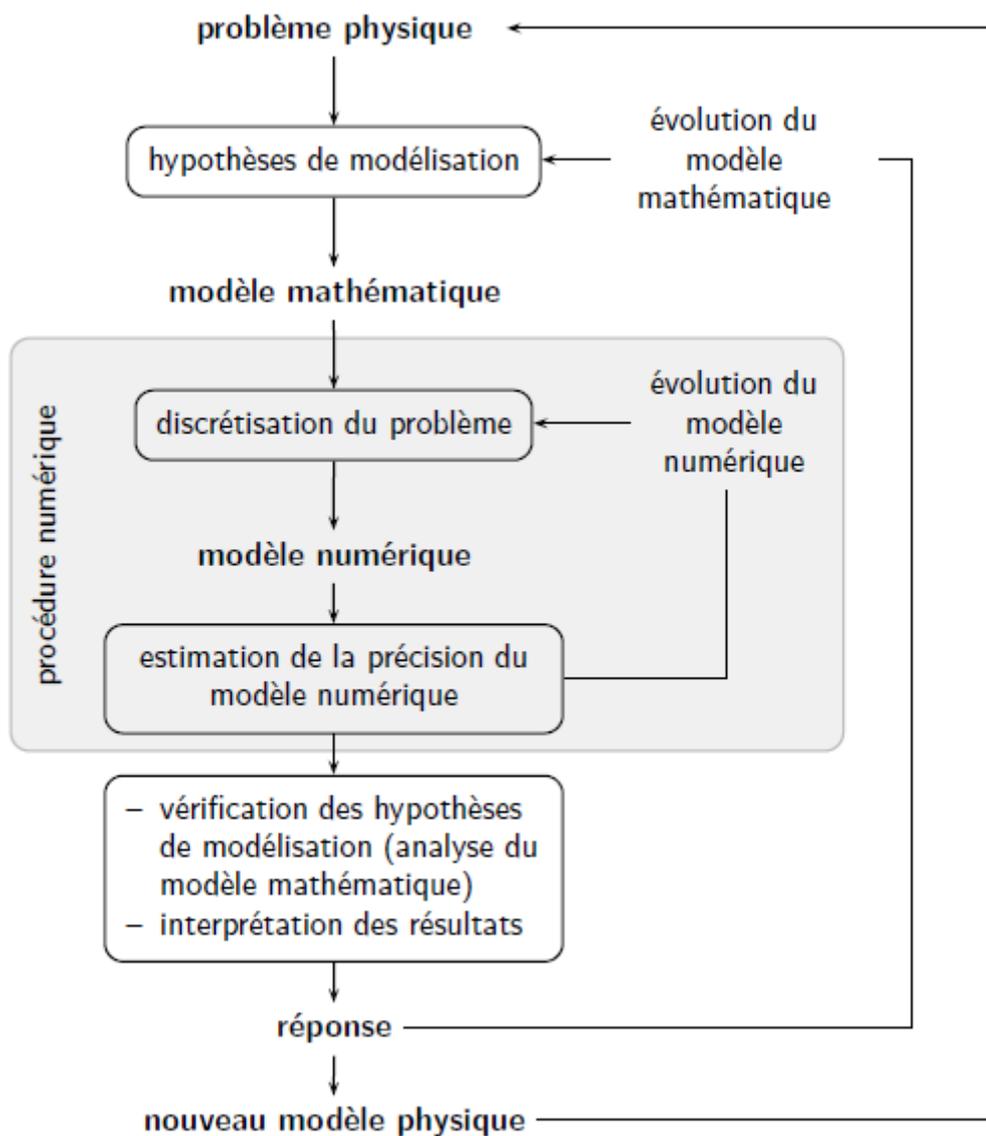


Figure 45. Etapes générales de la MEF [24]

- ❖ Discrétisation du domaine de volume Ω par un ensemble de sous-domaines de volume Ω^e :

Cette opération consiste à subdiviser un domaine continu Ω en sous-domaines de forme géométrique simple Ω^e (les éléments) reliés entre eux en des points appelées nœuds (figure 46). Cette subdivision constitue ce qu'on appelle le maillage ou pavage [25][26].

$$\Omega = \sum_{e=1}^{n_e} \Omega^e \quad \text{tel que} \quad \lim_{e \rightarrow 0} (\cup_e \Omega_e) = \Omega \quad (\text{Eq 51})$$

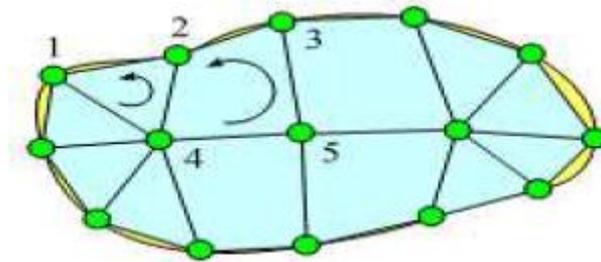


Figure 46. Domaine plan discrétisé en 12 éléments reliés entre eux par 15 nœuds [27].

- ❖ Approximation sur un élément

Dans chaque élément, la variable u est approximée par une simple fonction linéaire, polynomiale ou autre.

Interpolation polynomiale

La construction des fonctions d'interpolation se fait à partir de la base canonique de l'espace P des polynômes de degré d et de la forme géométrique de l'élément dont la dimension dépend du degré d et du nombre de variables n . Cette base est constituée de tous les monômes de degré non négatif inférieur ou égal à d .

Le tableau qui suit donne les dimensions des espaces de polynômes pour des degrés de 1 à 3 pour les polynômes à 1, 2 ou 3 variables.

Tableau 2. Base polynomiale complète [36]

d	n	Dim (P)	Base
1	1	2	1, x
	2	3	1, x, y
	3	4	1, x, y, z
2	1	3	1, x, x ²
	2	6	1, x, y, xy, x ² , y ²
	3	10	1, x, y, z, xy, yz, zx, x ² , y ² , z ²
3	1	4	1, x, x ² , x ³
	2	10	1, x, y, xy, x ² , y ² , x ² y, xy ² , x ³ , y ³
	3	20	1, x, y, z, xy, yz, zx, x ² , y ² , z ² , xyz, x ² y, xy ² , y ² z, z ² y, z ² x, x ² z, x ³ , y ³ , z ³

A partir de la base canonique, on peut engendrer une infinité de bases : Si n est la dimension de l'espace de polynômes, toute matrice régulière n u n définit une autre base.

En général, la fonction approchée u* est exprimée par la relation :

$$u^*(x) = P_1(x) a_1 + P_2(x) a_2 + \dots + P_n(x) a_n \quad (\text{Eq 52})$$

Soit sous forme matricielle :

$$u^*(x) = \langle P_1(x) \dots P_n(x) \rangle \begin{Bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix} = \langle P(x) \rangle \{a\} \quad (\text{Eq 53})$$

$\langle P(x) \rangle$ est la base polynomiale

$\{a\}$ est le vecteur des n paramètres de l'approximation ou paramètres généraux.

Cette approximation de la fonction inconnue u* est appelée interpolation polynomiale.

Le degré du polynôme d'interpolation est relié au nombre de nœuds de l'élément. Ainsi, l'approximation nodale est appropriée.

Interpolation nodale

Si n_e désigne le nombre de nœuds dans un élément Ω_e, alors l'interpolation polynomiale d'une fonction u* sur cet élément, s'écrit :

$$u^*(x) = N_1(x)u_1 + N_2(x)u_2 + \dots + N_n(x)u_n = \sum_{i=1}^{n_e} N_i(x)\{u_i\} \quad (\text{Eq 54})$$

Ou bien : $u^*(x) = \langle N(x) \rangle \{u_i\}$ (Eq 55)

Les inconnues $u^*(x)$ s'expriment alors comme combinaison linéaire des fonctions de forme et des variables nodaux relatifs aux nœuds i , où $\langle N(x) \rangle$ désigne la matrice des fonctions de forme.

En général, ces fonctions N_j vérifient la propriété suivante :

$$\forall x_j, N_j(x_i) = \delta_{ij} \quad \text{tel que } \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases} \quad (\text{Eq 56})$$

Les fonctions N_j , appelées Fonction de forme, sont fonction du type d'élément utilisé pour la discrétisation géométrique.

❖ Matrice élémentaire

Chaque élément que l'on considère est caractérisé par sa quantité notée W^e propre à lui. Cette quantité est exprimée en fonction de $\{u^e\}$ et $\{u^*\}$ tel que :

$$W^e = \{u^*\} \{[k^e] \{u^e\} - [f^e]\} \quad (\text{Eq 57})$$

Où $\{f^e\}$: Vecteur élémentaire des sollicitations;

$[k^e]$: Matrice raideur élémentaire.

❖ Assemblage et application des conditions aux limites

Toutes les propriétés de l'élément (masse, raideur) doivent être assemblées afin de former le système algébrique pour les valeurs nodales des variables physiques. Les règles d'assemblage sont définies par la relation :

$$W = \sum_{i=1}^{n_e} W_e = \sum_{i=1}^{n_e} \{u^*\} \{[k^e] \{u^e\} - [f^e]\} \quad (\text{Eq 58})$$

$$\forall \{u^*\}, W = \{u^*\} (\{[k]\{U\} - [F]\}) \quad (\text{Eq 59})$$

Après assemblage, nous obtenons la forme matricielle $[k] \{U\} = \{F\}$ (Eq 60)

❖ Résolution du système global

Pour un problème linéaire, la variable $\{U\}$ est représentée par la relation matricielle :

$$\{U\} = [k]^{-1} \{F\} \quad (\text{Eq 61})$$

V.3- Les éléments finis isoparamétriques [27]

Ce paragraphe est consacré à la notion d'élément fini isoparamétrique, classiquement utilisée pour la représentation de la configuration géométrique et du champ de déplacement pour les milieux continus bidimensionnels. Elle présente aussi quelques aspects du calcul numérique qui permet d'exprimer les matrices élémentaires exposées précédemment. Ces calculs sont basés sur l'intégration numérique définie sur des éléments de référence et l'utilisation de la transformation géométrique.

V.3.1- Représentation de la géométrie

V.3.1.1- Les éléments de références

Le calcul des fonctions de forme pour un élément quelconque (réel) peut être assez compliqué. C'est pourquoi on préfère la notion d'élément dite "de référence" qui est caractérisée par une forme géométrique simple et est définie dans un système de coordonnées souvent appelé: ξ, η, ζ . Nous allons énumérer ici quelques éléments de référence les plus utilisés et les plus classiques qui sont, par convention, généralement admises (figure 47).

- les éléments linéiques (1D) ont pour élément de référence le segment $\{\xi; \xi \in [-1,1]\}$;
- Les éléments surfaciques (2D) ont pour éléments de référence :
 - Le triangle $(\xi, \eta) ; 1 - \xi - \eta \geq 0, \xi \geq 0, \eta \geq 0$ pour les domaines triangulaires;
 - Le carré $\{(\xi, \eta) ; -1 \leq \eta \leq 1, -1 \leq \xi \leq 1\}$ pour les domaines quadrilatères ;

➤ Les éléments volumiques (3D) ont pour éléments de référence :

- Le tétraèdre $\{(\xi, \eta, \zeta) ; 1 - \xi - \eta - \zeta \geq 0, \xi \geq 0, \eta \geq 0, \zeta \geq 0\}$ pour les domaines tétraédriques;
- Le cube $\{(\xi, \eta, \zeta) ; -1 \leq \xi \leq 1, -1 \leq \eta \leq 1, -1 \leq \zeta \leq 1\}$ pour les domaines hexaédriques.

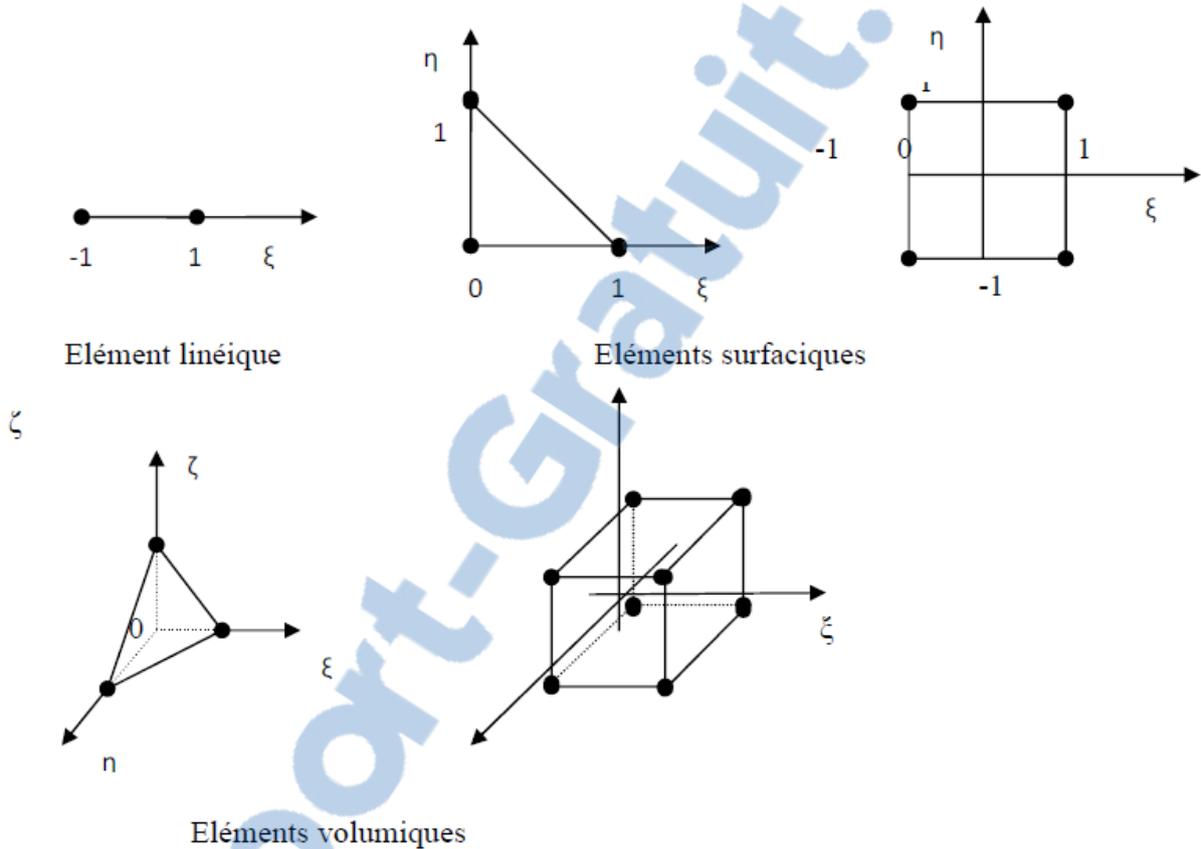


Figure 47. Eléments de référence 1D, 2D et 3D.

V.3.1.2- Approximation nodale sur quelques éléments de référence

Nous adoptons ici les éléments surfaciques triangle (T3) et quadrangle (Q4) de type Lagrange pour former la fonction d'interpolation et leur dérivée.

❖ Eléments triangulaires de type "T3"

L'élément de référence est un triangle rectangle de côté unité (figure 48). Les variables de référence sont : $\xi \in [0, 1]$ et $\eta \in [0, 1 - \xi]$.

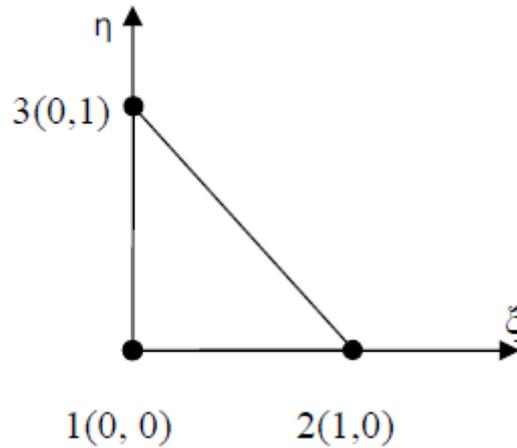


Figure 48. Élément de référence triangulaire à trois nœuds

La base polynomiale est formée des monômes $1, \xi, \eta$.

Pour que i varie de 1 à 3, les valeurs de fonctions d'interpolation N_i et leurs dérivées paramétriques sont :

Tableau 3. Fonctions d'interpolations et dérivées paramétriques pour un triangle à 3 nœuds

i	N_i	$\frac{\partial N_i}{\partial \xi}$	$\frac{\partial N_i}{\partial \eta}$
1	$1 - \xi - \eta$	-1	-1
2	ξ	1	0
3	η	0	1

❖ Éléments rectangulaires plans de type "Q4"

L'élément de référence est un carré de côté 2. Les variables de référence sont $(\xi, \eta) \in [-1,1]$. C'est un élément de type Lagrange à quatre nœuds (les sommets du carré) dont la base polynomiale est $1, \xi, \eta, \xi\eta$.

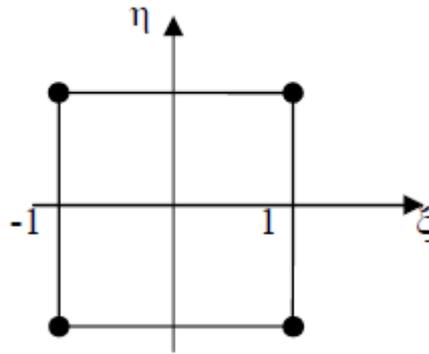


Figure 49. Elément de référence quadrilatéral à quatre nœuds.

Les fonctions de forme N_i sont des fonctions bilinéaires auxquelles on a élevé les termes en ξ^2 et η^2 . Elles sont notées pour chaque nœud i (i varie de 1 à 4):

Tableau 4. Fonctions d'interpolations et dérivées paramétriques pour un quadrangle à 4 nœuds.

i	N_i	$\frac{\partial N_i}{\partial \xi}$	$\frac{\partial N_i}{\partial \eta}$
1	$\frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta)$	$\frac{1}{4}(1 - \eta)$	$\frac{1}{4}(1 - \xi)$
2	$\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta)$	$\frac{1}{4}(-\eta + 1)$	$\frac{1}{4}(-\xi - 1)$
3	$\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)$	$\frac{1}{4}(\eta + 1)$	$\frac{1}{4}(\xi + 1)$
4	$\frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)$	$\frac{1}{4}(-\eta - 1)$	$\frac{1}{4}(-\xi + 1)$

V.3.2- Transformation géométrique

Les éléments réels Ω_i sont finis à partir de l'élément de référence Ω_r par une transformation géométrique définie par les positions des nœuds dans l'espace réel (figure 50). Nous entendons par élément réel, un élément quelconque du domaine discrétisé.

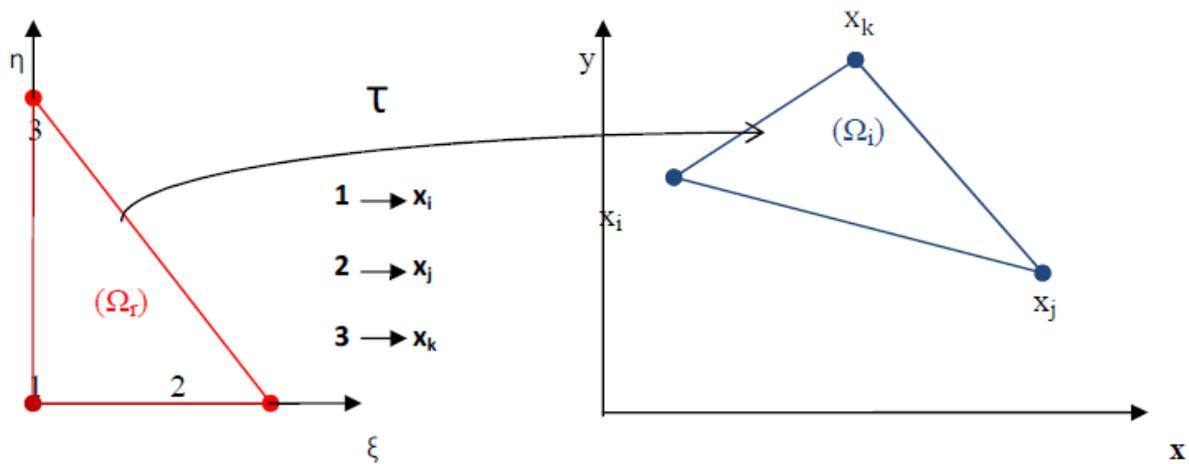


Figure 50. Transformation géométrique

Cette transformation possède les propriétés suivantes :

- Les points de l'élément de référence (gauche) sont alors mis en relation avec ceux de l'élément réel (droite) par une représentation paramétrique de la forme :

$$x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta)x_i \quad , \quad y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta)y_i \quad (\text{Eq 62})$$

Les fonctions de forme ou d'interpolations N_i sont définies sur l'élément de référence.

- elle est bijective : le déterminant de la matrice jacobienne ne doit pas changer de signe sur l'élément.
- Les deux éléments possèdent le même nombre de nœuds. Pour i varie de 1 à n , on a :

$$x_i = x(\xi_i, \eta_i) = \sum_{j=1}^n N_j(\xi_i, \eta_i)x_j \quad , \quad y_i = y(\xi_i, \eta_i) = \sum_{j=1}^n N_j(\xi_i, \eta_i)y_j \quad (\text{Eq 63})$$

Où (ξ_i, η_i) désignent les coordonnées paramétriques du $i^{\text{ème}}$ nœud de l'élément de référence.

- Les lignes courbes de l'élément réel peuvent être représentées par des segments sur l'élément de référence.

V.3.3- Représentation des inconnues

Une fois construite une représentation du solide selon les principes ci-dessus, on choisit de représenter les inconnues $u(\xi, \eta)$ et $v(\xi, \eta)$ par interpolation des valeurs nodales u_i et v_i avec les mêmes fonctions d'interpolation N_i . En d'autres termes, on pose pour tout point de l'élément fini une interpolation u d'un champ sous la forme :

$$u(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta)u_i, \quad v(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta)v_i \quad (\text{Eq 64})$$

Où u_i et v_i indiquent les déplacements du nœud i et N_i les fonctions d'interpolations des inconnues.

Le terme isoparamétrique fait ainsi référence au fait que les mêmes fonctions d'interpolation, sont utilisées pour représenter la géométrie et les inconnues.

V.4- Conclusion

La méthode des éléments finis est considérée comme l'outil mathématique le plus efficace pour résoudre un problème mécanique. L'utilisation des termes isoparamétriques sera nécessaire pour simplifier la résolution.

**Partie III : SIMULATION MULTIPHYSIQUE
3D DE LA JONCTION DE RAMIFICATION
D'UN Puits MULTILATERAL**

Chapitre VI : Construction géométrique du modèle par le COMSOL multiphysics 5.0

VI.1-Introduction

Le développement des techniques de forage au cours du siècle dernier offre la possibilité de puits étalé en plusieurs branches. Cette méthode améliorée exploite une zone beaucoup plus large de réservoirs à extraire, en particulier pour la production de pétrole et de gaz.

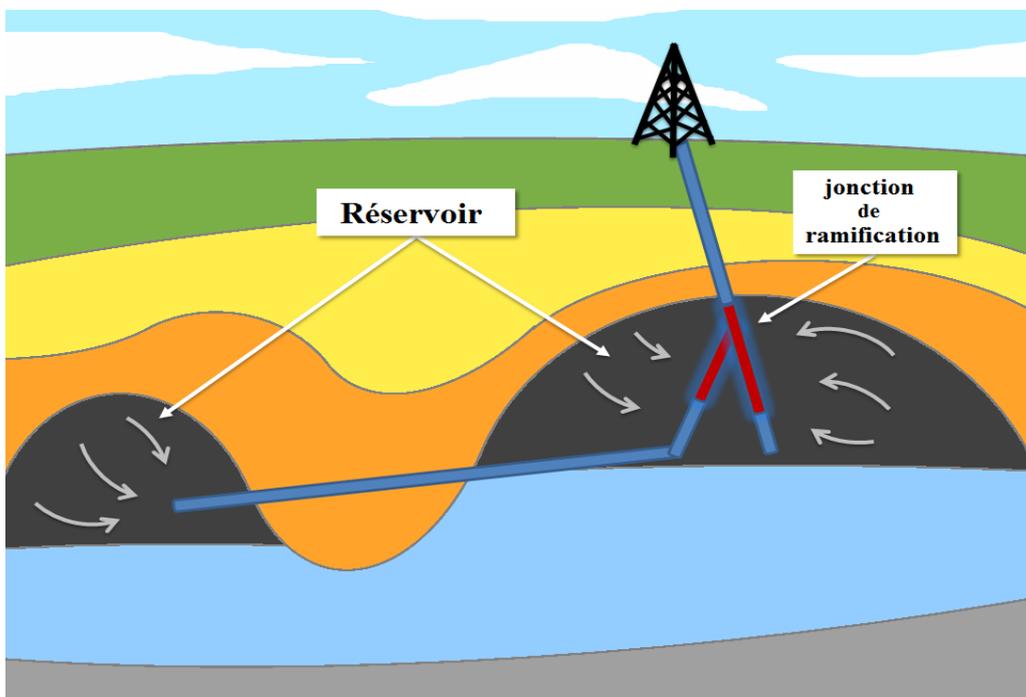


Figure 51. Récupération des ressources naturelles : l'huile est extraite d'un réservoir naturel par l'intermédiaire de pompe mécanique qui extrait l'huile à la surface. Une branche latérale du forage atteint un réservoir voisin par une jonction.

Toutefois, les jonctions de ramifications sont aussi moins stables que les forages uniques et doivent être stabilisées assez souvent avec une doublure ou boîtier. Même si le trou de forage reste ouvert, il subit une contrainte supplémentaire lorsque le processus de production est engagé lors du démarrage du pompage à travers le puits. L'enveloppe du forage coûte très cher,

il s'ajoute significativement au coût global d'un projet de forage. Autant que possible, le déploiement d'une mécanique de stabilisation supplémentaire doit être évité.

Dans cette partie, nous tenons à montrer une simulation numérique de la jonction de ramification (partie rouge sur le schéma ci-dessus). L'objectif est de prédire la stabilité mécanique d'un trou ouvert dans un puits multilatéral.

VI.2-Logiciel de simulation : COMSOL multiphysics

VI.2.1-Présentation du logiciel COMSOL

Le logiciel **COMSOL multiphysics** est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis. Il est destiné à résoudre des problèmes physiques communs, mais s'avère également capable de coupler plusieurs physiques entre elles. Sa particularité est de disposer d'une base de données d'équations permettant de modéliser différents phénomènes physiques.



Figure 52. Logo du logiciel COMSOL

VI.2.2-Introduction à l'interface utilisateur de COMSOL 5.0 (Graphical Users Interface)

L'interface de COMSOL peut être séparée en trois parties. À gauche, on retrouve le Model Builder où il est possible de définir des variables et autres paramètres du problème (Parameters), le modèle (Model) où se retrouvent la géométrie (Geometry), les propriétés des matériaux formant la géométrie, le ou les modèles de physique s'appliquant au problème étudié et les paramètres de maillage (Mesh). Le Model Builder comporte aussi le type de problèmes et les paramètres de solveur (Study) et les options d'affichage et de post-traitement des données (Results).

Dans la colonne du centre, on trouve le *Settings*, qui comporte les options relatives à ce qui est sélectionné dans le *Model Builder*, par exemple, les dimensions d'un objet qui vient d'être créé dans *Geometry*. C'est aussi à cet endroit que les paramètres initiaux de la simulation et les modèles physiques nécessaires sont choisis.

A droite, la fenêtre d'affichage graphique (*Graphics*) permet de visualiser la géométrie, le maillage ou les résultats. Au haut de cette fenêtre se retrouvent diverses options permettant de changer le grossissement de l'affichage, l'orientation d'un objet tridimensionnel, etc. Les options permettant de sélectionner des objets, des domaines, des frontières ou des points se retrouvent aussi au haut de cette fenêtre.

Les différents éléments de l'interface utilisateur de COMSOL 5.0 sont présentés à la figure ci-dessous.

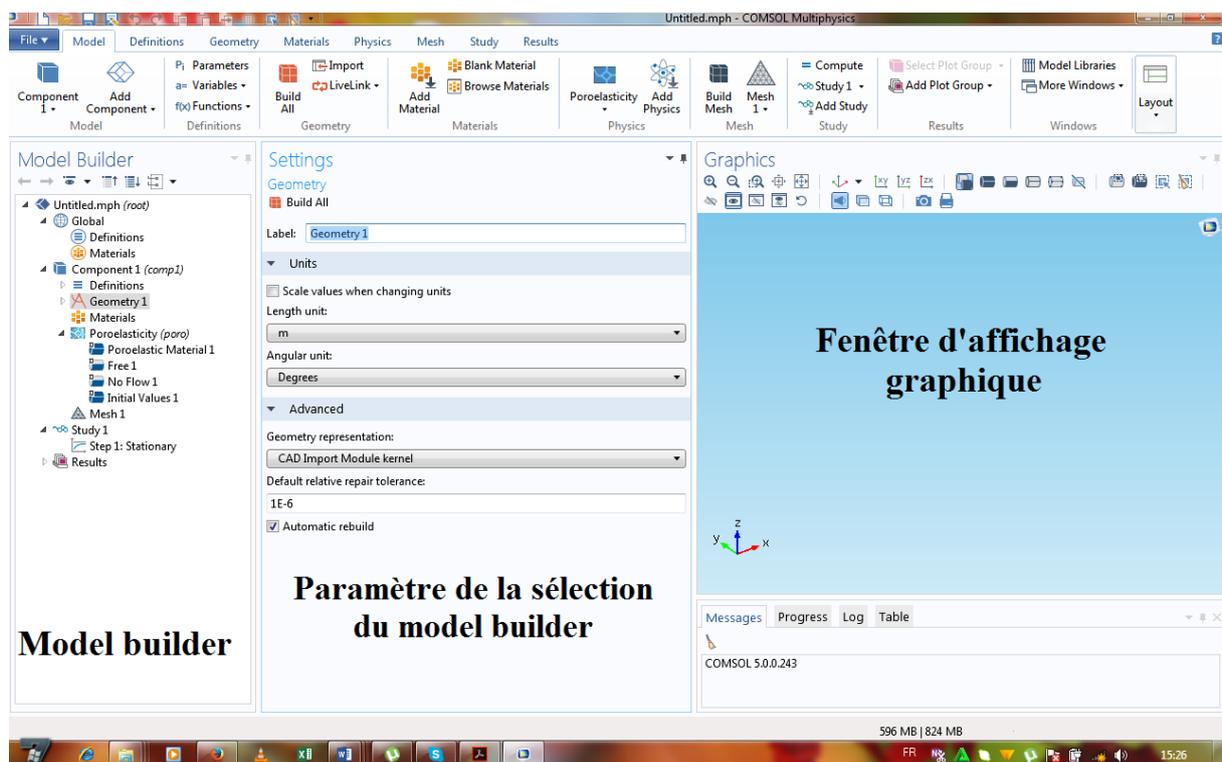


Figure 53. Interface utilisateur de COMSOL 5.0

VI.2.3-Etapes à suivre pour COMSOL

Pour modéliser un problème mécanique avec COMSOL multiphysics, on suit les étapes suivantes :

- ❖ Créer le modèle de simulation;
- ❖ Définir le maillage ;
- ❖ Evaluer les propriétés physiques des matériaux constitutifs de ce modèle ;
- ❖ Insérer les conditions aux limites ;
- ❖ Afficher et exploiter les résultats finaux de simulation.

Toutes les étapes sont intégrées dans une seule interface (figure ci-dessus).

VI.3-Construction du model

VI.3.1-Création du modèle de simulation

La première chose à faire pour initialiser la modélisation est de choisir l'espace de travail. Cette démarche consiste à choisir l'option « model wizard », puis on opte pour le model 3D. Ensuite, dans la fenêtre « Select physic », cliquer sur « Poroelasticity » puis sur l'option « Add » et « study ». Une fois la sélection du modèle établie, nous devons sélectionner le type d'étude désirée. Dans la fenêtre « Select study », choisir le cas d'étude en régime Stationnaire, puis naviguer sur « Done ».

VI.3.2-Création de la géométrie

Cette étape consiste à créer un modèle numérique 3D du puits multilatéral utilisé durant l'essai de traction sous COMSOL.

La création de la géométrie est divisée en deux parce qu'on a deux simulations indépendantes l'une de l'autre : géométrie 1 et géométrie 2. Mais la géométrie 2 n'est que la coupe de la géométrie 1.

a- Création de la géométrie 1

La géométrie 1 est la combinaison de trois géométries (bloc 1, cylindre 1 et cylindre 2). Les deux tableaux ci-dessous résument les dimensions et les coordonnées des trois géométries.

Tableau 5. Dimension et position du bloc 1

Dimension (in)			Position		
Longueur	Largeur	Hauteur	x	y	z
80	80	80	-40	-40	-40

Tableau 6. Dimension et position du cylindre 1 et cylindre 2

	Dimension (in)		Position		
	Diamètre	Hauteur	x	y	z
Cylindre 1	8.5	80	-4.25	-40	0
Cylindre 2	8.5	60	15.75	-8	0

Après l'assemblage de ces trois géométries, on obtient le modèle de la géométrie 1 représenté par la figure ci-après.

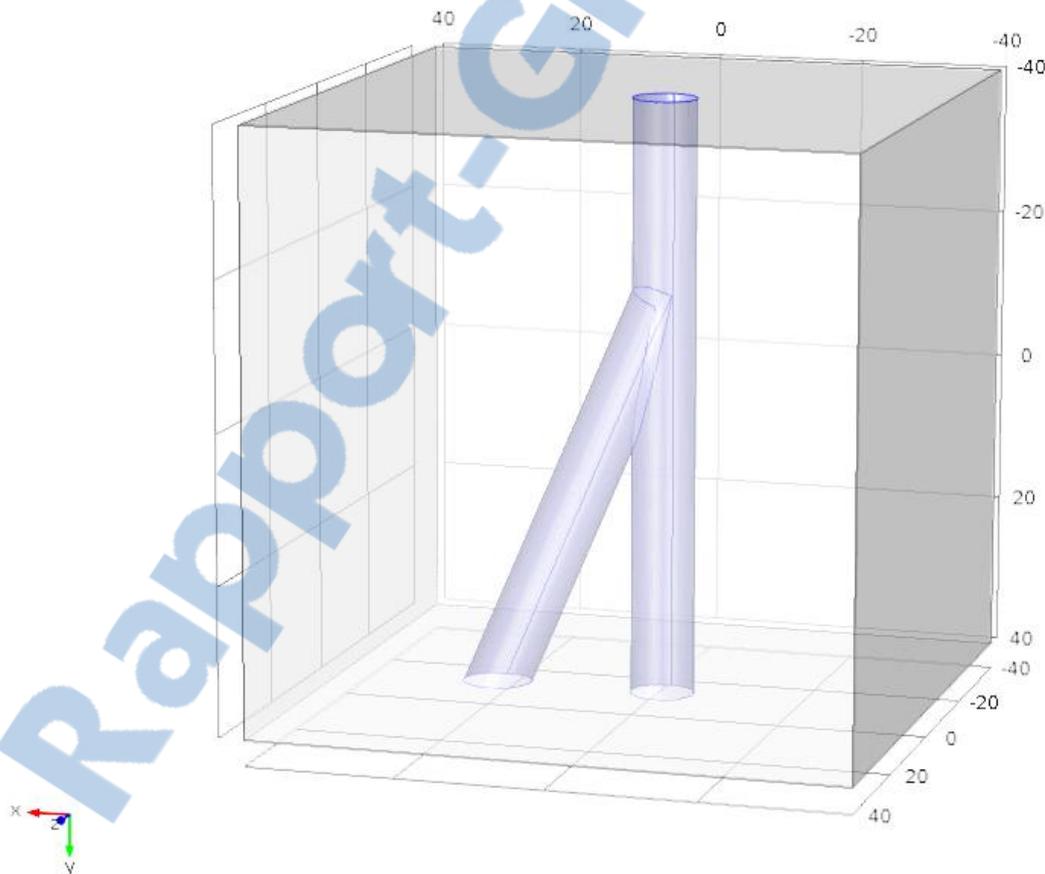


Figure 54. Puits multilatéral 3D en géométrie 1 (en mode transparent)

b- Création de la géométrie 2

De même que la géométrie 1, la géométrie 2 est aussi la combinaison des trois géométries. Le cylindre 1 et le cylindre 2 ont les mêmes dimensions et positions que dans la géométrie précédente. Tandis que le bloc dans la géométrie 2 a un changement au niveau de sa largeur qui est de 40 in.

Après l'assemblage de ces trois géométries, on obtient le modèle de la géométrie 2 représenté par la figure ci-après.

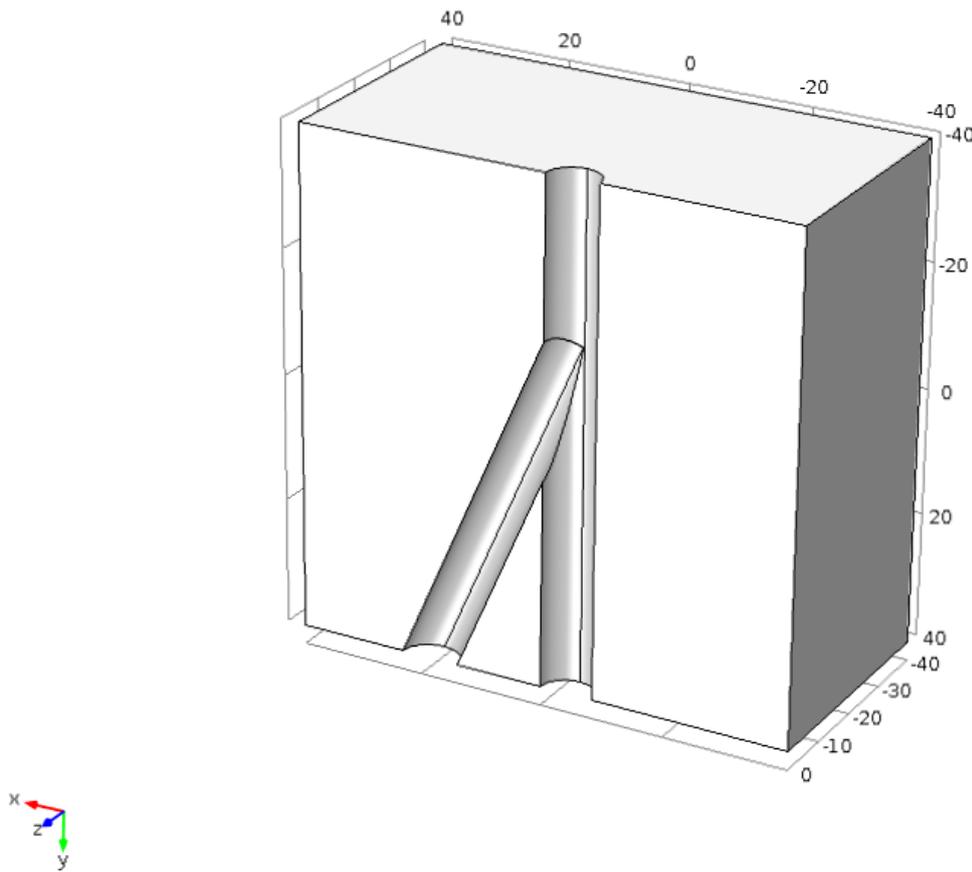


Figure 55. Puits multilatéral 3D en géométrie 2

VI.3.3-Maillage

Ce paragraphe représente les maillages utilisés pour le puits multilatéral. Pour notre structure, nous avons choisi un maillage triangulaire de taille normale.

Dans la colonne de *Model builder*, on fait clic droite sur *Mesh* et on choisit « Build all » pour valider.

❖ Géométrie 1

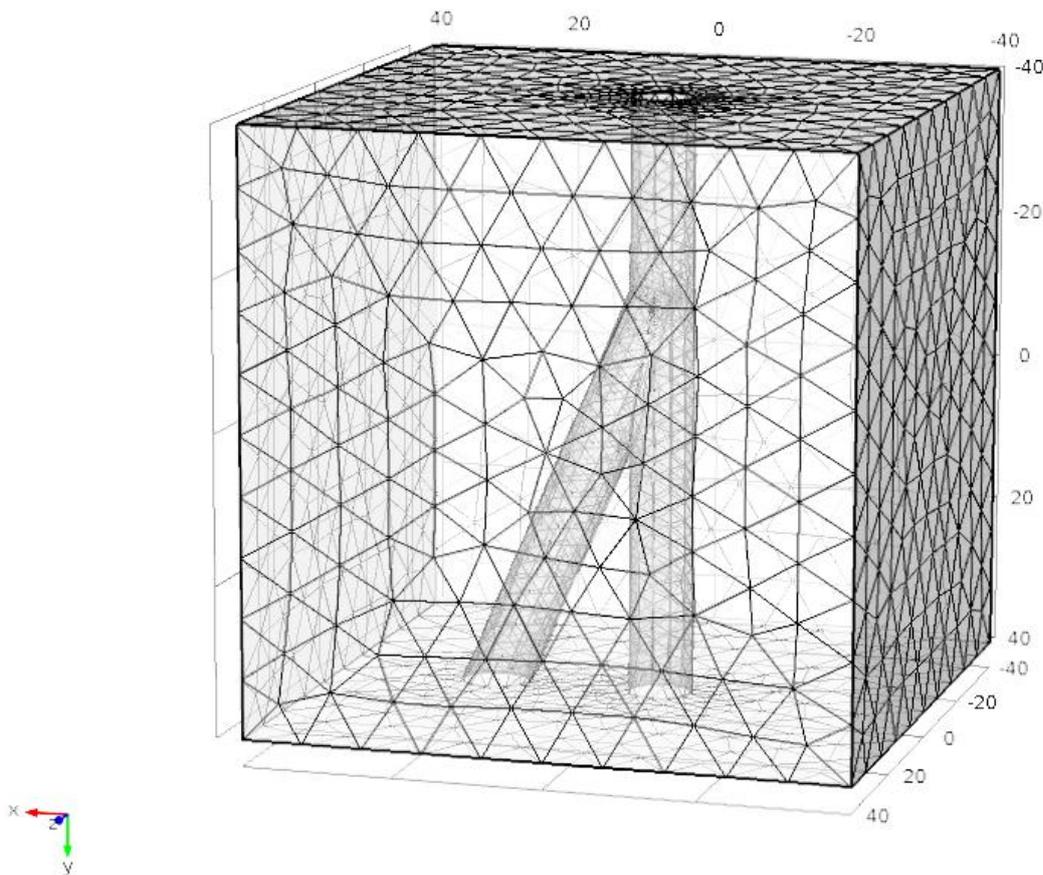


Figure 56. Puits multilatéral 3D en géométrie 1 discrétisé en 27779 éléments

Statistique du maillage :

➤ Maillage complet :

- Éléments tétraédriques : 27779
- Éléments triangulaires : 3426
- Éléments de bord : 435
- Éléments de vertex : 28

➤ Statistique d'élément du domaine:

- Nombre d'éléments : 27779
- Qualité de l'élément minimal : $1,098 \cdot 10^{-5}$
- Éléments de moyenne qualité : 0,7297
- Rapport volume élément : $1,025 \cdot 10^{-6}$
- Volume de la maille : 505 000 in³
- Taux de croissance maximum : 13,1
- Taux de croissance moyen : 1,757



❖ Géométrie 2 :

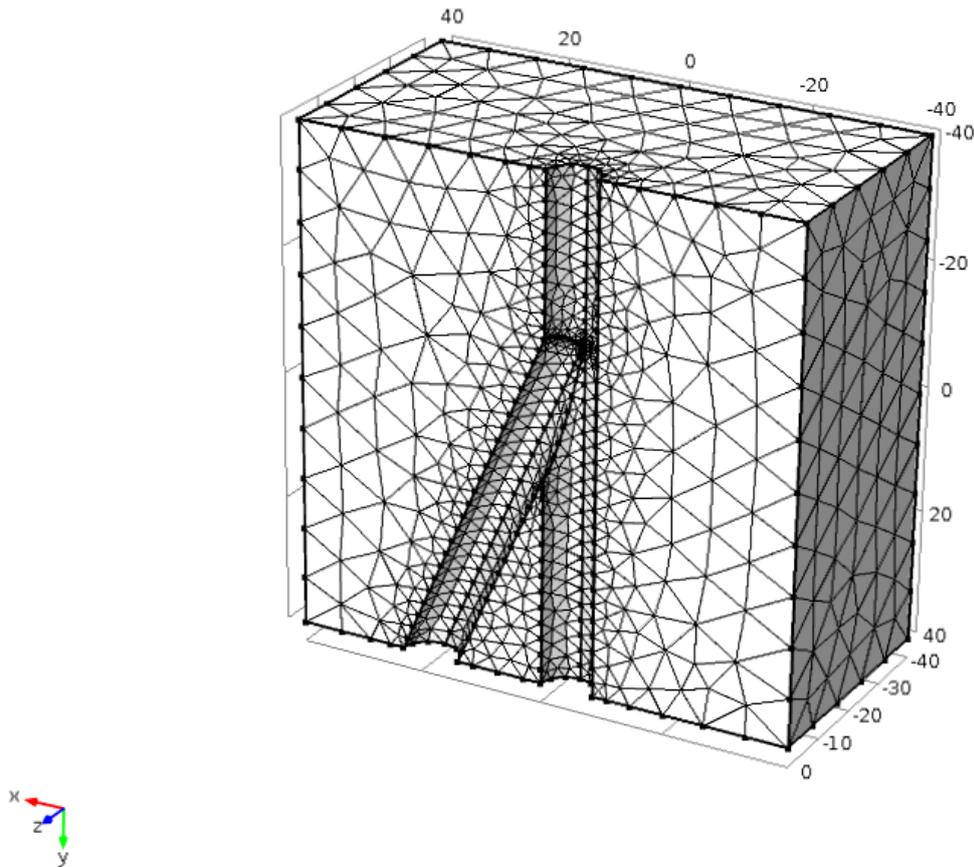


Figure 57. Puits multilatéral 3D en géométrie 2 discrétisé en 13573 éléments

Statistique du maillage :

➤ Maillage complet :

- Éléments tétraédriques : 13573
- Éléments triangulaires : 2270
- Éléments de bord : 312
- Éléments de vertex : 22

➤ Statistique d'élément du domaine :

- Nombre d'éléments : 13573
- Qualité de l'élément minimal : $8,015 \cdot 10^{-5}$
- Éléments de moyenne qualité : 0,7286
- Rapport volume élément : $1,239 \cdot 10^{-6}$
- Volume de la maille : 252 500 in³
- Taux de croissance maximum : 7,166
- Taux de croissance moyen : 1,75

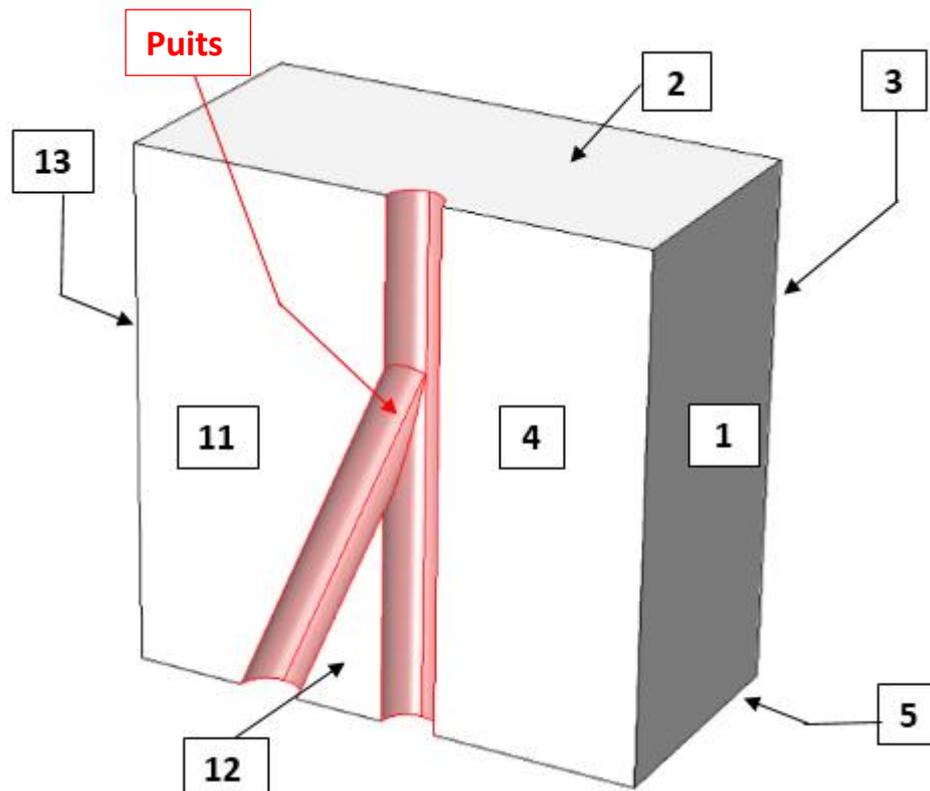
Chapitre VII : Définition et validation du model

VII.1-Introduction

Ce chapitre représente les simulations poroélastiques qui estiment le compactage 3D associé au pompage en prenant l'écoulement de fluide souterrain avec la Loi de Darcy. L'écoulement est couplé aux déplacements structurels via une analyse en élasticité. Ce modèle met l'accent sur les déplacements élastiques provoqués par le changement de pression des fluides lors du pompage. Des analyses des déformations élasto-plastiques sont accessibles dans le module de mécanique de structure.

VII.2- Définition de modèle : Flux et Simulation de la déformation

La géométrie modélisée (Figure 58) est la partie de la coupe d'une jonction de ramification (géométrie 1 dans le chapitre précédent). La jonction se situe à environ quelques mètres du début du puits. L'ensemble du réseau du puits s'étend beaucoup plus loin, environ quelques centaines de pieds. Le puits est de 8,5 in de diamètre et se trouve dans un cube de 80 in d'arête (géométrie 2). Les pompes aspirent le liquide depuis le réservoir dans le puits. Toutefois, les parois du puits, se déforment librement. Le but de la simulation est donc de résoudre pour un changement de pression du fluide, la contrainte, la déformation et le déplacement que le pompage provoque.



- 1, 3, 13 : les faces du réservoir
- 2, 5 : les faces limite de la symétrie
- 4, 11, 12 : les faces en connexion avec les segments de puits
- Puits (6, 7, 8, 9, 10) : puits

Figure 58. Géométrie pour une analyse d'un trou ouvert dans un puits multilatéral.

VII.2.1- Ecoulement des fluides

Pour décrire l'écoulement du fluide, on insère la loi de Darcy dont l'équation de continuité est donnée ci-après :

$$\nabla \cdot \left[-\frac{k}{\mu} \nabla p_f \right] = 0 \quad (\text{Eq 65})$$

Où :

- k : est la perméabilité,
- μ : est la viscosité dynamique,
- p_f : est égale à la pression du pétrole dans les pores.

Pour les limites de débit, on connaît le changement de pression du fluide du puits jusqu'au bord du réservoir. La surface plane près du puits (entre les blocs avant et arrière) est une limite de symétrie. Comme le puits est la seule sortie du fluide, il n'y a aucun écoulement entre l'espace des deux puits.

En résumé (figure ci-dessus),

- $p_f = p_r$: les faces du réservoir
- $n \cdot \left(-\frac{k}{\mu} \nabla p\right) = 0$: les faces limite de la symétrie
- $n \cdot \left(-\frac{k}{\mu} \nabla p\right) = 0$: les faces en connexion avec les segments de puits
- $p_f = p_w$: puits

Où n est le vecteur normal à la frontière.

VII.2.2 Déformation du solide

Le système d'équations décrivant la déformation quasi statique est :

$$-\nabla \cdot \sigma = F \quad (\text{Eq 66})$$

Où :

- σ : désigne le tenseur des contraintes totales,
- F : sont des forces de l'organisme externe.

Le tenseur des contraintes est augmenté par la charge de pression en raison de changements dans la pression interstitielle. Dans ce modèle, le coefficient de Biot-Willis (α_B) est égal à 1.

La relation contrainte-déformation des matériaux linéaires rapporte le tenseur des contraintes σ et la souche tenseur ε à travers la matrice d'élasticité D , qui, pour les matériaux isotropes, est une fonction du module de Young E et le coefficient de Poisson ν .

$$C = C(E, \nu)$$

Dans cet exemple géométriquement linéaire, les composantes du tenseur déformation dépendent du déplacement vecteur \mathbf{u} , qui a les composants directionnels u , v et w .

$$\varepsilon = \frac{1}{2} [(\nabla \mathbf{u})^T + \nabla \mathbf{u}]$$

En développant l'équation ci-dessus suivant l'axe (x, y, z), on obtient les six équations suivantes :

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (\text{Eq 67})$$

Les tenseurs σ et ε sont liés linéairement par la Loi de Hooke : $\sigma = D\varepsilon$ (Eq 68)

VII.2.3-Conditions aux limites

Pour les conditions aux limites, le modèle contraint les mouvements à toutes les frontières extérieures. L'ouverture du puits est libre de se déformer.

En résumé :

- $u = v = w = 0 \rightarrow$ pour les faces du réservoir
- $w = 0 \rightarrow$ pour les faces limite de la symétrie
- $v = 0 \rightarrow$ les faces en connexion avec les segments de puit
- Libre \rightarrow pour le puits

VII.2.4-Les paramètres des données utilisées

Tableau 7. Données de la roche réservoir

Propriété	Symbole	Valeur	Unité
module de Young	E	$4,3 \cdot 10^6$	Pa
coefficient de Poisson	ν	0,16	-
perméabilité	κ	10^{-13}	in ²
porosité	ε	0,3	-
densité	ρ_s	0,0861	lb/in ³
coefficient de Biot-Willis	α_B	1	-

Tableau 8. Données du fluide

Propriété	Symbole	Valeur	Unité
Densité	ρ_f	0,0361	lb/in ³
Viscosité dynamique	μ	10 ⁻⁷	Psi.s
Compressibilité du fluide	chif	4.10 ⁻¹⁰	1/Pa

Tableau 9. D'autres paramètres

Propriété	Symbole	Valeur	Unité
Pression du réservoir	p_r	122,45	psi
Pression du puits	p_w	0	psi
Cohésion de Coulomb	S_0	850	psi
Angle de frottement de Coulomb	ϕ	31	deg
Calibration constant 1	C_1	14,7	-
Calibration constant 2	C_2	40	-

VII.3- Critère de rupture

Ce modèle permet l'évaluation des défaillances au cours de post-traitement en utilisant les résultats des simulations du modèle flux du liquide et la déformation du solide sur la figure (figure 59). Les détails de calcul informant l'état mécanique du puits sont donc présentés dans [28]. Le critère de rupture en 3D concerne les défaillances de la roche est donné comme suit [28]:

$$rupture = (\sigma_3 + p) - Q(\sigma_1 + p) + N\left(1 + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_3 - \sigma_1}\right) \quad (\text{Eq 69})$$

Avec :

$$Q = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad \text{et} \quad N = \frac{2 \cos \phi}{1 - \sin \phi} S_0 \quad (\text{Eq 70})$$

- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ contraintes principales suivant les trois dimensions de l'espace
- p : pression des fluides

S_0 est la cohésion de Coulomb et ϕ est l'angle de frottement de Coulomb. Lorsqu'ils sont calibrés, $rupture = 0$, indique le début de la rupture de la roche ; $rupture < 0$ désigne une rupture total ; et $rupture > 0$ prédit la stabilité. Le modèle résout la variation de pression provoquée par le pompage ainsi que les contraintes et les déplacements.

Chapitre VIII : Résultats

VIII.1- Résultats : Flux et Simulation de la déformation

- Après la simulation, les résultats de la déformation élastique apparaissent sur la figure 59 (géométrie 2) dont le temps de calcul est de 5mn. Et pour la géométrie 1, il est de 10mn (figure 60).

La distribution du déplacement total de la structure est illustrée par la figure ci-dessous. On peut dire aussi que le déplacement est un peu exagéré. En conséquence, on constate une déformation plus importante entre le puits principal et la ramification, ceci est dû au pompage. Les déplacements plus significatifs apparaissent justes devant (couleur marron) la jonction des puits.

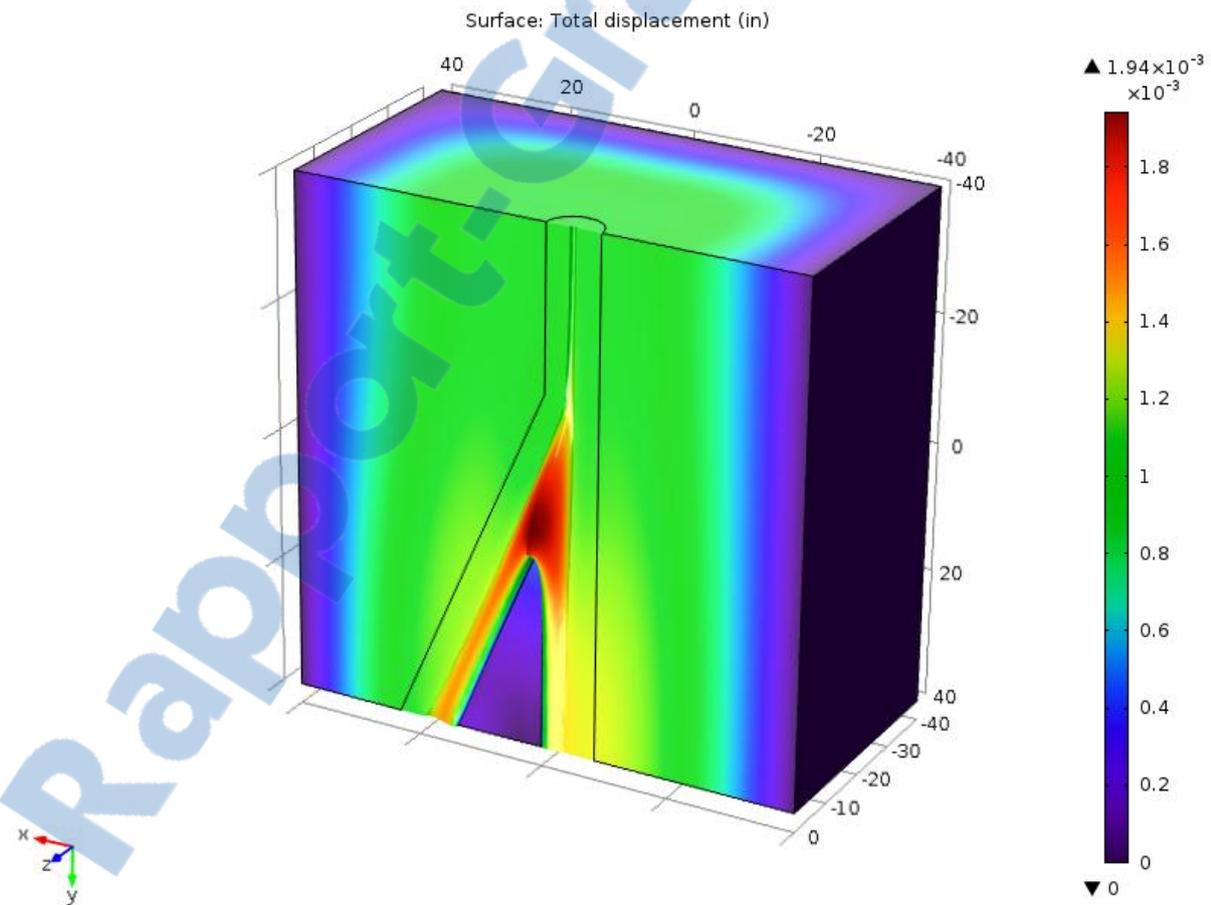


Figure 59. Le COMSOL Multiphysics estime le déplacement (géométrie 2). Les traits continus indiquent la géométrie de la structure, tandis que la distribution de déformation est illustrée par les différentes couleurs.

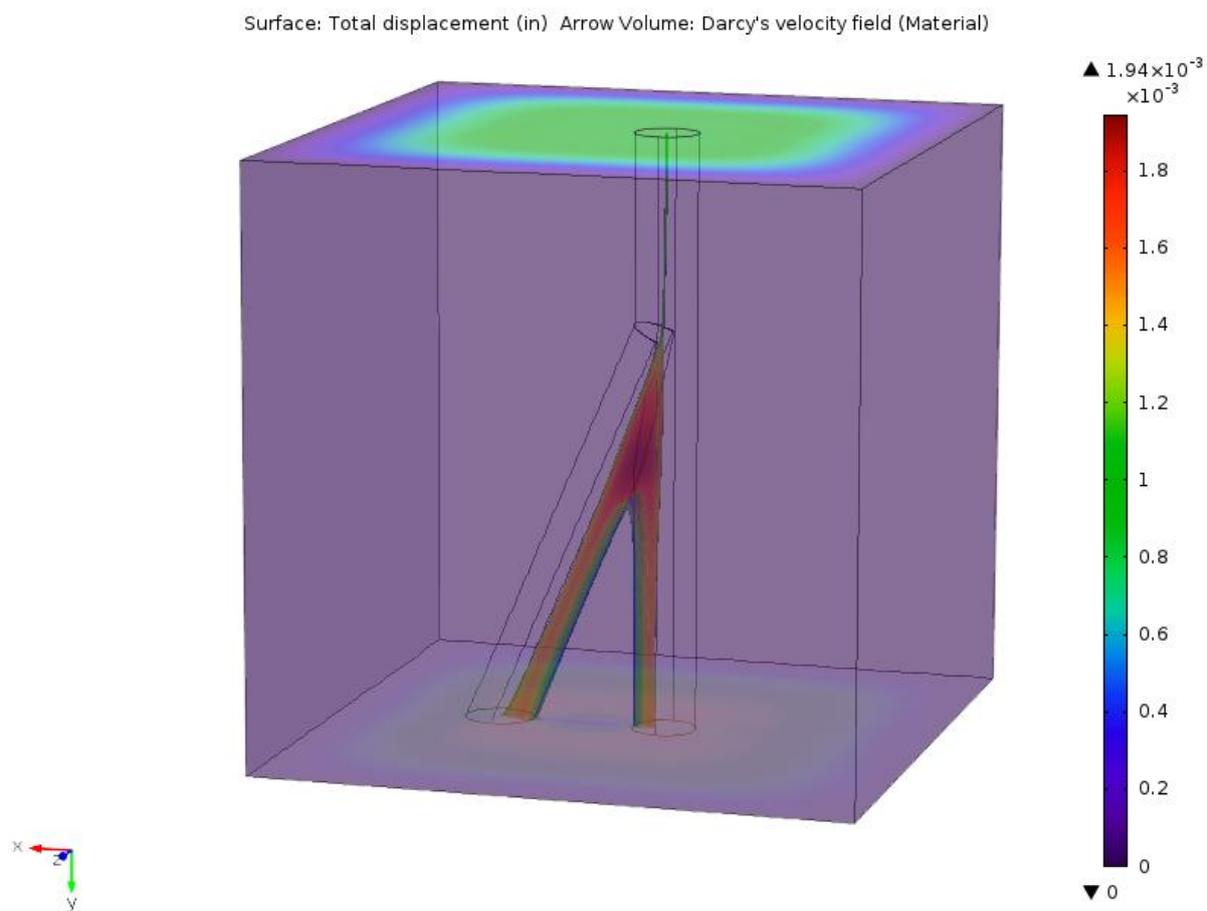


Figure 60. Le COMSOL Multiphysics estime le déplacement (géométrie 1 en mode transparent)

Code de couleur :

 : Déplacement minimal

 : Déplacement maximal

- La figure suivante montre les résultats des simulations pour le fluide couplé à la déformation élastique du réservoir via une approche poroélastique pour le puits multilatéral. Les isosurfaces à la figure 60 indiquent la pression du fluide dans l'ensemble du moitié du puits. Les lignes de courant indiquent les directions des vitesses des fluides. La pression du fluide descend depuis le réservoir vers l'ouverture du puits. En général, la vitesse augmente vers le puits mais tend vers zéro près de la jonction.

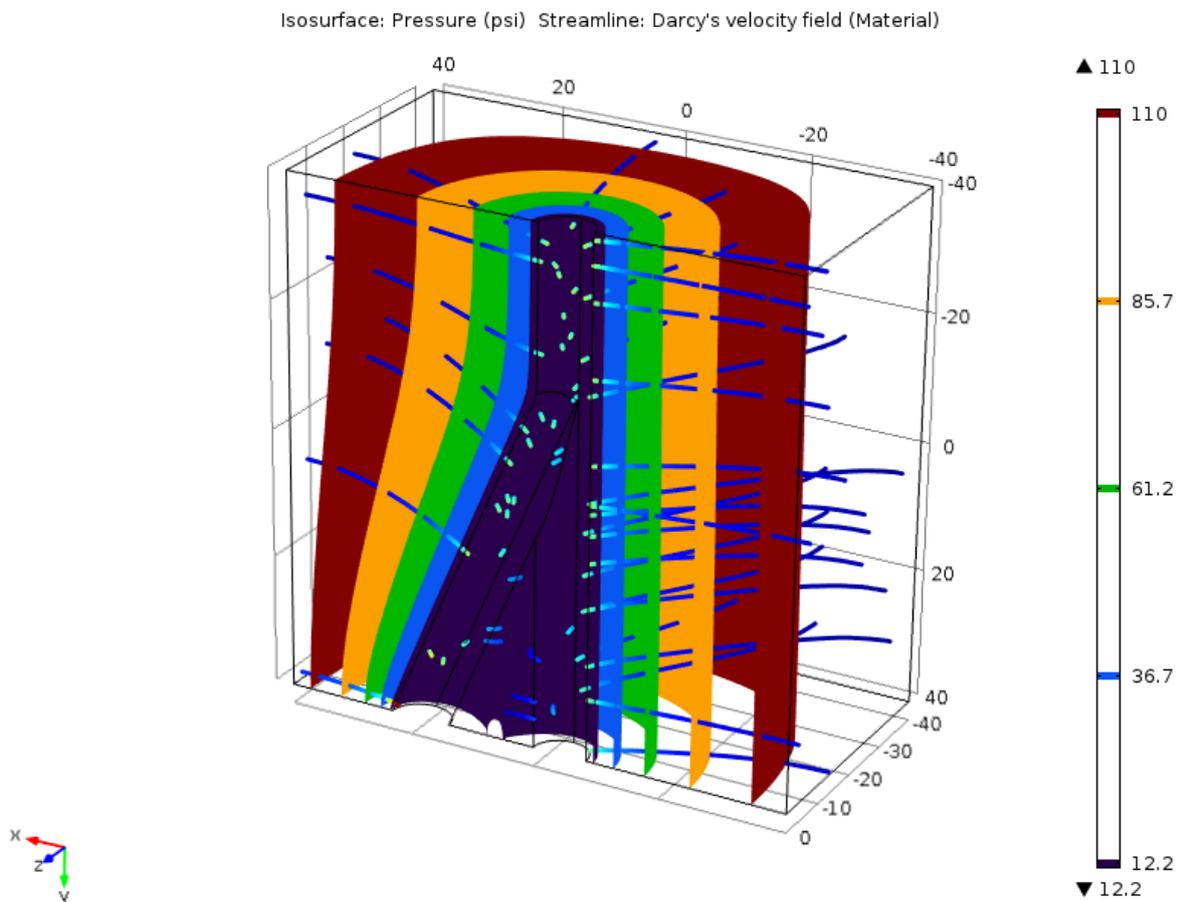


Figure 61. Analyse poroélastique d'un puits multilatéral. Les isosurfaces indiquent la pression du fluide et les lignes de courant désignent le champ de vitesse du fluide.

- La figure ci-dessous représente aussi les chemins et les vitesses des fluides en forme des flèches. La simulation a été réalisée avec la géométrie 1.

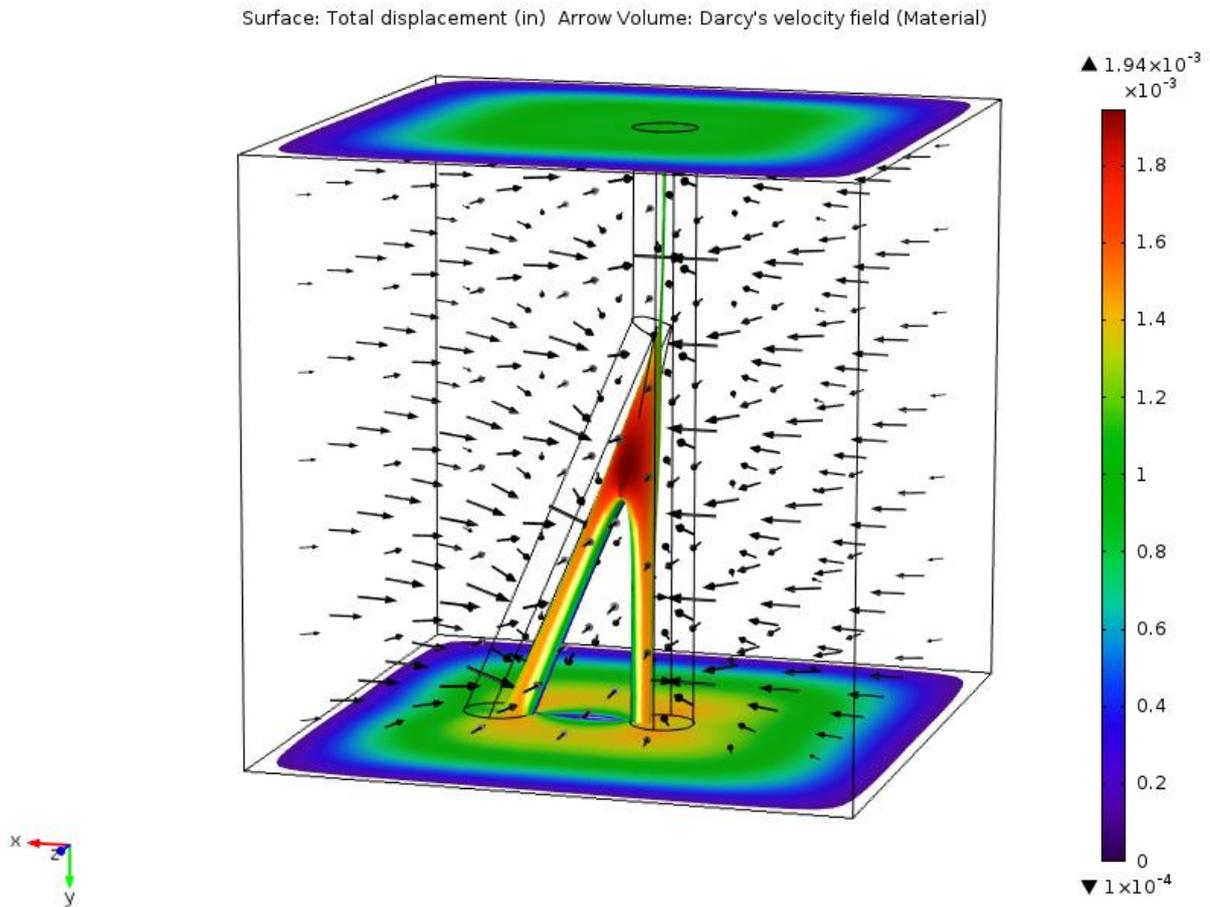


Figure 62. Les vitesses des fluides en forme des flèches

VIII.2- Résultats : Critère de rupture

Les valeurs de la fonction *rupture* apparaissent à la Figure ci-dessous. Lorsque les valeurs d'échec deviennent plus en plus négatives, la possibilité de la rupture est plus élevée. D'après ce résultat, le traçage de la fonction *rupture* localise les endroits sensibles à la rupture dans le puits.

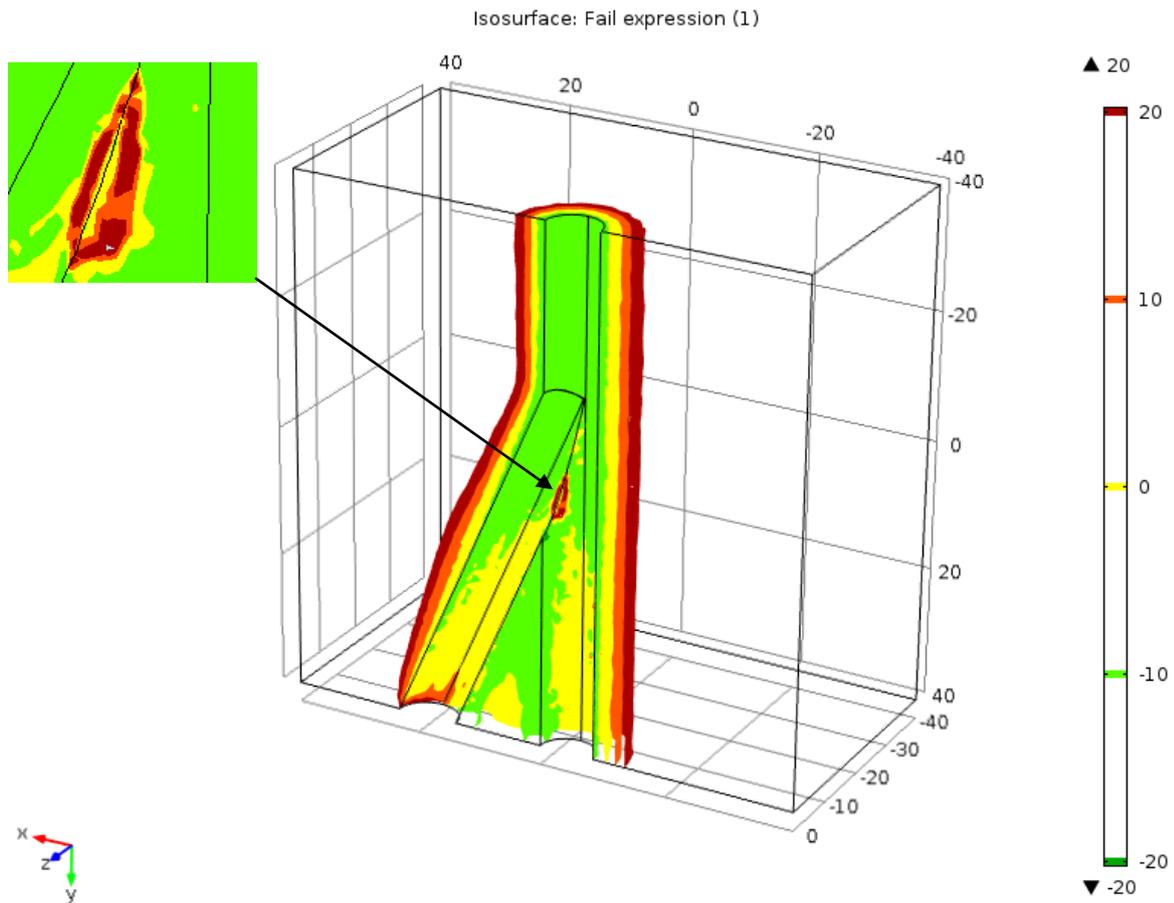


Figure 63. Les valeurs de la fonction *rupture* calculé avec les résultats d'un modèle poroélastique pour un trou ouvert de la jonction de ramification d'un puits multilatéral.

Code de couleur :

: $rupture < 0$

: $rupture > 0$

Résumé:

Une valeur négative pour la fonction *rupture* désigne une possibilité de rupture. La couleur grenat (rouge sombre) indique que la fonction est strictement négative, cela revient à dire que les ruptures sont nettement favorisées.

VIII.3- Conclusion

Cet exemple de couplages d'écoulements de fluides à la déformation pour une analyse de poroélastique est réalisé à l'aide du GUI du logiciel COMSOL Multiphysics. Les résultats numériques fournissent les estimations de la variation de pression induites par le pompage ainsi que les contraintes et les déplacements qui déclenchent la chute de pression. En combinant les résultats de simulation avec une expression de la rupture de Coulomb 3D, les informations aux défaillances mécaniques provenant du pompage sont obtenues. Les données et la géométrie pour ce modèle proviennent des analyses de l'industrie pétrolière par TerraTek [28], qui ont utilisé les mêmes critères de rupture pour prédire les problèmes mécaniques.

CONCLUSION GENERALE

L'objectif principal des puits multilatéraux est d'atteindre deux ou plusieurs réservoirs pétroliers à partir d'un puits principal, à moindre coût et dans les meilleures conditions de sécurité.

La présente étude nous a montré comment modéliser une jonction de ramification pour analyser la stabilité d'un trou ouvert dans un puits multilatéral à partir d'un logiciel COMSOL multiphysic, et avec prise en compte du couplage élasto-hydrodynamique. Le logiciel est basé sur les méthodes de discrétisation par éléments finis, qui apparaît adéquat pour l'analyse du système. Comme la stabilité des puits ouverts est un critère essentiel de la structure, le développement d'un modèle prédictif suivi des réalisations des simulations numériques semble une bonne alternative. Ils servent également à la minimisation de coût de conception.

Par ailleurs, la méthode proposée de ce travail nous a permis l'évaluation de l'effet de contrainte mécanique et l'orientation des drains multilatéraux, ainsi que leurs stabilités. Cet outil théorique conçu et développé au cours de ce mémoire nous a permis d'entreprendre des études jusqu'à la rupture au niveau de la jonction multilatérale. Le caractère général de l'outil numérique construit a permis l'étude de la prise en compte du couplage hydroélastique. Il est également permis de localiser le début d'un phénomène de rupture au sein du système à l'étude. Les résultats que nous avons obtenus semblent très proches à ceux existant dans la littérature. Ce qui permet en conséquence de valider partiellement notre programme construit.

En guise de perspectives :

- le programme pourrait être étendu jusqu'à la prise en compte des phénomènes d'oxydation et thermo-oxydation des structures en science et technologie pétrolière,
- grâce à l'utilisation du programme ainsi validé, d'autres variétés des puits multilatéraux pourraient être analysés,
- finalement, le programme pourrait être aussi assemblé avec un programme efficace d'optimisation pour la synthèse et le développement de structures optimales dont le but final serait de réduire le coût de conception des puits multilatéraux.

BIBLIOGRAPHIQUE et WEBOGRAPHIE

Bibliographie

Ouvrages généraux

- [1] Olagnon Christian M., *Elasticité et Résistance des matériaux*, Institut national des sciences appliquées de Lyon, version 2009, pages 4-14.

Ouvrages spécifiques

- [2] Szezukz J.P, 2005. Forage dirigé –Ingénierie et méthodes, Edition 3, 3 Juin,
- [3] Aadnoy B.S., Edland C., 2001. *Science et Ingénierie*, J. Pet. Sci. Eng. 30, p 245–255,
- [4] Aguilera R., Cordell G.M., Nicholl G.W., 1991. *Horizontal wells*, Gulf Publishing, Houston, TX.
- [5] Ali A.G., Lababidi A.M.S., Ebrahima A.S., 2004, J. Petrol. Sci. Eng. 44, p 283–301,
- [6] Brister A.R., 1997. Analyzing a multilateral-well failure in the East Wilmington field of California. SPE 38268 Western Regional Meeting. Long Beach, California, June 25–27,
- [7] Economides M.J., Watters L.T., Norman S.D., 1998. *Petroleum Well Construction*, Wiley, Chichester, UK,
- [8] Crouse P.E., Philip C. Crouse, 2000. Fed. Energy Techn. Center’s US DOE Natural Gas 17, pages 22–25,
- [9] Forrest J.K., 1990. Horizontal gravel packing studies in a full scale model wellbore. SPE 20681, Annual Tech. Conf., New Orleans, Louisiana, September, pages 23–26.
- [10] Yanping Z., Rongquan R., Hui W., Jun W., 2009. *Petrol. Explor. Dev.* 36 (6), pages 768–775,
- [11] Darcy, H. P. G, 1856. « Détermination des lois d'écoulement de l'eau à travers le sable ».
- [12] Pražák, J., Tywoniak, J., Peterka, F., & Šlonec, T, 1990. “*Description of transport of liquid in porous media—a study based on neutron radiography data*”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 33(6), pages 1105-1120,
- [13] Darcy H, 1857. « *Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux* » (vol. 1). Mallet-Bachelier,

- [14] De Marsily G, 1976. « *Cours d'hydrogéologie* ». École Nationale Supérieure des Mines de Paris,
- [15] Bonnet, M, 1978. Mémento d'hydraulique souterraine. BRGM.,
- [16] Durner W & Flühler H. 2005. “*Soil hydraulic properties*”. Encyclopedia of Hydrological Sciences,
- [17] Marie C, Simandoux P, Pacsirszky J & Gaulier C (1967) « *Étude du déplacement de fluides miscibles en milieu poreux stratifié* ». Revue de l'Inst. Français du Pétrole. 22, n° 2, pages 272-294
- [18] Schoeller H. 1967 « *Chronique d'Hydrogéologie* », p 7-21.
- [19] Berkaloﬀ E. 1966. « *Effet de capillarité sur l'écoulement d'eau dans les nappes libres recelées par des roches à interstices fin* ». Wageningen,
- [20] Rasmussen & al. , 2003. « *Guide de détermination d'aires d'alimentation et de protection de captages d'eau souterraine* ». Université du Québec à Chicoutimi, Centre d'études sur les ressources minérales,
- [21] Rasmussen H, Rouleau A & Chevalier S. 2006. « *Outils de détermination d'aires d'alimentation et de protection de captages d'eau souterraine* », Document diffusé par le ministère du Développement durable, de l'Environnement et des Parcs du Québec, 311p,
- [22] Bir S. 2012. « *Écoulements au travers les milieux ; poreux. Approche stochastique* »; mémoire de magistère, université Mouloud-Mammeri, de Tizi-Ouzou, PDF, 216 pages
- [23] Michel SUDRE, *Méthode des Eléments Finis appliquée au calcul des Structures*, 4-5p.
- [24] Seghir A., *Cours: Méthode des éléments finis*, Département de Génie Civil, Université A. Mira de Béjaia
- [25] Hervé Oudin, *Méthode des éléments finis*, 18p.
- [26] Yves Debard, *Méthode des éléments finis : élasticité plane*, Université du Mans Master Modélisation Numérique et Réalité Virtuelle, 24 mars 2006 au 29 mars 2011, 11p.
- [27] Hassani R., *mise en oeuvre de la méthode des éléments finis*, 2004 – 2005
- [28] Suarez-Rivera R., Begnaud B.J., and Martin W.J., 2004. “Numerical Analysis of Open-hole Multilateral Completions Minimizes the Risk of Costly Junction Failures,” *Rio Oil & Gas Expo and Conference (IBP096_04)*,
- [29] Economides M.J., Hill A.D., Ehlig-Economides C.E., 1994, *Petroleum Production Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ,
- [30] Gabelle C., Renard G., *Enhanced Prod. Old Oil Fields* 17–18 (1999).

Communications

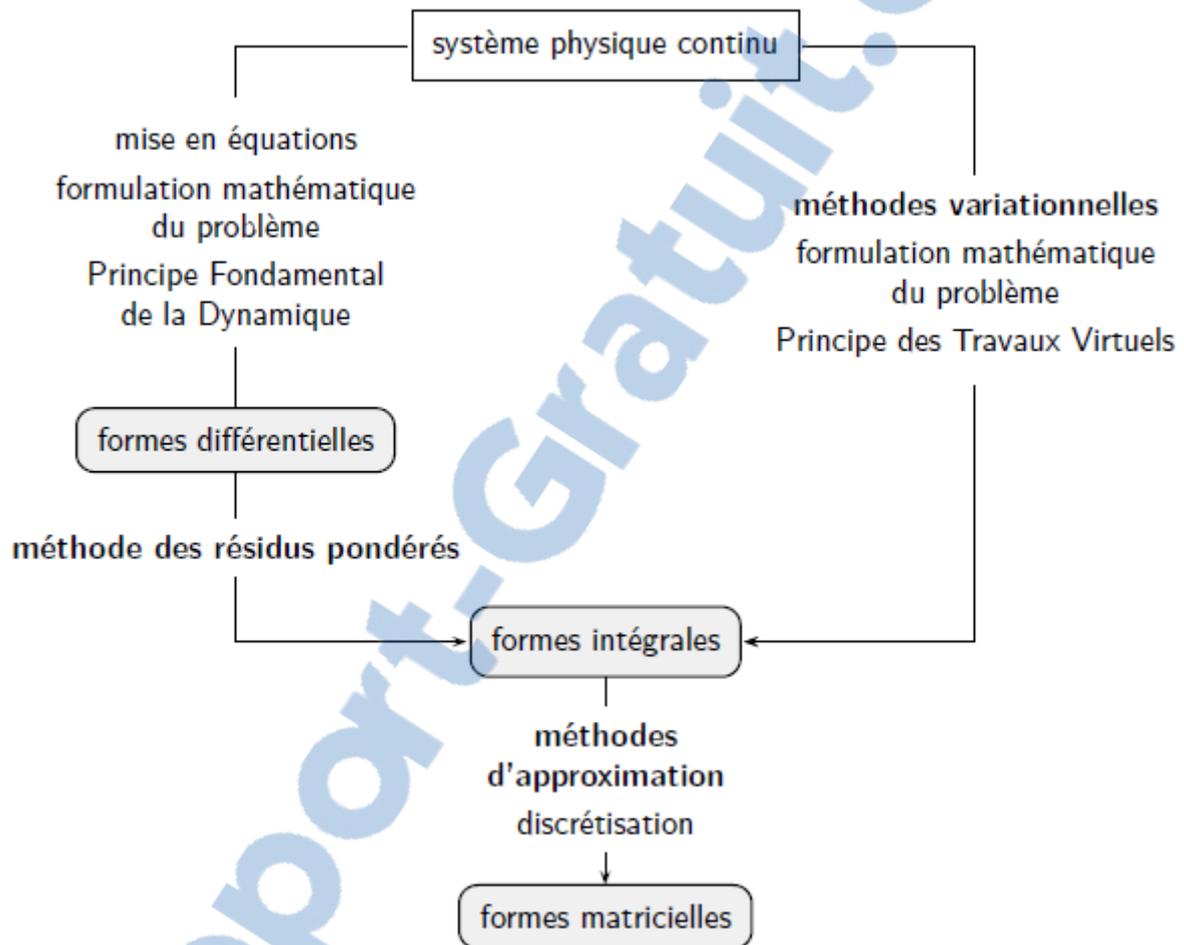
- [31] Document « SONATRACH »-Procédures de forage horizontal-SH/DF Janvier 2003.
- [32] Programmation et réalisation d'un puits horizontal, Horizontal Drilling Training Manual ANADRILL, 1991.
- [33] “*New Aspects of Multilateral Construction*”, pdf, 2002.
- [34] Écoulements vers les ouvrages de captage
- [35] *MEF Méthode des Eléments Finis*, GM / L3 - ME63 UFR -S&T, Université d'Evry – Val d'Essonne, 3p.
- [36] *Isoparametric Formulation*

Webographie

- [37] <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1110062115000902> (consulté le 20 avril 2016)
- [38] <http://www.offshore.mag.com/articles/print/volume66/issue12/drilling.completion/intelligent.multilateral.wells.maximize.reservoir.contact> (consulté le 25 avril 2016)
- [39] <http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Sp%C3%A9cial:Modificationsr%C3%A9centes&feed=atom> (consulté le 3 mai 2016)

ANNEXE 1

Vue synthétique des méthodes d'approximation en physique



ANNEXE 2

Organigramme d'un logiciel d'éléments finis

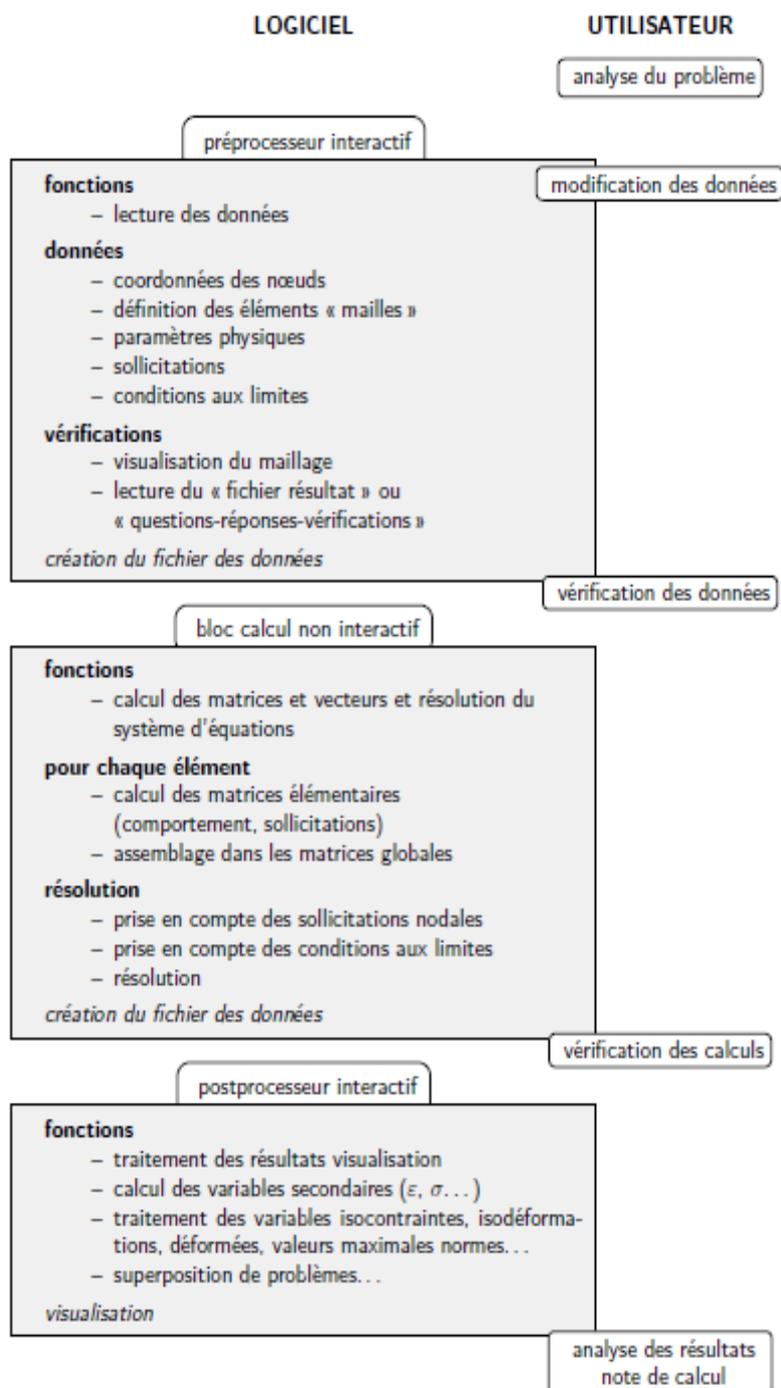


TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS	I
SOMMAIRE	II
LISTE DES ABREVIATIONS	III
GRANDEURS PHYSIQUES	IV
NOTATIONS MATRICIELLES	V
LISTE DES FIGURES	VII
LISTE DES TABLEAUX.....	X
INTRODUCTION GENERALE.....	1

Partie I : ANALYSES BIBLIOGRAPHIQUES SUR LE FORAGE HORIZONTAL ET LES PUITS MULTILATERAUX

Chapitre I : Généralités sur le forage horizontal	2
I.1-Introduction.....	2
I.2-Avantages et inconvénients du forage horizontal [2]	2
I.2.1-Avantages du forage horizontal.....	2
I.2.2-Inconvénients du forage horizontal	5
I.3-Les types des puits horizontaux	6
I.3.1-Puits à long déplacement (Long reach ou Extended Reach wells).....	7
I.3.2-Puits inclinés (tilt ou slant wells)	7
I.3.3-Puits multilatéraux.....	8
I.3.4-Puits en ré-entrée (Re-entry wells).....	8
Chapitre II : Les puits multilatéraux.....	9
II.1-Introduction	9
II.2-Applications des puits multilatéraux	11
II.3-Applications dans les réservoirs [33].....	14
II.3.1-Réservoirs de pétrole lourd	14
II.3.2-Faible perméabilité ou réservoirs fracturés naturellement.....	15
II.3.3-Champs de satellites.....	16
II.3.4-Formations feuilletées ou des réservoirs multicouches	16
II.3.5-Compartiments de réservoir isolé	17



II.4-Les complétions multilatérales	18
II.4.1-Catégories de systèmes multilatéraux	18
II.4.1.1-TAML niveau 1	18
II.4.1.2-TAML niveau 2	19
II.4.1.3-TAML niveau 3	20
II.4.1.4-TAML niveau 4	20
II.4.1.5-TAML niveau 5	21
II.4.1.6-TAML niveau 6	22
II.4.2-Connectivité de la jonction [33].....	22
II.5-Conclusion	26

Partie II : METHODOLOGIE

Chapitre III : Mécanique d'élasticité [1]	27
III.1-Introduction	27
III.2-Contraintes	27
III.3-Champ de contrainte en un point.....	28
III.4-Loi de comportement élastique	36
III.5-Equations d'équilibre ou aux limites.....	37
III.6-Méthodes de résolution de problèmes	40
III.7-Conclusion.....	42
Chapitre IV : Loi de Darcy	43
IV.1-Introduction	43
IV.2-Historique.....	43
IV.3-Formulation	44
IV.4-Généralisation	45
IV.4.1-Formulation vectorielle locale	45
IV.4.2-Fluide compressible.....	46
IV.5-Conductivité hydraulique	47
IV.6-Vitesse de Darcy	48
IV.7-Conclusion	49
Chapitre V : Méthode des éléments finis	50
V.1-Introduction	50
V.2- Généralités sur la méthode des éléments finis (MEF).....	50

V.2.1- Présentation de la MEF.....	50
V.2.2- Démarche à suivre en éléments finis	51
V.3- Les éléments finis isoparamétriques [27].....	55
V.3.1- Représentation de la géométrie.....	55
V.3.1.1- <i>Les éléments de références</i>	55
V.3.1.2- <i>Approximation nodale sur quelques éléments de référence</i>	56
V.3.2- Transformation géométrique.....	58
V.3.3- Représentation des inconnues.....	60
V.4- Conclusion.....	60

Partie III : SIMULATION MULTIPHYSIQUE 3D DE LA JONCTION DE RAMIFICATION D'UN Puits MULTILATERAL

Chapitre VI : Construction géométrique du modèle par le COMSOL multiphysics 5.0	61
VI.1-Introduction.....	61
VI.2-Logiciel de simulation : COMSOL multiphysics	62
VI.2.1-Présentation du logiciel COMSOL.....	62
VI.2.2-Introduction à l'interface utilisateur de COMSOL 5.0 (Graphical Users Interface)	62
VI.2.3-Etapes à suivre pour COMSOL.....	64
VI.3-Construction du model.....	64
VI.3.1-Création du modèle de simulation.....	64
VI.3.2-Création de la géométrie.....	64
VI.3.3-Maillage.....	66
Chapitre VII : Définition et validation du model	69
VII.1-Introduction.....	69
VII.2- Définition de modèle : Flux et Simulation de la déformation	69
VII.2.1- Ecoulement des fluides	70
VII.2.2 Déformation du solide	71
VII.2.3-Conditions aux limites	72
VII.2.4-Les paramètres des données utilisées.....	72
VII.3- Critère de rupture	73
Chapitre VIII : Résultats	75
VIII.1- Résultats : Flux et Simulation de la déformation	75

VIII.2- Résultats : Critère de rupture	78
VIII.3- Conclusion.....	80
CONCLUSION GENERALE	81
BIBLIOGRAPHIQUE ET WEBOGRAPHIE	A
ANNEXE 1	D
ANNEXE 2	E
TABLE DES MATIERES	F

Titre « *Modélisation multiphysique et simulation numérique de la jonction de ramification d'un puits multilatéral* »

Auteur : RAJAABELISON Tiana Nirina Herilala

Adresse : lot II E 21 bis Ambatokaranana Antananarivo 101

Tél : : 033 18 559 33 / 034 97 919 76

E-mail : fandraha.madilo@gmail.com

Encadreur : RASOANOAVY Faliniaina, Maitre de conférences à l'ESPA



Résumé

Les coûts actuels de forages peuvent dépasser plusieurs millions de dollars pour chaque puits; c'est pourquoi les ingénieurs ont commencé à concevoir les puits multilatéraux. Ces derniers, dans lesquels plusieurs branches de puits de forage rayonnent à partir du trou principal peuvent extraire plusieurs zones productives. Par conséquent, la conception de la stabilisation mécanique de ces puits et les tubages coûtent extrêmement cher. La disposition d'outil numérique pourra entretenir des études de réduction de coût de construction. Dans ce mémoire, nous avons proposé, à l'issue des études thermodynamiques du couplage hydroélastique, des critères des ruptures mécaniques au sein du système à l'étude. Les simulations poroélastiques en 3D démontrent les déplacements élastiques provoqués par le changement de pression des fluides lors du commencement du pompage. Des analyses des déformations élasto-plastiques ont donc permis d'évaluer et d'estimer la stabilité du puits.

Mots clés : *jonction, puits multilatéral, élasticité, rupture, fluide, hydroélastique, élément finis, comsol, simulation*

Abstract

The current costs of drilling can extend more millions of dollars for each well; this is why engineers began designing the multilateral wells. This last, in which several branches of wellbore from the main hole can extract many productive areas. Therefore, the development of mechanical stabilization of these wells and casing is extremely expensive. The development of numerical tool will help and enable us the reduction cost of construction studies. In this brief, we have proposed, after thermodynamic consideration taking into account hydroelastique coupling; the criteria of the mechanical failures of system under study. Poroelastic 3D simulations showed the elastic displacements caused by change of fluid pressure; when the beginning the pumping procedure. The analysis of elasto-plastic deformation allowed us to evaluate and estimate the stability of the well.

Keys words: *junction, multilateral well, elasticity, fail, fluid, hydroelastic, finite element, comsol, simulation*

Nombre de pages :	81
Nombre de tableaux :	09
Nombre de figures :	63
Nombre d'équations :	70