TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES

MELS	Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport
AQETA	Association québécoise des troubles d'apprentissage
IRD	Institut Raymond Dewar
AQEA	Association québécoise des enfants audimuets (qui est aujourd'hui l'Association québécoise de la dysphasie)
UDN II	Utilisation Du Nombre, version enrichie
OOAQ	Ordre des orthophonistes et audiologistes du Québec

RÉSUMÉ

Cette recherche s'inscrit dans le contexte de l'orthopédagogie en mathématiques. Elle porte précisément sur la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves du deuxième cycle du primaire ayant une dysphasie mixte sévère. Les recherches relatives aux difficultés en mathématiques sont peu nombreuses chez des enfants ayant une dysphasie mixte sévère et certaines concernent les difficultés d'apprentissage sur le concept de nombre et des stratégies de calcul. Bien que les difficultés citées dans ces travaux constituent des apprentissages ayant comme base la compréhension du concept de numération positionnelle, aucun travail de recherche concernant l'état du développement de la compréhension du concept de numération positionnelle chez ces élèves n'a été trouvé.

Afin de mieux saisir l'apprentissage de ce dernier, cette recherche vise à décrire et à analyser la compréhension de la numération positionnelle chez des élèves du deuxième cycle du primaire ayant une dysphasie mixte sévère. Dans le cadre d'une étude de cas, nous avons donc rencontré individuellement cinq élèves ayant une dysphasie mixte sévère lors d'une entrevue orthopédagogique d'une durée d'environ une heure. L'analyse des données a été effectuée à l'aide du modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989), composé de deux paliers, dont un palier logico-physique

comportant trois composantes : intuitive, procédurale et abstraite et un second palier logico-mathématique comportant également trois composantes : procédurale, abstraite et formelle.

Notre analyse a permis de faire ressortir un portrait global des manifestations pour chaque composante de la compréhension du concept de numération positionnelle chez ces élèves. Voici d'ailleurs les principaux résultats. Sur le plan de la composante procédurale logico-physique, l'utilisation du groupement de dix pour dénombrer rapidement n'a pas été manifestée de façon autonome; sur le plan de l'abstraction logico-physique, la reconnaissance d'équivalence de quantités d'objets organisées différemment et de l'inclusion des sous-groupes dans les groupes (unités et dizaines dans les centaines) s'est manifestée partiellement alors que sur le plan de l'abstraction logico-mathématique, la reconnaissance de l'inclusion des sous-groupes dans les groupes (unités, dizaines dans les centaines) n'a pas été réussie par la majorité des élèves. Cependant, sur le plan de la composante formelle, les manifestations sont apparues sans aide.

Enfin, dans cette recherche, nous proposons des pistes d'interventions orthopédagogiques à prioriser avec ces élèves. À la lumière de nos résultats, nous considérons notamment qu'il serait avantageux, dans un premier temps, d'identifier les connaissances des élèves sur la numération positionnelle à l'aide d'une investigation orthopédagogique. Par la suite, l'accompagnement orthopédagogique devrait être réalisé par le biais d'activités planifiées et graduées. Ces activités devraient inclure, entre autres, une panoplie de matériel de manipulation utilisé de façon graduelle en fonction de la notion que l'on désire travaillée, soit le groupement, l'échange ou la valeur de position. Ces pistes pourraient améliorer davantage la compréhension du concept de la numération positionnelle qui est à la base des apprentissages mathématiques subséquents au primaire.

INTRODUCTION

Depuis plusieurs années, les élèves ayant des besoins éducatifs ou des conditions qui ne leur permettent pas d'évoluer dans des classes régulières sont un sujet dont il est régulièrement question dans notre société. Parmi ces élèves se retrouvent les enfants présentant une dysphasie mixte sévère. Ces derniers présentent une déficience du langage et de la parole qui a des conséquences importantes sur les apprentissages scolaires, entre autres. Dans les milieux scolaires et parascolaires, de nombreux intervenants poursuivent leur travail afin de proposer des moyens et des conditions favorisant les apprentissages de ces élèves, plus particulièrement en lecture et en écriture. Comme le mentionne Duquesne (2004), le fait que les difficultés d'apprentissage de la lecture pour les élèves dysphasiques représentent un enjeu prioritaire, « relativement peu de travaux s'intéressent à l'élaboration des notions mathématiques de base chez ces élèves » (p. 1). Elle fait remarquer aussi « qu'il y a de fortes chances pour qu'un enfant dysphasique présente également des troubles de l'apprentissage du nombre et du calcul » (Duquesne, 2004, p. 1). Dans le même ordre d'idées et à l'instar de Lacert et Camos (2003), il se peut que le temps pédagogique accordé à l'enseignement de la langue laisse peut-être une place insuffisante à l'acquisition des mathématiques; acquisition qui aurait peut-être été possible eu égard aux seules capacités d'apprentissage de ces enfants. Ces auteurs précisent également qu'il ne faudrait pas que des absences de compétences soient créées par une sousstimulation pédagogique. À cet égard, ils font d'ailleurs remarquer : « On sait les conséquences socio-scolaires des dysphasies de développement parmi lesquelles une réduction de l'appétence de l'enfant pour l'école ne doit pas être sous-estimée » (p. 116). Nous comprenons ainsi que ces constats sont suffisants pour susciter des interrogations importantes sur le plan de l'apprentissage des mathématiques chez les élèves dysphasiques.

Parmi les recherches sur l'apprentissage chez les élèves dysphasiques, certaines ont porté une attention particulière à l'apprentissage en mathématiques chez ces élèves et ont permis de dégager quelques constats sur les notions suivantes : la chaîne numérique verbale, la lecture et l'écriture des nombres et les opérations numériques. Bien que la base de ces apprentissages soit constituée de la compréhension du sens du nombre ainsi que du concept de numération positionnelle, peu d'études portent sur la compréhension du concept de numération positionnelle chez les élèves présentant une dysphasie mixte sévère. Pourtant, de nombreuses études en didactique des mathématiques (notamment : Bednarz et Janvier (1982) font état de l'importance de ce concept mathématique dans les apprentissages mathématiques et des nombreuses difficultés d'apprentissage en mathématiques reliées à la numération positionnelle. C'est pourquoi, dans le cadre de ce mémoire, nous nous sommes intéressés plus particulièrement à la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves présentant une dysphasie mixte sévère au deuxième cycle du primaire.

L'intérêt porté à la compréhension de ce concept chez des élèves dysphasiques origine du croisement de diverses sources. La principale étant un stage de quatre semaines effectué, en 2008, dans une classe de langage[1]. Nous avons réalisé ce stage dans le cadre de nos études de premier cycle en enseignement (baccalauréat en enseignement en adaptation scolaire et sociale au primaire). Lors de cette expérience, quelques observations informelles en lien avec le développement du concept de numération positionnelle chez les élèves de cette classe ont été effectuées. Ces observations ont suscité un questionnement, car les activités d'apprentissage reliées à ce concept s'avéraient, majoritairement, difficiles pour les élèves. La seconde raison justifiant cet intérêt pour la compréhension de la numération positionnelle est les contacts que nous avons eus avec des élèves ayant une dysphasie dans le cadre de notre travail quotidien à titre d'orthopédagogue au primaire. Ces élèves, dont un était en troisième année et un autre en sixième année, présentaient des difficultés importantes en mathématiques, entre autres, dans des activités de calculs avec retenues et emprunts et d'écriture des nombres pour lesquelles les bases en numération positionnelle doivent être acquises. Pour éviter de recourir à une perception personnelle, une expérimentation orthopédagogique comme travail de recherche sur la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves ayant une dysphasie mixte sévère est devenue nécessaire pour mieux connaître ses manifestations. Enfin, les nombreuses lectures faites sur le sujet ont également contribué à valider la pertinence de la présente recherche.

[1] Les classes spéciales destinées aux élèves ayant une dysphasie mixte sévère sont appelées au Québec, classes de langage ou classes de communication.

Le premier chapitre traite de la problématique reliée à des activités numériques chez ces élèves dans le but de cerner un portrait le plus précis possible du problème de recherche dans le contexte québécois. Le deuxième chapitre présente le cadre de référence. Il donne une description du concept de la numération positionnelle, présente différents modèles de compréhension en mathématiques et il décrit plus précisément le modèle de la compréhension mathématique de Bergeron et Herscovics (1989) qui est priorisé pour cette recherche ainsi que les différentes compréhensions mathématiques qui y sont associées. Par la suite, la question de recherche qui en découle et les objectifs qui y sont reliés y sont présentés. Enfin, la pertinence sociale ainsi que la pertinence scientifique de réaliser cette recherche y sont également justifiées. Le troisième chapitre traite de la méthode de recherche et expose les divers éléments méthodologiques qui ont été utilisés pour réaliser cette étude de cas exploratoire, soit les participants, le matériel, les instruments, le déroulement et le plan de l'expérimentation orthopédagogique ainsi que la grille d'analyse. Le quatrième chapitre expose les grandes lignes de l'analyse qualitative des données tout en faisant la présentation des résultats. Le cinquième chapitre présente la discussion des résultats. Finalement, les principaux résultats et certaines limites qui se dégagent de ce travail de recherche sont présentés dans la conclusion ainsi que des pistes orthopédagogiques à mettre en place avec des élèves dysphasiques et des perspectives de recherche à poursuivre en orthodidactie des mathématiques.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

Pour mettre en lumière le problème de recherche, certains éléments du contexte québécois sont exposés et explicités dans ce chapitre afin de mieux saisir l'intérêt et le questionnement à la base de ce mémoire. Par la suite, une présentation des principaux travaux[2] recensés sur la question nous permet de justifier le problème retenu.

1.1 Contexte du problème

Au Québec, le système scolaire, chapeauté par le ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS), offre la possibilité d'avoir accès à des classes spécialisées en fonction d'un besoin ou d'un handicap particulier. Les classes spéciales destinées aux enfants ayant une déficience langagière (dysphasie) sont appelées classes de langage ou classes de communication[3]. Ces dernières sont réglementées par une section du MELS nommée Direction de l'adaptation scolaire. La politique de l'adaptation scolaire du MELS spécifie que les classes spéciales de langage sont réservées à des élèves dont la dysphasie est qualifiée de sévère tant au plan expressif que réceptif, d'où le terme mixte.

---

[2] Il est à noter que, dans le cadre de ce travail, les ouvrages recensés, en lien avec le sujet traité, proviennent davantage de l'Europe et des États-Unis que du Québec, où ils y sont pratiquement absents.

[3] Dans le reste du document, ce type de classe sera identifié par classe de langage.

Ainsi, seul l'élève diagnostiqué comme ayant une déficience langagière selon les critères spécifiés peut recevoir un code administratif lui permettant d'être reconnu et ainsi d'obtenir des services spécifiquement adaptés à ses besoins. Cependant, ce ne sont pas tous les élèves ayant une déficience langagière répondant aux critères qui se retrouvent dans une classe de langage. Dans son mémoire, Rivera Vergara (2009) spécifie que 66,40 % des élèves dysphasiques sévères au Québec ne sont pas scolarisés en classe ordinaire, mais qu'il y a seulement une partie d'entre eux qui se retrouve dans des classes de langage. On peut alors présumer que ces autres élèves se trouvent dans d'autres classes d'adaptation scolaire. De plus, très peu d'informations sont disponibles sur le cheminement scolaire des élèves des classes de langage au Québec ainsi que sur les pratiques ou innovations pédagogiques qui permettraient une meilleure différenciation ou adaptation pour ces élèves dans l'ensemble de leurs apprentissages et surtout, en l'occurrence, dans le domaine qui nous intéresse ici, les mathématiques.

1.2 Problème de recherche

Les mathématiques, son enseignement et les difficultés vécues par plusieurs élèves relèvent d'un domaine qui suscite l'intérêt de nombreux chercheurs en éducation à travers le monde. La recherche québécoise dans ce domaine ne fait pas exception. En effet, les difficultés d'apprentissage en mathématiques des élèves du primaire, tant en classe ordinaire qu'en classe d'adaptation scolaire, sont documentées. Au Québec, des chercheures telles que Deblois (1994 et 1996), Mary et Schmidt (2003) ainsi que Schmidt et Thivierge (2003), pour ne nommer que celles-ci, ont effectué diverses études dans ce domaine. Les travaux cités de DeBlois concernent spécifiquement l'apprentissage de la numération positionnelle chez des élèves en difficulté d'apprentissage (sans toutefois spécifier le profil de ceux-ci), alors que ceux de Mary et Schmidt ainsi que ceux de Schmidt et Thivierge concernent les difficultés d'apprentissage en mathématiques dans le contexte spécifique de l'adaptation scolaire, sans toutefois cibler un type de classe[4] en particulier. Comme spécifié au début de ce travail, les recherches concernant les difficultés en mathématiques des élèves présentant une dysphasie mixte sévère sont beaucoup moins nombreuses que celles effectuées sur leurs difficultés en lecture ou en écriture. Pourtant, les difficultés d'apprentissage en mathématiques de ces élèves s'avèrent bien réelles. Dans la littérature scientifique en effet, il existe plusieurs études sur leurs difficultés en mathématiques; celles traitant spécifiquement de leurs difficultés sur la numération positionnelle sont par contre peu nombreuses même si ce dernier concept est à la base de plusieurs autres concepts mathématiques. Néanmoins, certaines études se sont penchées sur le sujet et font état de difficultés en mathématiques chez les élèves ayant une dysphasie mixte sévère en lien avec la compréhension de la notion de numération positionnelle. L'étude de Yessad (1997) par exemple, fait justement ressortir, à partir d'expérimentations auprès d'élèves ayant une dysphasie, certaines difficultés sur le plan de la conceptualisation de la numération. Dans cette étude, plusieurs situations impliquant des concepts liés à la

---

[4] Le secteur de l'adaptation scolaire comporte différents types de classes destinées à répondre aux besoins spécifiques des élèves. On peut donc retrouver, entre autres, des classes de difficultés d'apprentissage, des classes de langage, des classes de soutien émotif ou encore des classes de déficience intellectuelle.

numération de position ont été proposées à quelques enfants dysphasiques, dont un pour lequel elle rapporte spécifiquement les résultats. En résumé, ces situations consistaient, d'abord, en des « activités de *traduction* dans un système de représentation particulier d'une quantité signifiée par un autre système de représentation » (p. 43). Dans le contexte de cette étude, le mot « *traduction* signifie le passage d'un signifiant à un autre (écritures chiffrées, codages avec des jetons, des abaques ou des pièces de monnaie) d'une quantité signifiée » (p. 43). Ensuite, il y avait aussi des activités de *remaniement* ou de *réorganisations* à l'intérieur d'un même mode de représentation des nombres. À l'épreuve de dictée et de relecture de nombres compris entre 10 et 49, Yessad (1997) rapporte l'échec de l'élève lors du passage direct de l'écriture chiffrée à la forme verbale et réciproquement. Il a été constaté, à travers les diverses épreuves soumises à cet élève dysphasique, que « le dessin est, pour cinq des six items, un signifiant intermédiaire qui permet à l'élève d'effectuer des liens entre les différents éléments de conceptualisation de la numération de position mieux exprimés par chacune des écritures » (p. 54). Cette étude se termine en précisant que :

> Le système de mots-nombres constitue une des façons de représenter les nombres et, plutôt que de l'étudier isolément, il apparaît plus fructueux de centrer l'analyse sur les réseaux de relations entre des systèmes de signifié/signifiant, puisque nous avons constaté que certains éléments de la conceptualisation de la numération de position pouvaient être plus ou moins bien reconnus selon le mode de représentation adopté (p. 56).

Pour leur part, Lacert et Camos (2003) ont fait une analyse de quatre différents travaux réalisés sur les liens entre les difficultés sur le plan des acquisitions arithmétiques et les dysphasies développementales. Ils ont recensé, dans ces rares travaux sur le sujet, des descriptions qui correspondent plutôt à des limitations de performance qu'à des défauts de compétence qui leur donnent le jour. Ces auteurs émettent également le souhait suivant : « de pouvoir saisir quelles sont les compétences quantitativement ou qualitativement insuffisantes qui conduisent à ces réductions de performance » (p. 111), car ils considèrent que c'est sur elles que devrait porter une rééducation rationnelle pour les améliorer ou les restaurer. Certes, ces auteurs constatent des difficultés en calcul mental reliées à des difficultés d'accès ou de mémorisation, mais ce sont les difficultés en calcul écrit de ces élèves qui ressortent. « Dès lors c'est la valeur du codage positionnel qui est à l'origine de la difficulté essentielle » (p. 114). Parmi les difficultés rapportées, on retrouve la signification du « zéro » indiquant que le contenu d'une « pile » est tout entier contenu dans le chiffre qui précède ainsi que les erreurs liées à des défauts d'individualisation des « piles ». Pour ce dernier cas, cela se traduit par des élèves dysphasiques qui donnent neuf comme réponse au calcul 15 + 3, car ils additionnent 1 + 5 + 3. Ces erreurs pourraient, comme le proposent Van Hout et Van Hout (1999), n'être que des passages normaux en cours d'apprentissage. Toutefois, Lacert et Camos (2003) notent à cet égard qu'avec ces élèves dysphasiques, ces erreurs durent plus longtemps et ils se questionnent à savoir si ces erreurs font partie intégrante du déficit spécifique de ces élèves ou si la pédagogie, déjà très sollicitée par les déficiences langagières, ne peut trouver le temps d'optimiser les capacités cognitives de ces élèves en mathématiques.

D'autres études, telles que celle de Gaillard et Willadino-Braga (2005) qui ont observé dix enfants dysphasiques, font remarquer : « Les épreuves neurocognitives du traitement du nombre et du calcul montrent une grande variété de difficultés chez les dysphasiques » (p. 205). Les difficultés rencontrées se situent sous trois formes de la représentation du nombre : orale, analogique et matérielle, ainsi qu'écrite. Selon ces auteurs, « les enfants dysphasiques rencontrent des difficultés dans l'évocation orale des séries numériques dans l'ordre ascendant et descendant, et particulièrement avec des sauts (ex. : 3, 6, 9...) » (p. 206). Les résultats des épreuves analogiques et de comptage sont variables chez les enfants dysphasiques. Enfin, en ce qui concerne les épreuves écrites, elles sont particulièrement déficitaires chez les enfants dysphasiques. Aussi, Gaillard et Willadino-Braga (2005) rapportent des difficultés dans les additions de deux à trois chiffres. Ils observent notamment des erreurs de direction dans la procédure de calcul, où les colonnes de chiffres (unités, dizaines, centaines) sont calculées chacune séparément, la valeur positionnelle du chiffre dans le nombre n'est pas connue ou pas respectée, des erreurs de stratégies sont relevées dans les additions et, enfin, les soustractions écrites sont difficiles pour les enfants dysphasiques.

Enfin, les études de Cowan, Donlan, Newton et Lloyd (2005) et de Mainela-Arnold, Alibali, Ryan et Evans (2011) ont aussi exploré la compréhension, les compétences et connaissances mathématiques des élèves ayant une dysphasie. Ces deux travaux de recherche concernaient des élèves de 8 à 11 ans. Les domaines mathématiques investigués par ces travaux concernent le comptage, les opérations d'addition et de soustraction ainsi que l'écriture, la lecture et la correspondance de nombres. En dépit d'objectifs de recherche différents, leurs résultats abondent dans le même sens. En effet, les résultats de ces recherches indiquent que les élèves ayant une dysphasie sont clairement à risque pour des difficultés en mathématiques (Cowan, Donlan, Newton et Lloyd, 2005). Ces derniers font aussi remarquer que ce n'est pas certain que les difficultés sur le plan de certaines compétences numériques des élèves dysphasiques soient causées par leur déficit langagier ou par la difficulté sur le plan de la mémoire de travail. Ils suggèrent également que « ces élèves recevraient une moins grande couverture du curriculum mathématique en raison du fait que les spécialistes qui les accompagnent sont davantage concentrés sur l'amélioration de leurs compétences langagières » (p. 734). Pour leur part, Mainela-Arnold et *al.* (2011) précisent que leur principale conclusion montre que les élèves ayant une dysphasie présentent de plus faibles performances que leurs pairs sans difficulté langagière dans l'identification d'équivalence mathématique.

Les travaux recensés dans le cadre de ce mémoire de maîtrise font ressortir une variété de difficultés impliquées dans l'apprentissage du nombre chez les élèves ayant une dysphasie. De plus, Lussier et Flessas (2009) font remarquer que la dysphasie est presque toujours accompagnée de troubles associés, tels qu'un trouble de l'abstraction et un trouble de généralisation. Ces derniers pouvant, entre autres, avoir un impact sur les apprentissages en mathématiques. Néanmoins, le questionnement ne semble pas complètement résolu en ce qui concerne la cause et même la nature des difficultés dans l'acquisition des différents concepts mathématiques chez les élèves dysphasiques. Cependant, ce qui semble faire l'unanimité dans les études portant sur le sujet est que les élèves dysphasiques présentent des difficultés avec la numération.

Les paragraphes précédents constituent un résumé de ce qui en est en Europe et aux États-Unis. Or, notre préoccupation se situe dans le contexte québécois. Mais qu'en est-il au Québec? Sous toutes réserves, bien peu de références de recherches québécoises sur l'apprentissage des mathématiques des élèves présentant une dysphasie mixte sévère ont été trouvées. Le travail de recherche québécois se rapprochant le plus du sujet de ce travail de recherche est celui réalisé par Mary et Myre-Bisaillon (2006) de l'Université de Sherbrooke. Leur recherche visait l'intégration en classe ordinaire de deux élèves dysphasiques. Elles ont d'abord évalué et présenté un profil des compétences logico-mathématiques des huit élèves dysphasiques d'une classe de langage, dont deux des élèves ont été intégrés en classe ordinaire pour les périodes de mathématiques. Le test utilisé pour dresser le profil est celui de l'Utilisation Du Nombre, version enrichie (UDN II), qui est un test standardisé, mais pas validé au Québec. Les auteures l'ont tout de même considéré comme pertinent pour le but visé par leur recherche. Cet outil « est conçu comme une série de tâches à proposer aux élèves dans l'esprit de la méthode clinique piagétienne (entrevues) » (p. 190). Selon Mary et Myre-Bisaillon (2006), les résultats obtenus par les élèves dysphasiques (de 7 à 9 ans) de la classe de langage démontrent un faible niveau de développement des compétences mathématiques évaluées, où l'âge-clé était inférieur à l'âge des élèves. Cependant, trois élèves de la classe de langage ont mieux réussi que les autres et deux d'entre eux ont été pressentis pour l'intégration : « … il s'agissait d'élèves pour lesquels peu d'aspects étaient identifiés comme lacunaires, tandis que certains étaient jugés comme des points forts » (p. 191). Pendant l'année d'intégration de ces deux élèves dysphasiques en classe ordinaire, ils ont été évalués par écrit sur le plan des mathématiques (nombres naturels, opérations d'addition et de soustraction et certaines notions de géométrie et de mesure) comme tous les autres élèves de la classe et les résultats sont « qu'il semble bien que les élèves intégrés puissent se débrouiller aussi bien que d'autres élèves de la classe ordinaire. Le trouble du langage ne semble donc pas avoir affecté leur raisonnement mathématique » (p. 198). Il est important de préciser que l'étude met en évidence le fait que d'autres facteurs autres que le trouble du langage ou des capacités initiales de l'élève entrent en jeu dans la progression des apprentissages de l'élève.

Tous ces travaux recensés concernent de nombreux apprentissages mathématiques tous aussi importants les uns que les autres. Parmi ceux-ci, la numération positionnelle en est un très important. En effet, c'est entre le préscolaire et la sixième année que les élèves acquièrent une bonne compréhension de la valeur de position, mais « la période cruciale de l'apprentissage s'étend du préscolaire à la troisième année » (Van de Walle et Lovin, 2007, p. 126). Ces mêmes auteurs font remarquer que l'approfondissement de la compréhension de la valeur de position établit une base solide pour l'élaboration de méthodes de calcul, d'où l'importance de la compréhension du concept de numération positionnelle. Toutefois, que sait-on de la compréhension de ce concept à la base des autres apprentissages mathématiques chez les élèves ayant une dysphasie mixte sévère au deuxième cycle du primaire? À la suite de cette recension des écrits : peu de choses. Les travaux recensés présentent davantage les difficultés qu'ont ces élèves sur le plan des habiletés de comptage, de dénombrement, du sens du nombre, des différentes opérations et de la résolution de problèmes. Il faut toutefois noter la présence implicite de la numération positionnelle dans les domaines cités plus haut, mais cela ne nous informe pas sur la manière dont ces élèves, aux prises avec une dysphasie, manifestent leur compréhension de la numération positionnelle au deuxième cycle du primaire.

Le peu de travaux de recherche effectués avec ce type d'élèves sur cet aspect précis de l'apprentissage des mathématiques au Québec n'est pas justifié, car le concept de la numération positionnelle constitue la base pour le développement des apprentissages mathématiques subséquents. Notre recherche s'intéresse donc à cet aspect.

CHAPITRE II

LE CADRE DE RÉFÉRENCE

Dans cette section, la numération positionnelle et le concept de compréhension sont définis. Ensuite, différents modèles de compréhension en mathématiques sont présentés et commentés. Le modèle de la compréhension mathématique développé par Bergeron et Hercovics (1989) est retenu pour analyser les manifestations recueillies dans le cadre de cette expérimentation orthopédagogique : les différentes composantes reliées à ce modèle ainsi que les raisons de ce choix sont justifiées.

2.1 Numération positionnelle

L'apprentissage du nombre est un des concepts reliés à la compréhension de la numération. Dans ce mémoire, nous faisons d'ailleurs une distinction entre la compréhension du sens du nombre et la compréhension du concept de numération positionnelle, car notre étude s'adresse avant tout à des élèves du deuxième cycle du primaire. Or le sens du nombre, selon Poirier (2001) fait référence à des concepts tels que la correspondance terme à terme, les principes de cardinalité et d'ordinalité, l'inclusion hiérarchique, les relations partie/tout, la compensation, le dénombrement en coordonnant le geste et le mot-nombre et le « compter à partir de » qui sont vus au premier cycle du primaire.

Concernant la numération, ce concept a été défini par plusieurs auteurs. Dans le cadre de ce travail, la définition de Poirier (2001) est retenue, car un langage clair et précis est utilisé et aussi, parce que cette définition a fréquemment été retenue dans les diverses recherches de Poirier effectuées en collaboration avec des enseignants dans des classes spéciales et ordinaires pour la numération propre aux nombres entiers. Poirier (2001) désigne donc la numération comme étant :

> un système de représentation des nombres qui permet de désigner les nombres et d'effectuer des opérations sur ceux-ci. Il y a des numérations figurées ou concrètes, des numérations orales (dites ou lues) et des numérations écrites ou symboliques faisant appel à des symboles pour représenter les nombres (p. 27).

Notre système de numération utilise les chiffres comme symboles pour représenter les nombres. Notre système est aussi caractérisé par le fait qu'il est positionnel et en base (ou groupement) de 10. Ce principe permet d'écrire tous les nombres à l'aide de dix chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et la valeur de chaque chiffre dépend de la position qu'il occupe dans le nombre, soit l'unité, la dizaine ou la centaine. Ce système de numération repose donc sur trois principes, soit le groupement, l'échange et la valeur positionnelle. Le groupement (ou base) fait référence à notre système décimal, c'est-à-dire que lorsqu'il y a 10 unités, celles-ci sont regroupées en une dizaine, par exemple. Le même principe de regroupement s'applique aux différents chiffres d'un nombre.

Pour sa part, le principe de valeur positionnelle permet d'écrire tous les nombres avec seulement 10 chiffres. C'est la position qu'occupe le chiffre dans le nombre qui déterminera s'il s'agit d'unités, de dizaines ou de centaines.

2.2 La compréhension en mathématiques

Dans cette étude, nous cherchons à décrire les manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle chez les élèves présentant une dysphasie mixte sévère. Mais que signifie « comprendre » en mathématiques? La question a intéressé de nombreux chercheurs, que l'on pense, à titre d'exemple, à Piaget (1974a, 1974b) pour qui la conceptualisation et la compréhension d'un concept étaient le résultat d'un jeu entre l'assimilation et l'accommodation, ou à Barth (2002) pour qui comprendre, c'est être capable de formuler une définition, de donner plusieurs exemples et contre-exemples dans des contextes variés et d'effectuer correctement diverses opérations. Dionne (1995), pour sa part, définit la compréhension comme étant la structuration des connaissances et l'établissement de relations entre les divers éléments de cette connaissance. Afin de tenter de décrire la compréhension du concept de numération positionnelle, plusieurs modèles de la compréhension mathématique ont été scrutés.

2.3 Divers modèles de compréhension en mathématiques

Plusieurs chercheurs ont essayé de décrire la compréhension mathématique à l'aide de divers modèles[5], lesquels sont répertoriés par Roy (1996). L'analyse effectuée par Sierpinska (1992), tirée de Roy (1996, p. 9-10) s'avère intéressante pour faire un choix en fonction des données qu'on veut obtenir, c'est-à-dire les données qui permettraient de

---

[5] Brunner, 1960 [modèle de compréhension impliquant une pensée intuitive et une pensée analytique]; Byers et Herscovics, 1977 [modèle du tétraèdre]; Dionne, 1986; Bergeron et Herscovics, 1982 [modèle hybride]; Lamrabet, 1992; Mawfik, 1999; Skemp, 1976 [modèle de compréhension impliquant une compréhension instrumentale et relationnelle

répondre à nos questions de recherche. En effet, selon le type de recherche et selon les objectifs d'une recherche, il convient de retenir le modèle qui permettra de cibler des données et d'offrir un cadre d'analyse propre au type de données recueillies. Sierpinska (1992), tirée de Roy (1996), qui s'est intéressée à la compréhension en mathématiques, distingue quatre catégories de modèles de la compréhension. Elle les nomme et les décrit comme suit : structuraliste, par niveaux, dialectique et épistémologique. De la première catégorie, qui inclut le modèle de Vergnaud (1983), elle leur reproche d'être trop généraux. Pour la deuxième catégorie, elle nomme les modèles de Pirie et Kieren (1989) ainsi que celui de Van Hiele (1958) en spécifiant qu'elle les considère comme trop détaillés. Dans la troisième catégorie, elle inclut les modèles de Skemp (1976) et de Douady (1986), mais les qualifie de simplistes en raison de la subdivision des compréhensions. En ce qui concerne les modèles de la quatrième catégorie, elle considère, entre autres, qu'ils permettent de saisir la signification d'un concept donné à travers une analyse épistémologique approfondie. « Elle mentionne alors le modèle de la compréhension de Bergeron et Herscovics (1989) ou celui que l'on désigne aussi comme étant le modèle constructiviste "élargi" de la compréhension » (Roy, 1996, p. 9-10). Nous présentons maintenant plus en détail ce modèle.

2.3.1 Le modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics

Tout d'abord, il est important de préciser que le modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989) a évolué dans le temps. En effet, en 1982, Bergeron et Herscovics proposaient ce qu'ils appelaient un modèle « hybride ». Ce premier modèle constructiviste de la compréhension était formé de « quatre niveaux de compréhension : le premier, celui de l'intuition, le second impliquant des procédures, le troisième traitant de l'abstraction, et le dernier niveau, celui de la formalisation » (Bergeron et Herscovics, 1982, p. 583). À l'époque, cette version, à quatre niveaux, du modèle a servi à ces auteurs dans une expérience visant à déterminer s'il pouvait être utilisé par des enseignants du primaire. Ces chercheurs ont poursuivi l'amélioration de leur modèle qui vise à décrire la construction de la compréhension d'un concept mathématique en présentant un outil qui puisse servir à la didactique des mathématiques en classe. « Ils ont insisté sur la présence de compréhension de la part de l'enfant, bien avant que ce dernier ne sache utiliser les symboles mathématiques propres à un concept particulier, comme le nombre ou l'addition » (DeBlois, 1994, p. 19). Il résulte de leur expérimentation l'apparition de deux paliers dans la seconde version du modèle : le palier du concept préliminaire et le palier du concept mathématique émergent (voir la Figure 1 à la section 2.3.2).

Pour notre recherche, nous priorisons l'utilisation du modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989). Ce modèle est qualifié, par Bergeron et Herscovics eux-mêmes, de modèle constructiviste de la compréhension, car son utilisation attribue une grande importance aux processus de pensée. « Ce modèle ne se contente pas de présenter des manières de comprendre, mais décrit aussi la croissance et la structuration de connaissances et de compétences » (Bendefa et Lafortune, 2010, p. 71). L'utilisation de ce modèle est apparue très pertinente pour l'expérimentation orthopédagogique de notre recherche, d'abord parce qu'il a été créé dans le but d'analyser les concepts mathématiques enseignés au primaire, tels que les nombres et l'addition de petits nombres (Bendefa et Lafortune, 2010), parce qu'il a maintes fois été utilisé pour faciliter l'évaluation d'élèves en difficulté dans les écoles (DeBlois, 1996) et, enfin, parce que son utilisation, associée à un questionnement approprié, permet de découvrir le raisonnement de l'élève.

2.3.2 Le modèle de Bergeron et Herscovics (1989) et les diverses compréhensions associées

Le modèle de Bergeron et Herscovics (1989) vise à représenter différentes dimensions de la compréhension impliquées dans la construction de concepts mathématiques. Il permet d'identifier des observations qui sont autant de manifestations des diverses composantes de la compréhension. Ce modèle, illustré par la Figure 1, se divise en deux paliers de la compréhension. Tel que montré ci-dessous, il ne se veut pas linéaire et chacune des composantes des deux paliers contribue à l'enrichissement de la compréhension d'un concept mathématique.

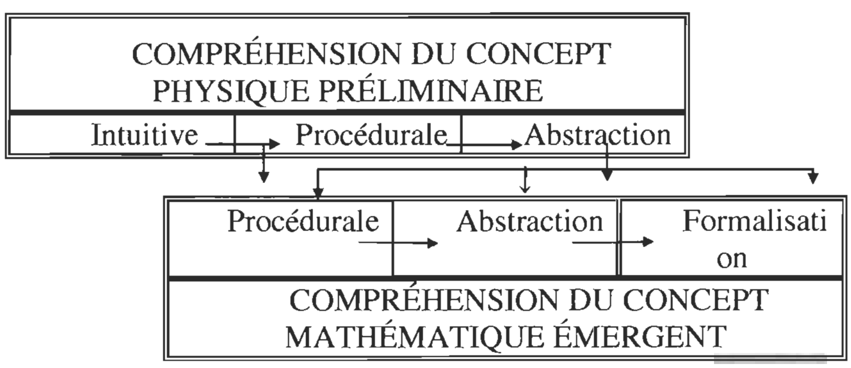

Figure 1. Modèle de la compréhension de schèmes conceptuels proposé par Bergeron et Herscovics (1989)

Un élève pourrait passer d'une compréhension procédurale du concept physique préliminaire à une compréhension procédurale du concept mathématique émergent sans pour autant manifester des éléments de compréhension sur le plan de l'abstraction du concept physique préliminaire. Cela revient donc à dire qu'un élève pourrait atteindre le deuxième palier de compréhension sans avoir nécessairement acquis toutes les composantes du premier palier.

2.3.3 Les différentes composantes des deux paliers de compréhension

La prochaine section décrira chaque palier de la compréhension du modèle de Bergeron et Herscovics (1989) ainsi que leurs composantes respectives.

2.3.3.1 Le palier de la compréhension des concepts physiques préliminaires et ses composantes

Le premier palier traite de la compréhension du concept physique préliminaire. À ce palier, l'élève démontre ses différentes manifestations de compréhension à l'aide d'objets physiques (jetons, bâtonnets, macaronis, etc.). Ce palier aborde donc l'aspect logico-physique de la compréhension. Pour cette raison, dans le reste de ce mémoire, nous nommerons ce dernier, le palier de la compréhension logico-physique.

DeBlois (1996) stipule que, pour ce premier palier de compréhension, il faut retenir « l'idée de concept préliminaire où les objets sont traités dans un contexte dominé par le temps et l'espace (il colle, il sépare, il place avant ou après...) » (p. 79). Ce palier comporte trois composantes, soit : intuitive, procédurale logico-physique et abstraction logico-physique.

La compréhension intuitive concerne la perception globale du concept et elle est basée sur la perception visuelle. En résumé, cette composante de compréhension ne permet tout au plus que de vagues approximations.

La compréhension procédurale logico-physique est en lien avec l'acquisition de procédures logico-physiques (a trait aux objets physiques) que les élèves peuvent relier à leurs connaissances intuitives. L'objectif du développement d'une procédure (p. ex. : la procédure de compter) est de susciter des processus de pensées qui ne sont pas influencés par la perception visuelle.

L'abstraction logico-physique se rapporte au détachement de la procédure, à la construction d'invariants logico-physiques ainsi qu'à des généralisations sur des objets physiques. Par exemple, dans le cadre de ce travail, un élève qui est capable de constater l'équivalence de quantités organisées différemment ou encore de reconnaître la conservation d'une quantité à travers les différentes illustrations d'un nombre manifeste une compréhension abstraite du concept à l'étude.

2.3.3.2 Le palier logico-mathématique et ses composantes

Au second palier, qualifié de palier du concept mathématique émergent par Bergeron et Herscovics (1989), il apparaît des raisonnements que l'élève porte sur des actions comme le comptage et les opérations. À ce palier, l'élève démontre ses différentes manifestations de compréhension avec des nombres ou des représentations des nombres. Ce palier aborde donc l'aspect logico-mathématique de la compréhension. Dans la poursuite de ce mémoire, nous nommerons donc ce dernier, le palier de la compréhension logico-mathématique. Pour ce second palier, on retrouve également trois composantes impliquées dans la construction de la compréhension de la numération positionnelle, soit : procédurale, abstraite et formelle.

La compréhension procédurale logico-mathématique : « En bref, le niveau de compréhension procédurale est mis en évidence par l'acquisition d'une procédure initiale (un savoir-faire) qui, en coordonnant les connaissances intuitives et certains prérequis, rend possible une systématisation (p. ex., quantification, organisation) » (Bergeron et Herscovics, 1982, p. 584). L'objectif du développement d'une procédure (p. ex., la procédure de comptage) est de susciter des processus de pensées qui ne sont pas influencés par la perception visuelle. Lorsque l'élève démontre cette compréhension avec des nombres ou des représentations des nombres, sa compréhension se situe au palier logico-mathématique.

L'abstraction logico-mathématique commence à apparaître lorsque, graduellement, le concept de la numération positionnelle se précise et qu'il se différencie de la procédure. Selon Bergeron et Herscovics (1982), il commence alors à avoir une existence propre dans notre esprit, par exemple, la notion de nombre ne se confond plus avec la procédure de compter (p. 585). Dans un premier temps, l'élève manifeste une compréhension abstraite du concept à l'étude par « le détachement de la procédure et la construction d'invariants » (p. 585) et en second lieu, soit « par sa généralisation, soit par sa conservation, laquelle reflète l'invariance de l'objet mathématique, soit par la réversibilité et la composition des transformations mathématiques » (p. 586). Par exemple, dans le cadre de cette composante, un élève qui est capable de constater l'équivalence de quantités organisées différemment ou encore de reconnaître la conservation d'une quantité à travers les différentes illustrations d'un nombre manifeste une compréhension abstraite de concept à l'étude.

La compréhension formelle est décrite par Bergeron et Herscovics (1982) comme étant la composante qui « prend en considération la nature particulièrement symbolique de la mathématique » (p. 586). Cette composante de la compréhension de la numération positionnelle se manifeste donc lorsque l'élève utilise les différents symboles qui représentent les notions en cause ou il est capable de valider de façon logique des opérations. Bergeron et Herscovics (1982) présupposent qu'à ce niveau une certaine abstraction a été faite.

Les différents éléments retenus comme manifestations attendues de la compréhension pour chacune des composantes du modèle de compréhension du concept de numération positionnelle sont présentés à la section concernant la méthode de recherche. Ces critères ont été utilisés afin d'identifier les diverses manifestations des différentes composantes de la compréhension de la numération positionnelle chez les élèves.

2.4 Question de recherche

À partir du problème de recherche présenté précédemment et de l'importance reconnue d'une bonne compréhension du concept de numération positionnelle dans la suite des apprentissages mathématiques au primaire chez des élèves dysphasiques du deuxième cycle du primaire, il devient très important de s'attarder aux différentes manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle chez ces élèves.

Dans le cadre de ce travail de recherche, une hypothèse[6] est posée à savoir qu'il est primordial de privilégier une démarche orthopédagogique qui prend appui sur ce que l'élève comprend afin d'avoir des pistes pour un meilleur accompagnement. Pour y arriver, il faut d'abord avoir une idée précise de la compréhension qu'a l'élève de la numération positionnelle. Dans cette optique, la question de recherche consiste à se

---

[6] Le terme hypothèse est utilisé dans ce travail au sens large, c'est-à-dire au sens d'un énoncé hypothétique et non au sens d'une hypothèse avec variables opérationnalisées (Chevrier, 2009)

demander : « Comment se manifeste la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves présentant une dysphasie mixte sévère au deuxième cycle du primaire en contexte orthopédagogique? »

2.5 Objectifs de recherche

Deux objectifs découlent de cette question de recherche. Le premier est de décrire les diverses manifestations de la compréhension de ce concept chez ces élèves. Le second est d'analyser ces manifestations à l'aide du modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989). Ces résultats obtenus permettront ainsi de fournir des indices permettant d'établir une poursuite d'accompagnement orthopédagogique mieux adaptée au niveau de la construction de la compréhension des élèves dysphasiques.

2.5.1 Importance de la recherche

Dans le cadre de cette recherche, portant sur les manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves dysphasiques du deuxième cycle du primaire, il est important de démontrer en quoi ce travail est pertinent.

2.5.2 Pertinence scientifique

En 2004, Yessad-Blot a poursuivi ses travaux de recherche en lien avec les difficultés mathématiques de deux enfants, dont un de 12 ans, ayant une dysphasie. Ce sont les résultats obtenus avec cet enfant de 12 ans qui sont énoncés dans la présente section. Il est à noter que Yessad-Blot (2004) utilise, dans sa recherche, le terme enfant et non le terme élève. Les résultats des expérimentations réalisées avec l'enfant dysphasique de 12 ans font état de l'importance de l'utilisation de certaines représentations et modélisations mathématiques qui symbolisent mieux les concepts que l'enfant doit développer. Son expérimentation montre également qu'il est ainsi possible, par une analyse du savoir à enseigner, de réduire l'importance des obstacles linguistiques. En lien avec son expérimentation, cette dernière nous fait remarquer qu'il est possible d'agir sur la conceptualisation qui est en cours par l'agencement des différents modes de représentation avec les formes verbales qui leur sont associées, car certains signifiants ont des relations privilégiées avec le signifié impliqué dans l'apprentissage. En effet, Yessad-Blot (2004) fait remarquer que « certaines représentations mathématiques mettent mieux en scène certains aspects engagés au niveau du signifié mathématique » (p. 118). Celles-ci constituent un point d'appui pertinent pour permettre la conceptualisation à ces enfants pour lesquels le langage oral n'est pas nécessairement un médiateur efficace. Plusieurs types de représentations des nombres sont utilisés lors des activités scolaires, mais Yessad-Blot (2004) nous précise que certains de ces matériels représentent mieux l'idée de groupement (cubes, jetons), alors que pour d'autres, c'est la coexistence de plusieurs unités (boîte de 10 jetons, barres de 10 cubes…). Le changement d'unités serait mieux représenté par la monnaie scolaire et l'importance de la position des chiffres dans la numération positionnelle écrite par les abaques. C'est pour ces raisons qu'elle précise « qu'un travail guidé sur ces équivalences peut permettre aux enfants de mettre en évidence les invariants (objets, propriétés et surtout relations) indispensables à l'appropriation de la numération décimale de position » (p. 118).

De là, la pertinence de ce présent travail de recherche. Il faut savoir comment se manifeste la compréhension de l'élève afin de mieux intervenir par la suite. En analysant les manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves dysphasiques de deuxième cycle du primaire, et ce, à l'aide d'un modèle de compréhension, il est alors possible de prendre l'élève à l'endroit où il est rendu sur le plan de sa compréhension et d'offrir des pistes davantage adaptées à sa réalité pour poursuivre l'enseignement. C'est d'ailleurs ce surtout à quoi, nous aspirons par ce travail de recherche.

Au Québec, le travail de recherche effectué par Mary et Myre-Bisaillon (2006) fait ressortir d'une part, des difficultés sur le plan des apprentissages mathématiques des élèves dysphasiques, mais aussi, d'autre part, la possibilité que certains élèves de classes de langage aient des compétences numériques équivalentes à leurs pairs non dysphasiques. Ces résultats permettent encore une fois d'appuyer la pertinence de notre travail de recherche. Selon notre compréhension des travaux effectués dans le domaine en effet, une étude visant à préciser les manifestations d'une compréhension sur un objet mathématique particulier chez les élèves ayant des besoins particuliers ne peut qu'être bénéfique à l'avancement de notre compréhension de la nature des adaptations pédagogiques ou didactiques qu'il convient ou non de faire auprès de ce type d'élèves lors d'un enseignement ou d'une intervention orthopédagogique.

Les résultats de la présente recherche pourraient ainsi servir de base pour une autre recherche plus élaborée dans le même domaine et peut-être même servir de justification à une intervention orthopédagogique adaptée aux besoins de ces élèves. Ceci pourrait possiblement les aider davantage dans le développement de leurs compétences mathématiques. Cette recherche est très importante d'autant plus que, tel que le rapportent Lacert et Camos (2003), « il manque d'études concernant les corrélations entre les dysphasies développementales chez l'enfant et les habiletés numériques » (p. 111).

Une recherche réalisée par Desjardins (2006) fait état qu'« aucun document portant sur l'enseignement des mathématiques aux élèves dysphasiques n'a été trouvé dans la littérature » (p. 17). Elle spécifie également que certaines pistes d'intervention peuvent être fournies par des organismes comme l'AQETA, l'IRD et l'AQEA[7]. Il est aussi spécifié que les personnes-ressources en déficience langagière des commissions scolaires québécoises peuvent fournir des informations complémentaires. Dans le même ordre d'idées, un questionnement s'impose actuellement au Québec : peut-on parvenir à

[7] AQETA : Association québécoise des troubles d'apprentissage. IRD : Institut Raymond Dewar. AQEA : Association québécoise des enfants audimuets (qui est aujourd'hui l'association québécoise de la dysphasie).

mettre tout en place pour permettre aux élèves dysphasiques de progresser au maximum de leurs possibilités en mathématiques? À la lumière de la recension des écrits que nous avons effectuée, il semble que rien ne nous permet, actuellement, de répondre de façon scientifique à cette question. Voilà pourquoi cette recherche est pertinente comme point de départ qui pourrait s'avérer très intéressant pour l'avancement de la recherche sur le plan de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques avec les élèves dysphasiques.

2.5.3 La pertinence sociale

Il est important de rappeler que la dysphasie développementale n'est pas qu'un problème de langage ou de communication. Une étude réalisée en 2004 dans quatre régions du Québec auprès de parents d'enfants dysphasiques rapporte les nombreuses conséquences de la dysphasie sur la vie des enfants qui en sont atteints. Cette étude, réalisée par Michallet, Boudreault, Théolis et Lamirande (2004), s'inscrit dans un ensemble de travaux sur la dysphasie initié par un groupe de recherche québécois en émergence. Les difficultés motrices et cognitives vécues par ces enfants y sont décrites et des besoins d'aides formels tant, entre autres, sur les plans de la rééducation du langage que de l'enseignement et des apprentissages scolaires sont exprimés. En fait, la dysphasie est un problème social. Les parents qui ont participé à cette étude s'inquiètent de l'avenir de leur enfant. Ils espèrent qu'ils ne seront pas dépendants de la société, d'autant plus que les chiffres et les mathématiques sont omniprésents dans notre société.

Il s'avère très important que ces futurs adultes possèdent des compétences mathématiques suffisantes pour combler des habitudes de vie de base telles qu'occuper un emploi, être capable de vérifier son talon de paie, estimer le coût de son épicerie ainsi que le montant que le caissier devrait remettre ou encore être en mesure de bien lire le montant écrit sur le moniteur de paiement direct. À cet égard, des chercheurs tels que Girard (1996), Lacert et Camos (2003) ainsi que Gaillard et Willadino-Braga (2005) se sont intéressés aux répercussions sociales et scolaires chez les élèves ayant une dysphasie.

Déjà, en 1996, Girard a décrit, chez un groupe de dysphasiques, des difficultés en mathématiques, observables dès l'âge de 6 ans et qui peuvent devenir un handicap social à l'adolescence, et ensuite à l'âge adulte, tant elles sont durables dans le temps. De plus, Lacert et Camos (2003), dans leur étude, précisent qu'« on sait les conséquences socio-scolaires des dysphasies de développement parmi lesquelles une réduction de l'appétence de l'enfant pour l'école ne doit pas être sous-estimée » (p. 116).

Aussi, il ne faut pas oublier que les élèves dysphasiques ont une intelligence normale et que ce n'est que leur langage expressif ou réceptif qui est altéré. Étudier davantage l'apprentissage-enseignement des élèves dysphasiques est ainsi une responsabilité sociale. Le diagnostic n'est qu'une facette de la dysphasie, encore faut-il être en mesure de bien intervenir en fonction de leur réalité. Pour parvenir à réaliser ce qui a été décrit précédemment, il faut être à même de savoir quelle est leur compréhension réelle du concept de la numération positionnelle mathématique qui a un impact majeur sur les apprentissages mathématiques subséquents.

À titre d'exemple, au Québec en 2004, 4 202 élèves du système scolaire public présentaient une dysphasie (2 121 avaient une dysphasie sévère et 2 081 avaient une dysphasie légère) (MELS, 2004). La grande majorité des élèves dysphasiques, soit 3 765 (89,6 %), fréquentait des classes de l'ordre d'enseignement préscolaire-primaire. Cependant, des 4 202 élèves, seulement 437 (10,4 %) élèves étaient dans des classes de l'ordre secondaire. De plus, les élèves qui accédaient au secondaire présentaient encore des difficultés sur le plan de l'apprentissage des mathématiques. À la lecture de ces statistiques, nous considérons d'autant plus important de tenter d'offrir, à ces élèves, un accompagnement orthopédagogique adapté sur le plan de leurs apprentissages mathématiques.

Dans le même ordre d'idées, Gaillard et Willadino-Braga (2005) soutiennent qu'en tenant compte des répercussions que peuvent avoir les troubles spécifiques des apprentissages, dont fait partie la dysphasie, sur la carrière scolaire et professionnelle des jeunes, l'étude des liens et des compensations entre les troubles du langage et les troubles du calcul doit être poursuivie.

CHAPITRE III

MÉTHODE DE RECHERCHE

Dans ce chapitre, la méthode de recherche que nous avons choisie est décrite; plus précisément les éléments suivants : le type de recherche, le cas à l'étude, les outils utilisés pour la collecte et l'analyse des données.

3.1 Type de recherche

Le travail de recherche visé par ce mémoire est de nature exploratoire et fait appel à un devis de type descriptif qualitatif. L'objectif de cette étude de cas exploratoire est double. Le premier objectif vise à décrire les manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle à l'aide du modèle de la compréhension mathématique de Bergeron et Herscovics (1989) à l'occasion d'une expérimentation orthopédagogique. Quant au second objectif, il vise à analyser les données recueillies à l'aide de ce modèle et de fournir des indices permettant d'établir un accompagnement orthopédagogique mieux adapté au niveau de la compréhension de la numération positionnelle chez des élèves dysphasiques.

3.2 Le cas à l'étude

Cette étude s'inscrit dans une démarche d'évaluation des connaissances des élèves propre à l'orthopédagogie. L'entrevue et les questions de la grille d'entrevue sont élaborées dans le but de faire apparaître les manifestations de la compréhension des élèves par rapport au concept de numération positionnelle dans une expérimentation orthopédagogique qui doit amener les élèves à réfléchir à voix haute. Cette étape importante de la démarche orthopédagogique constitue le maillon fort du portrait de l'élève en difficulté qu'un intervenant en orthopédagogie est fréquemment amené à tracer. Dans cette recherche, le cadre usuel de l'orthopédagogie est retenu à titre de cadre expérimental. La grille d'expérimentation ainsi que les critères de la grille seront explicités dans la section 3.4.1.

3.2.1 Participants

Les données ont été recueillies chez des élèves du deuxième cycle du primaire ayant une dysphasie mixte sévère. La dysphasie ainsi que le profil des élèves faisant partie de cette population sont décrits dans la section qui suit.

3.2.1.1 La dysphasie

En 2004, l'Ordre des orthophonistes et audiologistes du Québec (OOAQ) a proposé la définition suivante de la dysphasie :

> Trouble primaire du langage, dans les sphères expressive ou expressive et réceptive, qui s'observe par des atteintes variables affectant le développement de

> plus d'une composante du langage, phonologie, morphologie, syntaxe, sémantique, pragmatique. En plus d'une hétérogénéité des manifestations de ce trouble d'un individu à l'autre, il se caractérise, chez un même individu, par sa persistance, la variabilité du portrait clinique dans le temps, de même que par une forte probabilité qu'il y ait peu d'évolution sans intervention. La dysphasie est souvent accompagnée d'autres signes et peut aussi coexister avec d'autres déficiences. La dysphasie a des répercussions qui peuvent entraver le développement et le fonctionnement de l'individu sur les plans personnel, social, scolaire et professionnel. Par conséquent, la dysphasie engendre des situations de handicap et des préjudices variables pour l'individu et son entourage selon les circonstances et à tous les âges de la vie (OOAQ, 2004, p. 5, cité par Rivera Vergara, Beauregard, et Trépanier, 2010).

Il est important de faire remarquer que la dysphasie n'est pas causée par une déficience intellectuelle ou auditive, un trouble psychologique, de l'autisme, une carence environnementale ou encore le bilinguisme.

3.2.2 Les caractéristiques de l'élève dysphasique

La dysphasie peut affecter un élève de diverses façons et à divers degrés. Lussier et Flessas (2009) présentent une sémiologie des dysphasies et expliquent que les différents types de dysphasies touchent soit la sphère expressive, soit la sphère de la compréhension ou du traitement de l'information, ou encore ces deux sphères. Il est à noter que, pour les besoins de cette recherche, ce sont des élèves atteints de la dysphasie mixte sévère qui ont été sélectionnés pour participer à cette étude.

L'OOAQ reconnaît également que l'enfant présentant une dysphasie sera confronté à des difficultés associées à son handicap :

> la dysphasie apparaît aussi accompagnée de signes qui s'observent notamment sur le plan des habiletés cognitives, telles que : l'abstraction, la généralisation, l'anticipation, le raisonnement analogique, l'imagerie mentale, le jeu symbolique, la mémoire et l'attention (AQEA Chapitre de Québec, 2006, pp. 8-9).

Au-delà de son handicap, on retrouve chez l'élève dysphasique de grandes forces qui sont généralement reconnues : son désir de communiquer, son sens de l'observation, sa motivation à apprendre ainsi que sa persévérance (Noreau, Tousignant et le sous-comité régional de l'adaptation scolaire de la Montérégie, 1993, cités par Rivera et *al.*, 2010). De plus, Lussier et Flessas (2009) font remarquer que l'élève dysphasique peut très bien réussir les tâches où le langage n'est pas nécessaire. Cependant, elles précisent également que :

> la dysphasie s'accompagne presque toujours de troubles associés... L'enfant dysphasique présente aussi un trouble d'abstraction qui rend difficile l'accès aux concepts abstraits... Il comprend mieux ce qu'il peut voir ou toucher... Le trouble de généralisation accompagne la dysphasie; les notions de catégorisation deviennent difficiles (p. 167).

L'enfant dysphasique se révèle donc incapable de tirer l'essentiel d'un ensemble d'éléments et de transférer ses acquisitions dans un autre contexte.

3.2.3 Le choix des participants

Cinq participants ont participé à la collecte de données. Ce nombre a été déterminé en considérant les visées de cette étude de cas exploratoire afin de mieux comprendre et analyser les manifestations des élèves dysphasiques se rapportant à la compréhension du concept de la numération positionnelle. De plus, le choix d'un nombre impair de participants nous donnera la possibilité d'établir une tendance entre les élèves étudiés.

Les cinq élèves participants ont tous été sélectionnés en fonction de deux types de critères, soient des critères d'inclusion et des critères d'exclusion. Les critères d'inclusion qui permettaient aux élèves d'être sélectionnés comme participants étaient : 1) être atteint d'une dysphasie mixte sévère[8]; 2) être inscrit en première ou en deuxième année du deuxième cycle du primaire; 3) avoir acquis le concept du nombre; 4) avoir des difficultés en numération positionnelle, et 5) être en mesure de verbaliser correctement. Dans cette recherche, la capacité de verbaliser correctement fait référence au fait que l'élève est capable de répondre de façon compréhensible, tant en termes d'articulation que sur le plan de la structure et du sens du langage. Autrement dit, l'élève doit être en mesure de comprendre les termes associés à la numération positionnelle et être capable de les utiliser en contexte. Les critères d'exclusion qui ne permettaient pas à un élève de participer à cette recherche étaient l'absence d'un des critères d'inclusion ou la présence d'un autre trouble d'apprentissage ou d'adaptation que la dysphasie sévère mixte, tels que la dyslexie, l'autisme, la déficience légère ou encore le trouble envahissant du développement.

[8] Ce trouble doit être diagnostiqué par une orthophoniste afin d'être reconnu officiellement.

Les élèves choisis étaient à un niveau scolaire correspondant au deuxième cycle du primaire et avaient, en principe[9], entre 8 et 10 ans. Ce degré scolaire a été priorisé, car avant le deuxième cycle, les élèves sont en apprentissage des notions préalables à la numération positionnelle, et ne peuvent donc pas être considérés en difficulté d'apprentissage sur le plan de l'apprentissage de la numération positionnelle. D'ailleurs, à cet effet, Van de Walle et Lovin (2007) font remarquer que « la période cruciale de l'apprentissage des concepts de base dix et de la valeur de position s'étend du préscolaire à la troisième année » (p. 126).

Les élèves qui ont participé à cette étude provenaient de deux classes de langage situées dans une école primaire localisée dans la commission scolaire des Affluents. De plus, le choix des participants a été fait à l'aide des enseignantes des élèves afin de s'assurer du respect de chacun des critères de sélection.

Les niveaux scolaires des cinq participants, lors des entrevues, étaient les suivants (à noter que par souci de confidentialité, les noms des élèves ont été changés) : Albert était en fin de quatrième année, Paolo était en milieu de quatrième année, Caroline et Eva étaient en fin de troisième année alors qu'Étienne était en début de troisième année.

---

[9] En raison du cheminement scolaire qui peut être plus lent à cause de leur dysphasie, il est possible que l'âge chronologique des élèves dysphasiques ne corresponde pas au degré scolaire. Dans cette recherche, l'importance est donnée à l'atteinte du degré scolaire en terme d'apprentissage et non en terme d'âge biologique.

3.3 Collecte de données

Pour recueillir les données auprès des participants, l'entrevue de recherche a été choisie et, plus précisément, l'entrevue semi-dirigée.

3.3.1 Entrevue semi-dirigée

L'entrevue semi-dirigée représente une catégorie intermédiaire entre l'entrevue non dirigée qui est plus utilisée pour des récits de vie, et l'entrevue dirigée qui s'apparente davantage à un questionnaire. Dans la présente recherche, l'entrevue semi-dirigée a été choisie comme étant l'outil de collecte de données le plus approprié pour répondre aux objectifs de recherche, car celle-ci, comme rapporté dans Fortin (2010), constitue une méthode de cueillette de données qui a pour but de sonder la compréhension d'un événement ou d'un phénomène par les participants. L'entrevue semi-dirigée est d'autant plus appropriée, car, comme le rapportent Blanchet et Gotman (1992), en plus de faire construire un discours qui est le prolongement d'une expérience concrète, elle fait apparaître les processus et les « comment » des manifestations étudiées. L'entrevue semi-dirigée permet aussi une différenciation *a posteriori*. Selon Blanchet et Gotman (1992), ces derniers éléments sont déterminants dans le choix d'un outil de collecte de données utilisé dans la perspective de pouvoir répondre à la question de recherche. De plus, comme Savoie-Zajc (2009) le note, l'entrevue semi-dirigée poursuit divers buts : l'explicitation, la compréhension, l'apprentissage et l'émancipation. Ces divers buts correspondent aux objectifs de ce travail de recherche ainsi qu'aux diverses retombées potentielles.

Pour les besoins de la présente recherche, les thèmes de l'entrevue ont été préalablement établis et ont été approuvés en comité de recherche. Dans cette optique, une grille d'entrevue a été élaborée avant la réalisation des entrevues.

Cette grille d'entrevue permet au chercheur d'animer l'interaction verbale de façon souple tout en guidant l'entrevue dans « le but d'aborder, sur un mode qui ressemble à celui de la conversation, les thèmes généraux sur lesquels il souhaite entendre le répondant, permettant ainsi de dégager une compréhension riche du phénomène à l'étude » (Savoie-Zajc, 2009, p. 314), en l'occurrence la compréhension du concept de la numération positionnelle.

C'est en utilisant l'entrevue semi-dirigée de cette façon que les questions élaborées dans la grille d'entrevue ont été posées à l'ensemble des participants afin de les inciter à réfléchir à voix haute et à observer l'apparition des manifestations de leur compréhension dans le cadre des mises en situation, et ce, dans le but de fournir des éléments de réponse à la question de recherche de ce mémoire.

3.3.2 Rôle de l'expérimentatrice dans l'expérimentation orthopédagogique

Il est important de spécifier que la présence préalable en classe à titre d'observatrice de l'expérimentatrice a eu lieu afin que les élèves dysphasiques s'habituent à sa présence et ainsi minimiser les biais possibles reliés à un malaise quelconque entre l'expérimentatrice et l'élève participant à l'étude.

Il est également important de préciser qu'aucun lien professionnel ni personnel n'a eu lieu avec les élèves qui ont participé à ces entretiens. D'ailleurs, le recrutement de ces élèves s'est fait sur une base volontaire et de manière éclairée, c'est-à-dire que les parents des élèves invités à participer à cette recherche ainsi que les élèves eux-mêmes ont tous reçu les informations reliées à cette étude, par le biais d'une lettre d'information, et ont signé le formulaire de consentement approuvé par le comité d'éthique de la recherche de l'Université du Québec à Trois-Rivières. À cet égard, les lettres d'autorisation, d'information ainsi que le formulaire de consentement des parents/tuteurs et le certificat d'éthique sont présentés à l'appendice A.

La raison justifiant ce rôle direct en tant qu'expérimentatrice est liée aux retombées attendues du second objectif qui consiste à vouloir fournir des pistes d'interventions orthopédagogiques réutilisables dans le cadre d'un travail d'orthopédagogue. De plus, les résultats obtenus pourront bénéficier à l'intervention du pédagogue qui pourra prendre appui sur ce que l'élève comprend afin d'avoir des pistes pour un meilleur accompagnement pédagogique. Ces éléments ont d'ailleurs été décrits précisément dans les certificats d'éthique obligatoires dans ce type de recherche.

3.3.3 Grille d'entrevue

Afin d'aborder les thèmes associés à ce projet de recherche, une grille d'entrevue a été élaborée. La grille d'entrevue, présentée à l'appendice B, présente toutes les questions qui ont été posées lors des entrevues avec chacun des participants. La structure de base de la grille d'entrevue a été élaborée afin de faire vivre une expérimentation orthopédagogique aux élèves participants pendant laquelle ces derniers doivent mettre à profit leur compréhension du concept de numération positionnelle à l'aide de l'ensemble des procédés qui leur semblent adéquats en fonction de la tâche à réaliser. L'autre objectif d'une telle structure de la grille d'entrevue était de faire une scission avec les activités d'apprentissages réalisées en classe afin de maximiser les possibilités d'obtenir des manifestations représentant le plus véritablement possible la compréhension propre à chaque élève participant.

La grille d'entrevue a été élaborée afin de permettre des manifestations reliées aux différentes composantes du modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989). Pour bien comprendre l'analyse qui sera effectuée à la suite de l'expérimentation orthopédagogique, il était important d'identifier préalablement l'intention visée par chacune des questions. Dans la suite de ce paragraphe, nous donnons donc une explication pour bien saisir les liens entre chaque question de la grille et chacune des composantes du modèle. La question 1 est en lien avec la composante intuitive. Les questions 2, 4, 4.1, 4.2 et 9a ont été créées afin de vérifier les manifestations de la composante procédurale logico-physique. La question 5, pour sa part, peut s'appliquer aux composantes procédurale logico-physique, procédurale logico-mathématique ou encore à l'abstraction logico-physique, et ce, en fonction des réponses des élèves. Les diverses manifestations de la composante procédurale logico-mathématique sont en lien avec les questions 3, 3.1, 3.2, 6, 6.1, 6.2, 7, 9b et 9.2. Pour leur part, les questions 8a, 9.1

et 9.2 se réfèrent à l'abstraction logico-physique alors que les questions 8c, 8d, 8e, 9.1, 9.3, 10a, 11a et 12.1 ont été choisies pour valider les diverses manifestations de la composante de l'abstraction logico-mathématique. Finalement, les manifestations de la composante formelle sont en lien avec les questions 8b, 8f, 9c, 10b, 10c, 10d, 10e, 11b, 11c et 11d.

À l'intérieur de la grille, une liste d'éléments déjà nommés permet à l'expérimentatrice de noter facilement certaines manifestations. Des espaces libres permettent également de noter d'autres commentaires ou manifestations observées chez les élèves participants.

3.3.4 Validation de la grille d'entrevue et entrevues tests

Selon Blanchet et Gotman (1992), la préparation et la réalisation d'une entrevue sont des processus itératifs où il faut élaborer les questions, les valider lors d'une entrevue-test et les reformuler ou en construire d'autres, si nécessaire. Bref, il s'agit d'évaluer sa faisabilité. Nous avons d'abord construit la grille d'entrevue qui a ensuite été validée une première fois par la directrice et la codirectrice de cette recherche. Cette première validation a porté sur la formulation et l'ordre des questions ainsi sur la répartition des questions dans les différents stades de compréhension. Par la suite, la grille d'entrevue a été validée une seconde fois, d'une part, avec un élève n'ayant pas de dysphasie afin de valider la compréhensibilité des questions et du contenu mathématique et, d'autre part, avec un élève ayant le même profil que les participants à venir. Avec ce dernier élève, nous avons procédé à une entrevue-test selon les mêmes critères établis pour l'expérimentation. Ce processus préalable aux entrevues a permis à la directrice de visionner la vidéo, de faire des suggestions d'améliorations ou de modifications. À la lumière de ces commentaires, la grille d'entrevue ainsi que le comportement de l'expérimentatrice ont pu être améliorés. Même si les deux entrevues de validation n'ont pas été retenues pour l'analyse de données, elles ont contribué à améliorer la grille d'entrevue en précisant davantage les questions.

3.3.5 Les entrevues à l'occasion de l'expérimentation orthopédagogique

L'entrevue semi-dirigée a pris la forme d'une activité guidée par une grille d'entrevue au cours de laquelle l'élève avait, par le biais d'une séquence prévue d'activités et par de la manipulation de matériel, à démontrer sa compréhension des différentes composantes incluses dans le développement du concept de numération positionnelle. Le temps prévu de chaque rencontre était de 30 minutes à une fréquence prévue d'une rencontre par semaine pour un total de deux rencontres par élève. Le lieu de réalisation de l'entrevue était situé à l'école fréquentée par les élèves; ils demeureraient donc dans leur milieu habituel.

La collecte de données a été réalisée par un enregistrement audiovisuel d'une activité impliquant la numération positionnelle que chaque élève a réalisé en fonction des indications fournies par l'expérimentatrice. Un verbatim des propos ainsi qu'une description des différents gestes des élèves ont été reproduits par écrit et utilisés aux fins d'analyse.

3.4 Traitement et analyse des données

Il a été prévu que les manifestations observées des élèves soient codées en fonction des diverses composantes du modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989). Pour ce faire, des manifestations possibles de la compréhension des élèves par question et composante ont été retenues afin de statuer sur les manifestations attendues. Elles sont présentées à l'appendice C.

3.4.1 Manifestations retenues pour les différentes composantes de compréhension

Le tableau 1 présente les manifestations de compréhension qui correspondent à chacune des composantes des deux paliers du modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989). Ces critères ont été utilisés lors de l'analyse des verbatim et des vidéos afin de déterminer la compréhension de chacun des élèves du concept à l'étude.

Prenons l'exemple de l'élève nommé Albert qui est capable de reconnaître que deux ensembles de jetons organisés différemment valent la même quantité ou qui reconnaît, lors du comptage de jetons, que le dernier mot-nombre constitue le cardinal de la collection. Cet élève a manifesté, par ses actions et selon les critères que nous avons retenus, sa compréhension sur le plan de l'abstraction logico-physique du concept à l'étude.

Tableau 1

Manifestations de la compréhension de la numération positionnelle par composantes

COMPRÉHENSION DU CONCEPT PHYSIQUE PRÉLIMINAIRE			
Compréhension intuitive	Compréhension procédurale logico-physique	Abstraction logico-physique	
- Fournir une estimation du nombre de macaronis présentés. ***- Reconnaître que plus le nombre a de chiffres, plus il est grand.*** ***- Reconnaître l'existence et le rôle utile du regroupement d'objets dans la vie courante.***	***- Organiser ou comparer des quantités par groupement d'objets (groupements de 10 ou de 100).*** ***- Adapter le comptage des objets aux quantités pour en trouver le cardinal (par 1, 10 ou 100 selon le cas).*** **- Ajouter ou enlever une quantité d'objets avec application des principes d'échange entre les divers types d'unités.**	***- Reconnaître l'équivalence de quantités d'objets organisées différemment.*** ***- Reconnaître le principe de cardinalité : le dernier mot-nombre exprime la quantité d'unités incluses dans le nombre.***	
COMPRÉHENSION DU CONCEPT MATHÉMATIQUE ÉMERGENT			
	Compréhension procédurale logico-mathématique	Abstraction logico-mathématique	Compréhension formelle
	- Comparer des nombres s'appuyant sur la valeur des chiffres coordonnée avec leur valeur de position. **- Utiliser une représentation des nombres pour nommer un groupement (ex. : dizaine, centaine).** ***- Trouver le cardinal en adaptant le comptage ou en additionnant les unités de mesure de quantité.***	***- Reconnaître l'inclusion des sous-groupes dans les groupes (unités, dizaines dans les centaines).*** ***- Généraliser les relations d'équivalence.*** **- Énoncer la dizaine ou la centaine qui précède ou qui suit.**	***- Utiliser de façon conventionnelle les termes : unité, dizaine et centaine.*** ***- Lire, écrire et ordonner des nombres.*** ***- Reconnaître la valeur relative des chiffres dans un nombre.***

Le contenu du Tableau 1 intitulé *Manifestation de la compréhension de la numération positionnelle des composantes* est grandement inspiré d'un article de DeBlois (1994), publié à la suite de sa thèse dans le Bulletin de l'AMQ. Il est à noter que les manifestations que nous avons adaptées provenant du travail de DeBlois (1994) sont écrites en italique dans le tableau 1. Les adaptations effectuées consistent soit en une reformulation de l'énoncé ou en un regroupement de manifestations. Ces adaptations ont été motivées par le besoin de cibler les manifestations susceptibles de nous fournir le plus d'informations possibles en regard du concept de numération positionnelle, tout en distinguant ces manifestations de la compréhension du sens du nombre (de 1 à 10) et du temps prévu pour les entrevues ainsi que par le désir de rendre les énoncés des manifestations le plus accessibles possible en prévision d'une utilisation éventuelle par d'autres orthopédagogues qui voudraient départager la compréhension du sens du nombre (pour les nombres de 1 à 10) de la compréhension de la numération positionnelle chez des élèves des deuxième et troisième cycles du primaire.

CHAPITRE IV

ANALYSE DES DONNÉES

Dans ce chapitre, les données recueillies lors des entrevues sont analysées. Au début de cette section, nous présentons des exemples de manifestations afin de démontrer ce que nous considérons comme étant une manifestation complète et attendue de la composante. Par la suite, deux tableaux sont présentés et les données qu'ils contiennent sont analysées en fonction des manifestations attendues dont il vient d'être question. Dans un premier tableau, le portrait global des élèves interviewés en ce qui concerne la manière dont les manifestations de compréhension sont apparues, soit de façon complète, partielle ou inexistante pour chaque composante est présenté. Cette dernière classification sera également expliquée. Le deuxième tableau précise l'aide apportée, si nécessaire, par les questionnements supplémentaires ou par du matériel comme prévu dans la grille d'entrevue ou par un autre questionnement. Enfin, l'ensemble de ces données est analysé afin de décrire comment se manifeste la compréhension du concept de numération positionnelle par les élèves participants.

4.1 Manifestations possibles et attendues de la compréhension des élèves du concept de numération positionnelle

Les questions et les consignes contenues dans la grille d'entrevue visaient à toucher chacune des composantes du modèle de compréhension utilisée dans cette recherche. Durant l'entrevue, nous cherchions à faire verbaliser l'élève sur sa compréhension du concept de numération positionnelle en le questionnant sur ses raisonnements et ses procédures. Au départ, chaque question était donc en lien avec une ou des composantes du modèle. Toutefois, il est important de rappeler ici que c'est la réponse de l'élève qui constituait la manifestation de la compréhension d'une composante ou d'une autre.

À cet égard et afin d'établir des balises claires pour l'analyse subséquente des manifestations des élèves, nous avons élaboré, pour chaque question de la grille d'entrevue, des exemples possibles et non exhaustifs de manifestations attendues en lien avec les questions. Nous avons aussi précisé la composante concernée par la question (mais surtout par la réponse de l'élève). Les manifestations attendues sont présentées au tableau de l'appendice C.

Afin de faciliter la lecture et la compréhension du contenu de ce tableau, nous présentons et expliquons un extrait de l'appendice C. Prenons, par exemple, un élève fictif qui est devant une quantité importante non organisée de macaronis. À la question 1 de la grille d'entrevue où il est question d'estimer la quantité, il répond qu'il croit qu'il y a 140 macaronis. Nous notons sa réponse et indiquons que sa réponse se situe bien dans la composante intuitive, car il n'a pas utilisé de procédure particulière pour en arriver à cette réponse. La question 2, visant à vérifier comment se manifeste la compréhension procédurale sur le plan logico-physique (avec des objets), se lit comme suit : « Comment peux-tu être sûr (certain) qu'il y a bien 140 macaronis »? Si l'élève répond qu'il va les compter en faisant des groupements de 10, nous considérons que sa réponse correspond à une des manifestations attendues pour la composante procédurale logico-physique. Cependant, si l'élève fait des groupements de 2 ou de 5 pour compter l'ensemble des macaronis, nous considérons que sa réponse correspond davantage à une manifestation correspondant à la composante intuitive, car il reconnaît l'importance des groupements, mais pas nécessairement celle du groupement de dix, dont la base décimale nécessaire à une complète compréhension de la numération positionnelle en base 10 (qui est le concept à l'étude). Donc, dans ce dernier cas, même si la question 2 a été formulée dans le sens d'une manifestation de la composante procédurale logico-physique, la réponse de l'élève nous indique que sa compréhension se situe encore, pour cette question, au niveau de la compréhension intuitive. Le reste de l'appendice C a été construit de la même façon et les manifestations qui y sont présentées doivent être considérées comme étant complètes et représentatives d'une compréhension attendue de la composante. Nous ne prétendons toutefois pas que les manifestations attendues présentées dans ce tableau soient exhaustives. Ce dernier point implique que d'autres réponses apportées par les élèves en entrevue peuvent être possibles et seront analysées au même titre que les autres.

La base de référence pour l'analyse des données recueillies étant établie, nous allons maintenant présenter, dans la prochaine portion, les données recueillies et procéder à leur analyse. Dans un premier temps, nous présentons le portrait global des manifestations de compréhension; suivra ensuite, le portrait global de l'aide apportée.

4.2 Portrait global des manifestations de compréhension du concept de numération positionnelle des élèves par composante

Dans un premier temps, les manifestations des élèves pendant les entrevues ont été analysées par élève et par question. Néanmoins, puisqu'un des objectifs de ce travail de recherche est de décrire comment se manifeste la compréhension du concept de numération positionnelle chez la population visée, nous avons donc jugé plus pertinent de présenter les résultats des cinq élèves interviewés sous forme d'une synthèse qui permet de dresser un portrait global de la manière dont la compréhension de chaque composante impliquée dans la compréhension du concept à l'étude se manifeste. Comme spécifié dans la section de la méthodologie, un nombre impair d'élèves a été choisi afin de pouvoir, si possible, déterminer une tendance globale sur le plan des manifestations des élèves en lien avec la compréhension du concept à l'étude. Le Tableau 2 qui suit présente donc, pour chacune des composantes du modèle de Bergeron et Hercovics (1989), le portrait global de la manière dont s'est manifestée la compréhension de ces composantes.

Lors de l'entrevue ainsi que lors du visionnement des enregistrements et de la relecture des verbatim, nous avons constaté que les réponses des élèves ne correspondaient pas toujours à ce que nous considérions comme une manifestation complète (réf. : appendice C). En conséquence, nous avons établi un système de code afin de qualifier les réponses des élèves. Nous avons déterminé trois codes pour qualifier les diverses manifestations des élèves : la manifestation complète (MC), la manifestation partielle (MP) et la manifestation inexistante (MI). La manifestation complète (MC) correspond à la réponse d'un élève qui a manifesté, verbalement, en gestes ou avec le matériel, tous les éléments de réponse attendus présentés à l'appendice C, et ce, sans aide de la part de l'expérimentatrice. À titre d'exemple, prenons un extrait du verbatim d'un des élèves. À la question 2, nous lui demandions comment il ferait pour être certain du nombre de macaronis qu'il avait estimé, l'élève a répondu : « *Je peux les séparer en dix macaronis, puis je fais plusieurs groupes* ». Sa réponse constitue une réponse que nous considérons comme complète sur le plan de deux manifestations. En effet, il a manifesté, sans aide, sa reconnaissance de l'existence et du rôle utile du regroupement d'objets qui se situe dans la composante intuitive et par le fait même, il a aussi manifesté, sans aide, sa reconnaissance de l'organisation par groupement de dix qui se situe dans la composante procédurale.

La manifestation partielle (MP) correspond à une réponse qui ne contient pas tous les éléments attendus présentés à l'appendice C. À titre d'exemple, à la question 5 où il faut démontrer que l'on sait reconnaître l'équivalence de quantités d'objets organisées différemment, un des élèves a manifesté, par lui-même, sa reconnaissance de l'équivalence de 10 unités et de 1 dizaine, mais n'a pas exprimé par lui-même celle de 10 dizaines et d'une centaine. Ceci est donc considéré comme une manifestation incomplète.

La manifestation inexistante (MI) correspond à la réponse d'un élève qui ne contient aucun des éléments attendus et présentés à l'appendice C. À titre d'exemple, à la question 2 où il est question de la procédure qu'il va utiliser pour être certain de son estimation, un des élèves répond qu'il va compter les macaronis. Il compte donc les macaronis un par un jusqu'à un total de cent quarante-trois [erreur de comptage de deux macaronis qui est notée, mais pas considérée]. Par la suite, nous lui demandons s'il connaît une autre façon de compter les macaronis qui aurait été plus rapide. Voici l'extrait du verbatim qui contient sa réponse :

> « *Faire des bonds de… pas de… nombres… bien faire des bonds de deux* ». Par la suite, il ajoute : « *Hum… oui ou de cinq. Mais non, tu peux pas à cause que si… comme ça* [il prend quelques macaronis dans sa main], *je ne sais pas si j'en prends quatre ou cinq…* ».

À ce moment de l'entrevue, cet élève ne présente pas, par lui-même, de manifestations démontrant sa compréhension de l'organisation et de l'utilité du groupement de dix. Nous avons donc noté une manifestation inexistante pour cet aspect de la composante procédurale logico-physique.

Il est aussi important ici de préciser que le Tableau 2 qui suit ne présente que le portrait global des manifestations des élèves, et ce, sans l'aide prévu ou non prévu de la grille d'entrevue. Par souci de clarté, l'aide apportée, si nécessaire, par le matériel ou les questionnements supplémentaires prévus dans la grille d'entrevue ainsi que d'autres types de questionnement non prévus, sera présentée dans un autre tableau (Tableau 3). Nous avons choisi de présenter les données recueillies de cette façon, car nous désirions, dans un premier temps, décrire, en nous basant sur le modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989), comment les élèves manifestent par eux-mêmes leur compréhension de chaque composante du modèle. Par la suite, l'aide apportée, qu'elle ait été prévue ou non, est présentée dans un tableau et nous analyserons l'ensemble de ces données en fonction des questions supplémentaires prévues ainsi que de celles non prévues qui ont été nécessaires à l'apparition des manifestations. Cette analyse conjointe se fera par composante. Nous avons fait ce choix, car comme le disent Bendefa et Lafortune (2010), la compréhension d'un concept mathématique passe par la compréhension de chacune des composantes qui le caractérisent.

Tableau 2

Portrait global des manifestations de la compréhension de la numération positionnelle des cinq élèves par composante sans le questionnement supplémentaire prévu

Palier logico-physique			Palier logico-mathématique		
Composante intuitive	**Composante procédurale**	**Composante abstraite**	**Composante procédurale**	**Composante abstraite**	**Composante formelle**
-Fournir une estimation du nombre de macaronis présentés. -Reconnaître que plus le nombre a de chiffres, plus il est grand. -Reconnaître l'existence et le rôle utile du regroupement d'objets dans la vie courante.	-Organiser ou comparer des quantités par groupement d'objets [groupements de 10 ou de 100]. -Adapter le comptage des objets aux quantités pour en trouver le cardinal [par 1, 10 ou 100 selon le cas]. -Ajouter ou enlever une quantité d'objets avec application des principes d'échange entre les divers types d'unités.	-Reconnaître l'équivalence de quantités d'objets organisées différemment. -Reconnaître le principe de cardinalité : le dernier mot-nombre exprime la quantité d'unités incluses dans le nombre.	-Comparer des nombres s'appuyant sur la valeur des chiffres coordonnée avec leur valeur de position. -Utiliser une représentation des nombres pour nommer un groupement [ex. : dizaine, centaine]. -Trouver le cardinal en adaptant le comptage ou en additionnant les unités de mesure de quantité.	-Reconnaître l'inclusion des sous-groupes dans les groupes [unités, dizaines dans les centaines]. -Généraliser les relations d'équivalence. -Énoncer la dizaine ou la centaine qui précède ou qui suit.	-Utiliser de façon conventionnelle les termes : unité, dizaine et centaine. -Lire, écrire et ordonner des nombres.

MC	MP	MI	MC	MP	MI	MC	MP	MI	MC	MP	MI	MC	MP	MI	MC	MP	MI
2	3	0	1	4	0	1	4	0	1	4	0	0	3	2	1	4	0

Légende :

- MC (manifestation complète) : manifestations présentant tous les éléments de réponse attendus.
- MP (manifestation partielle) : manifestations présentant un ou quelques éléments de réponse attendus.
- MI (manifestation inexistante) : aucun des éléments de réponse attendus n'est manifesté par l'élève.

Maintenant, nous allons détailler le contenu du tableau par composante afin de décrire les manifestations de compréhension au niveau de chaque composante du modèle de compréhension.

Le Tableau 2 présente globalement la manière dont s'est manifestée la compréhension du concept de numération positionnelle lors des entrevues. Ce tableau a été structuré de façon à présenter les diverses manifestations des élèves reliées aux composantes de chaque palier du modèle de compréhension. Pour le palier physique préliminaire, on retrouve les composantes intuitive, procédurale et abstraite alors que pour le palier du concept mathématique émergeant, on retrouve les composantes procédurale, abstraite et formelle. Pour chaque composante de chaque palier, nous avons déterminé des manifestations qui, lorsqu'elles sont réalisées ou maîtrisées sans aide par l'élève dans le cadre d'une tâche prévue, permettent d'accéder graduellement à la construction du concept de la numération positionnelle.

4.2.1 Palier logico-physique - composante intuitive

Parmi les éléments faisant partie de la composante intuitive, l'estimation du nombre de macaronis dans la collection a été réussie par tous. Les élèves ne semblaient toutefois pas utiliser de stratégie particulière pour leur estimation. De façon générale, le nombre de macaronis estimé se situait loin de nombre réel. Majoritairement, ils étaient aussi capables d'exprimer que plus un nombre a de chiffres, plus il est grand. Une minorité d'élèves a fourni des réponses se situant soit dans une autre composante (ex. : « il est plus grand parce qu'il a 3 dizaines de plus »), soit dans un autre concept, en l'occurrence, le sens des nombres (ex. : « 170 est plus grand que 155, car il vient après… 7 c'est plus grand que 5 »). Toutefois, au début de l'entrevue, une majorité d'élèves ne reconnaissait pas verbalement et ne démontrait pas, par eux-mêmes, en gestes ou en paroles, l'existence et le rôle utile du regroupement d'objets pour compter une collection. Ils ont donc eu besoin d'aide afin de faire apparaître la manifestation attendue. Le portrait global de la composante intuitive correspond donc à une manifestation partielle pour trois des cinq élèves et une manifestation complète pour les deux autres.

4.2.2 Palier logico-physique – composante procédurale

En majorité, les élèves n'ont pas manifesté, par eux-mêmes, en gestes ou en paroles une organisation de quantités par groupement de 10 ou de 100, sur le plan logico-physique, c'est-à-dire avec des objets. À la question 2 où il était question de la procédure qu'ils utiliseraient pour être certains de leurs estimations, les élèves ont tous répondu qu'ils allaient compter les macaronis. Toutefois, ils n'ont pas manifesté, par eux-mêmes, que le groupement de dix était la manière la plus facile et rapide de connaître le nombre exact de macaronis. Ils comptaient les macaronis soit un par un pour l'ensemble de la collection ou ils faisaient des groupements de deux ou de cinq, mais pas de groupements de 10. Les extraits des verbatim suivants représentent bien l'aspect spontané de la réponse et sont représentatifs des réponses données pendant les entrevues :

Exemple 1 :

Expérimentatrice : Tu penses qu'il y en a cent douze. O.K. Maintenant, comment tu vas faire pour savoir qu'il y en a cent douze?

Élève Caroline : Comment? Bien, je vais les compter.

Expérimentatrice : Tu vas les compter. O.K. Vas-y! Fais-le!

Élève Caroline : En paquet de cinq.

Expérimentatrice : Vas-y!

Exemple 2 :

À la question 2 où il est question de la procédure qu'il va utiliser pour être certain de son estimation, l'élève répond qu'il va compter les macaronis. Il compte donc les macaronis un par un jusqu'à un total de cent quarante-trois (erreur de calcul de deux macaronis).

En ce qui concerne les deux autres manifestations de cette composante, soit l'adaptation du comptage des objets aux quantités (par 1, 10 ou 100, selon le cas) et l'ajout ou le retrait d'une quantité d'objets avec application des principes d'échange entre les divers types d'unités, les élèves ont majoritairement manifesté, sans aide, les réponses attendues. Il est toutefois important de préciser que ces manifestations sont apparues, sans autre type d'aide, mais à partir de collections déjà organisées dans le cas des élèves qui n'avaient pas manifesté par eux-mêmes le groupement de dix.

Globalement, la compréhension de la composante procédurale s'est manifestée de façon partielle, car l'utilité du groupement de dix n'est majoritairement pas apparue de façon autonome lors d'une tâche de dénombrement. Un seul élève a manifesté sans aucune aide tous les éléments de cette composante.

4.2.3 Palier logico-physique – composante abstraite

Cette composante a majoritairement été manifestée de façon partielle. L'élément de reconnaissance de la cardinalité a été réussi par la majorité des élèves. Cependant, la reconnaissance de l'équivalence de quantité d'objets organisée différemment n'est pas apparue de façon autonome pour quatre des cinq élèves participants. À cet égard, les élèves ont eu besoin d'aide afin de verbaliser qu'une dizaine est égale à dix unités ou encore que le gros sac représentant la centaine équivalait à dix petits sacs représentant chacun une dizaine. Malgré cette aide, deux de ces quatre élèves n'ont pas été capables de nommer l'une ou l'autre des équivalences suivantes : une dizaine équivaut à dix unités et dix dizaines équivalent à une centaine.

Puisque seulement un des élèves avait organisé, par lui-même, sa collection d'objets en début d'entrevue, la majorité des élèves ont fait face à cette question avec, devant eux, une collection déjà organisée en sacs Ziploc transparents. Malgré l'organisation visible, ces élèves ont dû être questionnés afin de faire apparaître la manifestation de l'équivalence des quantités d'objets organisées différemment. Avant le questionnement, aucun des quatre élèves n'a utilisé les macaronis ou les termes tels qu'unité, dizaine ou centaine pour répondre à la question. De plus, le degré d'aide a été très variable pour cet élément en fonction des élèves. Nous sommes en droit de se questionner sur la possibilité d'un contrat didactique implicite qui conduirait les élèves à ne pas reconnaître l'équivalence des quantités organisées différemment dans des sacs Ziploc compte tenu des expériences de classe.

4.2.4 Palier logico-mathématique - composante procédurale

Du point de vue mathématique, la manifestation qui consiste à trouver le cardinal d'une collection en adaptant leur comptage en additionnant les divers types d'unités de mesure a été majoritairement réussie. Contrairement à ce qui avait été manifesté lors des questions correspondant à la composante procédurale du palier logico-physique, ils ont également été en mesure d'utiliser une représentation des nombres pour nommer un groupement (dizaine ou centaine). Nous pouvons alors nous questionner à savoir si c'est l'aide apporté préalablement qui a permis de faire apparaître la manifestation et que les élèves ont réutilisé ces termes par la suite. Cependant, en ce qui concerne la comparaison de nombres en s'appuyant sur la valeur des chiffres en lien avec leur position, cette manifestation n'est pas apparue de façon autonome pour la majorité des élèves. Ils n'ont pas réussi à manifester leur compréhension à l'aide d'arguments en lien avec le concept de numération positionnelle. Les réponses fournies, sans aide, relevaient davantage soit, du sens du nombre (qui est à la base d'une compréhension de la numération positionnelle), en nous répondant que 170 vient après 155 et que 7 c'est plus grand que 5, soit en émettant une possibilité d'erreur de la part de l'autre élève qui aurait écrit le nombre de la mauvaise manière. L'extrait de verbatim suivant est aussi représentatif du type de réponse que les élèves ont fourni lors des entrevues :

> En effet, en lui demandant si 219 (résultat obtenu par l'élève) était la même chose que 129 (le nombre écrit par un autre élève), un des élèves participants a d'abord donné la réponse suivante : « *Non. C'est deux cent dix-neuf. Il s'est trompé. Le un et le deux... Il a dû se tromper avec les nombres* ».

Le portrait global de cette composante correspond donc à une manifestation partielle sur le plan du concept mathématique émergent. Malgré le fait que les élèves manifestent certains éléments attendus, il n'en reste pas moins que globalement les manifestations de cette composante n'ont pas été démontrées sans aide par une majorité d'élèves.

4.2.5 Palier logico-mathématique - composante abstraite

Pour cette composante, l'élément de manifestation ayant trait à la reconnaissance de l'inclusion des sous-groupes dans les groupes (unités, dizaines dans les centaines) n'a pas été manifesté par aucun des cinq élèves. Ils ont tous confondu avec la position dans le nombre. Néanmoins, les réponses données pour la centaine étaient exactes, mais dans le cas précis de notre expérimentation où le nombre utilisé était dans les centaines, la position et la valeur du nombre à la centaine se confondaient puisque les centaines n'étaient pas en situation d'inclusion. Pour que cela soit possible, il aurait fallu choisir un nombre dans les milliers. Toutefois, lorsque nous avons posé la question de façon différente pour les unités seulement, trois des cinq élèves ont répondu correctement. Cette façon différente de poser la question n'a rien changé pour deux des cinq élèves.

En ce qui concerne la généralisation des relations d'équivalence, les résultats obtenus sont plus variables et nous ne pouvons pas déterminer de tendance, car dans le cas de deux élèves, la question n'a pas été posée. Toutefois, puisque cette recherche en est une qualitative et qu'elle cherche à décrire comment la compréhension se manifeste, nous allons plutôt décrire le portrait type de réponses obtenues de la part des élèves à qui la question a été posée. Les extraits de verbatim suivants sont représentatifs des réponses obtenues.

Exemple 1 :

Dans l'ensemble de l'entrevue, Eva n'a pas démontré qu'elle avait généralisé les relations d'équivalence, ni par ses propos ni par ses gestes. À cet égard, à la question 9.1 qui était formulée comme suit : « Maintenant, il faut que tu ajoutes trois dizaines et vingt unités. Comment vas-tu faire ça? » Eva a organisé son calcul comme ceci sur la feuille :

$$\begin{array}{r} \mathbf{115} \\ \mathbf{+\,3} \\ \mathbf{+\,20} \\ \hline \mathbf{147} \end{array}$$

Ce calcul nous montre une incompréhension au plan de composante abstraite du concept de numération positionnelle. On peut tout de même constater que la compréhension de cette composante est en voie d'acquisition.

Exemple 2 :

En réponse à la consigne où il devait ajouter trois dizaines et vingt unités, Paolo a reformulé, après un court temps de réflexion, en disant qu'il devait ajouter cinquante. Cette conduite nous laisse donc croire que Paolo est capable de généraliser les relations d'équivalence. Le court extrait de verbatim suivant démontre ce qui vient d'être dit.

Expérimentatrice : Là, je veux que tu m'ajoutes trois dizaines et vingt unités.

Élève Paolo : O.K.

Élève Paolo : Il faut que j'en rajoute vingt… j'en rajoute cinquante.

4.2.6 Palier logico-mathématique - composante formelle

En ce qui concerne la composante formelle, les manifestations de lire, d'écrire et d'ordonner des nombres à trois chiffres sont réussies de façon majoritaire. Globalement, les élèves sont capables d'effectuer des calculs par écrit en appliquant les principes conventionnels de retenue et d'emprunt. Pour sa part, l'utilisation conventionnelle des termes unité, dizaine et centaine ne se fait pas de façon spontanée, par la majorité des élèves du moins lors de l'entrevue. Ce n'est pas vraiment que l'utilisation de ces termes semble poser un réel problème, c'est plutôt que leur utilisation en cours d'entrevue semble nécessiter un peu de réflexion (temps bref, mais on constate que ce n'est pas automatique).

4.3 Portrait global du type d'aide apporté afin de faire apparaître les manifestations de compréhension du concept de numération positionnelle des élèves par composante

Dans la grille d'entrevue, deux formes d'aide étaient prévues : l'aide sous forme de reformulation et l'aide sous forme de matériel visible (matériel pour organisé une collection ainsi qu'une collection de macaronis déjà organisée dans sacs Ziploc). Selon Poirier (2001), ce type de matériel de manipulation correspond à un matériel aux groupements apparents et accessibles et constitue le type de matériel le plus facile à utiliser par les élèves (p. 38). L'aide sous forme de matériel était graduée, c'est-à-dire que dans un premier temps des outils (sacs moyens et grands vides) pouvant aider à l'organisation étaient proposés, et par la suite, en cas d'échec avec le premier matériel, une collection visible et déjà organisée était proposée afin de faire apparaître les manifestations. Au cours de l'entrevue, un autre type d'aide, qui n'était pas prévu au protocole, de manière explicite, a souvent été nécessaire afin de tenter de faire apparaître les manifestations. Il avait toutefois été prévu de manière implicite, car ce type d'aide faisait référence à un questionnement supplémentaire afin de faire réfléchir l'élève à voix haute ou à des références à du matériel utilisé fréquemment en classe (ex. matériel « bloc dix »). Nous nommerons ce dernier : autre type d'aide. Le Tableau 3 qui suit reprend une partie du Tableau 2 concernant les manifestations des élèves afin de présenter le type d'aide apporté en lien avec les diverses composantes. Il est important de rappeler que dans le cas de manifestation complète, il n'y a pas d'aide qui a été apportée, car cela s'avérait inutile. Nous allons tout de même inclure cette absence d'aide dans le Tableau 3.

Tableau 3

Portrait global du type d'aide apporté aux élèves pour les manifestations partielles et inexistantes par composante

Palier logico-physique									**Palier logico-mathématique**								
Composante intuitive			Composante procédurale			Composante abstraite			Composante procédurale			Composante abstraite			Composante formelle		
MC	MP	MI	MC	MP	MI	MC	MP	MI	MC	MP	MI	MC	MP	MI	MC	MP	MI
2	3	0	1	4	0	2	3	0	1	4	0	0	3	2	1	4	0
													2 R	1 R		1 R	
2 O	1 M		1 O	3M		1 O	4M		1O						1 O		
	2 A			1 R			+ A			4 A			1 A	1 A		3 A	

Légende : Nombre d'élèves qui a utilisé l'aide et type d'aide apporté (ex. : 2 O : deux élèves aucune apportée).

- R : reformulation de la question.
- M : utilisation de matériel concret.
- A : autre type d'aide (questionnement autre ou référence à un matériel connu utilisé en classe).
- O : aucune aide apportée.

À la suite de la lecture des données incluses dans ce tableau, nous allons décrire et analyser l'aide apportée aux élèves dans le cadre des entrevues. Il est important de rappeler que l'aide était apportée dans le but de faire apparaître les manifestations. Il est fort possible que l'aide apportée n'ait pas permis de faire apparaître la manifestation. Nous tenterons alors de comprendre pourquoi. La description et l'analyse du tableau du type d'aide apporté se feront également par composante.

4.3.1 Palier logico-physique - composante intuitive

En ce qui concerne l'estimation du nombre de macaronis dans la collection, aucune aide n'a été apportée. Nous n'avons pas eu besoin non plus d'avoir recours à une collection plus petite. Cette option avait été rendue disponible pour les élèves qui n'auraient pas été en mesure de dénombrer la collection de départ. En ce qui concerne la reconnaissance de l'existence et du rôle utile du regroupement d'objets pour compter une collection, la majorité des élèves ont eu besoin d'aide afin de faire apparaître la manifestation attendue. L'aide a été apportée un peu plus loin dans l'entrevue d'abord par un questionnement supplémentaire sur un possible moyen de compter plus vite et par la suite, si nécessaire, lorsque les sacs contenant une collection déjà organisée a été présentée. Parmi ces élèves, certains ont constaté par eux-mêmes, après observation du matériel, l'utilité du regroupement alors que pour un des élèves, il a fallu questionner davantage afin de faire apparaître la manifestation.

4.3.2 Palier physique préliminaire – composante procédurale

Pour la question 2 qui était : « Comment peux-tu faire pour être certain(e) qu'il y a (le nombre estimé par l'élève) macaronis? », la reformulation n'a pas été nécessaire, mais nous avons dû préciser à deux des élèves qui semblaient se questionner que tous les moyens étaient bons, sans plus. La manifestation d'organiser les quantités de macaronis en groupements de 10 ou de 100 est apparue sans aide chez l'un des cinq élèves et ce dernier a aussi été capable d'expliquer ses groupements. Cependant, pour les quatre autres élèves, de l'aide a été nécessaire. Un des élèves qui avait d'abord fait des groupements de cinq macaronis et trouvé le cardinal n'a eu besoin que d'une question reformulée déjà prévue à la grille d'entrevue afin de procéder aux groupements de dix. En effet, lorsque nous avons posé la question 4.2 qui s'énonçait comme suit : « Aurais-tu un autre moyen pour arriver plus rapidement à 135? », la réponse est venue rapidement comme le démontre l'extrait de verbatim suivant :

Expérimentatrice : Quel moyen tu aurais pu utiliser pour les compter de façon encore plus rapide?

Élève : Bien, c'est genre, je prendrais un paquet. Puis, je ferais dix, dix, dix, plus vite.

Expérimentatrice : Ah! O.K. Mais là, tu as fait des paquets de cinq.

Expérimentatrice pointe les paquets.

Élève : Hum, hum.

Expérimentatrice : Donc, ça l'aurait été plus rapide si tu avais fait des…

Élève : Des paquets de dix.

Pour les trois autres élèves, l'aide apportée dans le but de faire apparaître la manifestation d'organisation de quantité en groupement d'objets de 10 ou de 100 a dû prendre la forme de l'utilisation de matériel concret. Cette forme d'aide était déjà prévue à la grille d'entrevue. Au départ, la manifestation de groupement de dix ne s'est pas manifestée; le comptage se faisait principalement en dénombrant les macaronis un par un. Ce n'est qu'à la suite de la présentation d'une collection de macaronis déjà organisée en groupement de dix, et ce, de façon visible que la manifestation est apparue. C'est également à la suite de la vue de la collection déjà organisée que le comptage de la collection s'est adapté au type d'organisation, soit des groupements de 10 et de 100.

4.3.3 Palier logico-physique – composante abstraite.

Sur le plan de la compréhension logico-physique, les manifestations reliées à la composante abstraite sont apparues sans aide pour un des cinq élèves. Il est à noter que la manifestation de cardinalité est apparue de façon majoritaire. C'est la manifestation de reconnaissance d'équivalence de quantités organisées différemment qui a posé le plus de difficulté aux élèves. La description qui suit concerne donc cette manifestation. Les quatre autres ont eu besoin d'un autre type d'aide que celui prévu à la grille d'entrevue en plus du matériel concret (collection de macaronis déjà organisée). Pour cette composante, les manifestations des élèves ainsi que l'importance de l'aide nécessaire à l'apparition de la manifestation ont été très variées. Parmi les observations faites, il est possible de regrouper les manifestations des élèves en trois catégories. La première catégorie concerne l'élève qui, à la suite d'une description verbale de la collection organisée (sans pour autant nommé les termes que l'on veut que l'élève utilise) et d'une incitation à diriger et à canaliser son attention sur la manière dont les macaronis sont organisés dans les sacs, est alors capable de nous dire que dix c'est une dizaine. La deuxième catégorie concerne l'élève qui à la suite d'un questionnement semblable à ce qui vient d'être décrit ne généralise pas, il doit compter tous les macaronis dans chacun des sacs (dizaines). Le gros sac et les petits sacs ne semblent rien lui évoquer. Cette tâche nécessite beaucoup de réflexion. Après un temps d'observation et de réflexion, l'élève reconnaît d'abord le gros sac comme un paquet de cent. Il fait alors un lien, une référence avec son matériel didactique utilisé en classe et parvient à nommer une équivalence. L'extrait de verbatim suivant démontre ce qui vient d'être décrit :

Élève : Mais le cube, c'est le paquet de mille, lui, c'est un paquet de cent.

Expérimentatrice : O.K.

Élève : Mais… le carré, puis, hum… Il y a des paquets de dix… puis il y a des… à la fin, il y a comme des carrés ou des ronds.

Expérimentatrice : Alors tu penses que c'est comme ça qu'il a organisé ça.

Élève : Oui.

Expérimentatrice : Combien tu en as compté dans ce sac-là?

Élève prend un des sacs contenant 10 macaronis.

Élève : Dix.

Élève : Puis lui y en a mis cent sûrement.

Élève pointe le gros sac.

L'élève sort les petits sacs du grand sac et commence à compter dans sa tête le nombre de macaronis dans un sac et ensuite il compte le nombre de sacs qu'il y a dans le gros sac.

Élève Paolo : Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix. C'est un paquet de… de… de… il y en a dix paquets de… de cent. Mais, il y a un paquet de cent là-dedans, parce que… Mais dedans ça, il y… il y en a dix dans tout eux autres.

Élève Paolo prend les petits sacs qu'il y avait dans le gros.

Élève Paolo : Ça fait dix. Dix… dix fois dix ça… ça égale cent.

Pour ce qui est de la troisième catégorie, les deux élèves qui en faisait partie n'ont pas été en mesure de nommer l'équivalence entre une dizaine et dix unités ou entre dix dizaines et une centaine, et ce, même avec le questionnement supplémentaire et l'évocation, de la part de l'expérimentatrice du matériel de base dix utilisé en classe.

4.3.4 Palier logico-mathématique - composante procédurale

Sur le plan de la compréhension logico-mathématique, la composante procédurale s'est manifestée de façon partielle. Majoritairement, les réponses obtenues en lien avec la comparaison de deux nombres (pourquoi est-ce que 135 est un plus grand nombre que 45?), correspondaient à : « c'est plus grand, car il y a plus de chiffres » et si nous questionnons un peu plus, la réponse majoritaire était : « il y a trois chiffres ». Ce type de réponse fait appel à la numération positionnelle, mais correspond davantage à une réponse en lien avec la composante de compréhension intuitive du palier logico-physique, car les élèves ne font pas référence à la valeur du chiffre en lien avec sa position. L'extrait de verbatim qui suit relate ce qui vient d'être mentionné :

Élève continue à les compter et remet les macaronis qu'elle avait dans sa main dans le paquet de macaronis déjà compté qu'elle a tassé dans la boîte.

Élève : Cent trente-cinq.

Expérimentatrice : O.K. Donc, tu me dis qu'il y en a cent trente-cinq. Finalement, est-ce qu'il y en avait quarante-cinq?

Élève : Non.

Expérimentatrice : Est-ce qu'il y en avait plus ou moins que quarante-cinq?

Élève : Plus.

Expérimentatrice : Pourquoi tu me dis que cent trente-cinq c'est plus que quarante-cinq?

Élève : Bien, il y a trois chiffres

Expérimentatrice : O.K.

Élève : … quarante-cinq, bien non.

Expérimentatrice : Et qu'est-ce que ça fait ça qu'il y a trois chiffres?

Élève : Bien c'est beaucoup trois chiffres.

Un questionnement supplémentaire a été apporté afin de faire apparaître la manifestation que lorsqu'il y a trois chiffres, cela veut dire que le nombre est dans les centaines. Celle-ci est apparue un peu plus loin dans l'entrevue, mais pas de façon majoritaire. Deux des cinq élèves ont, pour leur part, répondu à la question en faisant appel au sens du nombre plutôt qu'à des arguments reliés à la numération positionnelle[10].

L'utilisation d'une représentation des nombres pour nommer un groupement (ex. : dizaine, centaine) est majoritairement réussie. Cependant, un des élèves a eu besoin d'un questionnement soutenu ainsi que d'un rappel du matériel « bloc dix » utilisé en classe (« C'est comme les petits cubes ou les bâtonnets que tu utilises en classe… »). Cela semble avoir suscité chez lui une correspondance et il a pu, par la suite, nous nommer les bons termes, soit, unités, dizaines et centaines. Un des élèves présentant une confusion sur le plan des termes utilisés.

Tous les élèves ont été en mesure de trouver le cardinal en adaptant le comptage ou en additionnant les unités de mesure.

---

[10] Dans ce travail de recherche, comme nous l'avons déjà mentionné, nous considérons que le sens du nombre fait référence à des concepts tels que la correspondance terme à terme, les principes de cardinalité et d'ordinalité, l'inclusion hiérarchique, les relations partie/tout, la compensation, le dénombrement en coordonnant le geste et le mot-nombre et le « compter à partir de ».

4.3.5 Palier logico-mathématique - composante abstraite

Sur le plan mathématique abstrait, les manifestations sont apparues de façon majoritairement partielle. La manifestation de reconnaissance de l'inclusion des sous-groupes dans les groupes (unités dans les dizaines et dans les centaines) n'est pas du tout apparue sans aide. Les réponses obtenues démontraient une confusion entre le nombre de (unités, dizaine et centaine) dans le nombre et le nombre à la position des unités, dizaines et centaines. Les réponses obtenues pour les centaines correspondaient aux bonnes réponses, mais il est important de spécifier que ceci s'explique par le fait que les centaines dans un nombre à trois chiffres ne se retrouvent pas en situation d'inclusion et que, dans ce cas-ci, le nombre d'unités ou de dizaines ou le nombre à la position des unités, des dizaines ou des centaines se confondent. L'aide apportée pour cette question prenait la forme d'une reformulation. L'extrait de verbatim suivant démontre bien l'apparition de la manifestation (pour les unités) à la suite de la reformulation :

Expérimentatrice pointe le nombre 169 sur la feuille.

Expérimentatrice : Il y a combien de dizaines dans ce nombre-là?

Élève Caroline : Six.

Expérimentatrice : Ensuite, j'ai combien d'unités dans ce nombre-là?

Élève Caroline : Neuf.

Expérimentatrice : O.K. Puis, j'ai combien de centaines dans ce nombre-là ici?

Élève Caroline : Combien de centaines?

Expérimentatrice : Oui.

Élève Caroline : Neuf centaines.

Reformulation

Expérimentatrice : Si je te disais là, je veux que tu les comptes un par un puis que tu me dises, ça va faire combien de macaronis. Combien ça va te faire de macaronis si tu les comptes un par un?

Élève Caroline : Ça va me faire cent soixante-neuf.

Expérimentatrice : Pourquoi?

Élève Caroline : Parce que ça reste toujours le même chiffre.

Expérimentatrice : O.K... Mais pourquoi?

Élève Caroline : Pourquoi? Parce que même si je compte un par un ça restera le même chiffre.

Expérimentatrice : O.K.

Élève Caroline : Parce que ça ne change pas. On n'en ajoute pas. On n'en enlève pas.

Dans cet extrait de verbatim, Caroline propose un début d'argument d'identité relié au sens du nombre. Même si cet argument d'identité concerne davantage le sens du nombre que le concept de numération positionnelle (voir la distinction faite entre ces deux concepts aux pages 15 (section 2.1) et 72 (note de bas de page), il est intéressant de mentionner que cette manifestation pourrait être apparentée à une flexibilité cognitive. Deux autres élèves ont eu les questionnements semblables, mais les manifestations reliées à l'inclusion des sous-groupes dans les groupes ne sont pas apparues.

En ce qui concerne la généralisation des relations d'équivalence, deux des cinq élèves ont manifesté sans problème leur capacité à généraliser. Un des élèves a eu de la difficulté à manifester verbalement, car l'utilisation des termes unités et dizaines était confuse.

4.3.6 Palier logico-mathématique - composante formelle

En ce qui concerne la composante formelle, la manifestation de lire, d'écrire et d'ordonner des nombres à trois chiffres est apparue majoritairement sans difficulté. Cependant, l'utilisation conventionnelle des termes unité, dizaine et centaine ne se fait pas de façon spontanée par tous, du moins lors de l'entrevue. Pour certains, cela semble nécessiter un peu de réflexion. Une courte période de temps, mais on constate que ce n'est pas automatique. Ce fait se constate, entre autres, lorsqu'on demande aux élèves de justifier pourquoi le nombre 531 n'est pas le même que le nombre 135. Pour cet exemple, ils vont plutôt dire que la personne s'est trompée en écrivant au lieu de dire précisément que les chiffres 5 et du 1 devraient être changés respectivement pour la position des unités et des dizaines.

Globalement, les élèves sont capables d'effectuer des calculs par écrit en appliquant les principes conventionnels de retenue et d'emprunt. Toutefois, l'explication pour le chiffre en retenue n'utilise pas toujours un langage précis, mais on peut présumer de la compréhension. Nous constatons tout de même pour un des élèves qu'une incompréhension sur le plan de la généralisation des relations d'équivalence a un impact direct sur ses calculs écrits, car lors de l'entrevue, cet élève positionne les nombres de façon inadéquate.

Une transcription de son calcul à la suite de la consigne suivante : « Tu dois ajouter trois dizaines et vingt unités » illustre bien son incompréhension, mais dénote aussi d'une certaine logique relevant de la numération positionnelle.

CHAPITRE V

DISCUSSION

Maintenant que les manifestations des élèves ainsi que l'aide apportée ont été décrites et analysées pour chacune des composantes des deux paliers du modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989), un bref constat reste à faire pour chacune des composantes. Pour ce faire, les résultats de cette recherche seront comparés aux résultats des recherches présentées dans la problématique afin de mettre en lumière les éléments qui se correspondent ainsi que ceux qui sont plutôt en contradiction. Il sera aussi question des différents liens entre les composantes du modèle.

Avant de discuter des constats qui émanent de ces analyses, il est important de préciser que les manifestations retenues au Tableau 3 n'ont pas toutes la même importance dans le processus de compréhension du concept de numération positionnelle. Certaines manifestations sont plus représentatives ou plus directement reliées avec la composante à laquelle elles sont associées et constituent, en quelque sorte, un « passage obligé » pour la compréhension du concept de numération positionnelle. Afin d'identifier ces manifestations, le Tableau 4 présente à nouveau les manifestations du Tableau 3, mais en soulignant les manifestations les plus représentatives de chaque composante. Ce sont ces manifestations qui font davantage l'objet de la discussion.

Tableau 4

Manifestations les plus représentatives de chaque composante dans la compréhension du concept de numération positionnelle

PALIER LOGICO-PHYSIQUE			
Compréhension intuitive	Compréhension procédurale	Compréhension abstraite	
-Fournir une estimation du nombre de macaronis présentés. -Reconnaître que plus le nombre a de chiffres plus il est grand. -Reconnaître l'existence et le rôle utile du regroupement d'objets dans la vie courante.	-Organiser ou comparer des quantités par groupement d'objets (groupements de 10 ou de 100). **-Adapter le comptage des objets aux quantités pour en trouver le cardinal (par 1, 10 ou 100 selon le cas).** -Ajouter ou enlever une quantité d'objets avec application des principes d'échange entre les divers types d'unités.	-Reconnaître l'équivalence de quantités d'objets organisées différemment. **-Reconnaître le principe de cardinalité : le dernier mot-nombre exprime la quantité d'unités incluses dans le nombre.**	
PALIER LOGICO-MATHÉMATIQUE			
	Compréhension procédurale	Compréhension abstraite	Compréhension formelle
	-Comparer de nombres s'appuyant sur la valeur des chiffres coordonnée avec leur valeur de position. -Utiliser une représentation des nombres pour nommer un groupement (ex. : dizaine, centaine). **-Trouve le cardinal en adaptant le comptage ou en additionnant les unités de mesure de quantité.**	-Reconnaître l'inclusion des sous-groupes dans les groupes (unités, dizaines dans les centaines). -Généraliser les relations d'équivalence. **-Énonce la dizaine ou la centaine qui précède ou qui suit.**	-Utiliser de façon conventionnelle les termes : unité, dizaine et centaine. -Lire, écrire et ordonner des nombres. **-Reconnaître la valeur relative des chiffres dans un nombre.**

Source : DeBlois (1994)

Les constats qui émanent des analyses pour chacune des composantes sont présentés dans les paragraphes suivants dans l'ordre habituel.

Globalement, les manifestations relatives à la composante intuitive sont présentes. Toutefois, la manifestation liée à la reconnaissance de l'existence et du rôle utile du groupement d'objets n'est pas apparue de façon autonome. Cette dernière est très représentative au sein de cette composante, car comme spécifié beaucoup plus tôt dans cette étude, la compréhension de la composante procédurale logico-physique nécessite, préalablement, la compréhension intuitive du concept. Avant que les élèves n'élaborent la régularité de la base dix, le dénombrement un à un est une procédure très utilisée et constitue leur façon de vérifier qu'il y a bien le nombre dit d'objets dans la collection (Van de Walle et Lovin, 2007, p. 129). Ce dénombrement un à un constitue donc un passage obligé dans le processus de dénombrement d'une collection d'objets. Toutefois, Poirier (2001) fait remarquer qu'afin d'assurer le passage d'un système d'unités à un système organisé basé sur les groupements, il faut amener les élèves à voir la pertinence de l'utilisation d'un système organisé en groupement. « Pour les y amener, on aura recours à des collections d'objets plus importantes. Ils devront s'organiser autrement pour en désigner la quantité, puisque le dénombrement un à un auquel ils ont spontanément recours entraîne des difficultés d'organisation » (p. 35).

En ce qui concerne la composante procédurale logico-physique, le groupement de dix n'est pas reconnu ni privilégié comme procédure efficace et rapide de dénombrement lors des entrevues. Il a fallu utiliser l'aide prévue dans la grille d'entrevue (matériel : collection déjà organisée en groupement de 10 et de 100). Il est intéressant de faire remarquer que Koudogbo (2013), dans une section de sa thèse impliquant l'utilisation du groupement de dix, par un sous-échantillon de dix-huit élèves de classe régulière, pour dénombrer a obtenu la même manifestation de dénombrement un à un d'une collection. Elle précise qu'« En entretien ante (elle nomme ainsi l'entretien préalable à certaines interventions), cette stratégie a été massivement utilisée, soit par près du deux tiers des élèves, précisément onze » (p. 177). En fait, « L'élève n'utilise aucun groupement du début à la fin de la tâche : seul le comptage une à une des barres est utilisé » (p. 177). Dans notre recherche, avec la collection déjà organisée, les deux autres manifestations, soit adapter son comptage aux quantités pour trouver le cardinal et ajouter ou enlever une quantité d'objets avec respect des principes d'échange, sont majoritairement apparues sans autre type d'aide. Il est important de faire remarquer que, même si c'est une minorité, les élèves qui n'ont pas été en mesure d'appliquer les principes d'échange entre les divers types de regroupements lors d'ajouts ou de retraits d'objets n'avaient préalablement pas non plus reconnu par eux-mêmes le groupement de dix. Par exemple, lorsqu'il était demandé à un élève d'ajouter ou d'enlever une quantité d'objets de la collection déjà organisée, certains élèves n'ont pas modifié l'organisation des sacs. Ils peuvent avoir laissé trois macaronis dans un sac utilisé pour représenter une dizaine, alors qu'il aurait dû remettre ces trois macaronis avec les autres unités.

Nous considérons comme questionnable le fait que les élèves n'ont pas manifesté, par eux-mêmes, l'existence et le rôle utile du groupement d'objets pour dénombrer une quantité d'objets présentée en vrac. Au Québec, il y a un enseignement qui est fait en regard de la numération positionnelle; il débute au premier cycle du primaire et se poursuit au deuxième cycle du primaire. À cet égard, la progression des apprentissages du ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) a établi des savoirs essentiels qui doivent être acquis et utilisés soit en fin d'année ou en fin de cycle dans les classes d'enseignement primaire du Québec. Selon le MELS, l'acquisition du groupement spontané par dix pour mieux dénombrer des nombres supérieurs à 100 est prévue au milieu de la deuxième année et la généralisation de cette compétence pour des nombres jusqu'à 999 est prévue à la fin de la deuxième année. Rappelons que les élèves qui ont participé à ce travail de recherche étaient tous en troisième ou en quatrième année. Or, la question que tout ceci suscite concerne le temps consacré à la manipulation en classe, la variété du matériel utilisé pour dénombrer et aussi les types de situations visitées; celles-ci permettent-elles ou ont-elles permis de justifier la « pertinence de l'utilisation d'un système organisé en groupement » tel que spécifié par Poirier (2001). Cette même auteure précise qu'il « … existe trois grands types de matériel de manipulation pour travailler la numération : le matériel aux groupements apparents et accessibles, le matériel aux groupements apparents, mais non accessibles et le matériel aux groupements symboliques » (p. 38). Elle attribue un moment et une fonction à ces différents types de matériel en fonction de la notion étudiée et du groupe d'élèves. Selon elle, le premier type de matériel, soit celui aux groupements apparents et accessibles peut prendre la forme d'un matériel « maison », c.-à-d. un petit cube, un haricot ou un macaroni qui représente une unité. Si on place 10 cubes, haricots ou macaronis dans un sac transparent, on obtient une dizaine et lorsqu'on a 10 sacs placés dans un sac plus grand, on obtient une centaine. Selon Poirier (2001), ce type de matériel est le plus facile à utiliser avec les jeunes élèves qui débutent l'apprentissage de la numération, car les élèves voient les 10 unités qui composent la dizaine et ils peuvent même aller chercher les 10 unités qui composent la dizaine. « Ce type de matériel est fort utile pour les groupements et leur composition (Poirier 2001 p. 38). Toujours selon Poirier (2001), le deuxième type de matériel, soit celui aux groupements apparents, mais non accessibles est bien représenté par le matériel « bloc base dix ». Avec ce type de matériel, les unités composant la dizaine ne sont pas directement accessibles, mais elles sont visibles. « Ce type de matériel permet de voir une autre caractéristique de notre système de numération : l'échange. Il est aussi fort utile pour les groupements et leur composition » (Poirier 2001, p. 39). Le troisième type de matériel est celui aux groupements symboliques. Avec ce dernier type de matériel, « les groupements ne sont ni accessibles ni apparents; ils sont symboliques » (p. 39). L'abaque, le boulier et l'argent sont des exemples de ce type de matériel. Il est plus difficile de travailler avec ce dernier type de matériel, car les élèves doivent se souvenir de la règle de groupement, soit la base dix, car avec ce type de matériel, il n'est pas possible de repérer la régularité de la base dix puisque quatre pièces de vingt-cinq sous peuvent faire un dollar au même titre que dix pièces de dix sous ou vingt pièces de cinq sous. C'est pour cette raison que Poirier (2001) précise que ce type de matériel sera introduit plus tard que les deux autres. Ce type de matériel peut servir à illustrer la valeur positionnelle. Cependant, pour ce faire, l'élève doit avoir eu un enseignement de la valeur de chaque pièce de monnaie et pour comprendre la valeur des pièces de cinq, dix et vingt-cinq cents, « l'élève doit avoir une bonne compréhension des nombres 5, 10 et 25. De plus, il doit pouvoir se représenter abstraitement ces quantités, autrement dit sans avoir ces objets sous les yeux (Van de Walle et Lovin, 2007, p. 157). Ces auteurs précisent également que pour être capable de se servir de la valeur des pièces de monnaie, il faut, entre autres, que l'élève soit capable de « faire des suites équivalentes de pièces (même quantité, pièces différentes) (p. 156) ». À la lumière de ce qui vient d'être décrit, des données recueillies dans le cadre de ce travail de recherche et des caractéristiques cognitives propres aux élèves dysphasiques, nous nous questionnons à savoir si le temps nécessaire à la manipulation de chacun de ces types de matériel a été fait en classe en lien avec le développement du concept de numération positionnelle et si le type de situations d'enseignement-apprentissage visitées par les élèves permettait le développement du concept de numération positionnelle. On peut penser en effet, que des situations d'enseignement-apprentissage de type « avoir à dénombrer une collection afin d'écrire à l'aide de chiffres l'information à transmettre » rendrait peut-être davantage nécessaire et pertinent le regroupement par 10.

Van de Walle et Lovin (p. 134), pour leur part, rapportent que les élèves acquièrent et maîtrisent leurs concepts de base dix en s'appuyant sur une idée du nombre fondée sur le dénombrement un à un. De ce fait, ils disent qu'il est important que les enseignants adoptent ce même point de départ et qu'il ne faut pas imposer le regroupement de dix aux élèves. Ces auteurs précisent toutefois qu'il faut donner aux élèves l'opportunité de faire des expériences leur donnant l'occasion d'observer des quantités partagées en groupes de même dimension et, peut-être, de constater qu'il est bien plus pratique de choisir l'ordre de grandeur 10 au regard d'un autre groupement. Ils recommandent des activités permettant de construire ces premiers concepts de regroupement aux élèves vers la fin de la première année ou en deuxième année. Nous sommes d'ailleurs du même avis que ces auteurs; il est important de donner l'opportunité aux élèves de constater la pertinence d'un système organisé en groupement de dix et de leur permettre de constater qu'ils ont plusieurs références dans leur vie pour faire l'apprentissage de ce groupement (ex. : nombre de doigts, numération écrite, etc.).

En ce qui concerne la récitation de la suite de nombres, Yessad (1997) mentionnait aussi des difficultés de cet ordre. Pour notre part, les cinq élèves qui ont participé aux entrevues ne présentaient pas ces difficultés lors de l'entrevue. Ils ont tous réussi à dénombrer les collections de macaronis qui variaient entre 135 et 155 macaronis. Les élèves interviewés n'ont donc pas présenté de difficulté de récitation orale de la suite des nombres, du moins de façon ascendante.

En ce qui concerne l'abstraction logico-physique, la reconnaissance de quantités d'objets organisées différemment constitue la « manifestation clé » de cette composante, mais elle n'est pas apparue de façon autonome. Il a fallu beaucoup d'aide pour faire apparaître cette manifestation chez les élèves. Dans ses travaux, Yessad (1997) fait état de difficultés en lien avec la relation signifiant/signifié avec l'obligation, pour l'enfant dysphasique, de passer par des traductions (autre signifiant) afin de bien « traduire » le signifiant dans le but d'identifier le signifié. En effet, peu d'élèves ont été capables de reconnaître sans aide l'équivalence entre dix unités et une dizaine ainsi qu'entre dix dizaines et une centaine. Dans le même sens que les travaux de Yessard (1997), cette non-manifestation d'une compréhension logico-mathématique met en évidence l'importance d'amener les élèves dysphasiques à explorer divers matériels afin qu'ils parviennent à traduire par eux-mêmes la relation entre le signifiant et le signifié.

Sur le plan de la compréhension procédurale logico-mathématique, l'utilisation d'une représentation des nombres pour nommer un groupement (dizaine ou centaine) est majoritairement réussie, mais avec aide apportée préalablement lors de la vérification d'une autre composante (voir la section 4.3.4). Nous avons remarqué qu'au début de l'entrevue lors des questions concernant la composante procédurale logico-physique, ces termes n'étaient pas utilisés par les élèves, mais ils auraient pu les utiliser (dire pourquoi) dans le cadre de leurs explications même si ce n'était pas des questions directement sur ces termes. Cependant, les élèves ne l'ont pas fait à ce moment-là. Après l'analyse, nous considérons donc que le questionnement apporté lors des autres questions a permis de faire apparaître la manifestation et que les élèves ont réutilisé ces termes par la suite. Ces manifestations correspondent à ce que Yessad (1997), Yessad-Blot (2004) présente dans ces travaux relativement à la relation signifiant/signifié. En effet, les résultats de ses recherches montrent qu'il est possible d'agir sur la conceptualisation qui est en cours par l'agencement des différents modes de représentation avec les formes verbales qui leur sont associées, car certains signifiants ont des relations privilégiées avec le signifié impliqué dans l'apprentissage. Yessad (1997), Yessad-Blot (2004) fait remarquer que certaines représentations mathématiques mettent mieux en scène certains aspects engagés au niveau du signifié mathématique. Les résultats obtenus pour la composante procédurale logico-physique lors des entrevues semblent abonder dans le même sens, car certains élèves ont eu besoin que l'on fasse un rappel du matériel « bloc dix » utilisé en classe afin de faire le lien ou la « traduction » entre le sac contenant dix macaronis et une dizaine. À la lumière de l'analyse des résultats de cette étude, le bâtonnet (matériel « bloc dix ») semble être pour eux la représentation matérielle de la dizaine. À cet égard, un des élèves, lors de la question qui était « Comment pourrait-on nommer ce sac? » (grand sac avec dix petits sacs contenant chacun dix macaronis) a réfléchi à voix haute en disant : « Les cubes, c'est les unités, la plaque, ça c'est centaine ». En fait, cet élève a trouvé la réponse en « traduisant » le signifiant devant lui (un sac contenant dix petits sacs contenant chacun 10 macaronis) par un autre signifiant plus connu (plaquette du matériel « bloc dix ») afin de trouver le signifié, en l'occurrence la centaine. Cette observation représente bien ce que Yessad (1997), Yessad-Blot (2004) a décrit concernant la relation du signifiant et du signifié et la nécessité de « traduction », mais cela suscite un autre questionnement en lien avec le « contexte » vécu en classe dans l'apprentissage de la numération positionnelle. Ici, le contexte fait référence aux conditions et aux matériels utilisés dans l'enseignement pour le développement du concept de numération positionnelle. En effet, nous nous demandons si l'utilisation fréquente et récurrente du même type de matériel est susceptible de former dans un seul contexte les représentations des nombres que se feront les élèves pour nommer des groupements avec la base 10 et les principes d'échange. Autrement dit, nous nous demandons si l'élève qui a souvent travaillé avec du matériel « bloc dix », en le manipulant ou en regardant les démonstrations au tableau blanc interactif, ne serait pas en train de fixer dans sa représentation d'une dizaine un seul contexte d'utilisation, soit celui du bâtonnet pour représenter la dizaine ou encore celui de la plaquette pour représenter une centaine.

À la lumière des résultats obtenus dans cette recherche et des propos rapportés de différents auteurs cités dans ce travail, tels que Yessad (1997), Yessad-Blot (2004), Van Walle et Lovin (2007) et Poirier (2001), nous estimons qu'un enseignement de la numération positionnelle impliquant plusieurs expériences de manipulation avec du matériel varié serait possiblement une façon de permettre aux élèves dysphasiques de développer une flexibilité cognitive vis-à-vis les différents signifiants d'un même signifié et ainsi développer le concept de la numération positionnelle et non pas d'associer un seul contexte (utilisation du matériel « bloc dix » pour représenter les unités, dizaine et centaine) au concept de la numération positionnelle. De plus, puisqu'une des caractéristiques des élèves dysphasiques (voir la section 3.2.2) est une propension à la rigidité cognitive (par exemple : une dizaine = un bâtonnet), nous considérons d'autant plus important que ces élèves soient exposés à de nombreuses expériences avec divers type de matériels.

Sur le plan de la composante procédurale logico-mathématique, la comparaison de nombres s'appuyant sur la valeur des chiffres coordonnés avec leur valeur de position n'est pas apparue de façon autonome. Il a fallu apporter de l'aide afin de faire apparaître cette manifestation puisque, sans aide, la majorité des élèves fournissait des explications davantage en lien avec le sens du nombre qu'avec la numération positionnelle.

Quant à l'abstraction logico-mathématique, les résultats ont été plus variables tels que décrits dans l'analyse. La manifestation de la reconnaissance de l'inclusion des sous-groupes dans les groupes (unités, dizaines dans les centaines) n'a pas été réussie par la majorité des élèves lors des entrevues. Ces derniers confondaient l'inclusion des sous-groupes dans les groupes avec la position des chiffres dans le nombre. Van de Walle et Lovin (2007) rappellent que dans les manuels scolaires, on retrouve souvent des représentations avec des types de matériel qui sont déjà regroupés, tel que le matériel « bloc dix ». Ils précisent également que même si ce matériel est très couramment utilisé, il présente le désavantage que les élèves ne sont pas vraiment capables de les décomposer ni de les assembler. Malgré les avantages d'utilisation de ce matériel déjà groupé, soit être facile d'utilisation et représenter efficacement les grands nombres, il présente un grave inconvénient. « En effet, les élèves risquent de les utiliser sans avoir à réfléchir réellement à ce qu'ils font » (Van de Walle et Lovin, 2007, p. 132). Ils apportent l'exemple qu'un élève peut apprendre à construire le nombre quarante-deux en choisissant quatre dizaines ainsi que deux unités, sans nécessairement comprendre que, si on décomposait tous les groupes, il y aurait en tout quarante-deux unités. Pendant l'entrevue, nous avons observé que la majorité des élèves n'ont pas reconnu l'inclusion des sous-groupes dans les groupes. Ces propos ainsi que les résultats des entrevues à cet égard orientent encore une fois notre questionnement sur la variété du matériel utilisé en classe et sur le nombre d'expériences de manipulation vécu par les élèves. Cette difficulté qui a été observée dans la présente étude a également été relevée par Koudogbo (2013). En effet, lorsqu'elle établit les différents profils de performance auxquels appartiennent les dix-huit élèves de son sous-échantillon, des difficultés sur le plan de la valeur positionnelle décimale sont relevées pour une majorité d'élèves. Cette dernière illustre cette difficulté comme suit : « Tous les élèves, en proposant 7 comme étant le nombre d'unités dans 97, semblent répondre à la question, "quel est le chiffre à la position des unités?" plutôt qu'à celle posée, "combien y a-t-il d'unités dans 97?", confondant ainsi la valeur de position d'un groupe de chiffres dans le nombre avec le chiffre à une position donnée » (p. 244).

Pour terminer la discussion sur cette composante, nous ajoutons que du point de vue des liens entre les différentes composantes du modèle de Bergeron et Hercovics (1989) et à la lumière de l'analyse des résultats, nous constatons que la non-manifestation constatée chez les élèves de façon majoritaire au regard de la reconnaissance d'équivalence de quantités d'objets organisés différemment au sein de l'abstraction logico-physique semble avoir un impact important sur le plan de l'abstraction logico-mathématique, car la reconnaissance de l'inclusion des sous-groupes dans les groupes (unités, dizaines dans les centaines) n'a pas non plus été manifestée de façon autonome.

Au plan formel, nous constatons que même si l'utilisation des termes unité, dizaine et centaine nécessitait un temps de réflexion, l'ensemble des élèves était capable de lire, d'écrire de nombres ainsi que de faire des opérations de calculs écrits sur ces nombres à l'aide de processus conventionnels. Ces dernières données recueillies contredisent les résultats de Yessad (1997) sur la dictée de nombres ainsi que sur la relecture. À noter, cependant, que les résultats des travaux de Yessad (1997) dont il est question concernaient un seul enfant. Dans leur étude, Lacert et Camos (2003) ainsi que Gaillard et Willadino-Braga (2005) ont fait ressortir des difficultés sur le plan du calcul écrit en lien avec le fait que les élèves dysphasiques avaient tendance à additionner ou soustraire les piles de façon isolée. Les observations faites et les données recueillies dans la présente recherche démontrent le contraire. En effet, dans le cadre de nos entrevues, tous les élèves qui ont participé ont tous été en mesure d'effectuer les calculs écrits demandés à l'aide de processus conventionnels tant pour l'addition que la soustraction de deux nombres à deux ou trois chiffres. Une des élèves a même écrit son calcul à l'horizontale et a procédé à la soustraction et à l'addition demandées. Cependant, les chiffres impliqués dans ces opérations ne comportaient pas de zéro, nous ne sommes donc pas en mesure d'établir ou non une correspondance à cet égard. Ce dernier point constitue une limite de la présente recherche et devrait être considéré dans de possibles travaux ultérieurs.

À l'aide du modèle de Bergeron et Herscovics (1989), il est possible d'établir des liens entre les différentes composantes. Nos entrevues ont permis d'établir des liens : le fait qu'une majorité d'élèves n'a pas reconnu ni utilisé le groupement de dix comme processus efficace de dénombrement (composante procédurale logico-physique) d'une collection est en lien avec le fait qu'au premier abord, ils ne reconnaissent pas l'utilité du regroupement d'objets (composante intuitive). Comme spécifiée dans la partie qui explique le modèle, la hiérarchie des composantes est tout de même flexible sauf pour le lien entre la composante intuitive et procédurale. On voit bien ici que ce qui n'est pas acquis au plan intuitif ne l'est pas non plus au plan procédural logico-physique. Par la suite, l'analyse des résultats globaux nous permet de constater qu'à partir de l'absence de la manifestation de l'utilisation du groupement de dix comme procédure efficace d'organisation d'une collection dans le but de la dénombrer, nous avons constaté ce qui nous semble être des liens de cause à effet. À cet égard, les manifestations non apparues de façon autonome sur le plan des composantes suivantes : l'abstraction logico-physique (par exemple : reconnaissance que 10 unités équivaut à une dizaine), composante procédurale logico-mathématique (par exemple : la comparaison de nombres à l'aide de la valeur des chiffres dans le nombre) et l'abstraction logico-mathématique (par exemple : reconnaissance de l'inclusion des unités et dizaines dans les centaines) sont selon nous toutes en lien avec le fait que les élèves dysphasiques rencontrés n'ont pas encore intégré la compréhension des groupements dans la base dix au plan de leur développement conceptuel de la numération positionnelle.

Néanmoins, comme cité précédemment, sur le plan de la composante formelle, les élèves ont majoritairement réussi les calculs, et ce, à l'aide de procédés conventionnels. En lien avec ce qui vient d'être décrit sur le plan des autres composantes et de l'importance de la compréhension de chaque composante dans le développement du concept de la numération positionnelle, nous nous questionnons sur le fait que, de façon majoritaire, ces élèves réussissent bien dans les activités de calculs écrits reliés à la composante formelle, mais n'arrivent pas à démontrer, par eux-mêmes, des manifestations de compréhension reliées à des composantes préalables. Dans un document sur les normes du *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), la remarque suivante est faite : « Il n'est pas nécessaire d'attendre que les élèves aient une compréhension complète de la valeur de position pour leur fournir l'occasion de résoudre des problèmes à deux ou trois chiffres » (NCTM, 2000, p. 82). Toutefois, dans le cas présent, compte tenu du profil global des manifestations par les élèves à l'intérieur des différentes composantes du modèle de Bergeron et Herscovics (1989), nous nous questionnons à savoir si le passage à l'écriture symbolique ne s'est pas fait trop rapidement pour ces élèves présentant une dysphasie mixte sévère ou encore qu'un effort n'a pas été fourni pour permettre aux élèves de faire des liens avec leurs connaissances antérieures (compréhension de la numération positionnelle) lorsqu'on leur a introduit les procédés de calcul conventionnels. À cet égard, il est très important de faire visiter aux élèves des situations qui font des ponts entre les différents registres du signifié.

Pour terminer, des questions se posent sur la cause de certaines manifestations qui ne sont pas apparues de façon autonome. La première concerne le temps accordé en classe à la manipulation et au dénombrement de collection d'objets. Fait-on manipuler suffisamment les élèves? Leur laisse-t-on le temps de découvrir par eux-mêmes l'utilité, d'abord, du groupement d'objets sans égard au groupement des objets? Laisse-t-on suffisamment de place à des actions faisant intervenir des apprentissages socioconstructivistes en contexte de manipulation avec de grandes collections d'objets? Les élèves ont-ils l'occasion d'échanger entre eux à propos de leurs stratégies, autant les bonnes que les moins bonnes? En plus de cet aspect, une autre question se pose. Les élèves ont-ils accès à une variété de matériel (jetons, macaronis, haricots, attache à pain, trombones, boîtes, sacs, anneaux, etc.) en guise de collection à dénombrer et ainsi leur permettre de construire eux-mêmes leurs regroupements de dix, de cent ou même de mille? Le matériel « bloc dix » est-il le matériel majoritairement utilisé dans les classes? En lien avec ce questionnement, Van de Walle et Lovin (2007) font remarquer que si les élèves ont travaillé avec du matériel de base dix, ils pourront qualifier de « dizaine » une tige de longueur 10 et appeler un petit cube « une unité ». Mais ces mêmes élèves auront probablement de la difficulté à dire combien il faut d'unités pour obtenir une dizaine. Associer des mots aux deux différents types d'objets ou groupes est une chose, mais comprendre ce que représente chaque objet ou symbole en est une autre. Est-ce que l'utilisation majoritaire du matériel « bloc dix » serait la cause de ce que nous avons observé comme manifestations de la part des élèves sur le plan de la compréhension de l'abstraction logico-physique lorsque nous avons questionné les élèves sur la reconnaissance de l'équivalence de quantités d'objets organisées différemment.

En lien avec les caractéristiques des élèves dysphasiques, serait-il plus approprié de varier le type de matériel concret à dénombrer afin de ne pas renforcer, chez ces élèves, la tendance à la rigidité cognitive? En effet, ces élèves, compte tenu des caractéristiques reliées à leur trouble du langage, peuvent avoir tendance à considérer qu'une centaine correspond à une plaquette et avoir, tel qu'observé dans cette étude, de la difficulté à reconnaître qu'un sac de dix sacs de dix unités chacun représente également une centaine.

En terminant, il est important de rappeler que cette recherche, comme précisé dans le chapitre de la méthodologie, est de nature exploratoire et fait appel à un devis de type descriptif qualificatif. Nous considérons que nous avons atteint les objectifs de cette recherche. De plus, nous pensons que cette recherche ouvre la porte à d'autres études éventuelles afin de tenter d'obtenir des réponses à ces nombreuses questions et ainsi affiner davantage le portrait de la compréhension du concept de numération positionnelle chez les élèves ayant une dysphasie mixte sévère au deuxième cycle du primaire.

En effet, même si les divers questionnements suscités par nos résultats ne trouveront pas de réponses dans le cadre de cette recherche, les observations faites dans le cadre de ce mémoire et les propos rapportés des différents auteurs nous permettent de proposer des pistes d'interventions orthopédagogiques qui permettront, nous l'espérons, une meilleure compréhension du concept de numération positionnelle chez ces élèves.

Parmi les pistes d'interventions orthopédagogiques qui pourraient être utilisées en classe avec des élèves dysphasiques, nous proposons, dans un premier temps, d'utiliser le Tableau 1, présenté à la page 46, comme guide d'investigation orthopédagogique des connaissances des élèves sur la numération positionnelle. Ce tableau permettrait de noter les manifestations des élèves en lien avec diverses composantes du modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989). Par la suite, ces observations pourraient être utilisées pour : 1) situer l'élève en fonction de sa compréhension, 2) fournir des interventions orthopédagogiques à partir de ce qu'il sait ou de ce qu'il maîtrise et 3) l'accompagner, par le biais d'activités planifiées et graduelles, dans son processus de compréhension du concept de la numération positionnelle afin de faire apparaître les manifestations associées à chaque composante du modèle.

Duquesne (2004) nous rappelle que « L'enjeu pédagogique de l'apprentissage de notre système de numération se ramène à la compréhension de la construction de groupements de 10 et d'un changement d'unité » (p. 1). En conséquence, les activités proposées dans le cadre d'interventions orthopédagogiques visant la compréhension du concept de numération positionnelle devraient inclure le recours à une panoplie de matériel de manipulation (trombones, jetons, macaronis, cure-dents, attaches à pain, goupilles, bâtonnets à café, matériel bloc dix, abaque, monnaie, etc.). En effet, Biron et Caron (2007), stipulent que « Le recours à du matériel (objets de tous les jours ou moins formalisés comme les multibases ou les centicubes) peut aider les élèves à visualiser les quantités et la formation des groupements de dix qui sont sous-jacents à l'écriture des nombres » (p. 41). Comme décrit dans la discussion (p. 89-90), Poirier (2001) présente les trois grands types de matériel, soit le matériel aux groupements apparents et accessibles (par exemple, du matériel de tous les jours), le matériel aux groupements apparents, mais non accessibles (par exemple, le matériel « bloc base dix ») et le matériel aux groupements symboliques (par exemple : l'abaque, le boulier ou l'argent) qui peuvent être utilisés en fonction de la notion étudiée et du groupe d'élèves (p. 38 et 39). Afin de bien construire des concepts reliés à la base dix, une condition est essentielle : « Les élèves devraient avoir fréquemment l'occasion de dénombrer des ensembles d'objets de différentes façons » (Van de Walle et Lovin, 2007, p. 130). Il est important aussi d'utiliser un matériel représentant les unités, dizaines et centaines qui est proportionnel. « En d'autres mots, un tel modèle représente une dizaine vraiment dix fois plus grande qu'une unité, et une centaine, dix fois plus grande qu'une dizaine » (Van de Walle et Lovin, 2007, p. 131). Afin de permettre aux élèves de bien se représenter les relations entre les unités, les dizaines et les centaines, il faut fournir aux élèves plusieurs occasions afin qu'ils puissent former des dizaines avec des objets isolés. Plus les élèves dysphasiques utiliseront du matériel varié pour faire ces regroupements, plus on augmente les chances de développer une flexibilité cognitive chez eux. Ils s'habitueront donc à reconnaître le même signifié chez différents signifiants. C'est principalement à cette étape qu'il est important de faire réfléchir les élèves sur la relation entre les unités et les dizaines. Ainsi la maîtrise de la manipulation du matériel constitué d'objets groupables tels que des haricots, des macaronis, etc. avec des sacs de plastique transparents ou encore des godets de plastique pour créer des dizaines constitue une bonne transition pour abordé le matériel aux groupements apparents, mais non accessibles tel que le matériel « bloc dix ». Nous pensons également que les interventions orthodidactiques sur la numération positionnelle devraient prévoir des situations où le regroupement par dix et son emboîtement trouvent leur nécessité et leur pertinence non seulement dans les activités de calcul, mais, d'abord dans des activités d'écriture de nombres.

En ce qui a trait à l'utilisation de la technologie, le tableau blanc interactif est un outil pédagogique reconnu, mais nous croyons que, dans le cas spécifique de l'enseignement des mathématiques, il ne devrait pas remplacer, en aucun cas, les occasions de manipulation avec des objets concrets.

CONCLUSION

La conclusion représente une synthèse de l'ensemble de ce mémoire de maîtrise. Les éléments les plus représentatifs et significatifs en lien avec notre question de recherche et les objectifs associés sont relevés et soulignés. Dans ce qui suit, nous présentons d'abord un résumé de chaque chapitre. Nous divulguons ensuite des retombées et des pistes orthopédagogiques que nous considérons pouvant être utiles pour soutenir la construction du concept de numération positionnelle auprès d'élèves dysphasiques mixte sévère. Nous précisons également les limites de cette étude de cas. Enfin, nous indiquons des perspectives de recherche qui pourraient être suivies dans de futures recherches en orthodidactie des mathématiques pour approfondir l'intervention orthopédagogique offerte à des élèves dysphasiques en regard de la compréhension du concept de numération positionnelle.

Le premier chapitre présente la problématique et le contexte dans lequel s'inscrit la présente recherche. Les travaux de recherche portant sur les difficultés d'apprentissage en mathématiques des élèves ayant une dysphasie mixte sévère font état d'une variété de difficultés dans différents domaines mathématiques tels que le traitement du nombre, le comptage et le calcul pour ne nommer que ceux-là. Cependant, très peu de recherches traitent de la compréhension du concept de numération positionnelle par ces élèves. Pourtant, ce concept constitue un des éléments fondamentaux à la base des nombreux apprentissages en mathématiques. En effet, si ce concept n'est pas compris, cela aura des conséquences au plan de l'acquisition et du développement d'autres concepts mathématiques plus complexes (Gaudreau, 2005). À ce sujet, Poirier (2001) précise, par exemple, qu'une maîtrise insuffisante de notre système de numération peut amener les élèves à faire des erreurs à propos de l'apprentissage des algorithmes. « Ainsi, l'élève qui doit faire un échange, en vue d'une retenue en addition ou d'un emprunt en soustraction, sans avoir compris notre système positionnel, aura beaucoup de difficulté à faire correctement son calcul » (Poirier, 2001, p. 60). C'est pour ces raisons que nous nous sommes intéressés à la compréhension du concept de numération positionnelle chez les élèves ayant une dysphasie mixte sévère du deuxième cycle du primaire. Particulièrement, nous cherchons à répondre à la question suivante : « Comment se manifeste la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves présentant une dysphasie mixte sévère au deuxième cycle du primaire en contexte orthopédagogique? »

Le deuxième chapitre de ce mémoire définit les concepts à la base de cette recherche, soit la compréhension de la numération positionnelle ainsi que le modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989). Ce modèle de compréhension vise à représenter différentes composantes de la compréhension impliquées dans la construction de concept mathématique. Il permet d'identifier des observations qui relèvent de manifestations des composantes de la compréhension. Ce modèle se divise en deux paliers de la compréhension, soit le palier du concept préliminaire que nous nommerons le palier logico-physique où l'élève interagit avec des objets et le palier du concept mathématique émergent, que nous nommerons le palier logico-mathématique où l'élève interagit avec des nombres. Dans la présente étude de cas, nous avons choisi d'analyser les données à l'aide du modèle de compréhension en mathématiques de Bergeron et Herscovics (1989), lequel a déjà été validé pour le concept de numération positionnelle pour des élèves du primaire par Deblois (1996).

Le troisième chapitre concerne la méthode de recherche. Afin d'obtenir des informations sur la compréhension du concept de numération positionnelle des élèves ayant une dysphasie mixte sévère, nous avons choisi d'utiliser l'entrevue semi-dirigée comme outil de cueillette de données. Nous avons sélectionné des élèves du deuxième cycle du primaire qui vivaient des difficultés en lien avec la numération positionnelle. Pour cette étude de cas, nous avons fait des entrevues individuelles avec cinq participants. L'entrevue semi-dirigée a pris la forme d'une expérimentation orthopédagogique préalablement structurée par une grille d'entrevue au cours de laquelle chaque élève a manifesté sa compréhension du concept de numération positionnelle en fonction des composantes du modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989).

Soulignons que le but visé par cette étude de cas était d'obtenir un portrait global de la compréhension du concept de numération positionnelle chez les élèves présentant une dysphasie sévère mixte au deuxième cycle du primaire. En fait, le premier objectif consistait à décrire les manifestations de la compréhension de ce concept chez ces élèves, tandis que le second visait à analyser ces manifestations à l'aide du modèle précité.

Le quatrième chapitre présente l'analyse des données. À la suite des entrevues, nous avons procédé à l'analyse des manifestations des élèves à l'aide du modèle de compréhension précité et nous avons fait ressortir plusieurs éléments de compréhension en ce qui concerne les différentes composantes du modèle de compréhension. Ces différents constats ont suscité de nombreuses questions. Globalement, sur le plan des manifestations, nous avons constaté les éléments qui suivent.

1) Sur le plan de la composante intuitive :

- La majorité des élèves a été capable de fournir une estimation du nombre de macaronis dans la collection. Le nombre estimé était majoritairement loin du nombre réel. Toutefois, au début de l'entrevue, une majorité d'élèves ne reconnaissait pas l'existence et le rôle utile du regroupement d'objets pour dénombrer.

2) Sur le plan de la composante procédurale logico-physique :

- La majorité des participants n'ont pas utilisé le groupement de dix comme moyen de dénombrement rapide et efficace. Pour faire apparaître cette manifestation, la forme d'aide prévue à la grille d'entrevue a dû être utilisée. Ce n'est qu'à la suite de la présentation d'une collection de macaronis déjà organisée en groupement de dix, et ce, de façon visible que la manifestation est apparue et que le comptage de la collection s'est adapté au type d'organisation, soit des groupements de 10 et de 100.

3) Sur le plan de l'abstraction logico-physique :

- Le principe de cardinalité a été reconnu. Toutefois, des élèves ont démontré une compréhension partielle en regard de la reconnaissance d'équivalence de quantités d'objets organisées différemment et de l'inclusion des sous-groupes dans les groupes (unités et dizaines dans les centaines);
- Des élèves sont parvenus, à l'aide de questionnements, à généraliser leur compréhension du concept de numération positionnelle même avec l'utilisation de matériel et de contexte différents de ceux auxquels ces élèves sont habitués. De là, nous trouvons pertinent de proposer des pistes d'interventions orthopédagogiques afin que les élèves généralisent leur compréhension du concept de numération positionnelle, peu importe le type de matériel utilisé.

4) Sur le plan de la composante procédurale logico-mathématique :

- Les élèves ont été en mesure d'utiliser une représentation des nombres pour nommer un groupement (dizaine ou centaine). Cependant, en ce qui concerne la comparaison de nombres en s'appuyant sur la valeur des chiffres en lien avec leur position, cette manifestation n'est pas apparue de façon autonome pour la majorité des élèves. Ils n'ont pas réussi à manifester leur compréhension à l'aide d'arguments en lien avec le concept de numération positionnelle. Les réponses fournies, sans aide, relevaient davantage soit, du sens du nombre, soit en émettant une possibilité d'erreur de la part de l'autre élève qui aurait écrit le nombre de la mauvaise manière.

5) Sur le plan de l'abstraction mathématique :

-La reconnaissance de l'inclusion des sous-groupes dans les groupes (unités, dizaines dans les centaines) n'a pas été réussie par la majorité des élèves lors des entrevues. Ces derniers confondaient l'inclusion des sous-groupes dans les groupes avec la position des chiffres dans le nombre.

6) Sur le plan formel :

- L'ensemble des élèves est capable de lire, d'écrire de nombres ainsi que de faire des opérations de calculs écrits sur ces nombres à l'aide de processus conventionnels, et ce, même si l'utilisation conventionnelle des termes unité, dizaine et centaine nécessitait un temps de réflexion.

Pour terminer l'aspect formel de la compréhension du concept de numération positionnelle, sans que cela soit l'objet de la présente recherche, la lecture des résultats obtenus dans certains travaux de recherche réalisés en France, tels que ceux de Yessad (1997, 2004) avec des enfants dysphasiques, suscite en nous un questionnement en regard de certaines difficultés identifiées par cette chercheuse concernant l'écriture des nombres dans la suite numérique. Parmi les participants de ce présent mémoire, cette difficulté n'a pas été observée. Cette observation nous amène donc à nous questionner sur l'enseignement des mathématiques auprès des élèves dysphasiques. En effet, se pourrait-il que l'enseignement et le suivi orthopédagogique dont les élèves dysphasiques bénéficient dans les classes de langage québécoises aient une influence positive sur le développement de la compréhension du concept de numération positionnelle?

Les retombées et les pistes orthopédagogiques

Bien que les résultats de ce mémoire de maîtrise suscitent plus de questions que de réponses, nous pensons que ces questionnements et les propositions de pistes orthopédagogiques avancées dans cette étude montrent la pertinence de poursuivre la recherche sur ce sujet. Des résultats de ce mémoire pourraient servir tant au plan professionnel que sur le plan de la recherche. La grille d'entrevue peut servir à la fois d'outil aux enseignants pour « observer » la compréhension du concept de numération positionnelle de leurs élèves ou encore d'éléments déclencheurs pour amorcer ou poursuivre une démarche de questionnement concernant les activités d'apprentissages proposées aux élèves dysphasiques dans leurs classes.

À cet égard, nous proposons diverses pistes orthopédagogiques. L'utilisation du Tableau 1 (page 46) qui présente diverses manifestations à observer qui correspondent à chacune des composantes de compréhension du concept de numération positionnelle selon le modèle de Bergeron et Herscovics (1989) est proposée. Une autre piste orthopédagogique concerne l'utilisation d'une panoplie de matériel de manipulation (trombones, macaronis, cure-dents, bâtonnets à café, matériel « bloc dix », abaque, monnaie, etc.) afin que les élèves puissent généraliser la procédure de groupement de dix et non pas l'associer à un type de matériel en particulier. Une autre piste orthopédagogique concerne l'utilisation de types de matériel qui correspondent au degré de développement de l'élève sur le plan de la numération positionnelle. Tel que précisé par Poirier (2001), il existe trois grands types de matériel de manipulation pour travailler la numération. En premier lieu, on retrouve le matériel aux groupements apparents et accessibles qui est utile pour travailler les groupements. Ensuite, le matériel aux groupements apparents, mais non accessibles qui permet de prendre en considération l'aspect « échange » de notre système de numération. Par la suite, le matériel aux groupements symboliques tels que l'abaque, le boulier ou l'argent. Avec ce type de matériel, les groupements ne sont ni accessibles ni apparents, il devrait donc être introduit plus tard que les deux autres.

Les limites de l'étude

Cette recherche comporte des limites et des biais qu'il est important d'identifier. Sur le plan des limites, il y a d'abord le fait que les nombres avec lesquels les élèves ont travaillé ainsi que ceux utilisés dans les opérations d'additions et de soustractions de la grille d'entrevue n'incluaient pas de nombres avec des zéros. Nous n'avons donc pas pu valider le sens accordé à la présence du zéro dans l'écriture d'un nombre. Il pourrait être intéressant, dans une future recherche avec des élèves dysphasiques, de se préoccuper du sens accordé au zéro dans un nombre, car la présence de ce chiffre dans un nombre ne veut pas dire qu'il n'y a rien. Il y a aussi la possibilité que, pendant l'entrevue, l'expérimentatrice en apportant un autre type d'aide que celle prévue à la grille d'entrevue ait fait apparaître des manifestations qui auraient nécessité une aide à des questions ultérieures. De plus, certaines questions n'ont pas été posées à certains élèves pour des raisons d'estime de soi et d'horaire.

En ce qui concerne les biais, il est important de rappeler qu'ils sont inhérents à la recherche qualitative, mais qu'il est important de tenter d'en diminuer l'impact sur les résultats. Afin de minimiser les différents biais qui peuvent influencer les résultats de cette recherche, une validation de la grille d'entrevue a eu lieu préalablement aux entrevues afin de s'assurer de la compréhensibilité et de la pertinence des questions. Nous avons également tenté de réduire le plus possible l'influence des biais psychosociaux parmi lesquels on retrouve le biais acteur-observateur qui peut influencer les comportements ainsi que le biais de l'expérimentateur en faisant une écoute très attentive des enregistrements audiovisuels des entrevues et en produisant un verbatim précis des gestes et des paroles lors des entrevues.

Les perspectives de recherche

En terminant, nous rappelons que ce travail de recherche, de nature exploratoire, a suscité de nombreux questionnements. Dans ce paragraphe, nous suggérons quelques avenues possibles de recherches futures. Le but de ces suggestions étant de poursuivre la recherche de moyens pour permettre aux élèves ayant une dysphasie mixte sévère de démontrer leur plein potentiel en mathématiques et ainsi améliorer possiblement leur scolarité.

Voici d'ailleurs les perspectives de recherche que nous suggérons. : il pourrait être intéressant de vérifier la pertinence ainsi que les effets sur l'apprentissage du concept de numération positionnelle, des pistes orthopédagogiques proposées dans ce mémoire. Une étude comparative dans une classe langage avec un groupe témoin pendant le premier cycle du primaire serait une possibilité de recherche à considérer. Cette étude potentielle pourrait mesurer les effets des pistes orthopédagogiques proposées dans ce mémoire. Les résultats d'une entrevue clinique à la fin du premier cycle avec un groupe témoin pourraient être comparés aux résultats de la même entrevue du groupe qui a intégré les pistes orthopédagogiques à sa pédagogie. Cette étude comparative se prolongeant sur deux années pourrait permettre d'établir, s'il y a lieu, les effets possibles des pistes orthopédagogiques proposées dans ce mémoire. Cela constituerait, selon nous, un continuum pertinent et très à propos dans l'optique d'en connaître davantage sur le développement du concept de numération positionnelle chez les élèves dysphasiques, mais aussi dans le but d'offrir des outils orthopédagogiques en mathématiques aux enseignants des classes de langage.

RÉFÉRENCES

AQEA Chapitre de Québec. (2006). *La dysphasie : portraits d'enfants.* (Brochure). Québec.

Barth, B.M. (2002). *Le savoir en construction : former à une pédagogie de la compréhension.* Paris : Retz.

Bergeron, J. C., et Herscovics, N. (1982). Des modèles de la compréhension. *Revue des sciences de l'éducation, 8*, no 3, 1982, 576-596.

Bergeron, J. C., et Herscovics, N. (1989). Un modèle de la compréhension pour décrire la construction de schèmes conceptuels mathématiques. Dans *Actes de la 41e Rencontre C.I.E.A.E.M.* (Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques) (pp. 139-147). Bruxelles, Belgique.

Bernarz, N., et Janvier, B. (1982). The understanding of numeration in primary school. *Educational Studies in Mathematics, 13,* 33-57.

Bendefa, O., et Lafortune, L. (2010). Représentations de la compréhension dans l'enseignement des mathématiques au Maroc. Dans L. Lafortune, S. Fréchette, N. Sorin, P.A. Doudin et O. Albanese (dir.), *Approches affectives, métacognitives et cognitives de la compréhension* (pp. 65-81). Québec : Presses de l'Université du Québec.

Biron, D., et Caron, É. (2007). *Développement de la pensée mathématique chez l'enfant de 4 à 8 ans. Guide pour l'enseignement et l'apprentissage de l'arithmétique.* Sherbrooke : Éditions du CRP.

Blanchet, A., et Gotman, A. (1992). *L'enquête et ses méthodes : l'entretien.* Paris : Nathan.

Bruner, J. (1960). *The Process of Education.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Byers, V. et Herscovics, N. (1977). Understanding school mathematics. *Mathematics Teaching,* no. 81, 24-27.

Chevrier, J. (2009). La spécification de la problématique. Dans B. Gauthier (dir.), *Recherche sociale. De la problématique à la collecte de données* (p. 80). Québec : Presses de l'Université du Québec.

Cowan, R., Donlan, C., Newton, E.J., et Lloyd, D. (2005). Number skills and knowledge in children with specific langage impairment. *Journal of Educational Psychology, 97,* no 4, 732-744.

DeBlois, L. (1994). Analyse d'une intervention en mathématique auprès d'enfants en difficulté d'apprentissage au primaire. *Bulletin AMQ, 34,* no 4, 18-29.

DeBlois, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 16,* no 1, 71-128.

Desjardins, V. (2006). *Le développement professionnel d'enseignants intervenant auprès d'élèves dysphasiques* (Mémoire de maîtrise inédit). Université de Montréal, QC.

Dionne, J. (1986). *Effet de l'analyse conceptuelle des mathématiques, de leur apprentissage et de leur enseignement chez des enseignants et enseignantes du primaire* (Thèse de doctorat inédite). Université Laval, Québec, QC.

Dionne, J. (1995). Partie 5 : Mathématiques. Dans L. Saint-Laurent (dir.), J. Giasson, C. Simard, J. Dionne et É. Royer (collab.), *Programme d'intervention auprès des élèves à risque. Une nouvelle option éducative* (pp. 189-250). Boucherville : Gaëtan Morin éditeur.

Douady, R. 1986. Jeu de cadres et dialectique outil-objet. *Recherche en didactique des mathématiques, 7,* no 2, 5-31.

Duquesne, F. (2004). Quelques pistes pour mieux appréhender les difficultés d'apprentissage mathématiques des enfants dysphasiques. Dans Couteret, P. (coord.), *Les troubles spécifiques du langage oral et écrit,* CD-Rom, Scerén, Nord Pas-de-Calais : CRDP.

Fortin, M. F. (2010). *Fondements et étapes du processus de recherche : Méthodes quantitatives et qualitatives* (2e éd.). Montréal : Chenelière Éducation.

Gaillard, F., et Willadino-Braga, L. (2005). Calcul et langage dans le développement et les troubles de l'apprentissage. Dans A. Van Hout, C. Meljac et J-P. Fischer (dir.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp. 195-216). Paris : Masson.

Gaudreau, A. (2005). *Échec en math? Dépistage et intervention auprès des élèves à risque au préscolaire et au premier cycle.* Montréal : Éditions Hurtubise HMH.

Girard, L. (1996). *Études des difficultés mathématiques chez l'enfant dysphasique.* Mémoire pour CCO. Paris.

Koudogbo, J. (2013). *Portrait actuel des connaissances d'élèves de troisième année de l'ordre primaire et de situations d'enseignement sur la numération de position décimale* (Thèse de doctorat inédite). Université du Québec à Montréal, QC.

Lacert, P., et Camos, V. (2003). Les difficultés du calcul du dysphasique. Dans C.L. Gérard et V. Brun (dir.), *Les dysphasies* (pp. 111-117). Paris : Éditions Masson.

Lamrabet, D. (1992). *Printemps des mathématiques à Fès du 4 au 8 mai,* document réalisé par la faculté des sciences de Fès et l'ENS de Rabat en collaboration avec la Coopération éducative.

Lussier, F., et Flessas, J. (2009). *Neuropsychologie de l'enfant. Troubles développementaux et de l'apprentissage* (2e éd.). Paris : Dunod.

Mainela-Arnold, E., Alibali, M.W., Ryan, K., et Evans, J.L. (2011). Knowledge of mathematical equivalence in children with specific language impairment : insights from gesture and speech. *Language, Speech, and Hearing Services in schools, 42*, 18-30.

Mary, C., et Myre-Bisaillon, J. (2006). Intégration d'élèves avec troubles de langage en classe de mathématiques, 2e année : portrait d'élèves. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 9*, no 2, 187-199.

Mary, C., et Schmidt, S. (2003). La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire. *Éducation et francophonie, 31*, no 2, 1-12.

Mawfik, N. (1999). *Compréhension de la notion de continuité d'une fonction numérique à variable réelle chez des élèves de secondaire* (Thèse de doctorat inédite). Université de Montréal, QC.

Michallet, B., Boudreault, P., Théolis, M., et Lamirande, K. (2004). Dysphasie et fonctionnement familial : des parents nous font part de leurs perceptions. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, nos 76-77, 38-41.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, Gouvernement du Québec. (2004). *L'enseignement aux adolescents dysphasiques : vers un modèle de concertation pluridisciplinaire.* Direction générale de la formation des jeunes, Direction de l'adaptation scolaire.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston (Virginie): NCTM.

Piaget, J. (1974a). *La prise de conscience*. Paris : Presses universitaires de France.

Piajet, J. (1974b). *Comprendre et réussir*. Paris : Presses universitaires de France.

Pirie, S. E. B. et Kiren, T. 1989. A recursive theory of mathematical understanding. *For the Learning of Mathematics*, *9*, no 3, 7-11.

Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire : Notes didactiques*. Québec : Éditions du Renouveau Pédagogique Inc.

Rivera Vergara, A. (2009). *Étude de l'efficacité des classes de langage dans la région de Montréal sur la réussite éducative des élèves dysphasiques sévères* (Mémoire de maîtrise inédit). Université de Montréal, QC.

Rivera Vergara, A., Beauregard, F., et Trépanier, N.S. (2010). La classe de langage. Un modèle de service pour les élèves dysphasiques sévères. Dans N.S. Trépanier et M. Paré (dir.), *Des modèles de services pour favoriser l'intégration scolaire* (pp. 104-129). Québec : Presses de l'Université du Québec.

Roy, A. (1996). *Manifestation de la compréhension de l'aire du rectangle chez des étudiants-maîtres en formation initiale à l'enseignement primaire* (Mémoire de maîtrise inédit). Université du Québec à Rimouski, QC.

Savoie-Zajc, L. (2009). L'entrevue semi-dirigée. Dans B. Gauthier (Éd.), *Recherche sociale. De la problématique à la collecte des données* (5e éd., p.337-360). Québec : Presses de l'Université du Québec.

Schmidt, S., et Thivierge, L. (2003). Interactions sociales et apprentissages mathématiques dans une classe d'élèves en difficulté grave d'apprentissage. *Éducation et francophonie, 31*, no 2, 125-153.

Sierpinska, A. (1992). *Sur l'acte de compréhension des mathématiques*. Communication présentée lors d'un séminaire de recherche à l'Université Laval. Sainte-Foy (Québec).

Skemp, R. R. 1976. Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, no 77, 20-26.

Van de Walle, J.A., et Lovin, L.H. (2007). *L'enseignement des mathématiques. L'élève au centre de son apprentissage*. Tome 1. Québec : Éditions du Renouveau Pédagogique Inc.

Van Hiele, D. & P. (1958). Report on methods of initiation into geometry. Dans *Freudenthal, Hans, Gröningen et J. B. Wolters.*

Van Hout, A., et Van Hout, G. (1999). Origine linguistique de certains troubles du calcul chez l'enfant. Dans *Les activités numériques. Opérations logiques et formulations langagières* (pp. 189-212). Paris : PUF.

Vergnaud, G. 1983. « Multiplicative structures. » *In Acquisition of mathematics concepts and processes.* R. Lesh and M. Landau (dir.). New-York : Academic Press.

Yessad, Y. (1997). La représentation des nombres chez l'enfant dysphasique; un exemple. *Actes de la Journée de l'École doctorale : Éducation, langage*, et sociétés : approches plurielles (pp. 41-62). Paris : L'Harmattan.

Yessad-Blot, Y. (2004). Mathématiques et dysphasies à l'école élémentaire : un exemple de stratégie pédagogique : Dysphasie. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, 76-77, 117-122.

APPENDICE A

DOCUMENTS D'INFORMATION, DE CONSENTEMENT ET CERTIFICAT D'ÉTHIQUE

Date

Comité d'éthique de la recherche
Décanat des études de cycles supérieurs et de la recherche
Local 2062, pavillon Pierre-Boucher
Université du Québec à Trois-Rivières

OBJET : Lettre d'autorisation permettant la réalisation du projet de recherche de madame Pascale Jean à l'école primaire ______________________.

Madame, Monsieur,

Par la présente lettre, je confirme que madame Pascale Jean, étudiante à la maîtrise à l'Université du Québec à Trois-Rivières, m'a décrit son projet de mémoire qui s'intitule « Manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves du 2^{e} cycle du primaire présentant une dysphasie mixte sévère ». Elle m'a aussi expliqué la pré-expérimentation et l'expérimentation qu'elle désire réaliser à l'école ________________. Je confirme que j'ai également pris connaissance de la lettre d'information aux parents ainsi que du document de consentement parental que madame Jean prévoit faire parvenir aux parents des enfants sélectionnés, et ce, à la suite de la délivrance de son certificat d'éthique.

J'autorise donc madame Pascale Jean à réaliser sa pré-expérimentation et son expérimentation, liées à son mémoire de maîtrise, à l'école ______________________.

______________________________ ________________________

Prénom et nom, directeur Date
École ________________
Adresse
Ville
Code postal
Tél. __________________

LETTRE D'INFORMATION

Invitation à participer au projet de recherche *Manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves du 2^e^ cycle du primaire présentant une dysphasie mixte sévère.* Phase d'expérimentation.

Pascale Jean,
Étudiante à la maîtrise en éducation (avec mémoire).
Département des sciences de l'éducation.
Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR).

Directrice de la maîtrise : Anne Roy, Ph. D. en sciences de l'éducation. Professeure et didacticienne des mathématiques, UQTR.
Codirectrice de la maîtrise : Pascale Blouin, Ph. D. en orthopédagogie. Professeure et didacticienne des mathématiques, UQTR.

La participation de votre enfant à la recherche, qui vise à mieux comprendre comment se manifeste la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves présentant une dysphasie mixte sévère au deuxième cycle du primaire serait grandement appréciée.

Objectifs

Les objectifs de ce projet de recherche sont de décrire et d'analyser les diverses manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle chez ces élèves. La numération positionnelle constitue la base pour le développement des apprentissages mathématiques subséquents. Ce concept permet d'écrire tous les nombres avec dix chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et la valeur de chaque chiffre dépend de la position qu'il occupe dans le nombre, soit l'unité, la dizaine ou la centaine. Ce système de numération repose donc sur trois principes : le groupement (lorsqu'il y a 10 unités, celles-ci sont regroupées en une dizaine, par exemple), l'échange (par exemple, 10 unités peuvent être échangées contre une **dizaine et vice versa) et la valeur** positionnelle (la valeur de chaque chiffre dépend de la position qu'il occupe dans le nombre). Le second objectif de cette recherche est d'analyser ces manifestations à l'aide d'un modèle de compréhension en mathématiques.

Numéro du certificat : CER-12-180-06.14
Certificat émis le 18 mai 2012

Les renseignements donnés dans cette lettre d'information visent à vous aider à comprendre exactement ce qu'implique l'éventuelle participation de votre enfant à la recherche et à prendre une décision éclairée à ce sujet. Nous vous demandons donc de lire le formulaire de consentement attentivement et de poser toutes les questions que vous souhaitez poser. Vous pouvez prendre tout le temps dont vous avez besoin avant de prendre votre décision.

Tâche

La participation de votre enfant à ce projet de recherche consiste à participer à une entrevue individuelle (l'expérimentatrice [Pascale Jean, étudiante à la maîtrise] et votre enfant) pendant laquelle votre enfant aura à manipuler du matériel concret (cubes, bâtonnets de bois, enveloppes, etc.) selon des consignes données par l'expérimentatrice. Les rencontres débuteraient à la mi-mars 2013. Le lieu de passation se situera à l'école du Soleil-Levant à Mascouche. La durée prévue de chaque rencontre est de 30 minutes à une fréquence d'une fois par semaine. Un total de deux rencontres par élève est prévu. Les entrevues seront filmées. Les données audio-visuelles recueillies le sont dans un but d'analyse de données.

Risques, inconvénients, inconforts

Aucun risque n'est associé à la participation de votre enfant. Le temps consacré au projet, soit environ une heure demeure le seul inconvénient.

Bénéfices

Les parents des élèves, qui participent à la recherche, pourront s'ils le désirent avoir une meilleure connaissance de la qualité de la compréhension du concept de numération positionnelle de leur enfant. Un rapport sera rédigé pour les parents à la fin de la recherche et, au besoin, un entretien sera effectué avec les parents pour expliquer le contenu du rapport. La contribution à l'avancement des connaissances au sujet de la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves du 2e cycle du primaire présentant une dysphasie mixte sévère s'avère également un bénéfice direct prévu à la participation de votre enfant. Aucune compensation d'ordre monétaire n'est accordée.

Confidentialité

Les données recueillies dans le cadre de cette étude sont entièrement confidentielles et ne pourront en aucun cas mener à l'identification de votre enfant. La confidentialité de votre enfant sera assurée en donnant un nom fictif aux participants des entrevues.

Les résultats de la recherche, qui seront diffusés ne permettront pas d'identifier les participants.

Les données recueillies seront conservées sous clé USB ou dans un ordinateur dont l'accès est protégé par un mot de passe et les seules personnes qui y auront accès seront Pascale Jean, étudiante à la maîtrise, Anne Roy et Pascale Blouin, directrice et codirectrice de maîtrise de Pascale Jean. Ces données seront détruites après l'obtention du diplôme de maîtrise de Pascale Jean, qui est prévue pour la fin de l'année 2014, et ne seront pas utilisées à d'autres fins que celles décrites dans le présent document.

Participation volontaire

La participation de votre enfant à cette étude se fait sur une base volontaire. Vous êtes entièrement libre d'accepter que votre enfant participe ou non. De plus, votre enfant (ou vous-même à titre de parent) pourra se retirer en tout temps sans préjudice et sans avoir à fournir d'explications.

La chercheuse se réserve aussi la possibilité de retirer un participant en lui fournissant des explications sur cette décision.

Responsable de la recherche

Pour obtenir de plus amples renseignements ou pour toute question concernant ce projet de recherche, vous pouvez communiquer avec Pascale Jean, étudiante à la maîtrise aux numéros de téléphone suivants : (450) 588-4641 ou (514) 434-4641.

Question ou plainte concernant l'éthique de la recherche

Cette recherche est approuvée par le comité d'éthique de la recherche avec des êtres humains de l'Université du Québec à Trois-Rivières et un certificat portant le numéro CER-12-180-06.14 a été émis le 18 mai 2012.

Pour toute question ou plainte d'ordre éthique concernant cette recherche, vous devez communiquer avec la secrétaire du comité d'éthique de la recherche de l'Université du Québec à Trois-Rivières, au Décanat des études de cycles supérieurs et de la recherche, par téléphone (819) 376-5011, poste 2129 ou par courrier électronique CEREH@uqtr.ca.

Numéro du certificat : CER-12-180-06.14
Certificat émis le 18 mai 2012

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT

Engagement Pascale Jean, étudiante à la maîtrise en éducation

Moi, Pascale Jean m'engage à procéder à cette étude conformément à toutes les normes éthiques qui s'appliquent aux projets comportant la participation de sujets humains.

Consentement du participant

Je, [nom du parent]________________________________, confirme avoir lu et compris la lettre d'information au sujet du projet *Manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves du 2^e cycle du primaire présentant une dysphasie mixte sévère* – Phase expérimentation
J'ai bien saisi les conditions, les risques et les bienfaits éventuels de la participation de mon enfant. On a répondu à toutes mes questions à mon entière satisfaction. J'ai disposé de suffisamment de temps pour réfléchir à ma décision de participer ou non à cette recherche. Je comprends que la participation de mon enfant est entièrement volontaire et que je peux ou qu'il peut décider de se retirer en tout temps, sans aucun préjudice.

J'accepte donc librement que mon enfant ______________________________ participe à ce projet de recherche.

J'accepte librement de participer à ce projet de recherche : ______________________ (signature de l'élève participant).

Parent ou tuteur :	Chercheuse ou chercheur :
Signature :	Signature :
Nom :	Nom :
Date :	Date :

Numéro du certificat : CER-12-180-06.14
Certificat émis le 18 mai 2012

Université du Québec à Trois-Rivières

CERTIFICAT D'ÉTHIQUE DE LA RECHERCHE

RAPPORT DU COMITÉ D'ÉTHIQUE :

Le comité d'éthique de la recherche, mandaté à cette fin par l'Université, certifie avoir étudié le protocole de recherche :

Titre du projet : Manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves du 2e cycle du primaire présentant une dysphasie mixte sévère. (Phase d'expérimentation)

Chercheurs : Pascale Jean
Département des sciences de l'éducation

Organismes : Aucun

et a convenu que la proposition de cette recherche avec des êtres humains est conforme aux normes éthiques.

PÉRIODE DE VALIDITÉ DU PRÉSENT CERTIFICAT :

Date de début : 25 mai 2013 Date de fin : 25 mai 2014

COMPOSITION DU COMITÉ :

Le comité d'éthique de la recherche de l'Université du Québec à Trois-Rivières est composé des catégories de personnes suivantes, nommées par le conseil d'administration :

- six professeurs actifs ou ayant été actifs en recherche, dont le président et le vice-président;
- une personne membre ou non de la communauté universitaire, possédant une expertise dans le domaine de l'éthique
- un(e) étudiant(e) de deuxième ou de troisième cycle;
- un technicien de laboratoire;
- une personne ayant une formation en droit et appelée à siéger lorsque les dossiers le requièrent;
- une personne extérieure à l'Université;
- un secrétaire provenant du Décanat des études de cycles supérieurs et de la recherche ou un substitut suggéré par le doyen des études de cycles supérieurs et de la recherche.

SIGNATURES :

L'Université du Québec à Trois-Rivières confirme, par la présente, que le comité d'éthique de la recherche a déclaré la recherche ci-dessus mentionnée entièrement conforme aux normes éthiques.

Hélène-Marie Thérien
Présidente du comité

Fanny Longpré
Secrétaire du comité

Date d'émission : 25 avril 2013

N° du certificat : CER-12-180-06.14

DECSR

Numéro du certificat : CER-12-180-06.14
Certificat émis le 18 mai 2012

Université du Québec à Trois-Rivières

CERTIFICAT D'ÉTHIQUE DE LA RECHERCHE

ANNEXE

Votre projet de recherche «**Manifestations de la compréhension du concept de numération positionnelle chez des élèves du 2e cycle du primaire présentant une dysphasie mixte sévère. (Phase d'expérimentation)**» se termine le **14 mars 2014**, votre certificat portant le numéro **CER-12-180-06.14** est valable pour 12 mois.

En acceptant ce certificat d'éthique vous vous engagez à :

1. Informer le CER par écrit de tout changement qui doit être apporté à la présente recherche ou aux documents destinés aux participants, tels que publicité pour le recrutement, lettre d'information et formulaire de consentement, avant leur entrée en vigueur.

2. Demander annuellement le renouvellement de ce certificat en utilisant le formulaire prévu à cet effet au moins un mois avant la fin de la période de validité du présent certificat **(25 mai 2014)**

3. Aviser par écrit le CER de l'abandon ou de l'interruption prématurée de ce projet de recherche.

4. Faire parvenir au CER un rapport final en utilisant le formulaire prévu à cette fin au plus tard 1 mois après la fin de la recherche.

Numéro du certificat : CER-12-180-06.14
Certificat émis le 18 mai 2012

APPENDICE B

GRILLE D'ENTREVUE

Grille d'entrevue et d'observation

Nom de l'élève :______________________________ Dates : ____________________

Durée : ____

Questions/consignes	Stratégies utilisées par élèves/réactions	Commentaires/ notes	Palier/ composante
Mon professeur m'a donné cette boîte/ce sac de macaronis pour faire des devoirs qu'il m'a donnés. J'aimerais que tu m'aides. Est-ce que tu veux?			
L'expérimentatrice prend la boîte/le sac de macaronis regroupables et le présente à l'élève.			
Mon professeur m'a demandé de lui dire combien il y a de macaronis dans ce sac. **1- J'aimerais que tu me dises, visuellement/en regardant, combien crois-tu qu'il y en a? Reformulation : Peux-tu me dire, visuellement/en regardant, combien il y a de macaronis dans cette boîte/sac?** **1.1 Pour ceux qui n'auraient pas été capables avec la**	**a) L'élève donne un nombre sans mesurer : ____________________ __________** **b) L'élève ne dit rien et ne fait rien : ______** **c) L'élève essaie de les compter rapidement en les regardant : ______________**	**1a)** **1b)** **1c)**	1. Physique/ intuitive

Questions/consignes	Stratégies utilisées par élèves/réactions	Commentaires/ notes	Palier/ composante
grande collection, on propose une plus petite collection.			
2- Comment peux-tu faire pour être sûr(e) (certain[e]) qu'il y en a ___________? **Reformulation : Quel moyen utiliserais-tu pour savoir combien il y en a?** **Tu peux utiliser le moyen que tu veux, toutes tes idées sont bonnes.**	**2 a) L'élève dénombre -un à un : _________** **-en groupes de 10 : _______** **-en groupes de ___ : _______** **2b) L'élève ne sait pas quoi faire : ___________**	**2a)** **2b)**	2. Physique/ procédurale
L'élève a fini de dénombrer. Ça veut dire qu'il sait combien il y en a. **3- Y en avait-il _____________(le nombre estimé)?** **3.1- Est-ce que 135 (ou autre nombre) est plus grand ou plus petit que _________ (nombre estimé par l'élève, précédemment)?** **3.2- Pour quelle raison me dis-tu que 135 (ou un autre nombre) est plus petit/grand que _________ (nombre estimé par l'élève,**	**3a) L'élève rappelle le nombre auquel il est arrivé comme étant le cardinal de la collection : _____________.** **3b) L'élève ne se souvient pas du nombre qu'il a compté : __________.** **3c) L'élève répond adéquatement à la question 3.1 : _________________.** **3d) L'élève ne répond pas adéquatement à la question 3.1 : ___.** **3e) Argument(s) apporté(s) par l'élève**	**3a)** **3b)** **3c)** **3d)** **3e)**	**3. 3.1. et 3.2.** Mathématique/ procédurale **(dans le cas où la réponse de l'élève est ou ressemble à : « parce qu'ici on a une centaine et qu'en premier je pense qu'il y en avait 35 », par exemple.**

Questions/consignes	Stratégies utilisées par élèves/réactions	Commentaires/ notes	Palier/ composante
précédemment)?	**en 3.2 : ________**		
4- Peux-tu me dire comment tu as fait pour compter rapidement les macaronis pour arriver à 135? **4.1- Pourquoi tu fais ça comme ça? Questionner pour l'amener à réfléchir à voix haute.**	**L'élève me dit qu'il :** **4a) compte d'un en un pour les unités et de dix en dix pour les dizaines : ________** **4b) compte de ____ en ____ pour les unités et de _____ en __ pour les dizaines.** **4c) compte d'un en un pour tout : ______.**		**4. et 4.1.** Physique/ procédurale
L'expérimentatrice sort les autres sacs Ziploc (moyens et grands) et les dépose devant l'élève.			
4.2- Aurais-tu un autre moyen pour arriver plus rapidement à 135?	**4.2- L'élève me propose une organisation des macaronis avec les sacs : _______________** **Laquelle :** **_______________** **-Demander d'expliquer son organisation.** **-L'élève ne semble pas savoir quoi faire : ___.** **-Je dois le questionner en passant à la question 5 : _______.** **Si l'organisation proposée est des groupements de 10 :**	**4.2-**	**4.2.** Physique procédurale **(nouveau groupement) et** physique/ abstraite **(reconnaît l'équivalence entre des quantités équivalentes organisées différemment.**

Questions/consignes	Stratégies utilisées par élèves/réactions	Commentaires/ notes	Palier/ composante
	passez au point 6. Sinon, passez au point 5.		
L'expérimentatrice sort 1 sac déjà organisé en dizaines et en unités et le dépose devant l'élève et l'incite à bien l'observer et à le manipuler.	*Faire attention pour poser la question 5 en termes de petits et grands sacs ou en termes d'unités, dizaines, centaines, mais pas les deux en même temps.		
5-L'autre jour, j'ai posé la même question à un autre élève et il m'a fait ceci [présenter le sac déjà organisé en dizaines et unités]. Peux-tu me dire comment il a fait pour compter rapidement les macaronis pour arriver à 175? **Peux-tu m'expliquer ce qu'il a fait?**	**5.1- L'élève est capable de m'expliquer le groupement : ____** **5.2- L'élève n'est pas capable de m'expliquer le groupement :** ____________ **5.2.1-Je dois guider l'élève en examinant avec lui les sacs et leur organisation : ____**		**5.** Physique/ abstraite **[reconnaît l'invariance de quantités organisées différemment]** et mathématique/ procédurale **[trouve le cardinal en adaptant son comptage].**
Après que l'élève a reconnu, par lui-même ou non, l'organisation des sacs. On dépose les sacs de dizaines et les unités devant l'élève.			
6.0-Quel nom pourrait-on donner à ce sac? [sac avec 10 macaronis]?	**6.0- L'élève répond :** _______ **6.1- L'élève répond :** ____________	**6.0** **6.1** **6.2**	**6. 6.1 et 6.2 Mathématique /abstraite**

Questions/consignes	Stratégies utilisées par élèves/réactions	Commentaires/ notes	Palier/ composante
6.1- Quel nom pourrait-on donner à ce macaroni? **6.2-Quel nom pourrait-on donner à ce sac [sac de 100 macaronis?**	**6.2- L'élève répond :** ______		
On fait remarquer à l'élève qu'il y a un gros sac.			
7- À quoi penses-tu que ce sac-là peut servir?	**7-**	**7-**	Mathématique/ procédurale
Une fois que l'élève a fait une ou des centaines, on lui demande…			
8a) Ça représente combien ce ou ces sacs? **8b) Écris-moi le nombre de macaronis.** **8c) Combien y a-t-il d'unités dans ce nombre de macaronis?** **8d) Combien y a-t-il de centaines dans ce nombre?** **8e) Combien y a-t-il de dizaines dans ce nombre?** **Reformulation :**	**8a)** **8b)** **8c)** **8d)** **8e)**	**8a)** **8b)** **8c)** **8d)** **8e)**	**8b) Mathématique/ formelle** **8c), 8d), 8e) Mathématique/ abstraite** **8f) Mathématique/ formelle**

Questions/consignes	Stratégies utilisées par élèves/réactions	Commentaires/ notes	Palier/ composante
Combien de dizaines/ unités/centaines tu peux faire? **En comparaison avec 8b)** **8f) « Le même élève a écrit le nombre de macaronis sur un carton ». L'expérimentatrice montre un carton avec le nombre 531 écrit dessus et pose la question suivante : « Pourquoi il a écrit ça comme ça? Peux-tu me l'expliquer? »**			
9a) Juste avec les sacs, il faut que tu enlèves 26. **9b) Ça fait combien maintenant?** **9c) Fais-le-moi par écrit**	**9a)** **9b)**	**9a)** **9b)**	**9a) Physique/ procédurale** **9b) Mathématique/ procédurale** **9c) Mathématique/ formelle**
9.1- Maintenant, il faut que tu ajoutes 3 dizaines et 20 unités. Comment vas-tu faire cela? **9.2- Combien as-tu de macaronis maintenant?**			**9.1 Mathématique/ abstraite ou Mathématique/ procédurale** **9.2 Mathématique/procédurale**

Questions/consignes	Stratégies utilisées par élèves/réactions	Commentaires/ notes	Palier/ composante
9.3- Le nombre représenté ici est ______. Quelle est la centaine suivante? La dizaine précédente?			**9.3 Mathématique/ abstraite**
10a) Tu dois ajouter 53. **10b) Écris-moi la réponse.** **10c) Fais-le-moi par écrit ( )** **10d) Explique-moi pourquoi tu écris le chiffre là? (en référence à la retenue)** **10e) Tu as _____ macaronis (montre le nombre écrit). Comment peux-tu faire pour augmenter de beaucoup ton tas de macaronis? Tu as le droit de ne changer qu'un chiffre.**	**10a)** **10b)** **10c)**	**10a)** **10b)** **10c)**	**10a) Mathématique/ abstraite** **10b) Mathématique/ formelle** **10c) Mathématique/ formelle**
11a) Tu dois enlever 67. **11b) Écris-moi la réponse.** **11c) Fais-le-moi par écrit ( )**	**11a)** **11b)** **11c)**	**11a)** **11b)** **11c)**	**11a) Mathématique/ abstraite** **11b) Mathématique/ formelle**

Questions/consignes	Stratégies utilisées par élèves/réactions	Commentaires/ notes	Palier/ composante
11d) Combien vaut ce chiffre dans le nombre?			**11c) Mathématique/ formelle** **11d) Mathématique/ formelle**
12- J'aimerais que tu me dises, il y a combien maintenant dans ce sac? **12.1- Quelle quantité trouverais-tu si tu les avais comptés un par un?** **12.2- Je te présente ceci (une autre organisation avec des haricots ou autres). Ça représente quel nombre? *Même matériel-invariance du nombre variance physique***			
13- Pour aider les prochains amis, j'aimerais que tu écrives le nombre sur cet autocollant pour mettre sur le sac.			

APPENDICE C

MANIFESTATIONS POSSIBLES DE LA COMPRÉHENSION DES ÉLÈVES PAR QUESTION ET COMPOSANTE

Questions/consignes	Composante et palier impliqués	Réponses ou manifestations possibles de l'élève démontrant une bonne compréhension de la composante.
1- J'aimerais que tu me dises, visuellement (en regardant), combien crois-tu qu'il y en a?	**Intuitive**	• **L'élève propose un nombre de macaronis sans les compter et ce nombre est assez près de la quantité réelle.**
2- Comment peux-tu faire pour être sûr(e) (certain[e]) qu'il y en a *<u>(le nombre que l'élève a estimé)</u>*?	**Procédurale logico-physique**	• **L'élève dénombre les macaronis en les organisant en groupement de dix, ou** • **L'élève me verbalise cette même stratégie et je l'incite, alors, à le faire devant moi.**
3- Y en avait-il ______________(le nombre estimé)?	**Procédurale logico-mathématique**	• **L'élève se rappelle le nombre total de macaronis dénombrés et reconnaît ce nombre comme étant le cardinal de la collection.**
3.1- Est-ce que 135 (ou autre nombre) est plus grand ou plus petit que _________ (nombre estimé par l'élève, précédemment)? **Revoir les éléments de réponse.**	**Procédurale logico-mathématique**	**Note : cette question relève davantage de la compréhension du sens du nombre.** **Si l'estimation de l'élève était supérieure à cent :** • **L'élève fait valoir que le nombre estimé est plus petit ou plus grand parce que par exemple 35 est plus petit que 45 donc 135 est plus petit que 145 (en note de bas de page : ici l'argument fait plus référence au sens du nombre…).** **Si l'estimation de l'élève est inférieure à cent, l'élève peut :**

Questions/consignes	Composante et palier impliqués	Réponses ou manifestations possibles de l'élève démontrant une bonne compréhension de la composante.
3.2- Pour quelle raison me dis-tu que 135 (ou un autre nombre) est plus petit/grand que _________ (nombre estimé par l'élève, précédemment)?	**Procédurale logico-mathématique**	**Si l'estimation de l'élève était inférieure à cent :** • **L'élève fait valoir que c'est plus grand, car la quantité réelle se situe dans les centaines.** • **Toute autre formulation faisant référence au fait que les nombres de trois chiffres sont plus grands que les nombres de deux chiffres est acceptée.** **Si l'estimation de l'élève était supérieure à cent :** **L'élève fait valoir que le nombre estimé est plus petit ou plus grand parce que par exemple 35 est plus petit que 45 donc 135 est plus petit que 145 (en note de bas de page : ici l'argument fait plus référence au sens du nombre…).**
4- Peux-tu me dire comment tu as fait pour compter rapidement les macaronis pour arriver à 135?	**Procédurale logico-physique**	• **L'élève fait valoir que pour compter les unités il fait des bonds d'un, pour les dizaines il fait des bonds de 10 et pour les centaines, des bonds de 100. Il me démontre avec le matériel en comptant 10, 20, 30, 40, etc. ou s'il a fait des paquets de 100, il fait 100, 110, 120, 130, etc.**
L'expérimentatrice sort les autres sacs Ziploc (moyens et grands) et les	**Procédurale logico-physique**	**Il est prévu de poser cette question seulement aux élèves qui n'avaient pas démontré, à ce stade, une**

Questions/consignes	Composante et palier impliqués	Réponses ou manifestations possibles de l'élève démontrant une bonne compréhension de la composante.
dépose devant l'élève. **4.2- Aurais-tu un autre moyen pour arriver plus rapidement à 135?**		**compréhension du groupement de dix et qui ont organisé autrement ou non la collection de macaronis.** **Cette question et le matériel associé constituent une forme d'aide…**
L'expérimentatrice sort 1 sac déjà organisé en dizaines et en unités et les dépose devant l'élève et l'incite à bien l'observer et à le manipuler. **5- L'autre jour, j'ai posé la même question à un autre élève et il m'a fait ceci (présenter le sac déjà organisé en dizaines et unités).** **Peux-tu me dire comment il a fait pour compter rapidement les macaronis pour arriver à 175?** **Peux-tu m'expliquer ce qu'il a fait?**	**Procédurale logico-physique** **Procédurale logico-mathématique** **Abstraction logico-physique**	Manifestation de la composante procédurale logico-physique : • **L'élève m'explique que l'autre élève a placé 10 macaronis dans chacun des petits sacs.** Manifestation de la composante procédurale logico-mathématique : • **L'élève trouve le nombre représenté en comptant par bonds de 10 (petits sacs) et de 100 (grand sac contenant des petits sacs).** Manifestation de la composante abstraite logico-physique : • **L'élève est capable de me verbaliser l'équivalence entre 10 unités et une dizaine et celle entre 10 dizaines et une centaine.**
6- Quel nom on pourrait donner à ce sac (sac avec 10 macaronis)?	**Procédurale logico-mathématique**	• **L'élève me dit qu'on peut appeler ce sac une dizaine.**
6.1- Quel nom on pourrait donner à ce macaroni?	**Procédurale logico-mathématique**	• **L'élève me dit qu'on peut appeler ce sac une unité.**

Questions/consignes	Composante et palier impliqués	Réponses ou manifestations possibles de l'élève démontrant une bonne compréhension de la composante.
6.2- Quel nom on pourrait donner à ce sac (sac de 100 macaronis)?	**Procédurale logico-mathématique**	• **L'élève me dit qu'on peut appeler ce sac une centaine.**
7- À quoi penses-tu que ce sac-là peut servir?	**Procédurale logico-mathématique**	• **L'élève peut répondre : « À faire une centaine » ou toute autre réponse considérée équivalente.**
8a) Ça représente combien ce ou ces sacs?	**Abstraction logico-physique**	• **L'élève montre que le gros sac d'une centaine équivaut à 10 petits sacs d'une dizaine chacun.**
8b) Écris-moi le nombre de macaronis.	**Formelle logico-mathématique**	• **L'élève écrit le nombre de macaronis représenté.**
8c) Combien y a-t-il d'unités dans ce nombre de macaronis? **8d) Combien y a-t-il de centaines dans ce nombre?** **8e) Combien y a-t-il de dizaines dans ce nombre?**	**Abstraction logico-mathématique**	• **L'élève est capable de dire que dans le nombre 145, il y a 145 unités, une centaine et/ou 14 dizaines.**
8f) « Le même élève a écrit le nombre de macaronis sur un carton ». L'expérimentatrice montre un carton avec le nombre 531 écrit dessus et pose la question suivante :	**Composante formelle logico-mathématique**	• **L'élève devrait être en mesure d'expliquer que le nombre 531 n'est pas le même nombre même si nous sommes en présence des mêmes chiffres. La position à laquelle est placé chaque chiffre a une influence sur la valeur du nombre. L'élève peut même justifier sa réponse en disant que**

Questions/consignes	Composante et palier impliqués	Réponses ou manifestations possibles de l'élève démontrant une bonne compréhension de la composante.
« Pourquoi il a écrit ça comme ça? Peux-tu me l'expliquer? »		**le chiffre 5 est à la position de la centaine au lieu qu'à la position de l'unité, ce qui fait que le nombre n'est pas le même et est plus grand.**
9a) Juste avec les sacs, il faut que tu enlèves 26.	**Composante procédurale logico-physique**	**Si l'élève travaille à partir de sa propre organisation de macaronis sur la table :** • **L'élève doit retirer 2 ensembles de 10 macaronis et défaire un autre paquet de 10 en en enlevant 6. Ceci implique que l'élève devrait positionner les 4 macaronis restant avec les unités.** **Si l'élève travaille à partir des organisations de sacs :** • **L'élève doit retirer 2 petits sacs de 10 macaronis et défaire un autre sac de 10 en en enlevant 6. Ceci implique que l'élève devrait, par la suite, retirer les 4 macaronis restants du sac et les placer avec les unités, car le petit sac ne correspond plus maintenant à une dizaine.**
9b) Ça fait combien maintenant?	**Procédurale logico-mathématique**	• **L'élève sera capable de dénombrer le nouveau nombre de macaronis en utilisant le comptage avec les groupements de dix.**
9c) Fais-le-moi par écrit.	**Formelle**	• **L'élève fait le calcul par écrit**

Questions/consignes	Composante et palier impliqués	Réponses ou manifestations possibles de l'élève démontrant une bonne compréhension de la composante.
10c) Fais-le-moi par écrit ( ) **11c) Fais-le-moi par écrit ( )** **10d) Explique-moi pourquoi tu écris le chiffre là? (en référence à la retenue)**		**avec le bon algorithme. Si nous le questionnons pour savoir ce que constitue la retenue, il est capable de l'expliquer en terme de groupement de dix et de position.**
9.1- Maintenant, il faut que tu ajoutes 3 dizaines et 20 unités. Comment vas-tu faire cela?	Abstraction logico-mathématique **(s'il le fait avec des nombres dans sa tête)** Abstraction logico-physique **(s'il le fait avec des objets, en l'occurrence des macaronis)**	• **L'élève est capable de faire les additions en reconnaissant le fait que 3 dizaines = 30 unités ou que 20 unités = 2 dizaines et qu'il devra additionner 50 unités ou 5 dizaines, selon le raisonnement qu'il a utilisé. Par la suite, il ajoute les organisations de macaronis en conséquence.** • **L'élève ajoute des macaronis et les organise en groupements.**
9.2- Combien as-tu de macaronis maintenant?	**Abstraction logico-physique**	• **L'élève dénombre la nouvelle organisation de macaronis et reconnaît le dernier mot-nombre comme la nouvelle cardinalité de l'organisation.**
9.3- Le nombre représenté ici est ______ (ex. : 135). Quelle est la centaine suivante? La dizaine précédente?	**Abstraction logico-mathématique**	• **L'élève répond : 200 et 20.**

Questions/consignes	Composante et palier impliqués	Réponses ou manifestations possibles de l'élève démontrant une bonne compréhension de la composante.
10a) Tu dois ajouter 53. **11a) Tu dois enlever 67.**	**Abstraction logico-mathématique**	• **L'élève doit faire les calculs en gérant adéquatement les retenues et les emprunts.**
10b) Écris-moi la réponse. **11b) Écris-moi la réponse.**	**Formelle**	• **L'élève doit écrire le bon nombre.**
10e) Tu as _____ macaronis (montre le nombre écrit). Comment peux-tu faire pour augmenter de beaucoup ton tas de macaronis? Tu as le droit de ne changer qu'un chiffre.	**Formelle**	• **L'élève doit faire valoir que ce doit être le chiffre à la position des centaines qui doit être changé, car c'est celui qui a la plus grande valeur. Tout autre type de réponse voulant dire la même chose est accepté.**
11d) Combien vaut ce chiffre dans le nombre?	**Formelle**	• **Si je montre le chiffre 3 dans le nombre 135, l'élève doit nous répondre : 30.**
12- J'aimerais que tu me dises, il y a combien maintenant dans ce sac?		• **L'élève doit adapter son comptage pour trouver le bon cardinal.**
12.1- Quelle quantité trouverais-tu si tu les avais comptés un par un?	**Abstraction logico-mathématique**	• **L'élève doit manifester sa reconnaissance des équivalences, soit 135 unités dans le nombre 135.**
12.2- Je te présente ceci (une autre organisation avec des haricots ou autres). Ça représente		• **L'élève ici doit manifester l'invariance du nombre en situation de variabilité du matériel (si nous présentons des haricots**

Questions/consignes	Composante et palier impliqués	Réponses ou manifestations possibles de l'élève démontrant une bonne compréhension de la composante.
quel nombre? *Même matériel-invariance du nombre variance physique*		**dans des petits sacs au lieu de macaronis, il doit être capable de considérer cela comme une dizaine quand même).**
13- Pour aider les prochains amis, j'aimerais que tu écrives le nombre sur cet autocollant pour mettre sur le sac.		• **L'élève doit écrire correctement le nombre 135, par exemple.**