

UNIVERSITE DE LUBUMBASHI
FACULTE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE CHIMIE INDUSTRIELLE



**ETUDES CINETIQUES ET INFERENCES STATISTIQUES DES
COLLECTEURS AERO 6493 ET PNBX A LA FLOTTATION DES
MINERAIS OXYDES CUPRO-COBALTIFERES**

« Cas de rejets de la laverie de Luiswishi »

Par MALUNDAMA MONIZE Souley man

*Travail présenté et défendu en vue de l'obtention du grade de
bachelier en chimie industrielle.*

Directeur : Professeur KANDA NTUMBA

Encadreurs : Ass. KATUFU MANIKAY et C.C. KABOKO

Année Académique 2017-2018

RESUME

Ce travail présente les résultats d'une étude de flottation menée sur les rejets de la laverie de Luiswishi. Ces rejets présentent un certain danger qui est à la base de la dégradation des milieux environnants les plus proches suite à la migration des éléments traces métalliques tels que le cobalt, le cuivre, le zinc. L'échantillon de ces rejets titrant en moyenne 1,65% Cu et 1,2% Co a été réceptionné au laboratoire de la faculté polytechnique et y est stocké depuis mai 2017.

L'objectif poursuivi est de déterminer les comportements cinétiques ainsi que les conditions opératoires optimales et minimales d'utilisation des collecteurs Normal Butyl Xanthate de Potassium (PNBX) et Alkyl hydroxamate (AERO 6493) dans le retraitement de ces rejets.

Pour atteindre l'objectif fixé, l'approche méthodologique adoptée a englobé trois études. La première consistant à trois séries d'essais de flottation afin d'évaluer les performances métallurgiques de ces collecteurs. La seconde a été consacrée aux études cinétique et statistique. Enfin, une dernière focalisée sur l'étude du comportement global de ces collecteurs après une inférence statistique des données de flottation.

La première étude a révélé qu'aux doses de 300 g/t de PNBX avec une sulfuration à 3000 g/t de NaHS, le concentré obtenu a titré en tête 4,71 % de Cu et un concentré ébauché à 3,99 % de Cu avec des rendements de récupérations respectifs de 71,89 % et 88,89 %. Tandis qu'aux doses de 250 g/t d'AERO 6493 sans sulfuration, le concentré obtenu a titré en tête 3,94% et à l'ébauchage 2,91% avec des rendements de récupération respectifs de 74,96% et 88,97%. Les conditions opératoires optimales communes étaient donc 250 g/t de la mixture et du silicate de sodium et 100 g/t du moussant.

La deuxième étude a révélé que la dose de 300 g/t de PNBX a conduit à un rendement maximal de récupération Cuivre de 93,21 % à un temps probable de flottation de 11,27 minutes pour une constante cinétique de $2,16 \text{ min}^{-1}$. Tandis que la dose de 250 g/t d'AERO 6493 a produit un rendement limite de récupération de cuivre de 92,49% Cu à un temps probable de flottation de 11,62 minutes pour une constante cinétique de $2,62 \text{ min}^{-1}$.

Enfin, une dernière étude qui a démontré que les doses de 200 g/t et 250 g/t sont minimales respectivement pour le PNBX et l'AERO 6493, avec des rendements limites de 88,25% et 88,42% Cu, et les temps limites de flottation de 11,47 et 11,22 minutes, respectivement. En outre, l'AERO 6493 présente une constante cinétique de $2,367 \text{ min}^{-1}$ contre $2,438 \text{ min}^{-1}$ pour le PNBX. Le calcul et l'estimation du gain financier renforceraient l'évaluation de ces résultats.

TABLE DES MATIERES

RESUME.....	I
TABLE DES MATIERES	II
LISTE DES ABREVIATIONS	IV
LISTE DES FIGURES	V
LISTE DES TABLEAUX.....	VI
REMERCIEMENT.....	IX
INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE I : RAPPEL DES NOTIONS IMPORTANTES SUR LA METHODE STATISTIQUE	3
I.1. Introduction.....	3
I.2. Terminologies fondamentales	3
I.3. La démarche statistique.....	5
I.3.1. La statistique descriptive univariée.....	5
I.3.2. La statistique descriptive bivariée.....	8
I.3.3. La statistique inférentielle.....	12
I.4. Méthode statistique d’ajustement	16
CHAPITRE II : RAPPELS DES NOTIONS IMPORTANTES SUR LA FLOTATION ET LA CINETIQUE DE FLOTTATION	18
II.1. INTRODUCTION	18
II.2. BREF RAPPEL SUR LA FLOTTATION A LA MOUSSE.....	18
a. Définition et principe.....	18
b. Paramètres importants de la flottation.....	19
c. Critères d’évaluation des résultats de flottation	20
d. Réactifs de flottation	22
e. Mécanismes de sulfuration	25
f. Stratégie d’ajout des réactifs.....	25
II.3. CINETIQUE ET MODELES MATHEMATQUES	26
II.3.1. Introduction	26
II.3.2. Modèles cinétiques de flottation.....	27
II.4. SYNTHESE DE TRAVAUX ANTERIEURS SUR LE RETRAITEMENT DES REJETS DE LA LAVERIE DE LUISWISHI, LE PNBX ET L’AERO 6493	30
CHAPITRE III : MATERIELS ET METHODES.....	35
III.1. Origine et préparation de l’échantillon.....	35

III.2. Caractérisation de l'échantillon.....	35
III.3. Réactifs de flottation	40
III.3.1. Réactifs utilisés	40
III.3.2. Matériels utilisés	40
III.3.3. Procédure expérimentale	40
III.4. Essais de flottation	42
III.4.1. Matériels utilisés	42
III.4.2. Procédure expérimentale	42
III.4.3. Conditions opératoires.....	44
CHAPITRE IV : PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS	45
IV.1. INTRODUCTION	45
IV.2. ESSAIS DE FLOTTATION	45
IV.2.1. Influence des doses du PNBX.....	45
IV.2.2. Influence des doses de l'AERO 6493	48
IV.2.3. Comparaison des meilleurs résultats.....	50
IV.3. ETUDE DE LA CINETIQUE DE FLOTTATION	52
IV.3.1. Etude cinétique du collecteur PNBX	52
IV.3.2. Etude cinétique du collecteur AERO 6493	63
IV.4. ESSAIS DE CONFIRMATION	76
IV.5. ETUDE DU COMPORTEMENT GLOBAL DES COLLECTEURS PNBX ET L'AERO 6493 : INFERENCE STATISTIQUE	77
IV.5.1. Etude de la vitesse moyenne de collection à l'aide du PNBX.....	77
IV.5.2. Etude de la vitesse moyenne de collection à l'aide de l'AERO 6493.....	82
IV.6. Conclusion partielle	86
CONCLUSION GENERALE	87
BIBLIOGRAPHIE	89
ANNEXES	I
ANNEXE I : Les résultats détaillés de la flottation à l'aide des collecteurs PNBX (essais 1 à 5) et l'AERO 6493 (essais 6 à 10).....	II
ANNEXE II : Les résultats métallurgiques des essais de confirmation de la méthode statistique pour les deux collecteurs à la dose de 300 g/t.....	VIII
ANNEXE III : La Table de la loi T de STUDENT.....	X

LISTE DES ABREVIATIONS

- μm : micromètre.
- A : masse du minerai à flotter ;
- a : teneur de l'élément utile dans le minerai avant concentration ;
- AERO 6493 : Alkyl hydroxamate
- C : masse du concentré ;
- c : teneur du métal dans le concentré ;
- Co : Cobalt ;
- Cu : Cuivre ;
- KAX : Amyl Xanthate de Potassium ;
- k_{max} : constante cinétique maximale ;
- k_{moy} : constante cinétique moyenne ;
- min : minute ;
- NaHS : Sulfhydrate de sodium ;
- PNBX : Normal Butyl Xanthate de Potassium ;
- Rdt (%) ou η : rendement de récupération ;
- R_{max} : rendement maximal ;
- R_{moy} : rendement moyen ;
- $t_{-\infty}$: temps infini ou temps d'équilibre ;
- t_{max} : la limite pratique du temps de flottation ;
- t_{moy} : le temps moyen de flottation ;
- π : Le rendement pondéral de concentration.

LISTE DES FIGURES

Figure I-1 : Test de T Student	15
Figure II-1 : Mécanisme de flottation (PROULX, 2000).....	19
Figure II-2 : Courbe de sélectivité (KALUME, 2016).....	21
Figure II-3 : Mode d'action d'un collecteur à la surface du minéral (Djamel, 2014).....	22
Figure II-4 : Classification générale des collecteurs de flottation (KATUFU, 2017).....	23
Figure II-5: Analyses chimiques de l'échantillon	30
Figure III-1 : La courbe des analyses granulométriques de l'échantillon	37
Figure III-2 : Courbe de broyabilité pendant différents temps.....	38
Figure III-3 : Histogramme donnant les répartitions du Cu et du Co de l'échantillon broyé pendant 25 min23sec.	39
Figure III-4 : Schéma de flottation en ébauchage simple.....	43
Figure IV-1 : Evaluation du rendement de cuivre en fonction de la dose du PNBX	46
Figure IV-2 : Courbes de sélectivité du cuivre sur l'influence des doses du PNBX	47
Figure IV-3 : Evaluation du rendement du cuivre en fonction de la dose de l'AERO	49
Figure IV-4 : Courbes de sélectivité du cuivre sur l'influence des doses de l'AERO 6493	50
Figure IV-5 : Comparaison en fonction du rendement des meilleurs résultats de flottation de deux collecteurs.....	51
Figure IV-6 : Courbes de sélectivité de cuivre pour les meilleurs résultats des deux séries d'essai	51
Figure IV-7 : Droite de régression pour 300g/t de PNBX	54
Figure IV-8 : droite de régression pour 250 g/t de PNBX	56
Figure IV-9 : droite de régression rendement-temps pour la dose de 200 g/t de PNBX	58
Figure IV-11 : Courbe de régression de la dose de 100 g/t de PNBX	62
Figure IV-12 : Courbe de régression rendement –temps pour 300 g/t de l'AERO.....	65
Figure IV-13 : Courbe de régression pour 250 g/t de l'AERO 6493	67
Figure IV-14 : Courbe de régression rendement-temps pour 200 g/t de l'AERO	70
Figure IV-15 : Droite de régression rendement-temps pour 150 g/t d'AERO6493.....	72
Figure IV-16 : Courbe de régression pour la dose de 100 g/t de l'AERO	74
Figure IV-19 : Droite de régression des rendements moyens du PNBX	81
Figure IV-20: La droite de régression des rendements pour l'AERO 6493.....	85

LISTE DES TABLEAUX

Tableau II-1 : Quelques réactifs activants	24
Tableau II-2 : La variation de la dose de NaHS et du KAX à l'ébauchage avec un rapport de 1/10 d'alimentation	31
Tableau II-3 : Estimation du rendement limite	32
Tableau III-1 : Analyse Granulométrique de l'échantillon	36
Tableau III-2 : Résultats du test de broyabilité pour différents temps	38
Tableau III-3 : Analyse granulo-chimique du minerai broyé pendant 25min 23sec	39
Tableau III-4 : Domaine de variation de différentes doses de réactifs.....	41
Tableau III-5 : Temps de conditionnement et distribution des réactifs pendant les essais	43
Tableau IV-1 : Synthèse des résultats des essais de flottation sur l'influence des doses du PNBX	46
Tableau IV-2 : Synthèse des résultats des essais de flottation sur l'influence des doses de l'AERO 6493.....	48
Tableau IV-3 : Synthèse des meilleurs résultats des essais de flottation pour les deux collecteurs	50
Tableau IV-4 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 300 g/t de PNBX	53
Tableau IV-5 : Les statistiques de régression pour 300 g/t de PNBX.....	53
Tableau IV-6 : Analyse de variance pour la droite de régression de la dose de 300 g/t de PNBX	54
Tableau IV-7 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 250 g/t de PNBX	55
Tableau IV-8 : Les analyses de la droite de régression pour la dose de 250 g/t de PNBX.....	55
Tableau IV-9 : Les analyses de la variance de la droite de régression pour 250 g/t de PNBX	56
Tableau IV-10 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 200 g/t de PNBX	57
Tableau IV-11 : analyse de la droite de régression pour la dose de 200 g/t de PNBX	57
Tableau IV-12 : Analyses de la variance de la droite de régression pour la dose de 200 g/t de PNBX	58
Tableau IV-13 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 150 g/t de PNBX.....	59
Tableau IV-14 : Les statistiques de régression pour la dose de 150 g/t de PNBX.....	59
Tableau IV-15 : Analyses de la variance de la droite de régression pour la dose de 150 g/t de PNBX	60

Figure IV-10 : Courbe de régression rendement-temps pour 150 g/t de PNBX	60
Tableau IV-16 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 100 g/t	61
Tableau IV-17 : les statistiques de la régression pour la dose de 100 g/t de PNBX	61
Tableau IV-18 : Analyse de la variance pour la dose de 100 g/t de PNBX	62
Tableau IV-19 : Comparaison de la constante cinétique, du rendement limite et du temps limite de flottation selon les doses du PNBX	63
Tableau IV-20 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 300 g/t d'AERO 6493	64
Tableau IV-21 : Statistiques de régression pour 300 g/t d'AERO 6493	64
Tableau IV-22 : Analyse de la variance pour la dose de 300 g/t de l'AERO	65
Tableau IV-23 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 250 g/t d'AERO 6493	66
Tableau IV-24 : Les statistiques de régression pour la dose de 250 g/t de l'AERO.....	66
Tableau IV-25 : Analyse de la variance pour la dose de 250 g/t de l'AERO	67
Tableau IV-26: Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 200 g/t d'AERO 6493 .	69
Tableau IV-27 : les statistiques de régression pour la dose de 200 g/t de l'AERO	69
Tableau IV-28 : Analyse de la variance pour la dose de 200 g/t de l'AERO	70
Tableau IV-29: Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 200 g/t d'AERO 6493 .	71
Tableau IV-30 : Les statistiques de régression pour la dose de 150 g/t de l'AERO 6493	71
Tableau IV-31 : Analyse de la variance de la droite de régression pour 150 g/t de l'AERO 6493	72
Tableau IV-32 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 100 g/t d'AERO 6493	73
Tableau IV-33 : Les statistiques de la régression pour 100 g/t d'AERO 6493	73
Tableau IV-34 : Analyse de la variance pour la dose de 100 g/t de l'AERO 6493	74
Tableau IV-35 : Comparaison de la constante cinétique et du rendement limite selon les doses de l'AERO.....	75
Tableau IV-36 : Résultats des essais de confirmation de l'étude statistique pour la dose de 300 g/t des collecteurs PNBX et l'AERO 6493	76
Tableau IV-37 : Synthèse des résultats du rendement en fonction du temps pour le PNBX...	77
Tableau IV-38 : Analyse globale des observations faites avec le PNBX	78
Tableau IV-39 : synthèse des résultats des rendements moyens en fonction du temps (PNBX)	79
Tableau IV-40 : analyse de la covariance des variables temps et rendement moyen	79
Tableau IV-41 : Les statistiques de la régression des rendements moyens de PNBX	80
Tableau IV-42 : Analyse de Variance et des paramètres de régression pour le PNBX	81
Tableau IV-43 : Synthèse des résultats du rendement en fonction du temps pour l'AERO	82

Tableau IV-44 : Analyse globale des observations faites sur l'AERO 6493	82
Tableau IV-45 : synthèse des résultats des rendements moyens en fonction du temps	83
Tableau IV-46 : analyse de la covariance des données d'observation de l'AERO 6493	83
Tableau IV-47: Les statistiques de la régression des rendements moyens pour l'AERO 6493	84
Tableau IV-48: Les analyses de la variance et des paramètres de la régression pour l'AERO6493	85

REMERCIEMENT

La réalisation de ce présent travail de fin d'étude a connu le concours remarquable d'un bon nombre de personnes à qui je témoigne sincèrement mes sentiments de profonde gratitude.

Je remercie vivement mon directeur, le Professeur Jean-Marie KANDA, pour ses conseils et sa disponibilité, malgré les multiples responsabilités. Il a été un guide scientifique et un modèle permanent sur le plan moral.

Nous sommes reconnaissants envers tout le corps professoral de notre faculté en général et plus particulièrement nos professeurs, chefs de travaux, et assistants du département de chimie industrielle pour le bagage intellectuel reçu.

Je voudrais remercier de tout cœur l'assistant Serge KATUFU et Monsieur Patrick KABOKO pour leurs codirections dans la réalisation de ce travail. Qu'ils trouvent en ces mots mes sentiments de profonde gratitude et de toute mon admiration et reconnaissance.

Spécial merci à toute la famille **MALUNDAMA**, cette famille qui ne cesse de croire en moi et en mes intentions.

Nous remercions anticipativement ceux qui porteront une attention soutenue à ce travail.

INTRODUCTION GENERALE

Après un siècle d'exploitation minière en République démocratique du Congo et compte tenu de son potentiel minier actuel, la problématique générale du secteur minier congolais peut être définie comme devant être orientée d'une part, vers la caractérisation et la valorisation des rejets miniers et d'autre part vers la gestion optimale des ressources minérales primaires. Le défi de l'industrie minière congolaise est donc d'améliorer la productivité et de réduire les coûts liés à l'exploitation et à la prise en compte des questions environnementales. (KANDA, 2012)

Quand un nouveau minerai est testé, l'impact potentiel du choix de réactif sur les configurations du circuit n'est souvent pas apprécié. Pendant les tests de faisabilité préliminaires, ce n'est pas inhabituel d'évaluer seulement un ou deux collecteurs. L'hypothèse est que ce test pourra fournir d'informations suffisantes pour concevoir le flow-sheet et faciliter les analyses économiques et métallurgiques. Ces différents réactifs peuvent avoir des effets significatifs sur la cinétique de flottation de ces minerais. (CYTEC, 2010)

Ce travail de fin d'étude se veut être une contribution sur l'étude de la concentration des minerais oxydés cupro-cobaltifères du Katanga. Il consiste à une étude comparative sur la cinétique des collecteurs PNBX et AERO 6493 lors de la flottation à la mousse. D'une part, les minerais oxydés cupro-cobaltifères ne sont pas facilement récupérables à l'aide des collecteurs des sulfures (tels les xanthates). Pour les permettre de flotter, il est d'usage industriel de les sulfurer superficiellement afin de les flotter comme des minéraux sulfurés (KANDA, 2012). Et d'autre part, l'alkyl hydroxamate (AERO 6493) est présenté comme étant sélectif pour le cuivre suite à la nature de son groupe polaire et sa courte chaîne hydrocarbonée qui lui confère sa solubilité. (CYTEC, 2010)

Dans cette vision d'étude, les objectifs de ce travail seront de produire les données cinétiques des collecteurs PNBX et AERO 6493 relatives à la flottation à la mousse, reproduire les données statistiques et les analyser afin d'apporter un degré de confiance aux résultats de la flottation. Les essais porteront sur les rejets de la laverie de Luiswishi contenant la malachite, la chrysocolle, le pseudo malachite et l'hétérogénite comme principaux minéraux valorisables dont les teneurs moyennes en cuivre et cobalt sont respectivement 1,65 % et 1,2 %.

Deux types d'études statistiques seront utilisés pour évaluer les résultats de flottation et de la cinétique des collecteurs : la statistique descriptive (l'analyse de données) et l'inférence statistique. L'analyse de données permet de dégager les caractéristiques essentielles du phénomène étudié et suggérer des hypothèses pour une étude ultérieure plus sophistiquée. Quant à l'inférence statistique, elle a pour but de faire des prévisions et de prendre de décisions au vu des observations.

Le présent travail comporte 4 chapitres. Le premier chapitre présente les rappels sur la méthode statistique. Le chapitre 2 porte sur la cinétique de flottation. Quant au chapitre 3, il présente les méthodes, matériels et matières utilisés au cours de notre étude. Enfin un quatrième chapitre qui est consacré aux résultats de la flottation, à ceux de l'étude sur la cinétique de flottation ainsi que les analyses statistiques. La conclusion, les suggestions et les annexes terminent ce travail.

CHAPITRE I : RAPPEL DES NOTIONS IMPORTANTES SUR LA METHODE STATISTIQUE

I.1. Introduction

La statistique est la science dont l'objet est de recueillir, de traiter et d'analyser des données issues de l'observation de phénomènes aléatoires, c'est-à-dire dans lesquels le hasard intervient. L'analyse des données est utilisée pour décrire les phénomènes étudiés, faire des prévisions et prendre des décisions à leur sujet. En cela, la statistique est un outil essentiel pour la compréhension et la gestion des phénomènes complexes.

La statistique est utilisée en science de l'ingénieur pour le contrôle de qualité, maîtrise statistique des procédés, sûreté de fonctionnement (fiabilité, disponibilité, sécurité,...), maîtrise des risques industriels, évaluation des performances des systèmes complexes,... (Gaudoin, 2010)

I.2. Terminologies fondamentales

- a. **Une statistique** : grandeur calculée à partir des observations recueillies (ex : moyenne d'âge des élèves d'une même classe, etc.).
- b. **Population** : groupe d'individus ou d'éléments auquel nous nous intéressons, ensemble de « référence » sur lequel portent les observations.

Définir la population d'étude est un point fondamental, dans la mesure où tout ce que nous pouvons observer, dire ou calculer est relatif à cette population. L'appellation « population cible » désigne l'ensemble des individus auxquels on veut étendre (inférer) les résultats des observations faites sur un échantillon. (Clarence, 2011)

- c. **Echantillon** : Le plus souvent, il est difficile d'étudier tous les éléments d'une population donnée. Il est tentant alors d'essayer d'examiner un sous-groupe de cette population d'étude et d'essayer de déduire, à partir des observations effectuées sur ce sous-groupe, le comportement de la population générale. La difficulté réside dans le choix du ou des échantillons qui doivent être représentatifs de la population.
- d. **Mesure et variables** : dans une enquête ou une expérience, toute l'information dont on dispose est contenue dans les mesures qui ont été réalisées. Dans le vocabulaire statistique, un individu peut être décrit selon une ou plusieurs composantes qu'on appelle caractères ou variables statistiques :

- ❖ Une variable aléatoire est une qualité ou une quantité dont la valeur observée est sujette aux variations selon les lois du hasard.
- ❖ Par contre, une variable mathématique est une variable déterministe : ses valeurs sont déterminées par l'investigateur.

Les modalités sont les différentes situations disjonctives et exhaustives d'une variable, ce qui signifie que chaque individu présente une modalité et une seule de cette variable. Il existe deux types de variables : les variables quantitatives et qualitatives.

- Variables quantitatives : caractéristiques numériques (taille, âge,...). Elles s'expriment par des nombres réels sur lesquels les opérations arithmétiques de base (somme, moyenne,...) ont un sens. Elles peuvent être discrètes (nombre fini ou dénombrable de valeurs : âge,...) ou continues (toutes les valeurs réelles sont susceptibles d'être prises : taille,...).
- Variables qualitatives : caractéristiques non numériques dans le sens où les opérations de base n'ont pas de sens. Elles peuvent être nominales (sexe,..) ou ordinales lorsque l'ensemble des catégories est muni d'un ordre total (très résistant, assez résistant, peu résistant,..). Les différents niveaux d'une variable qualitative s'appellent des modalités (ou catégories).
 - e. **Série statistique** : Une série statistique est l'ensemble des valeurs observées pour une ou plusieurs variables sur les n sujets ou éléments de la population. Une série simple est l'ensemble des n valeurs observées pour une variable.

Ou encore, On appelle série statistique la suite des valeurs prises par une variable X sur les unités d'observation. Le nombre d'unités d'observation est noté n . Les valeurs de la variable X sont notées : $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$. (Tillé, 2010)

- f. **L'unité statistique** : est un élément de la population ou du groupe étudié. L'ensemble des unités statistiques constitue la population. Parfois le terme « unité » est remplacé par le terme « individu ».
- g. **Distribution statistique** : il s'agit de l'ensemble des couples (x_i, n_i) , où x_i est la $i^{\text{ème}}$ modalité de la variable X , et n_i le nombre de fois où cette modalité est observée (effectif ou fréquence).
- h. **Recensement** : Etude de tous les individus d'une population. Difficile en pratique lorsque les populations sont grandes pour des questions de coût et de temps.
- i. **Sondage** : Recueil d'une partie de la population. La partie des individus étudiés s'appelle l'échantillon. Le recueil d'un échantillon à partir de la population initiale se fait par des techniques statistiques, appelées méthodes d'échantillonnage.

I.3. La démarche statistique

La statistique et les probabilités sont les deux aspects complémentaires de l'étude des phénomènes aléatoires. Ils sont cependant de natures bien différentes.

Les **probabilités** peuvent être envisagées comme une branche des mathématiques pures, basée sur la théorie de la mesure, abstraite et complètement déconnectée de la réalité. Les **probabilités appliquées** proposent des **modèles probabilistes** du déroulement de phénomènes aléatoires concrets. On peut alors, **préalablement à toute expérience**, faire des prévisions sur ce qui va se produire. (Gaudoin, 2010)

Dans la présente étude, nous allons utiliser deux grands outils de la statistique : l'analyse des données (statistique descriptive) et l'inférence statistique.

I.3.1. La statistique descriptive univariée

- **Objectifs** : résumer, synthétiser l'information contenue dans une série statistique, mettre en évidence ses propriétés.
- **Outils utilisés** : Tableaux (table des fréquences,..), Graphiques (histogrammes,..), indicateurs (moyenne, corrélation,..).
- **Méthodes** : Statistique descriptive classique (uni et bidimensionnelles)

Il existe trois types de paramètres ou indicateurs de la statistique descriptive : les paramètres de position ont pour objet de situer le point (sa position) autour duquel les valeurs observées se distribuent ; les paramètres de dispersion mesurent leur degré de variabilité ; enfin, les paramètres de forme, moins utilisés, renseignent sur la forme de la distribution. (Clarence, 2011)

I.3.1.1. Les paramètres de position :

- a. **La moyenne arithmétique** : La moyenne est la somme des valeurs observées divisée par leur nombre, elle est notée \bar{x} : (Tillé, 2010)

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+\dots+x_i+\dots+x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad [I-1]$$

La moyenne peut être calculée à partir des valeurs distinctes et des effectifs :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i \quad [I-1]$$

- b. **La médiane** : La **médiane empirique** de l'échantillon, notée \tilde{x}_n ou $\tilde{x}_{1/2}$, est un réel qui partage l'échantillon ordonné en deux parties de même effectif. La moitié des

observations sont inférieures à \tilde{x}_n et l'autre moitié lui sont supérieures. Il y a donc une chance sur deux pour qu'une observation soit inférieure à la médiane, et évidemment une chance sur deux pour qu'une observation soit supérieure à la médiane. (Gaudoin, 2010).

Si n est impair, la médiane empirique est la valeur située au centre de l'échantillon ordonné :

$$\tilde{x}_n = x^*_{\frac{n+1}{2}} \quad [I-2]$$

Si n est pair, n'importe quel nombre compris entre $x^*_{n/2}$ et $x^*_{\frac{n}{2}+1}$ vérifie la définition de la médiane. Par convention, on prend en général le milieu de cet intervalle :

$$\tilde{x}_n = (x^*_{n/2} + x^*_{\frac{n}{2}+1})/2 \quad [I-3]$$

- c. **Quantiles (percentiles)** : est la division de l'axe en un nombre quelconque de parties, généralement la division de l'axe en cent parties égales. Par définition mathématique,

$$x_p = \frac{N \cdot x}{100} \quad [I-4]$$

Avec p l'ordre du quantile.

- d. **Mode** : est la valeur observée avec la plus grande fréquence. Sa valeur s'obtient directement à partir du tableau statistique ou du diagramme en bâtons.

1.3.1.2. Les paramètres de dispersion :

Pour exprimer les caractéristiques d'un échantillon, il est nécessaire de compléter les indicateurs de localisation par des indicateurs de dispersion, qui mesureront la variabilité des données.

- a. **La variance** : L'indicateur correspondant est $s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2$ [I-5]. Il est appelé **variance empirique** de l'échantillon, et mesure l'écart quadratique moyen de l'échantillon à sa moyenne. (Gaudoin, 2010)
- b. **L'écart-type** : L'**écart-type empirique** de l'échantillon est la racine carrée de la variance empirique : $s_n = \sqrt{s_n^2}$ [I-6]. Il s'exprime dans la même unité que les données, ce qui rend son interprétation plus facile que celle de la variance.

Ainsi on définit le **coefficient de variation empirique** de l'échantillon par :

$$cv_n = \frac{s_n}{\bar{x}_n} \quad [I-7]$$

L'intérêt de cet indicateur est qu'il est sans dimension. Une pratique empirique courante est de considérer que l'échantillon possède une variabilité significative si $cv_n > 0,15$. Si $cv_n \leq 0,15$, les données présentent peu de variabilité et on considère que la moyenne empirique à elle seule est un bon résumé de tout l'échantillon. (Gaudoin, 2010)

- c. **Etendue ou plage** : est la différence entre la plus grande valeur de données et la plus petite. (LUAMBA, 2017)

Elle est définie mathématiquement par la relation : $e = x_n - x_1$ (maximum-minimum)

- d. **Moment** : On appelle moment à l'origine d'ordre $r \in \mathbb{N}$ le paramètre :

$$m'_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^r \quad [I-8]$$

On appelle moment centré d'ordre $r \in \mathbb{N}$ le paramètre :

$$m_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad [I-9]$$

Les moments généralisent la plupart des paramètres. On a en particulier :

- $m'_1 = \bar{x}$,
- $m_1 = 0$,
- $m'_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 = s_x^2 + \bar{x}^2$,
- $m_2 = s_x^2$

Signalons que les moments d'ordres supérieurs ($r = 3, 4$) sont utilisés pour mesurer la symétrie et l'aplatissement. (Tillé, 2010)

1.3.1.3. Les paramètres de forme ou de dissymétrie :

a. Le coefficient d'asymétrie de Fisher (skewness)

Le moment centré d'ordre trois est défini par :

$$m_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 \quad [I-10]$$

Il peut prendre des valeurs positives, négatives ou nulles. L'asymétrie se mesure au moyen du coefficient d'asymétrie de Fisher :

$$g_1 = \frac{m_3}{s_x^3} \quad [I-11]$$

Où s_x^3 est le cube de l'écart-type.

A part le coefficient d'asymétrie de Fisher, il existe d'autres qui sont basés sur les indicateurs de localisation, tel est le cas des coefficients d'asymétrie de Yule et de Pearson.

Pour le cas de Pearson, on dit qu'une distribution de fréquences est positivement dissymétrique ou dissymétrique à droite si la portion de sa courbe située à droite du sommet (mode) est plus longue que l'autre. En général, pour les distributions positivement dissymétriques, on observe que : mode < médiane < moyenne ; (Clarence, 2011)

Et pour les distributions négativement dissymétriques : moyenne < médiane < mode

Ce coefficient est calculé par la relation :

$$\gamma_i = \frac{3(\text{moyenne} - \text{médiane})}{s} \quad [I-12]$$

1.3.1.4. Les paramètres d'aplatissement (Kurtosis)

L'aplatissement est mesuré par le coefficient d'aplatissement de Fisher :

$$g_2 = \frac{m_4}{s_x^4} - 3 \quad [I-13]$$

Où m_4 est le moment centré d'ordre 4, et s_x^4 est le carré de la variance.

- Une courbe mésokurtique si $g_2 \approx 0$.
- Une courbe leptokurtique si $g_2 > 0$. Elle est plus pointue et possède des queues plus longues.
- Une courbe platykurtique si $g_2 < 0$. Elle est plus arrondie et possède des queues plus courtes.

1.3.2. La statistique descriptive bivariée

On s'intéresse à deux variables x et y . Ces deux variables sont mesurées sur les n unités d'observation. Pour chaque unité, on obtient donc deux mesures. La série statistique est alors une suite de n couples des valeurs prises par les deux variables sur chaque individu :

$$(x_1, y_1), \dots, (x_i, y_i), \dots, (x_n, y_n).$$

Chacune des deux variables peut être, soit quantitative, soit qualitative.

Notre étude ne fait référence qu'au cas de deux variables quantitatives.

1.3.2.1. Analyse des variables

Les variables x et y peuvent être analysées séparément. On peut calculer tous les paramètres dont les moyennes et les variances :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{et} \quad s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2 \quad [I-14]$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad \text{et} \quad s_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2 \quad [I-15]$$

Ces paramètres sont appelés paramètres marginaux : variances marginales, moyennes marginales, écarts-types marginaux, quantiles marginaux, etc... (Tillé, 2010)

1.3.2.2. La covariance

Une première synthèse numérique de l'association entre x et y est donnée par le coefficient de covariance défini par :

La covariance est la moyenne du produit des écarts $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$.

Elle est définie mathématiquement suivant la relation [I-17]

$$cov(x, y) = cov(y, x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n) (y_i - \bar{y}_n) \quad [I-16]$$

En cas de covariance positive, le diagramme de dispersion correspondant à une forme générale croissante. Si les valeurs élevées d'une série s'accompagnent des valeurs élevées de l'autre série (même chose pour les valeurs basses), alors les produits $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ sont positifs et par conséquent la covariance est-elle aussi positive. Les deux séries sont alors positivement corrélées. En cas de covariance négative, le diagramme de dispersion a une allure générale décroissante. Dans le cas d'une covariance nulle, on ne peut pas affirmer qu'il n'existe pas de dépendance entre les deux variables. (Clarence, 2011)

1.3.2.3. Coefficient de corrélation

Le coefficient de corrélation entre 2 variables quantitatives x et y est égal au rapport de la covariance de X et Y divisé par le produit des écart-types de x et y .

Le coefficient de corrélation est noté ρ dans la population :

$$\rho = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{var(x)}\sqrt{var(y)}} \quad [I-17]$$

- Lors que les deux variables sont indépendantes, la $cov(x,y) = 0$;
- La $cov(x,x) = var(x)$;
- Si $\rho=1$, x et y sont corrélées positivement ;

- Si $\rho=-1$, x et y sont corrélées négativement ;
- Si $\rho=0$, x et y sont indépendants. (LUAMBA, 2017)

1.3.2.4. Coefficient de détermination

Le coefficient de détermination est le carré du coefficient de corrélation :

$$R^2 = \frac{(cov(x,y))^2}{var(x).var(y)} \quad [I-18]$$

La valeur du R^2 représente la proportion de la variation de la réponse qui est expliquée par le modèle. Lorsqu'elle est élevée cela signifie que le modèle est exhaustif, alors qu'un R^2 faible indique que certaines variables importantes n'ont pas été prises en compte dans le modèle, qu'elles ont été « oubliées » ou que les conditions environnementales sont bruitées ou instables ou encore que la mesure de la réponse n'est pas précise....

Cependant, le R^2 peut être trompeur pour évaluer la qualité d'un modèle :

Problème n°1 : Chaque fois que vous ajoutez un prédicteur dans le modèle, la valeur du R^2 augmente, même si cela est juste dû au seul hasard. Le R^2 ne diminue jamais. Un modèle avec plus de termes aura toujours un meilleur R^2 tout simplement parce qu'il a plus de termes.

Problème n°2 : Si un modèle a trop de prédicteurs et/ou de termes d'ordre élevé, il modélisera en réalité le bruit aléatoire dans les données. Un modèle sur-ajusté produit des valeurs de R^2 trompeuses, très élevés mais une mauvaise capacité de prédire de nouvelles observations. Le modèle dévient inutilement complexe, peu pertinent, difficile à expliquer et peu robuste.

Il faut résister à l'envie d'ajouter toujours plus de prédicteurs dans un modèle de régression pour maximiser le R^2 ; les R^2 ajusté et prévu peuvent vous être utiles en cela.

Qu'est-ce que le R^2 Ajusté ?

Le R^2 ajusté prend en compte le nombre de termes de votre modèle. Si vous comparez un modèle à cinq prédicteurs à un autre modèle à six prédicteurs qui a un R^2 plus élevé, cela signifie-t-il que le R^2 du modèle à six prédicteurs est plus élevé parce que ce modèle est vraiment meilleur ? Ou est-il plus élevé parce qu'il y a simplement plus des prédicteurs ? Le R^2 ajusté permet de le savoir. Le R^2 ajusté est une version modifiée du R^2 , il est ajusté pour tenir compte du nombre de prédicteurs dans le modèle. Le R^2 ajusté n'augmente que si le nouveau terme améliore le modèle plus que prévu par le hasard. Il peut même diminuer quand un prédicteur améliore le modèle moins que prévu par le simple hasard. Le R^2 ajusté est toujours inférieur au R^2 .

Signalons que le R^2 prévu est plus utilisé dans les sessions de Minitab. Or dans cette étude, nous nous limiterons au logiciel Excel. (Scibilia, 2019)

1.3.2.5. La régression linéaire

La régression s'adresse à un type de problème où les 2 variables quantitatives continues x et y ont un rôle asymétrique : la variable y dépend de la variable x . La liaison entre la variable y dépendante et la variable x indépendante peut être modélisée par une fonction de type :

$$y = a + bx, [I-19]$$

représentée graphiquement par une droite. (LABARERE, 2012)

Le problème consiste à identifier une droite qui ajuste bien le nuage de points. Si les coefficients a et b étaient connus, on pourrait calculer les résidus de la régression définis par :

$$e_i = y_i - a - bx_i, [I-20]$$

Le résidu e_i est l'erreur que l'on commet en utilisant la droite de régression pour prédire y_i à partir de x_i . Les résidus peuvent être positifs ou négatifs.

Pour déterminer la valeur des coefficients a et b on utilise le principe des moindres carrés qui consiste à chercher la droite qui minimise la somme des carrés des résidus : (Tillé, 2010)

$$M(a, b) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 [I-21]$$

Les coefficients a et b qui minimisent le critère des moindres carrés sont donnés par :

$$b = \frac{\text{cov}(x,y)}{s_x^2} \quad \text{et} \quad a = \bar{y} - b\bar{x} [I-22]$$

1.3.2.6. Erreur type d'estimation

La droite d'estimation (droite de régression) exprime seulement une tendance centrale de l'estimation de la variable correspondante, y par exemple pour la droite d'estimation de y en x .

Il y a intérêt à associer la connaissance de la tendance centrale un indice qui renseigne sur la dispersion correspondante. Cette dispersion de l'estimation est représentée par les écarts des points du diagramme par rapport à la droite d'estimation correspondante. (Clarence, 2011). Cet indice est déterminé par la racine carrée de la variance des résidus, soit :

$$\text{Erreur d'estimation de } y \text{ en } x : S_{dy} = s_y \sqrt{1 - r^2} [I-23]$$

Avec s_y l'écart-type de la variable Y .

I.3.3. La statistique inférentielle

I.3.3.1. Définitions :

Inférer signifie Obtenir, à partir de mesures sur une partie de la population (échantillon), des informations (de caractère probabiliste) sur la totalité de celle-ci. (Aliferis, 2008)

➤ **Spécificité :**

- La série de données est considérée comme un échantillon d'une population ;
- suppose un modèle probabiliste sur la population ;
- Nécessite des méthodes d'échantillonnage.

➤ **Objectifs :**

- étendre (inférer) les propriétés constatées sur l'échantillon à la population ;
- Valider ou infirmer des hypothèses sur la population énoncées a priori ou formulées après une phase exploratoire.

➤ **Méthodes :**

- Estimation : approcher des paramètres de la population à partir de l'échantillon ;
- Tests : valider ou infirmer les hypothèses émises sur ces paramètres ;
- Modélisation et de prévision : recherche d'une relation entre une variable et plusieurs autres, valable pour l'ensemble de la population.

L'inférence statistique traite principalement deux types de problèmes : l'estimation de paramètres (espérance, variance, probabilité de succès) et les tests d'hypothèses. L'inférence statistique ne conduit jamais à une conclusion stricte, elle attache toujours une probabilité à cette conclusion. Cela provient du fait que l'on tente de tirer des conclusions sur une population (grand nombre d'individus) sur la base des observations réalisées sur un échantillon, représentant une portion restreinte de la population. (Clarence, 2011)

I.3.3.2. Méthodes d'estimation

Le problème traité dans cette section est celui de l'**estimation** du paramètre θ . Comme on l'a déjà dit, il s'agit de donner, au vu des observations x_1, \dots, x_n , une approximation ou une évaluation de θ que l'on espère la plus proche possible de la vraie valeur inconnue. On pourra proposer une unique valeur vraisemblable pour θ (**estimation ponctuelle**) ou un ensemble de valeurs vraisemblables (**estimation ensembliste** ou **région de confiance**).

Par définition, un **estimateur** d'une grandeur θ est une statistique T_n à valeurs dans l'ensemble des valeurs possibles de θ . Une **estimation** de θ est une réalisation t_n de l'estimateur T_n . Un estimateur est donc une variable aléatoire, alors qu'une estimation est une valeur déterministe.

Il existe de nombreuses méthodes pour estimer un paramètre θ . Dans cette section, nous ne nous intéressons qu'à la méthode des moments. (Gaudoin, 2010)

A. Méthode de Moment

C'est la méthode la plus naturelle. L'idée de base est d'estimer une espérance mathématique par une moyenne empirique, une variance par une variance empirique, etc...

Si le paramètre à estimer est l'espérance de la loi des X_i , alors on peut l'estimer par la moyenne empirique de l'échantillon. Autrement dit, si $\theta = E(X)$, alors l'estimateur de θ par la méthode des moments (EMM) est :

$$\tilde{\theta}_n = \tilde{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad [I-24]$$

Plus généralement, pour $\theta \in \mathbb{R}$, si $E(X) = \varphi(\theta)$, où φ est une fonction inversible, alors l'estimateur de θ par la méthode des moments est $\tilde{\theta}_n = \varphi^{-1}(\tilde{X}_n)$ et aussi

Si x_1, \dots, x_n sont des variables indépendantes et de même loi normale $N(m, s^2)$, $E(X) = m$ et $\text{var}(x) = s^2$, donc l'estimateur de m et s^2 par la méthode des moments sont :

$$\tilde{m}_n = \tilde{X}_n \text{ et } \tilde{s}_n^2 = s_x^2 \quad [I-25]$$

1.3.3.3. Estimation et Test du coefficient de corrélation (LABARERE, 2012)

❖ Estimation du coefficient de corrélation :

Le coefficient de corrélation estimé sur un échantillon issu d'une population est noté r . Il s'interprète comme le coefficient de corrélation ρ mesuré sur la population. Il est calculé à partir des estimations de la covariance et des variances de X et de Y sur l'échantillon.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2}} \quad [I-26]$$

Ce qui conduit à l'expression mathématique :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)}{n}}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}\right] \left[\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2}{n}\right]}} \quad [I-27]$$

Signalons que n est le nombre total d'effectifs, les m sont les paramètres obtenus par estimation de la variance et de la covariance.

❖ **Test du coefficient de corrélation :**

Après le calcul du coefficient de corrélation r estimé sur un échantillon, il faut déterminer si le coefficient de corrélation ρ est significativement différent de 0.

- L'hypothèse nulle : $H_0 : \rho = 0$ (absence de liaison [linéaire] entre X et Y)
- L'hypothèse alternative : H_1 bilatérale : $\rho \neq 0$ (existence d'une liaison entre X et Y), c'est-à-dire $r \cong \rho$.

Sous l'hypothèse nulle (H_0) :

Le rapport de l'estimateur du coefficient de corrélation r sur son écart-type suit une loi de Student à (n-2) degrés de liberté. n est l'effectif de l'échantillon.

$$\frac{r}{s_r} \rightarrow t_{(n-2)ddl}$$

L'estimateur de l'écart-type du coefficient de corrélation est égal à :

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} \quad [I-28]$$

Le test du coefficient de corrélation consiste à calculer la grandeur t_0 et à la comparer à la valeur seuil α sur la table de la loi de Student à (n-2) degrés de libertés.

$$t_0 = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad [I-29]$$

Cette expression permet de décider de la corrélation entre les deux variables x et y de l'étude à travers l'image de la figure I-1.

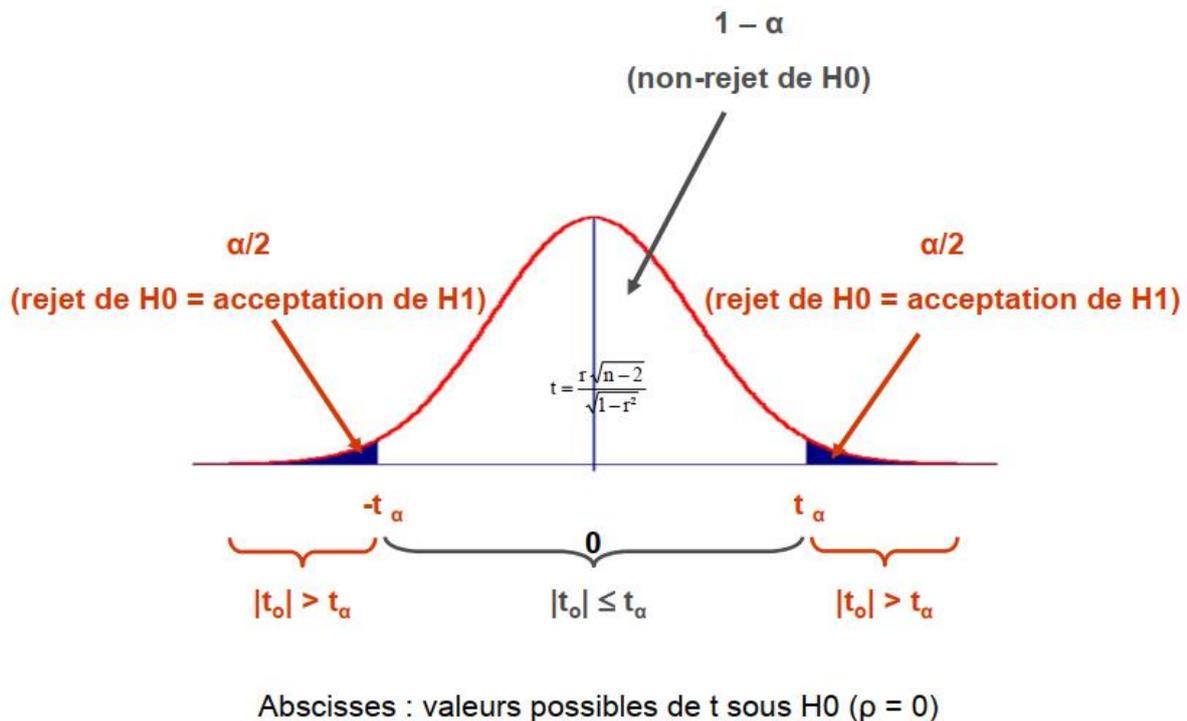


Figure I-1 : Test de T Student

1.3.3.4. Intervalle de confiance (Gaudoin, 2010)

Un intervalle de confiance de seuil (ou niveau de signification) $\alpha \in [0; 1]$ pour un paramètre θ , est un intervalle aléatoire I tel que $P(\theta \in I) = 1 - \alpha$.

α est la probabilité que le paramètre θ n'appartienne pas à l'intervalle I , c'est à dire la probabilité que l'on se trompe en affirmant que $\theta \in I$. C'est donc une probabilité d'erreur, qui doit être assez petite. Les valeurs usuelles de α sont 10%, 5%, 1%, etc.

Le problème à régler est de trouver un procédé pour déterminer un intervalle de confiance pour un paramètre θ . Il semble logique de proposer un intervalle de confiance centré sur un estimateur performant $\widehat{\theta}_n$, c'est-à-dire de la forme $I = [\widehat{\theta}_n - \varepsilon, \widehat{\theta}_n + \varepsilon]$. Il reste alors à déterminer de sorte que :

$$P(\theta \in I) = P(\widehat{\theta}_n - \varepsilon \leq \theta \leq \widehat{\theta}_n + \varepsilon) = P(|\widehat{\theta}_n - \theta| \leq \varepsilon) = 1 - \alpha \quad [I-30]$$

Mais cette démarche ne va pas toujours aboutir. En effet, α est un réel fixé à l'avance qui ne doit pas dépendre de θ . ε ne doit pas non plus dépendre de θ pour que l'intervalle soit utilisable. Par conséquent, on ne peut déterminer un ε vérifiant l'égalité ci-dessus que si la loi de probabilité de $\widehat{\theta}_n - \theta$ ne dépend pas de θ , ce qui n'est pas toujours le cas.

Si cet intervalle de confiance est petit, l'ensemble des valeurs vraisemblables pour θ est resserré autour de $\hat{\theta}_n$. Si l'intervalle de confiance est grand, des valeurs vraisemblables pour θ peuvent être éloignées de $\hat{\theta}_n$. Donc un intervalle de confiance construit à partir d'un estimateur permet de mesurer la précision de cet estimateur. Pour trouver un intervalle de confiance, il existe plusieurs méthodes. La plus efficace consiste à chercher une **fonction pivotale**, c'est à dire une variable aléatoire fonction à la fois du paramètre θ et des observations X_1, \dots, X_n , dont la loi de probabilité ne dépende pas de θ .

I.4. Méthode statistique d'ajustement

De nos jours, la régression linéaire sous contraintes fait partie de la boîte à outils de la statistique appliquée. Les contraintes portent le plus souvent sur les coefficients de la régression et se traduisent par des équations ou des inéquations linéaires et non-linéaires. La fonction objective la plus classique est sans doute le critère des moindres carrés. Naturellement, d'autres fonctions objectives que la somme des carrés des résidus de l'ajustement peuvent être retenues, les moindres valeurs absolues par exemple. (Falguerolles, 2009)

Après avoir calculé les meilleures valeurs des paramètres dans le cadre du modèle mathématique choisi, on peut examiner la correspondance existant entre le phénomène observé et la représentation théorique. Il se peut en effet que le modèle mathématique ne corresponde pas à la réalité ou que le processus d'ajustement n'ait pas conduit aux valeurs les plus adéquates des paramètres.

Un premier examen des résultats peut se faire très rapidement au vu du graphique représentant les points observés et la courbe théorique. Une deuxième critique de l'ajustement peut se faire en examinant la distribution des résidus de régression. L'espérance mathématique de ces résidus étant nulle, leur moyenne doit normalement être proche de 0. (STEINIER, 1974)

Le critère des moindres carrés est très sensible à des observations atypiques ou « hors norme », c'est-à-dire qui présentent des valeurs trop singulières. L'étude descriptive initiale permet sans doute déjà d'en repérer mais c'est insuffisant. Un diagnostic doit être établi dans le cadre spécifique du modèle recherché afin d'identifier les observations influentes, c'est-à-dire celles dont une faible variation du couple (x_i, y_i) induit une modification importante des caractéristiques du modèle.

Ces observations repérées, il n'y a pas de remède universel : supprimer une valeur aberrante, corriger une erreur de mesure, construire une estimation robuste, ne rien faire..., cela dépend du contexte et doit être négocié avec le commanditaire de l'étude. (WikiStat, 2017)

En ce qui concerne la présente étude, nous choisirons de construire un modèle robuste. D'où la dépendance de y en x peut être bien représentée par la relation du type :

$$y = ax + b + \varepsilon \text{ [I-31]}$$

Avec a le coefficient inconnu, b la constante indépendante et ε un terme aléatoire non observable. A partir des données (x_i, y_i) , on doit estimer les coefficients a , b et certaines caractéristiques de la distribution des ε . Le terme ε représente l'effet de tous les facteurs que nous ne pouvons ou ne savons pas identifier. Il est considéré comme aléatoire puisque notre ignorance sur ses modes de détermination lui donne la nature d'une variable aléatoire. D'où pour toute valeur fixée de x , y suit une loi de probabilité conditionnelle. La perturbation se calcule suivant la formule [I-33] : (MALINVAUD, 1963)

$$\varepsilon_i = (y_i - \bar{y}) - a(x_i - \bar{x}) \text{ [I-32]}$$

Le coefficient a et la constante indépendante b sont calculés suivant les formules décrites dans la section I.3.2.5. Les valeurs \bar{y} et \bar{x} sont les moyennes empiriques des variables endogène et exogène, respectivement.

CHAPITRE II : RAPPELS DES NOTIONS IMPORTANTES SUR LA FLOTATION ET LA CINÉTIQUE DE FLOTTATION

II.1. INTRODUCTION

La cinétique de flottation dépend de la dimension des particules et de la taille des bulles, mais elle est aussi affectée par une multitude d'autres facteurs tels que les interactions entre les fractions granulométriques du minéral, l'action de la turbulence, la saturation des bulles, etc. (ZhuJun, 2009). C'est pour cette raison que nous allons commencer par rappeler les notions importantes de la flottation et nous allons chuter par la cinétique et les modèles mathématiques.

II.2. BREF RAPPEL SUR LA FLOTTATION A LA MOUSSE

a. Définition et principe

La flottation est un procédé physico-chimique de concentration qui consiste à séparer les minéraux en suspension dans un liquide et se base sur les propriétés de surface des particules. Pour pouvoir employer cette technique, il faut réunir trois conditions essentielles :

- Obtention de bulles d'air stables pouvant former une mousse ;
- Adhésion des minéraux à flotter aux bulles d'air ; Non adhésion aux bulles d'air des particules que l'on ne veut pas flotter et mouillage de ces particules par l'eau ;
- lévitation des minéraux valorisables accrochés aux bulles à la surface et leur récupération dans la mousse. (KANDA, 2012)

Le principe ou la base de la flottation se repose sur la différence de mouillabilité entre les minéraux à valoriser et ceux de la gangue. En flottation classique, l'air est injecté à travers la pulpe où les minéraux qui n'aiment pas de l'eau (les minéraux hydrophobes) s'attachent aux bulles d'air et migrent vers la surface, pendant que les minéraux hydrophiles coulent et se dirigent vers le fond de la cellule.

En général, on procède par trois mécanismes pour récupérer les minéraux par flottation qui sont :

- Par attachement sélectif aux bulles ;
- Par entraînement dans l'eau qui passe à travers la mousse ;
- Par piégeage.

b. Paramètres importants de la flottation

On peut répartir les paramètres de la flottation en trois catégories :

- Les paramètres chimiques ;
- Les paramètres liés à l'appareillage ;
- Les paramètres liés à la préparation de la pulpe.

Les paramètres chimiques comprennent la nature et la dose des réactifs collecteurs, moussants et modifiants. Les paramètres liés à l'appareillage sont évidemment relatifs au type d'appareil utilisé, à la vitesse du rotor de l'appareil (pour les machines de flottation mécaniques) et le débit d'air. Quant aux paramètres liés à la préparation de la pulpe, ils comprennent la nature du minéral, la dimension des particules, la densité de la pulpe, la température, le pH de la pulpe, le temps de la flottation... (KANANDA, 2012). Le mécanisme de la flottation est illustré sur la figure II-1.

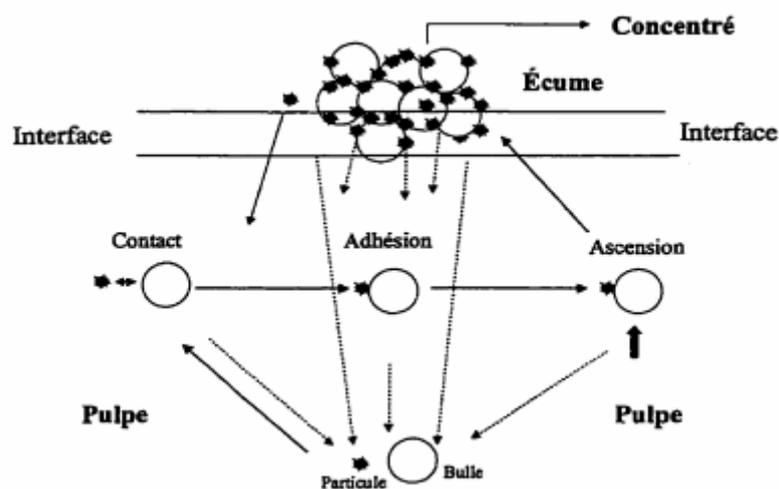


Figure II-1 : Mécanisme de flottation (PROULX, 2000)

Les paramètres cités ci-dessous sont contrôlés dans la présente étude :

- la densité de la pulpe sera maintenue au tour de 30 % de solides ;
- Les doses des réactifs de flottation qui sont fixées par rapport aux performances que ces collecteurs ont présentés dans les études antérieures et les exigences des fournisseurs;
- Le temps de flottation fixé à 10 minutes ;
- Le temps limite de flottation, le rendement limite ainsi que la constante cinétique de flottation sont déterminés par une étude cinétique et statistique de flottation.

c. Critères d'évaluation des résultats de flottation

Les principaux critères d'évaluation de la performance d'une flottation que nous avons retenus sont : le rendement de récupération du métal utile, le rendement pondéral du concentré et le taux de concentration du métal utile.

1. Rendement de récupération

Le rendement de récupération est le rapport en pourcentage de la masse du métal utile récupérée dans le concentré, par la masse totale de ce même métal qui était contenu dans le minerai avant concentration. Le rendement de récupération doit être le plus élevé possible. Il est donné par la formule II-1.

$$\eta = \frac{C.c}{A.a} \times 100 \text{ [II- 1]}$$

avec :

a : teneur de l'élément utile dans le minerai avant concentration ;

A : masse du minerai à flotter ;

c : teneur du métal dans le concentré ;

C : masse du concentré ;

2. Rendement pondéral de concentration

Le rendement pondéral de concentration est le rapport en pourcentage de la masse du concentré sur la masse du minerai à la flottation. Pour une bonne opération de flottation, le rendement pondéral de concentration doit être le plus bas possible. Ce rendement est donné par la relation suivante :

$$\pi = \frac{C}{A} \times 100 \text{ [II- 2]}$$

Avec :

π : Le rendement pondéral de concentration

C : masse de concentré

A : masse de minerai à flotter

3. Taux de concentration

Le taux de concentration est le rapport de la teneur de l'élément utile dans le concentré sur la teneur de cet élément dans l'alimentation. La flottation est d'autant meilleure, lorsqu'au bout du compte, on obtient un concentré dont le taux de concentration de l'élément utile est plus élevé.

Le taux de concentration est donné par la relation :

$$\tau = \frac{c}{a} \text{ [II- 3]}$$

Avec :

τ : le taux de concentration ;

c : teneur du métal dans le concentré ;

a : teneur du métal dans le minerai avant concentration.

4. Courbe de sélectivité

Les opérations de flottation, d'une manière générale, ne sont pas sélectives. On constate que la récupération d'une grande masse de métal utile se fait au détriment de la teneur du concentré : les deux paramètres sont donc antagonistes. Une meilleure opération de flottation est celle qui se traduit par un concentré de forte teneur en métal utile et dont le rendement de récupération est élevé. Pour trouver un compromis entre la teneur en élément utile et le rendement de récupération, on se base sur l'analyse des courbes reliant les deux paramètres : ces courbes sont dites de sélectivité. (KATUFU, 2017). La figure II-2 donne une illustration de ces courbes de sélectivité.

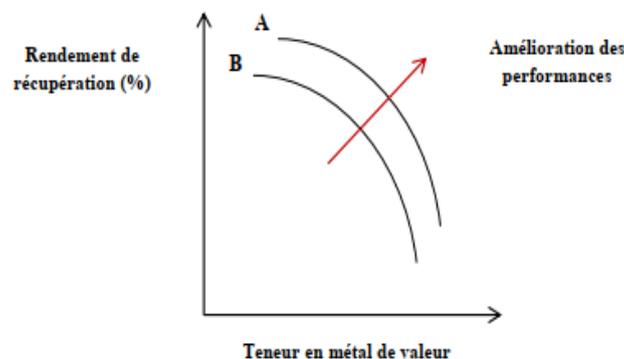


Figure II-2 : Courbe de sélectivité (KALUME, 2016)

Pour deux opérations de flottation, celle dont la courbe de sélectivité se place le plus au-dessus, est la plus performante. La figure II-2 donne une illustration de cette comparaison. Tout déplacement vers le coin supérieur droit traduit une amélioration des performances.

d. Réactifs de flottation

➤ Le collecteur :

Le collecteur est un agent tensioactif (surfactant), une molécule organique hétéropolaire constituée par au moins une chaîne hydrocarbonée et une tête polaire, qui peut comporter un ou plusieurs groupes qui salifie facilement ionisable. Le collecteur a comme principal objectif de préparer la surface du minéral afin d'optimiser son attachement sur les bulles d'air. La figure II-3 montre comment se présente le collecteur à la surface du minéral.

Les collecteurs sont regroupés en deux catégories : les collecteurs polaires et les collecteurs non polaires. Puisque les collecteurs polaires sont très utilisés en flottation, nous nous y intéresserons plus particulièrement. Et ces derniers sont également classés selon leurs caractères ioniques ou non-ioniques. Les collecteurs polaires non-ioniques sont souvent très peu solubles dans l'eau contrairement aux collecteurs ionique qui possèdent un très grand domaine d'application en flottation. (Djamel, 2014)

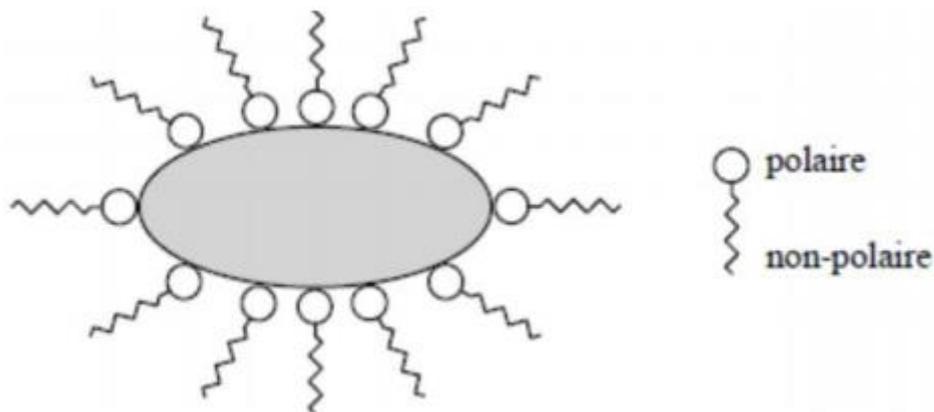


Figure II-3 : Mode d'action d'un collecteur à la surface du minéral (Djamel, 2014)

Les collecteurs ioniques sont les plus utilisés et sont classés en deux catégories :

- Les collecteurs cationiques qui, après dissociation dans la solution aqueuse, donnent un ion effectif qui est chargé positivement. L'élément qui porte la charge positive des collecteurs cationiques est plus souvent l'atome d'azote quaternaire.

- Les collecteurs anioniques donnent un anion comme ion effectif. Ces collecteurs sont utilisés pour les sulfures, les métaux natifs et les minéraux oxydés.

Les collecteurs anioniques sont distingués en collecteurs oxhydriques et en collecteurs sulfhydriques. Les collecteurs oxhydriques sont des acides gras renfermant typiquement l'atome d'oxygène à l'étage d'oxydation -2 dans leur groupe polaire ; tandis que les collecteurs sulfhydriques contiennent du soufre bivalent dans leur groupe polaire. La classification des collecteurs suivant leurs natures et propriétés physico-chimiques est illustrée sur la figure II-4.

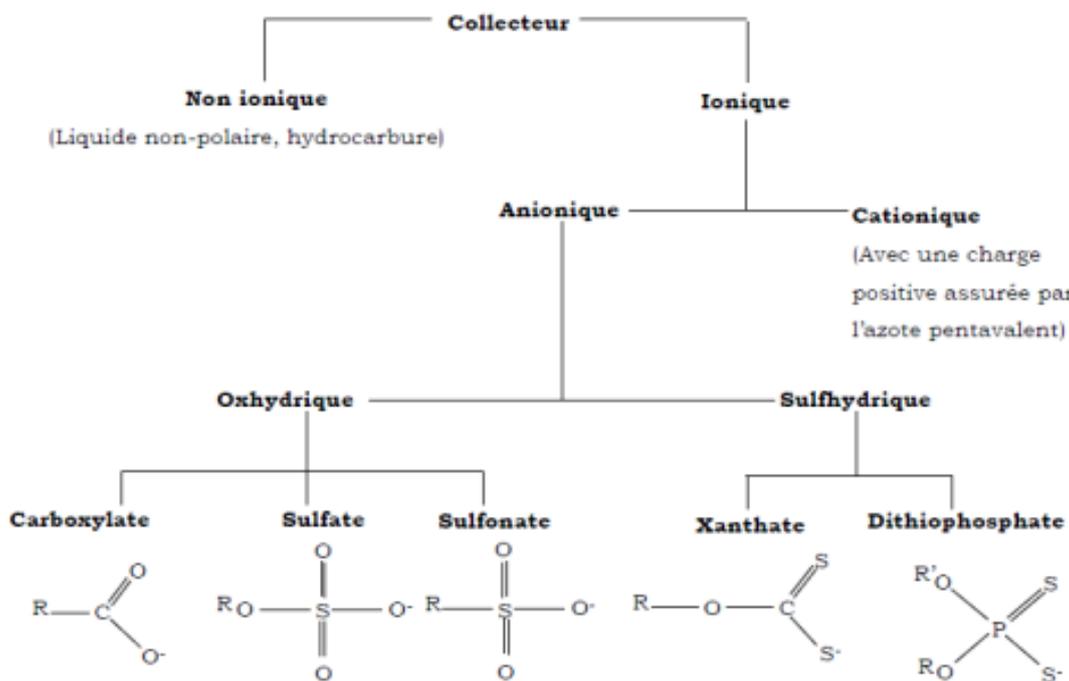


Figure II-4 : Classification générale des collecteurs de flottation (KATUFU, 2017)

➤ Le Moussant :

Le moussant, par définition, intervient à l'interface liquide/gaz. Il a trois fonctions essentielles. La première fonction est de créer des interfaces liquide-gaz importantes. Les bulles d'air dispersées dans les pulpes ont des distributions dimensionnelles très étendues allant généralement du dixième de millimètre à plusieurs millimètres au départ, suivant les dispositifs utilisés.

En présence de moussant, les bulles sont beaucoup plus petites de 0.1 à 1mm (0.5mm en moyenne). Elles ont une forme très voisine d'une sphère (en raison de la très grande élasticité de leur surface que leur confèrent les tensioactifs adsorbés), alors que les bulles, en absence des moussants, ont des formes allongées. La forme intervient sur la vitesse d'ascension des bulles

dans les pulpes, qui est d'autant plus faible que la forme se rapproche de celle d'une sphère pour un volume donné. Enfin, l'aire globale de l'interface liquide - gaz augmente avec la finesse des bulles.

La deuxième fonction consiste à faciliter la fixation à l'interface liquide-gaz des particules collectées, par coadsorption avec le collecteur. Le revêtement collecteur se trouverait donc plus solidement adsorbé. La troisième fonction est de donner une écume (mousse - particules) pseudostable au-dessus de la cellule de flottation. L'écume sert de milieu de séparation des particules solides que l'on désire récupérer de celles qui ne flottent pas. Son rôle mécanique est essentiel.

Elle a également, suivant sa hauteur, un rôle de concentration secondaire. En raison de la grande turbulence existant dans les cellules de flottation et des courants parasites qui existent dans les traînées des particules et des bulles qui pénètrent dans l'écume, une certaine quantité de particules hydrophiles est entraînée mécaniquement. Ces particules retombent dans la pulpe, drainées par le courant d'eau descendant de la partie supérieure de l'écume et provenant de la rupture des films d'eau composant les bulles d'air, dans des conditions de faible turbulence. (SABRI, 2013)

➤ **Activant et déprimant :**

Les activateurs sont généralement des sels solubles, qui s'ionisent en milieu aqueux. Les ions produits réagissent avec certains composés chimiques de surface des minéraux pour favoriser l'adsorption du collecteur. Tandis que les déprimeurs sont utilisés pour améliorer la sélectivité de la flottation en rendant hydrophiles certains minéraux pour empêcher leur flottation. Les déprimeurs sont plus souvent utilisés en cas de flottation différentielle.

Quelques réactifs activateurs couramment utilisés sont donnés dans le tableau II-1

Tableau II-1 : Quelques réactifs activateurs

Nom	Formule Chimique
Sulfate de Cuivre	CuSO ₄
Sulfhydrate ou hydrogénosulfure de sodium	NaHS
Sulfure de sodium	Na ₂ S
Sels d'ammonium	(Na,K)NH ₄

➤ **Régulateur de pH :**

Le pH est l'un des facteurs dans les procédés de séparation par flottation. Les conditions alcalines favorisent la collection des minéraux par les xanthates et préviennent à la corrosion des équipements. La chaux, la soude caustique et l'acide sulfurique sont souvent utilisés comme régulateur de pH.

➤ **Dispersant :**

Les dispersants sont très importants dans le contrôle des fines qui, quelques fois interfèrent avec la sélectivité et accroît la consommation des réactifs. On trouve par exemple, la soude caustique et le silicate de sodium comme dispersant.

e. Mécanismes de sulfuration

La sulfuration d'un minéral oxydé est un processus réactionnel en deux étapes. La première étape, caractérisée par une cinétique rapide, conduit à la formation d'une couche primaire de sulfuration via un contact direct minéral-sulfurant. Quant à la seconde étape, elle génère la couche secondaire de sulfuration avec une cinétique lente imposée par la vitesse de diffusion d'ions métalliques du minéral à travers la couche primaire de sulfuration. Elle conduit à la formation d'un sulfure déficitaire en métal (M_xS), c'est-à-dire qu'elle renforce l'hydrophobie du minéral soumis à la sulfuration.

Cependant, il est démontré qu'une partie du sulfurant est consommée par l'oxygène de l'air injecté dans la pulpe pendant la flottation des minéraux oxydés. Cela conduit à la formation d'ions oxysulfures, c'est-à-dire une surconsommation du sulfurant par des réactions parasites. Si l'on utilise une injection unique du sulfurant, il peut donc en résulter un déficit de sulfuration des minéraux oxydés et par conséquent, une détérioration du rendement de récupération des métaux utiles. (SAMSON, 2009)

f. Stratégie d'ajout des réactifs

Une stratégie d'ajout des réactifs caractérise la quantité et la façon dont les réactifs sont ajoutés dans un circuit de flottation. Les variantes résident dans le choix des réactifs, du dosage et de la distribution.

L'ajout d'un réactif dans une unité de flottation est basé sur la quantité de minerai alimentée au circuit et est souvent exprimé en grammes de réactif par tonne de minerai. Le dosage des réactifs est une variable de contrôle stratégique. Lorsque le rendement métallurgique est à la baisse, on augmente le dosage du collecteur, du réactif modifiant ou du moussant. Cependant un surplus de collecteur peut favoriser la flottation d'espèces non désirées réduisant ainsi la sélectivité du procédé.

De la même façon, une quantité trop élevée de moussant peut causer une augmentation de l'entraînement des particules. À l'opposé, une quantité insuffisante de collecteur réduit la capacité de flottation et l'utilisation restreinte du moussant peut causer une instabilité de l'écume et une diminution de la récupération des minéraux de valeur. L'opérateur doit donc tenir compte de tous ces facteurs afin d'ajuster les dosages de réactifs de façon à maintenir les performances de l'unité de flottation. Les réactifs peuvent être ajoutés à différents endroits du circuit. La majeure partie du collecteur et du moussant est ajoutée dès la première étape de l'ébauchage et une plus faible partie est distribuée dans les bancs de cellules subséquents. (PROULX, 2000)

II.3. CINÉTIQUE ET MODELES MATHÉMATIQUES

II.3.1. Introduction

La cinétique de flottation, dépend de la dimension des particules et de la taille des bulles, mais elle est aussi affectée par une multitude d'autres facteurs tels que les interactions entre les fractions granulométriques du minéral flotté et entre les minéraux flottés et non flottés, la coagulation des ultrafines, la précipitation des germes gazeux sur les surfaces minérales, l'action de la turbulence sur les agrégats, la saturation des bulles par les particules minérales, l'entraînement des ultrafines dans les mousses, etc.

La prédiction des constantes de vitesse de flottation est de grande importance dans le traitement minéral. Les processus de base qui gouvernent le taux de récupération, ou l'efficacité de collection (E_{coll}), des particules dans une cellule de flottation sont bien assimilés et incluent les sous processus consécutifs de collision, d'attachement et de stabilité de l'agrégat particule – bulle.

La collision est dominée par les effets hydrodynamiques à l'intérieur de la cellule de flottation (par exemple, vitesse de la bulle et la turbulence), alors que l'attachement est dominé par le comportement interfacial entre la particule et la bulle (par exemple, l'hydrophobicité de surface de la particule et l'influence du drainage du film liquide mince). Quant à la stabilité, son efficacité dépend de l'hydrodynamique et des événements interfaciaux. (SABRI, 2013)

Il existe deux types de modèles cinétiques, l'un considérant la variation temporelle de la concentration des particules à flotter, et l'autre tenant compte de la variation dans le temps de la récupération des particules flottées.

Dans la présente étude, nous allons nous limiter au modèle décrivant la variation temporelle de la concentration C de particules.

Ce type de modèle considère que la variation temporelle de la concentration moyenne en particule C dans la pulpe est de la forme :

$$\frac{dC}{dt} = -kC^n \text{ [II- 4]}$$

Avec k la constante cinétique de la flottation et n l'ordre de la réaction. La plupart des auteurs considèrent que la flottation a une cinétique du premier ordre et que $n = 1$, bien que certains suggèrent que l'ordre est plus élevé. Le bilan sur toute la colonne de flottation donne :

$$VdC = (QC_0 - QC - kVC^n)dt \text{ [II- 5]}$$

Où C_0 est la concentration initiale à $t = 0$. En supposant que $n = 1$, nous avons

– Dans le cas d'un réacteur discontinu, $Q = 0$:

$$\frac{dC}{dt} = -kC^n ; \text{ Soit } C = C_0 e^{-kt} \text{ [II- 6]}$$

et le rendement de récupération r est alors :

$$r = 1 - \frac{C}{C_0} = 1 - e^{-kt} \text{ [II- 7]}$$

II.3.2. Modèles cinétiques de flottation

II.3.2.1. Modèle de Klimpel

L'équation de Klimpel peut être appliquée en flottation discontinue de laboratoire. Le modèle cinétique de flottation en batch choisi est de la forme :

$$r = R \left[1 - \frac{1 - e^{-kt}}{kt} \right] \text{ [II- 8]}$$

Où r est la récupération cumulée du minéral valorisable (ou gangue) au temps de flottation t, R et k sont des paramètres de la courbe représentant respectivement la récupération à l'équilibre au temps $t \rightarrow \infty$ et la constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique.

R est choisi de telle sorte que la récupération totale de chaque espèce individuelle, incluant la gangue, est 1,0 (100 %) ainsi plus élevée est la valeur de k pour n'importe quelle espèce donnée, par exemple, plus élevé est la récupération de cette espèce au temps de flottation court.

La résolution mathématique de cette équation de Klimpel à deux inconnues est faite en fonction de k qui varie en pratique entre 0,1 et 10. En effet, en prenant en considération deux rendements de flottation r_1 au temps t_1 , et r_2 rendement cumulé au temps t_2 , l'équation se ramène ainsi à la fonction :

$$\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2 k t_2} (1 - e^{-k t_2}) - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1 k t_1} (1 - e^{-k t_1}) = 0 = f(k) \text{ [II- 9]}$$

La linéarisation de cette équation permet de déterminer K et de dégager ainsi à partir de l'équation de base ci-haut le paramètre R de récupération limite. Il est donc possible dans les diverses études de réactifs de flottation, de comparer plusieurs essais de laboratoire suivant leurs profils temps-récupérations. (KANDA, 2012)

Le modèle de Klimpel adapté aux essais s'exprime suivant la relation [II-10] :

$$R \left[1 - \frac{1 - e^{-kt}}{kt} \right] - r = e \text{ [II- 10]}$$

Avec « e » l'erreur d'estimation du rendement limite ; k la constante de la vitesse ; t le temps de flottation, r le rendement de récupération cumulé après flottation et R le rendement limite ou maximal de flottation. L'objectif est que l'erreur d'estimation soit nulle.

II.3.2.2. Modèle de Kelshall (KANYIMBO, 2018)

Il s'agit d'un modèle cinétique à deux fractions avec seulement deux constantes de vitesse. Le comportement de chaque fraction est décrit avec une constante de vitesse correspondante. Les deux fractions sont nommées comme fractions rapidement flottante et lentement flottante.

Un troisième paramètre utilisé dans ce modèle cinétique est φ . Il est utilisé pour représenter les fractions dans le flux qui flotte avec la constante lente. L'utilisation de deux constantes de vitesse a été considérée comme donnant une meilleure approximation de la répartition des propriétés de particules que l'on pourrait obtenir avec une constante de débit unique. Ce modèle s'exprime suivant la relation [II-11].

$$R = (1 - \varphi)(1 - e^{-k_f t}) + \varphi(1 - e^{-k_s t}) \text{ [II- 11]}$$

Si ϕ est la récupération maximale de minéraux flottant lentement, alors $R_{fast} = 1 - \phi$ est la récupération maximale de minéraux flottant rapidement. Ainsi, k_{fast} et k_{slow} représentent respectivement les constantes de vitesse rapide et lente qui s'expriment en $minute^{-1}$.

II.3.2.3. *Modèle Gamma (KANYIMBO, 2018)*

Le modèle Gamma a été proposé par Loveday en 1966. Il a trois paramètres indépendants et peut être décrit simplement comme faisant partie des distributions exponentielles de P.

$$R = R_{\infty} \left[1 - \left[\frac{\lambda}{\lambda + t} \right]^P \right] \quad [II- 12]$$

Avec λ la constante cinétique en minute et P l'exposant.

II.3.2.3. *Modèle de Yianatos et Henriquez (CYTEC, 2010)*

La détermination des rendements dans les cellules de flottation industrielles est un procédé pénible qui nécessite non seulement un échantillonnage, une préparation simple et les analyses chimiques ultérieures mais aussi le développement des bilans massiques généralement exigeant l'utilisation des techniques conçues pour minimiser les erreurs associées à l'échantillonnage, le procédé d'essais et les mesures des rendements de flux de masses.

Une méthode raccourci a été développée par Yianatos et Henriquez afin de déterminer ces rendements. Cette procédure fournit une précision dans les estimations (une erreur d'estimation moins que 1 à 2%). Cette procédure utilise deux équations de bilans massiques dont la première par rapport à la première cellule et la seconde qui est l'équation globale pour tout le banc de flottation. Les équations mathématiques du modèle de Yianatos sont reprises dans les relations [II-13] et [II-14].

$$R = R_{max} \left[1 - \frac{(1 - (1 + k_{max}\tau)^{1-N})}{(N-1)k_{max}\tau} \right], N > 1 \quad [II- 13]$$

Où R est le rendement de récupération cumulé dans le banc de flottation, R_{max} est la récupération maximale à un temps infini, k_{max} est la constante de récupération maximale de la distribution rectangulaire, τ est le temps cumulé de flottation et N est le nombre de cellule dans le banc de flottation.

Pour une seule cellule, la solution est donnée par :

$$R = R_{max} \left[1 - \frac{\ln(1 + k_{max}\tau)}{k_{max}\tau} \right], N = 1 \quad [II- 14]$$

II.4. SYNTHÈSE DE TRAVAUX ANTERIEURS SUR LE RETRAITEMENT DES REJETS DE LA LAVERIE DE LUISWISHI, LE PNBX ET L'AÉRO 6493

L'effort de la recherche effectuée par Aly et al. (2017) s'est focalisé sur une étude de la dépollution des rejets de laverie du gisement de Luiswishi à l'aide des réactifs usuels. Ces rejets anciens contiennent la malachite, la chrysocolle et de l'hétérogénite. Ces rejets présentent un certain danger qui est à la base de la dégradation des milieux environnants les plus proches (rivières naturelles et sols) suite à la migration et à la dispersion des éléments trace métallique tels que le cobalt, le cuivre, le zinc. Les tests de flottation avec finissage réalisés avaient pour but de réduire les impacts environnementaux majeurs de ces rejets par la flottation avec finissage afin de valoriser le cuivre et le cobalt contenus.

Les analyses chimiques consignées dans la figure II-5 ont montré que l'échantillon renferme 1,65% de cuivre dont 90,91% sont sous forme oxydée et 9,09% sous forme de sulfure ; 1,2% de cobalt dont 91,67% sont sous forme oxydée et 8,33% sous forme de sulfure. L'échantillon renferme également une grande proportion de SiO_2 (57,08%).

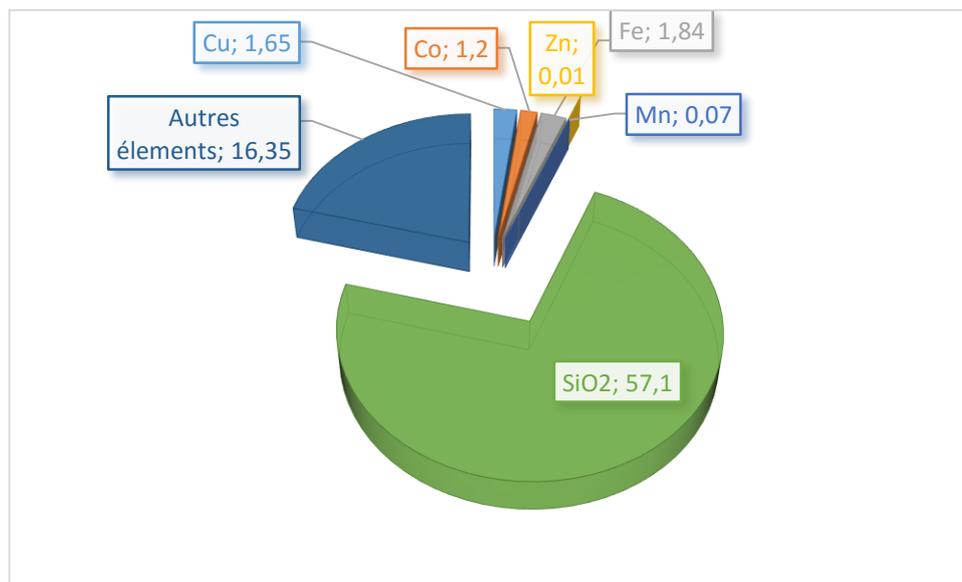


Figure II-5: Analyses chimiques de l'échantillon

Il s'avérait, après analyse des résultats, la meilleure performance pour le cuivre et le cobalt se sont dégagées avec un niveau des paramètres contrôlés suivants (tableau II-2): la granulométrie de 70% des passants au tamis de 75 μm , 3000 g/t de NaHS, 300g/t de KAX, 250 g/t de Na_2SiO_3 et 250g/t de la mixture. Cette combinaison a permis d'atteindre un concentré ébauché titrant 4,78% Cu et 2,08% Co et un concentré final titrant 18,20% Cu et 9% Co avec des rendements

respectivement de 95,5% Cu et 97,37% Co pour le concentré ébauché et de 25,49% Cu et 26,23% Co pour le concentré final.

Tableau II-2 : La variation de la dose de NaHS et du KAX à l'ébauchage avec un rapport de 1/10 d'alimentation

Dose (g/t)	Cuivre		Cobalt	
	Teneur (%)	Rdt (%)	Teneur (%)	Rdt (%)
100	3,40	49,56	1,82	43,20
200	4,55	73,52	1,80	76,69
300	4,78	95,51	2,08	97,37
400	4,03	84,54	2,04	86,61

D'après l'étude comparative de la cinétique de flottation de minerai oxydé de cuivre du gisement de KWATEBALA avec l'AERO 6493 et le PNBX réalisée par KANYIMBO (2018), l'auteur a travaillé sur un échantillon titrant 3,16% cuivre et 0,16% cobalt dont l'analyse minéralogique avait révélé la présence du cobalt sous forme d'hétérogénite, la présence de la malachite, la chrysocolle, pseudo-malachite, chalcosine, carrolite, chalcopyrite et les minéraux de gangue (quartz, Muscovite, Chlorite, Tourmaline, Feldspath, Dolomite, Kaolinite, Biotite).

Afin d'atteindre ses objectifs, quatre séries d'essais en simple ébauchage ont été effectuées pendant un temps de six minutes en raison de deux minutes par tranches. Les conditions opératoires étaient : 350 g/t de KAX pour les essais d'orientation, 3500 g/t de NaHS, 200 g/t de mixture, 60 g/t de moussant, 300 g/t de silicate de sodium, 800 g/t d'acide citrique, 400 g/t de sulfate d'ammonium, les doses variables de PNBX (200, 250, 300 et 350 g/t) et celles de l'AERO 6493 (50, 100, 150 et 200 g/t).

Selon les résultats des données expérimentales, l'AERO 6493 présente des bons résultats par rapport au PNBX ; l'AERO présente une constante cinétique de $0,8125 \text{ minute}^{-1}$ et un rendement de récupération limite de 96,31% alors que le PNBX présente une constante cinétique $0,794 \text{ minute}^{-1}$ et un rendement de récupération limite de 87,52%. Ces estimations du rendement limite de ces deux collecteurs sont reprises dans le tableau II-3.

Tableau II-3 : Estimation du rendement limite

	R limite de l'AERO 6493	R limite de PNBX
Grandeurs	Valeurs	Valeurs
Δ_3	13,87	13,865
Δ_4	0,14	0,14
α_3	0,01	0,01
Temps limite	10 min	10 min
Rendement limite	96,31%	87,52%

La récupération limite a été évaluée par extrapolation de la tendance des données expérimentales observées suivant la formule [II-15].

$$R_{\infty} = R_m + \alpha \Delta_m (t_{\infty} - t_m) \quad [II-15]$$

Avec Δ_m qui vaut :

$$\Delta_m = \frac{R_m - R_{m-1}}{t_m - t_{m-1}} \quad [II-16] \text{ et } \alpha_m = \frac{\Delta_{m+1}}{\Delta_m} \quad [II-17]$$

Dans les équations précédentes, t_{∞} représente le temps infini de flottation ou le temps à l'équilibre, m est le nombre d'intervalles de collection de concentrés, α est le coefficient de récupération, R_m rendement de récupération moyen correspondant aux temps t_m et Δ_m est l'incrément de la récupération du $m^{\text{ième}}$ intervalle de temps de flottation.

❖ INTERET DU SUJET

Il est connu de tous, d'une part que le KAX (Amyl Xanthate de Potassium) est le xanthate le plus puissant, mais moins sélectifs. Il est utilisé largement en flottation du cuivre, nickel, zinc, ..., contenus dans les minéraux sulfurés. Tandis que la famille de Butyl Xanthate contient aussi des collecteurs relativement très forts (tel le PNBX) et utilisés dans la flottation des minerais contenant du cuivre, plomb, nickel, zinc (CYTEC, 2010).

Et d'autre part, les produits de Cytec à base d'hydroxamate sont : l'AERO 6493, l'AERO 6494 et les réactifs S-9849 promoteurs. Ce sont les collecteurs anioniques les plus disponibles dans le marché. Ils sont principalement utilisés pour différents types d'applications de minéraux industriels et flottation des oxydes notamment la flottation inverse du fer et des impuretés du titane dans l'argile, pour certains minéraux oxydés cupro-cobaltifères sans sulfuration... (CYTEC, 2010).

Cela étant dit, nous allons conserver les conditions optimales de l'étude réalisée par Aly et al. (2017) tout en remplaçant le collecteur KAX par le PNBX. Les résultats obtenus seront comparés à ceux de l'AERO 6493 pour déceler les comportements de ces deux collecteurs à la flottation à la mousse des rejets de la laverie de Luiswishi.

L'entreprise SOLVAY exige à ce que le collecteur AERO 6493 soit utilisé non dilué à des doses comprises entre 100 et 1000 g/t, généralement 100 à 300 g/t à l'échelle Laboratoire. Pour une meilleure comparaison, nous respecterons aussi ce seuil pour le choix de doses du PNBX.

En flottation des minerais, on vise une récupération sélective des éléments valorisables qui demeure du reste complexe puisqu'elle fait intervenir les facteurs des relations chimiques et hydrodynamiques et sa réussite dépendrait de la minéralogie des gisements autant des phénomènes d'adsorption qui se tiennent à l'interface solide-liquide. Elle peut concerner différents ions, des molécules d'eau des collecteurs, etc. (MBUYI, 2018)

D'après les travaux de Klimpel et de Shannon et Trahar (MBUYI, 2018), le rendement de récupération des minéraux utiles varierait en fonction de la dose du collecteur puisqu'elle serait directement liée à l'hydrophobie de surface minérale et qu'une faible quantité de réactifs de collection favoriserait la récupération des fines particules tandis qu'un dosage élevé favorise la récupération des particules plus grossières que 50 μm . Ceci justifierait les bonnes performances trouvées à une dose de 50 g/t de l'AERO 6493 par KANYIMBO (2018) puisque l'analyse granulo-chimique de son échantillon broyé pendant un temps de 20 minutes, temps limite de broyage, a révélé que 51,45% de passants dans un tamis de 45 μm contenaient 56,83% de cuivre et 67,39% de cobalt ; ceci prouve que cet échantillon contenait plus de fines particules.

Dans la présente étude, nous considérerons une série des doses de 100, 150, 200, 250 et 300 g/t pour chaque collecteur (PNBX et AERO 6493) afin d'évaluer leur comportement à la flottation. La dose de 50 g/t sera déconsidérée puisqu'elle est inférieure à la dose minimale du seuil. L'analyse statistique pourrait approuver cette décision.

Plusieurs critiques ont été faites autour de l'étude réalisée par KANYIMBO (2018). Dans son étude cinétique, il n'a pas déterminé les paramètres cinétiques des collecteurs suivant les différentes doses utilisées. Il était passé directement au comportement cinétique des expressions moyennes de rendement de récupération de cuivre de deux collecteurs à l'étude. En outre, aucune corrélation entre les données théoriques du rendement, le rendement expérimental et le temps de flottation n'a été étudiée.

Ses estimations du rendement limite de récupération ont été faites suivant des lois probabilistes au lieu d'ajuster des modèles cinétiques empiriques à ses données pour trouver des tendances centrales nécessaires aux estimations du rendement maximal. La limite pratique du temps de flottation devrait être déduite d'une loi rendement-temps et non d'une supposition.

Dans la même étude, il construit les hypothèses d'estimation du rendement limite à partir de l'extrapolation des polygones de fréquences cumulées, qui sont des lignes brisées reliant les milieux des sommets des rectangles, et prolongées de part et d'autre des bornes de l'histogramme de sorte que l'aire sous le polygone soit égale à 1 (Gaudoin, 2010). Elle est une meilleure approximation d'une loi pouvant s'exprimer sous forme de fonction en escalier. Alors que le rendement de récupération suit une loi exponentielle continue dans tout l'ensemble. Ce qui remet en doute ses différents résultats de l'étude cinétique.

Parmi tous les modèles cinétiques empiriques cités dans la présente étude, nous utiliserons par la suite la loi de Klimpel adaptée aux essais du laboratoire, afin d'estimer la constante cinétique et le rendement maximal des collecteurs PNBX et AERO 6493. Les études cinétiques réalisées par KANDA (2012) et KALUME (2016) ont été limitées à la recherche du rendement limite de récupération et de la constante cinétique de flottation. Quand à KANYIMBO, le rendement limite a été estimé à partir d'une extrapolation en supposant un temps maximal de 10 minutes. La présente étude met en application une méthode statistique d'optimisation des paramètres afin d'estimer, par prévision statistique, la limite pratique du temps de flottation.

Cette limite pratique du temps de flottation sera déterminée par la régression linéaire suivant Moindres carrés, puisqu'elle permet de retrouver une tendance centrale de la corrélation entre le rendement de récupération et le temps de flottation, alors que l'extrapolation réalisée par KANYIMBO (2018) permet de calculer un point d'une courbe dont on ne dispose pas d'équation, à partir d'autres points, lorsque l'abscisse du point à calculer est au-dessus du maximum ou en-dessous du minimum des points connus.

L'équation de base de Klimpel étant une loi non linéaire, nous pouvons utiliser soit des méthodes itératives pour ajuster ce modèle par rapport aux données de l'expérience (Nazaret, 2014-2015 ; BOUAMAMA, s.d) ; soit ajouter des variables d'écarts appelées « Erreur d'estimation » : La procédure consiste alors à affecter une valeur au rendement maximal (R_{max}) et estimer l'erreur correspondante associée à cette valeur. Le solveur d'Excel peut être utilisé pour compiler ce processus itératif suivant un chemin convenant. (CYTEC, 2010)

CHAPITRE III : MATERIELS ET METHODES

Ce chapitre présente les résultats de la caractérisation physico-chimique de l'échantillon de minerai étudié, les différentes procédures utilisées à chaque étape du travail tout en exposant le matériel, les réactifs ainsi que le schéma utilisé à chacune d'elles.

III.1. Origine et préparation de l'échantillon

Le minerai utilisé dans ce présent travail est le rejet de la laverie du gisement de Luiswishi. Il a également été utilisé par Aly et al. (2017) dans leur projet portant sur « l'étude sur la dépollution des rejets de laverie du gisement de Luiswishi à l'aide des réactifs usuels ». Il a été réceptionné au laboratoire de la faculté polytechnique et il y est stocké depuis mai 2017.

Le minerai a subi d'abord un tamisage avec un tamis de mailles de 2mm, ensuite une homogénéisation par la méthode de quartage suivie de celle de cône couronne. L'échantillon ainsi préparé était prêt pour la caractérisation.

III.2. Caractérisation de l'échantillon

Elle a consisté uniquement aux analyses granulométriques. La minéralogie et l'analyse chimique ont été rappelées dans le paragraphe II.4.

A. Analyses granulométriques

L'analyse granulométrique a été réalisée au moyen d'une série de tamis dont l'ouverture des mailles varie entre 75 et 1700 μm . 500 grammes de l'échantillon ont été prélevés et passés aux analyses granulométriques, à l'aide d'une série de tamis, afin de vérifier la répartition granulométrique dressée par Aly et al. (2017).

a. Matériels utilisés :

Les matériels utilisés pendant les analyses granulométriques sont :

- ❖ Balance analytique
- ❖ Une série de tamis des mailles comprises entre 75 μm et 1700 μm .
- ❖ Plateaux.

b. Mode opératoire :

La procédure était la suivante :

- ❖ Peser 500 g de minerai préparé ;
- ❖ Tamiser sur la série de tamis des mailles de 1700, 1400, 1000, 850, 600, 425, 250, 212, 150, 125, 90, 75 μ m ;
- ❖ Peser les refus de chacun des tamis et le fond ;
- ❖ Calculer les pourcentages des tranches granulométriques pondérales
- ❖ Déterminer la dimension du tamis laissant passer 70 % de l'échantillon considéré.

c. Présentation des résultats des analyses granulométriques

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau III-1 et une illustration de la courbe de refus cumulé sur la figure III-1.

Tableau III-1 : Analyse Granulométrique de l'échantillon

Tranches granulométriques (μ m)	Proportion pondérale			
	masse (g)	(%) massique	(%) refus cumulé	(%) passant cumulé
+1700	4,16	0,84	0,84	99,16
-1700 +1400	3,95	0,80	1,64	98,36
-1400 +1000	16,12	3,24	4,88	95,12
-1000 +850	9,57	1,93	6,81	93,19
-850 +600	18,82	3,79	10,60	89,40
-600 +425	31,51	6,34	16,94	83,06
-425 +250	53,35	10,74	27,68	72,32
-250 +212	41,29	8,31	35,99	64,01
-212 +150	67,91	13,67	49,66	50,34
-150 +125	38,06	7,66	57,32	42,68
-125 +90	48,36	9,73	67,05	32,95
-90 +75	53,77	10,82	77,88	22,12
-75	109,93	22,13	100,00	0,00
Total	496,808	100,00		

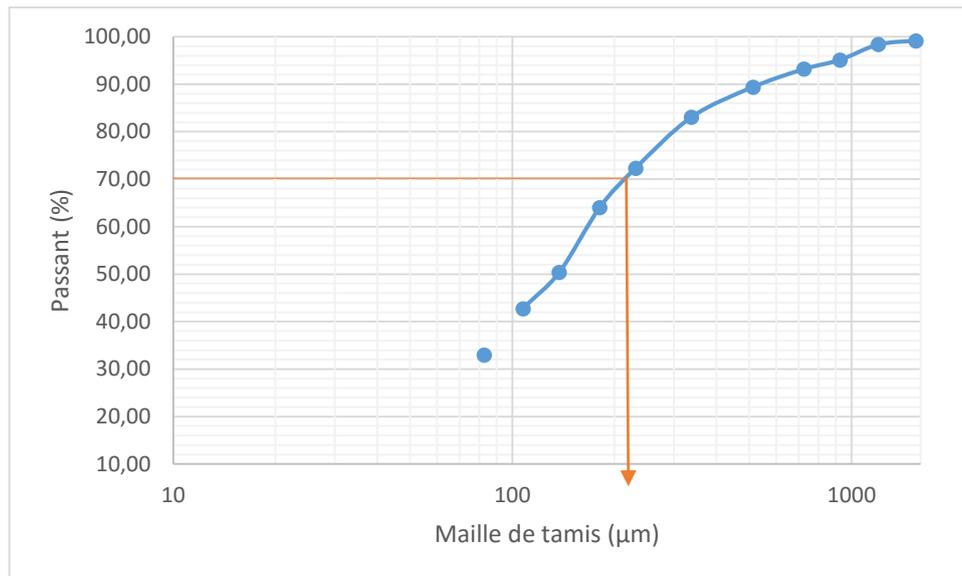


Figure III-1 : La courbe des analyses granulométriques de l'échantillon

L'observation de la figure III-1 montre que notre d_{70} se situe dans l'intervalle des mailles de tamis de 100 à 1000 μm , précisément entre 212 et 250 μm contre 250 à 600 μm trouvée par Aly et al. (2017). Nous remarquons que le d_{70} trouvé dans la présente étude est légèrement inférieure à celle d'Aly et al. (2017) puisque dans la présente étude, l'échantillon a subi préalablement un tamisage avec un tamis de 2000 μm avant toute autre activité de préparation de l'échantillon.

D'où, étant ainsi grossière, la matière doit subir une réduction granulométrique.

B. Test de Broyabilité

La courbe de broyabilité a pour but de connaître pendant combien de temps faudrait-il broyer un minerai pour avoir le pourcentage des passants que l'on s'est fixé à un tamis de référence donnée.

a. Matériels utilisés :

Les matériels utilisés sont :

- ❖ Broyeur à boulets de type DENVER trouvé au laboratoire de préparation des minerais ;
- ❖ Tamis de 75 μm ;
- ❖ Chronomètre ;
- ❖ La balance analytique ;
- ❖ Plateaux.

b. Mode opératoire :

La procédure était la suivante :

- Peser 500 g de minerai ;
- Broyer pendant 15, 25 et 30 minutes ;
- Tamiser à l'aide du tamis de 75 μm ;
- Tracer la courbe de l'évolution des masses de refus et déterminer le temps limite de broyage.

c. Présentation des résultats du test de broyabilité

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau III-2 où trois temps ont été pris en considération, temps de 15 min, 25 min et 30 min. Les résultats du tableau III-2 permettent l'obtention de la courbe de broyabilité décrite sur la figure III-2.

Tableau III-2 : Résultats du test de broyabilité pour différents temps

Temps (min)	masse refus (g)	(%) Refus	(%) Passant
15	195,5	39,1	60,9
25	151,3	30,26	69,74
30	135	27	73
Total	500		

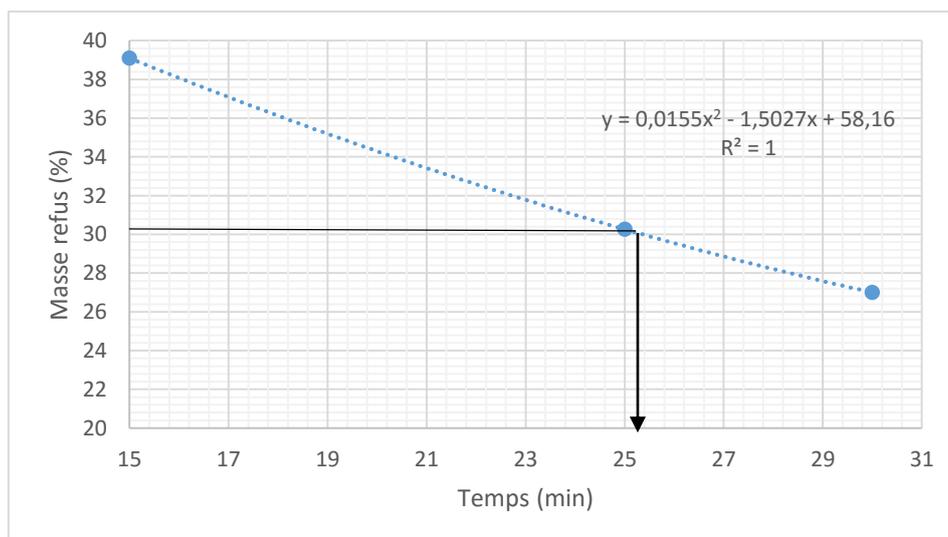


Figure III-2 : Courbe de broyabilité pendant différents temps

La courbe de la figure III-2 donne l'évolution du pourcentage des refus au tamis de 75 μm en fonction du temps de broyage du minerai. Le temps maximal de broyage correspondant à 30 % de refus est de 25,39 min contre un temps de 28 minutes trouvé par Aly et al. (2017). Cette réduction de temps de broyage se justifierait par le tamisage réalisé avant l'homogénéisation de l'échantillon.

Ensuite un test de confirmation a été réalisé. Les résultats granulo-chimiques, après un broyage du minerai pendant 25min 23sec, sont consignés dans le tableau III-3. Les données du tableau III-3 permettent l'obtention des histogrammes décrivant la répartition du cuivre et cobalt sur la figure III-3.

Tableau III-3 : Analyse granulo-chimique du minerai broyé pendant 25min 23sec

Fractions (μm)	Fractions des refus			Eléments analysés					
	Poids		Poids cumulés	Cuivre			Cobalt		
	masse (g)	(%) massique	(%) Refus	Cu (%)	Cu (g)	Rép (%)	Co(%)	Co(g)	Rép(%)
+125	58,75	11,95	11,95	0,63	0,37	4,67	0,70	0,41	6,38
-125+75	90,13	18,33	30,27	0,59	0,53	6,70	0,65	0,59	9,08
-75	342,92	69,73	100,00	2,05	7,03	88,63	1,59	5,45	84,54
Total	491,80	100,00		1,61	7,93	100,00	1,31	6,45	100,00

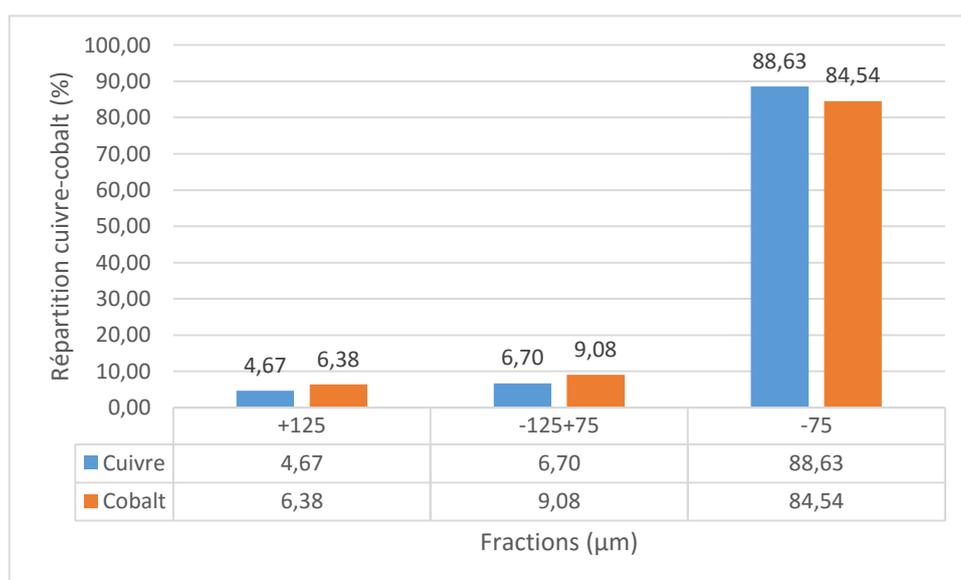


Figure III-3 : Histogramme donnant les répartitions du Cu et du Co de l'échantillon broyé pendant 25 min23sec.

L'analyse du tableau III-3 et de la figure III-3 conduit aux commentaires suivants :

- Les fractions supérieures à 75 µm représentent plus ou moins 30 % de refus, soit près de 30,27 % de la masse totale, et renferment 11,37 % de cuivre et 15,46 % de cobalt ;
- 88,63 % de cuivre et 84,54 % de cobalt sont repartis dans la fraction de $-75\mu\text{m}$. Cette fraction représente environ 69,73 % en masse de l'échantillon ;

III.3. Réactifs de flottation

III.3.1. Réactifs utilisés

Les réactifs utilisés au cours de nos essais de flottation sont :

- Les collecteurs : PNBX (Normal Butyl Xanthate de Potassium) et AERO 6493 promotor (Alkyl hydroxamate) ;
- L'agent sulfurant NaHS (Sulfhydrate de sodium) ;
- La mixture (90 % tall oil et 10 % de Rinkalore 10);
- Le moussant G41 ;
- Le silicate de sodium ;
- Le flocculant SAPARAN AP 45.

III.3.2. Matériels utilisés

Les matériels suivants ont été utilisés pour la préparation des réactifs :

- Balance analytique ;
- Verre de montre ;
- Spatule ;
- Pissette ;
- Bécher de 100 ml.

III.3.3. Procédure expérimentale

- **Les réactifs liquides (AERO 6493, moussant)** ont été utilisés comme tels qu'ils ont été fournis.
- **Les réactifs solides (PNBX, Silicate de sodium)** ont été préparés de la manière suivante :
 - peser sur la balance une masse de réactif équivalant à la dose de réactif à préparer ;
 - ajouter la quantité d'eau nécessaire et agiter jusqu'à l'homogénéisation.
- **Sulfhydrate de Sodium (NaHS)** a été préparé suivant la formule [III-1].

$$V = \frac{M \times C_1}{10^6 \times C_2} \text{ [III- 1]}$$

Avec $C_1 = 3000$ g/t la dose de NaHS prélevée ; $M = 500$ g la masse du minerai et $C_2 = 0,36$ est le titre de NaHS.

Les réactifs utilisés ont été préparés aux concentrations en volume suivants :

- L'Alkyl hydroxamate (AERO 6493) : 100% ;
- Le Normal Butyl Xanthate de potassium (PNBX) : 10% ;
- Mixture (90 % gasoil et 10 % de Rinkalore 10) : 12% ;
- Moussant utilisé à l'état pur ;
- Sulfhydrate de sodium : 36% ;
- Silicate de sodium : 20%.

La flottation se faisant en laboratoire dans des cellules de 1,5 litre de capacité, les différentes doses ont été converties en millilitres (ml) pour simplifier l'utilisation par la formule :

$$V = \frac{\text{Masse de minerai (kg)} \times \text{dose de réactif } (\frac{g}{t})}{10 \times \text{concentration du réactif en solution (\%)}} \text{ [III- 2]}$$

La dose de chacun des réactifs constitue un paramètre qui a été varié au cours des essais. Le domaine de variation présenté dans le tableau III-4, a été fixé selon le seuil exigé par CYTEC (2010).

Tableau III-4 : Domaine de variation de différentes doses de réactifs

Réactif	Domaine de variation (g/t)	Pas de variation
Alkyl hydroxamate (AERO 6493)	100-300	50
Normal Butyl Xanthate de potassium (PNBX)	100-300	50
Sulfhydrate de sodium (NaHS)	3000	-
Mixture (90% tall oil-10% Rinkalore)	250	-
Silicate de sodium	250	-
Moussant G41	100	-

III.4. Essais de flottation

L'étude expérimentale au laboratoire a consisté en des essais de flottation en cellule en utilisant une machine de flottation de type Denver ayant une capacité volumique de 1,5 litres. Nous avons limité nos tests de flottation en simple ébauchage avec un temps de flottation de 10 minutes en raison de deux minutes de flottation par tranches (5 tranches) pour chaque banc de flottation, la figure III-4 et le tableau III-5 sont explicites à ce sujet. Le choix des réactifs (AERO et PNBX) s'est basé sur les performances qu'ils ont données dans les travaux antérieurs ainsi que leurs spécifications données par l'entreprise SOLVAY.

III.4.1. Matériels utilisés

Pendant les essais de flottation, nous avons utilisé les matériels suivants :

- ❖ La machine de flottation de type DENVER ;
- ❖ La balance analytique ;
- ❖ Verres à pied de 1 litre ;
- ❖ Plateaux ;
- ❖ Pissettes ;
- ❖ Spatule pour racler la masse pendant la flottation ;
- ❖ Chronomètre ;
- ❖ Seringues de capacité différente pour prélever les réactifs ;
- ❖ La plaque chauffante pour sécher les échantillons après flottation.

III.4.2. Procédure expérimentale

De manière détaillée, la procédure de la flottation se résume comme suit:

- ❖ Broyer 500 g de minerai pendant le temps retenu au cours de l'étude de temps limite de broyabilité;
- ❖ Décharger le broyeur et transvaser le minerai broyé dans la cellule de flottation ;
- ❖ Ajouter 710 ml d'eau ;
- ❖ Flotter la pulpe en simple ébauchage pendant 10 minutes suivant les conditions des essais décrites sur la figure III-4 ;
- ❖ Sécher puis peser les différentes fractions obtenues et le rejet ;
- ❖ Analyser ces échantillons. Calculer les performances métallurgiques puis établir les courbes de sélectivité.

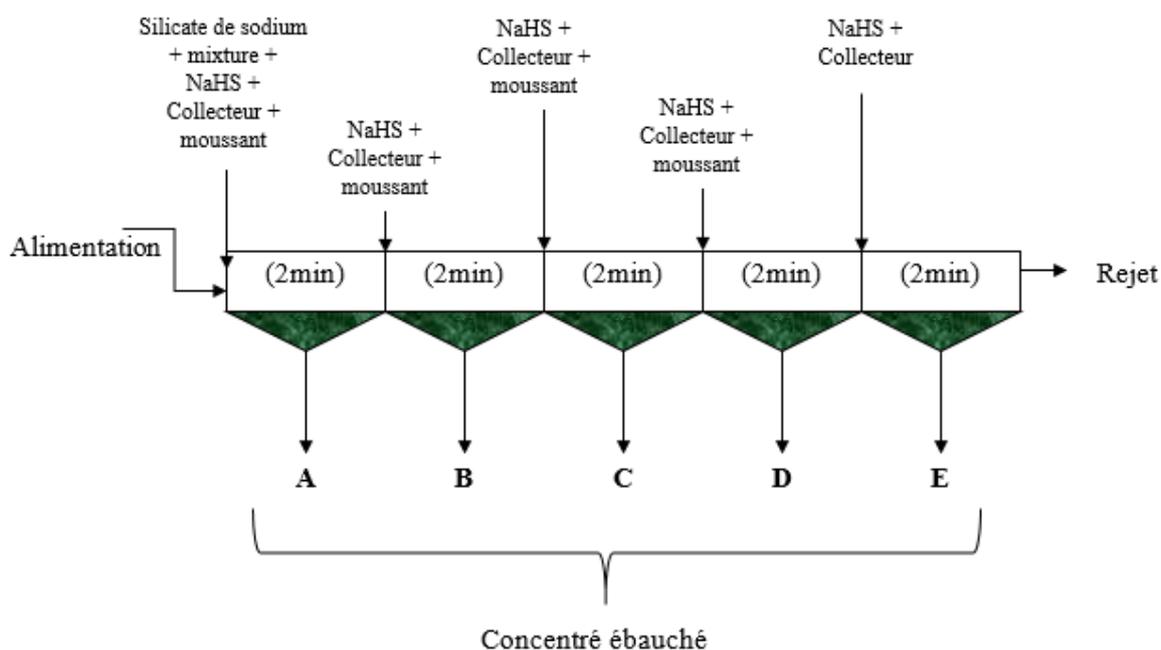


Figure III-4 : Schéma de flottation en ébauchage simple

Le tableau III-5 présente les réactifs utilisés, leurs temps de conditionnement spécifiques ainsi que leurs distributions suivant les tranches du banc de flottation.

Tableau III-5 : Temps de conditionnement et distribution des réactifs pendant les essais

Réactif	Temps de conditionnement (minutes)	Distribution des réactifs (%)				
		A	B	C	D	E
Alkylhydromaxate (AERO 6493)	3	60	17	10	8	5
Normal Butyl Xanthate de Potassium (PNBX)	3	60	17	10	8	5
Mixture (90% tall-oil et 10% Rinkalore)	4	100	-	-	-	-
Moussant G41	1	50	25	12,5	12,5	-
Silicate de sodium	5	100	-	-	-	-
Sulfhydrate de sodium	3,5	60	17	10	8	5

Le temps de conditionnement recommandé par CYTEC (2010) pour l'utilisation de l'AERO 6493 est de 1 à 3 minutes.

III.4.3. Conditions opératoires

Au cours de notre étude, les paramètres variés sont : la dose du collecteur AERO 6493 et la dose du collecteur PNBX ; tous les autres paramètres ont été restés constants. Les différents niveaux des paramètres que nous avons retenus tout au long de cette étude sont :

- ❖ La dose de l'AERO : 300 – 250 – 200 – 150 – 100 g/t ;
- ❖ La dose du PNBX : 300 – 250 – 200 – 150 – 100 g/t ;
- ❖ La dose de NaHS: 3000 g/t pour les essais avec le PNBX et 0 g/t pour les essais avec l'AERO;
- ❖ La dose de la mixture: 250 g/t ;
- ❖ Le temps de broyage (flottation): 25min23sec ;
- ❖ Le nombre de fractions d'ébauchage : 5 fractions ;
- ❖ La dose de silicate de sodium : 250 g/t et
- ❖ Le temps de flottation: 10 minutes.

La méthode qui a été utilisée, consiste à comparer le comportement cinétique des collecteurs AERO 6493 et PNBX lors la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi. Et ensuite, nous avons déduit le temps limite de flottation suivant les différentes doses des collecteurs employés. Enfin, nous avons réalisé deux derniers essais en raison de la confirmation de la prévision statistique faite tout au long de cette étude de cinétique de flottation et nous avons conclu sur le comportement global de ces deux collecteurs vis-à-vis de la minéralisation de notre échantillon.

Les résultats de nos essais ont été évalués par rapport aux critères suivants : les teneurs des métaux de valeur, spécialement le cuivre, ainsi que le rendement de récupération pour les différentes doses. Le choix des conditions opératoires optimales et minimales passera également par l'examen des courbes de sélectivité et la possibilité d'atteindre un rendement limite élevé à faible temps de flottation par inférence mathématique.

CHAPITRE IV : PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS

IV.1. INTRODUCTION

Notre étude se base sur la comparaison des valeurs numériques des constantes de vitesse, des rendements limites ainsi que la limite pratique du temps de flottation des rejets de la laverie de Luiswishi avec les deux collecteurs (PNBX et AERO 6493) afin de trouver le collecteur qui présentera une grande vitesse à la collection, qui produira un concentré de bonne qualité suivant les conditions de flottation choisies et qui nécessite moins de temps de flottation. De ce fait, nous produirons les données cinétiques des collecteurs PNBX et AERO 6493, les données statistiques afin d'apporter un degré de confiance aux résultats de la flottation ;

Trois séries d'essais ont donc été réalisées. La première consistait en la variation de la dose du collecteur PNBX ; ensuite, la deuxième série en substituant le PNBX par l'AERO 6493 sans sulfuration. Et une dernière pour confirmer les prévisions statistiques que nous avons réalisées tout au long de notre étude.

Ce chapitre est consacré à la présentation et l'analyse des résultats des essais de flottation, ainsi qu'aux analyses cinétiques et statistiques qui en découlent. Nous avons procédé à un échantillonnage non exhaustif avec remplacement de l'individu choisi (collecteur) afin de réaliser des traitements théoriques plus simples. (Aliferis, 2008)

Notons enfin que seuls les résultats de la flottation du cuivre feront l'objet des commentaires, ainsi donc, ceux du cobalt ne seront repris dans les tableaux de résultats qu'à titre indicatif.

IV.2. ESSAIS DE FLOTTATION

IV.2.1. Influence des doses du PNBX

Nous avons effectué cinq essais aux doses de 100, 150, 200, 250, 300 g/t du collecteur PNBX.

Le tableau IV-1 présente la synthèse des résultats métallurgiques obtenus à l'issue de ces cinq essais de flottation et les détails sont repris en annexe I. Les résultats du tableau IV-1 permettent l'obtention des histogrammes rendement-dose et les courbes rendement-teneur présentées respectivement sur les figures IV-1 et IV-2.

Tableau IV-1 : Synthèse des résultats des essais de flottation sur l'influence des doses du PNBX

N° d'Essai	Fractions	Cuivre		Cobalt		Doses (g/t) du PNBX
		Teneur (%)	Rendement (%)	Teneur (%)	Rendement (%)	
1	C. tête	4,71	71,89	1,36	46,44	300
	C. ébauché	3,99	88,89	1,52	75,45	
	Rejet	0,80	11,11	0,79	24,55	
2	C. tête	3,93	72,55	1,50	53,35	250
	C. ébauché	3,16	86,83	1,43	75,56	
	Rejet	0,81	13,17	0,78	24,44	
3	C. tête	3,99	73,54	1,44	49,32	200
	C. ébauché	3,20	87,54	1,40	71,06	
	Rejet	0,6	12,46	0,75	28,94	
4	C. tête	2,90	69,39	1,49	53,51	150
	C. ébauché	2,53	81,60	1,43	69,31	
	Rejet	0,72	18,40	0,80	30,69	
5	C. tête	2,82	64,07	1,44	49,00	100
	C. ébauché	2,39	78,28	1,38	67,90	
	Rejet	0,75	21,72	0,74	32,10	

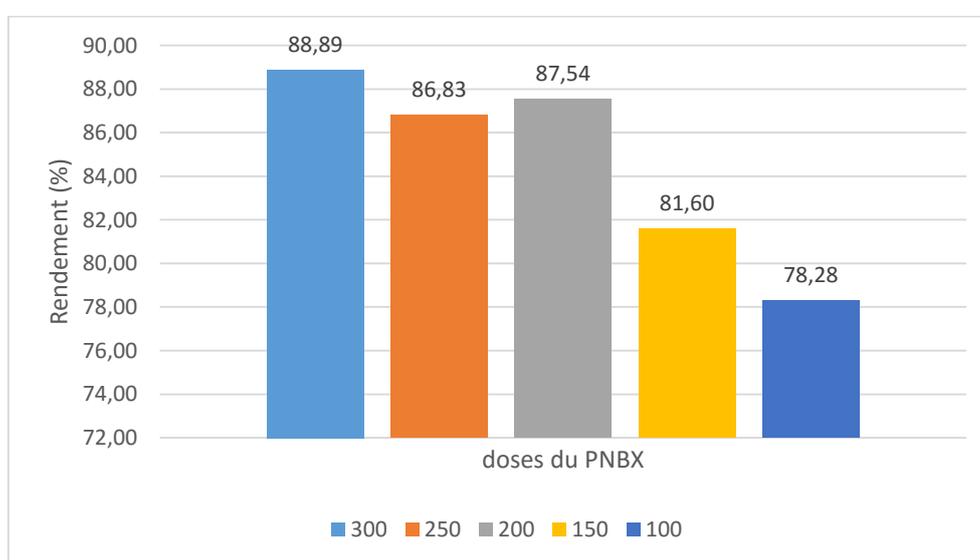


Figure IV-1 : Evaluation du rendement de cuivre en fonction de la dose du PNBX

Les histogrammes présentés sur la figure IV-1 montrent que les performances de la flottation des minéraux porteurs du cuivre se réduisent de 300 à 250 g/t de PNBX, s'améliorent à 200 g/t et se réduisent à nouveau de 200 à 100 g/t de PNBX.

Les doses de 3000 g/t de NaHS et 300 g/t de PNBX ont conduit à l'obtention des meilleurs résultats : le concentré de tête a titré 4,71% de Cu et le concentré ébauché a titré 3,99% de Cu avec des rendements de récupérations respectifs de 71,89% et 88,89%. Les taux de concentrations dans les concentrés de tête et ébauché sont respectivement 2,85 et 2,42.

Aux faibles doses de PNBX, soit 250, 200, 150 et 100 g/t, la collection des minéraux libérés semblent insuffisante avec comme conséquence une faible récupération.

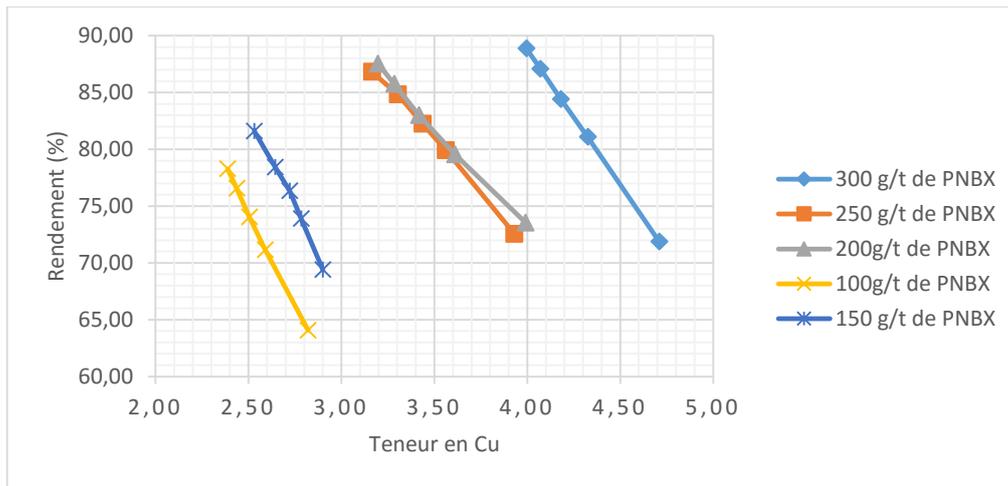


Figure IV-2 : Courbes de sélectivité du cuivre sur l'influence des doses du PNBX

L'allure des courbes de sélectivité de la figure IV-2 montre que les performances de la flottation des minéraux porteurs du cuivre s'améliorent avec l'augmentation de la dose du PNBX dans la gamme des doses testées (de 100 à 300 g/t).

Une perte de sélectivités a été observée en variant les doses du PNBX de 300 à 100 g/t. Les doses de 200 et 250 g/t ont donné pratiquement les mêmes performances du point de vue sélectivité. La condition optimale pour la récupération de cuivre suivant cette série de 5 essais a été observée à la dose de 300 g/t de PNBX.

Les pertes de sélectivités observées en variant les doses de PNBX se justifieraient par :

- L'effet déprimant de NaHS qui résulte de la répulsion électrostatique entre les ions S^{2-} , HS^- et les ions du PNBX ;
- La désoxygénation de la pulpe, due à l'excès du sulfurant, suivant la réaction [IV-1]. L'oxygène étant nécessaire à l'adsorption des collecteurs sulphydriques, le rendement de récupération décroît. (SAMSON, 2009)



IV.2.2. Influence des doses de l'AERO 6493

Une série de 5 essais a été effectuée pour les doses de 100, 150, 200, 250 et 300 g/t pour fixer la dose optimale de l'AERO 6493 sans sulfuration. Les résultats obtenus dans ces conditions sont donnés dans les tableaux en annexe I et synthétisés dans le tableau IV-2. Les résultats du tableau IV-2 permettent l'obtention des histogrammes rendement-dose et les courbes rendement-teneur décrites respectivement sur les figures IV-3 et IV-4.

Tableau IV-2 : Synthèse des résultats des essais de flottation sur l'influence des doses de l'AERO 6493

N° d'Essai	Fractions	Cuivre		Cobalt		Doses (g/t) de l'AERO
		Teneur(%)	Rdt(%)	Teneur(%)	Rdt(%)	
6	C. tête	4,19	70,25	1,60	52,43	300
	C. ébauché	2,85	89,08	1,32	80,81	
	Rejet	0,79	10,92	0,71	19,19	
7	C. tête	3,94	74,96	1,49	53,90	250
	C. ébauché	2,91	88,97	1,33	77,46	
	Rejet	0,67	11,03	0,72	22,54	
8	C. tête	4,00	73,16	1,52	49,72	200
	C. ébauché	3,11	84,04	1,40	67,49	
	Rejet	0,72	15,96	0,82	32,51	
9	C. tête	2,88	66,82	1,37	45,59	150
	C. ébauché	2,44	83,48	1,28	62,77	
	Rejet	0,49	16,52	0,77	37,23	
10	C. tête	3,16	64,33	1,52	46,60	100
	C. ébauché	2,41	77,83	1,35	65,68	
	Rejet	0,71	22,17	0,73	34,32	

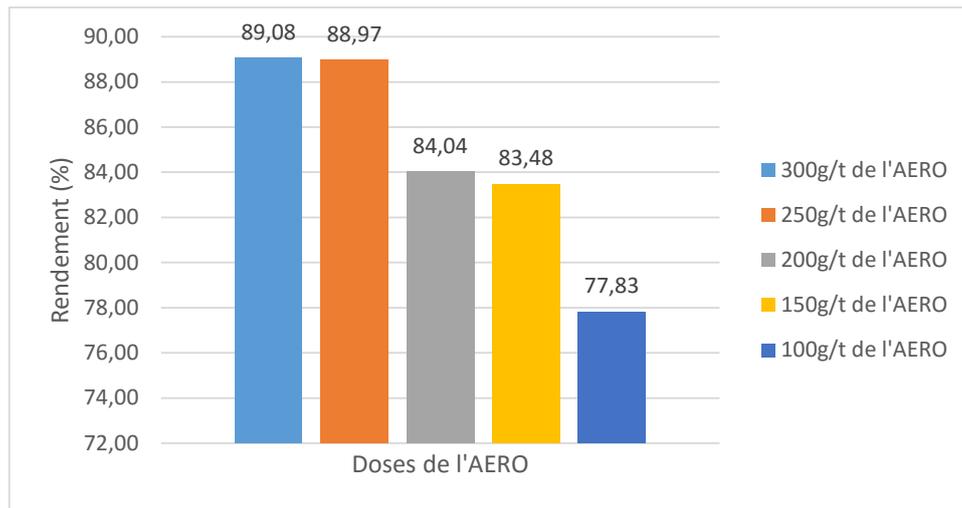


Figure IV-3 : Evaluation du rendement du cuivre en fonction de la dose de l'AERO

L'allure des histogrammes présentés sur la figure IV-3 montre que le taux de récupération des minéraux porteurs du cuivre se réduit avec la diminution de la dose de l'AERO 6493 dans la gamme des doses testées (de 300 à 100 g/t).

La dose de 250 g/t de l'AERO a conduit à l'obtention des meilleurs résultats : le concentré de tête a titré 3,94% de Cu et le concentré ébauché a titré 2,91% de Cu avec des rendements de récupérations respectifs de 74,96% et 88,97%. Les taux de concentrations dans les concentrés de tête et ébauché sont respectivement 2,39 et 1,76.

Les résultats obtenus aux doses de 100 et 150 g/t ont été moins satisfaisant par rapport à ceux obtenus aux doses de 200, 250 et 300 g/t. Mais la dose optimale retenue est 250 parce qu'elle a conduit à une récupération proche de celle obtenue avec 300 g/t et produit un concentré ébauché de titre supérieur à celui obtenu à partir de la dose de 300 g/t d'AERO 6493.

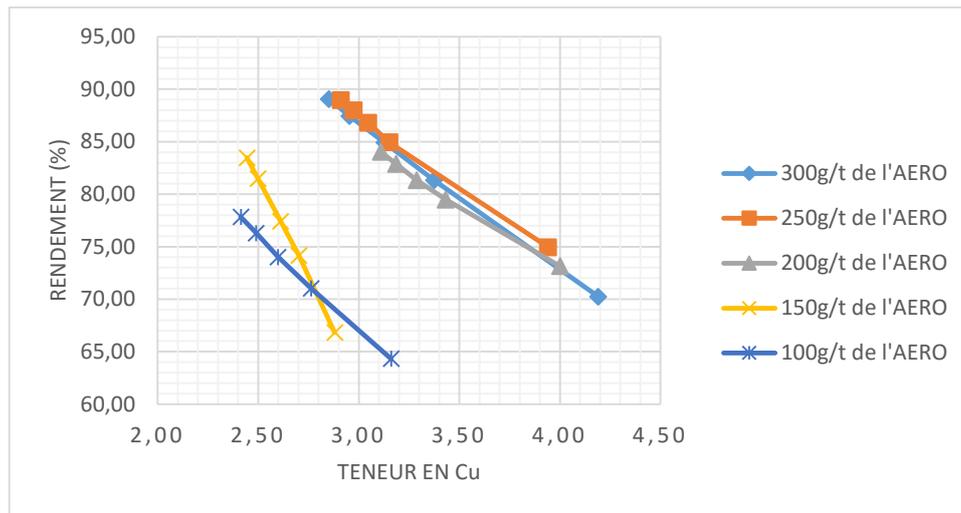


Figure IV-4 : Courbes de sélectivité du cuivre sur l'influence des doses de l'AERO 6493

Les courbes de sélectivité présentées sur la figure IV-4 se chevauchent pour les doses inférieures à 150 g/t d'AERO 6493. Les qualités en concentrés ébauchés sont presque similaires pour les doses de 150 et 100 g/t d'AERO 6493.

Les courbes de sélectivité pour les doses supérieures à 150 g/t d'AERO 6493 sont rapprochées. La courbe à 250 g/t supplante les autres.

IV.2.3. Comparaison des meilleurs résultats

Le tableau IV-3 présente la synthèse des meilleurs résultats des essais de flottation pour les deux séries d'essais effectués. Les résultats du tableau IV-3 permettent l'obtention des courbes rendement-dose et rendement-teneur décrites sur les figures IV-5 et IV-6.

Tableau IV-3 : Synthèse des meilleurs résultats des essais de flottation pour les deux collecteurs

SERIE	Fractions	Cuivre		Cobalt		Conditions opératoires
		Teneur (%)	Rendement (%)	Teneur (%)	Rendement (%)	
Série 1	C. tête	4,71	71,89	1,36	46,44	300g/t du PNBX
	C. ébauché	3,99	88,89	1,52	75,45	
	Rejet	0,80	11,11	0,79	24,55	
Série 2	C. tête	3,94	74,96	1,49	53,90	250g/t de l'AERO
	C. ébauché	2,91	88,97	1,33	77,46	
	Rejet	0,67	11,03	0,72	22,54	

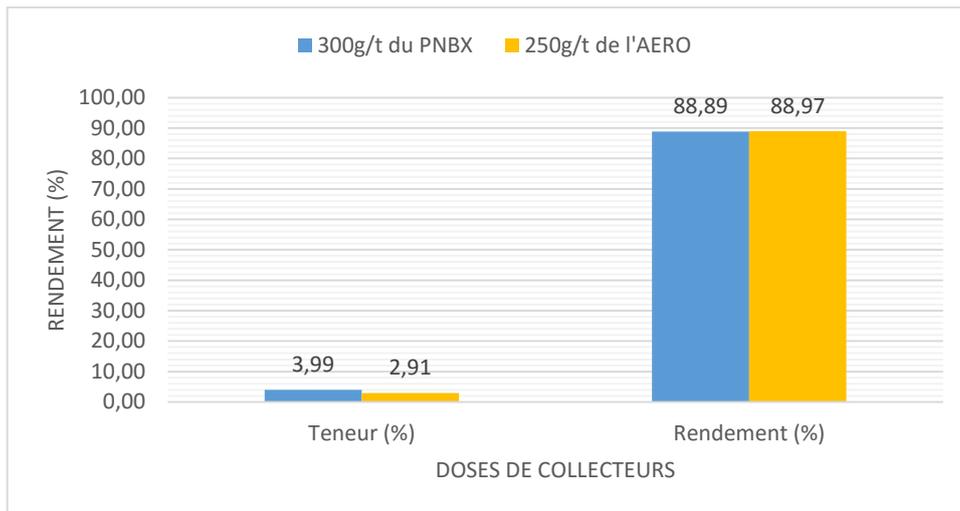


Figure IV-5 : Comparaison en fonction du rendement des meilleurs résultats de flottation de deux collecteurs

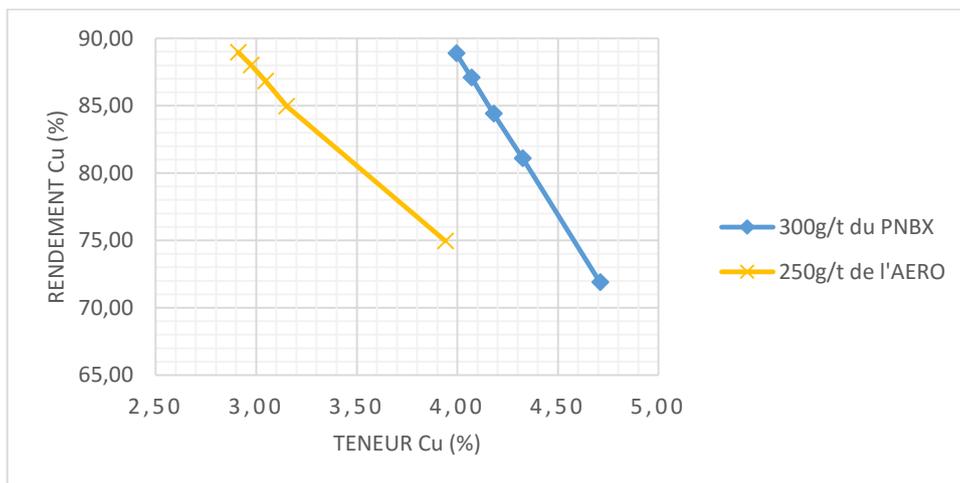


Figure IV-6 : Courbes de sélectivité de cuivre pour les meilleurs résultats des deux séries d'essai

Les figures IV-5 et IV-6 comparent les deux collecteurs suivant les performances qu'ils ont données chacun. Ces comparaisons sont faites suivant le rendement de récupération (figure IV-5) et leur sélectivité (figure IV-6). Après examen de ces deux figures, nous remarquons que les deux collecteurs ont donné pratiquement des rendements similaires. La courbe de sélectivité de 300 g/t de PNBX supplante celle de 250 g/t d'AERO 6493. Ceci laisse présager l'utilisation du PNBX comme collecteur principal à la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi.

Rappelons que les performances obtenues dans la section IV.2 correspondent à un temps de flottation de 10 minutes. Dans la section IV.3, nous étudierons la possibilité d'atteindre un rendement limite de récupération de cuivre à un temps $t \rightarrow \infty$.

De ce fait, nous allons procéder à une étude cinétique des collecteurs PNBX et AERO 6493 ainsi qu'à une étude de prévision statistique afin de déterminer les paramètres cinétiques (R_{\max} , k_{\max} et t_{\max}).

IV.3. ETUDE DE LA CINETIQUE DE FLOTTATION

Le temps pratique de flottation requis pour un minerai peut être déterminé par production des concentrations cumulées. Les concentrations distinctes sont prélevées à des intervalles de temps bien réglés jusqu'à ce que l'écume soit complètement dépourvue des minéraux porteurs de cuivre, c'est-à-dire que l'opération ne s'arrête que lorsque le rendement de récupération ne varie pratiquement plus. En utilisant les masses et teneurs pour chaque concentration cumulée, la distribution du métal dans chacune d'elle peut être déterminée. Cette information est alors représentée graphiquement comme rendement cumulé en fonction du temps cumulé de flottation afin d'estimer la limite pratique du temps de flottation. (CYTEC, 2010)

Cette procédure décrite par Cytec (2010) paraît un peu longue et moins précise puisque la distribution et la stratégie de dosage des réactifs nécessiteront un plan expérimental, sinon cette étude pourrait générer multiples conditions opératoires pour juste déduire une limite pratique de temps de flottation la plus faible possible.

De ce fait, la cinétique permettra de déterminer les performances de ces collecteurs dans la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi en se basant sur leurs constantes cinétiques. Ensuite, les données de la constante cinétique, à l'aide de la loi de Klimpel, permettront l'obtention du rendement limite de récupération. En fin, nous déduirons une loi linéaire de prévision approximant la corrélation entre les variables temps et rendement afin d'estimer la limite pratique du temps de flottation correspondant au rendement limite prévu.

IV.3.1. Etude cinétique du collecteur PNBX

IV.3.1.1. Calcul de la constante de vitesse et du rendement limite de récupération selon Klimpel pour une dose de 300g/t de PNBX

A. Calcul de R_{\max} et k_{\max} pour 300 g/t de PNBX

Les résultats de la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi à l'aide de la dose de 300 g/t ont permis l'obtention des données numériques de la constante cinétique et du rendement limite de récupération (tableau IV-4) après calcul à l'aide du solveur.

Tableau IV-4 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 300 g/t de PNBX

Dose (g/t)	Fractions	Cuivre				
		Teneur (%)	Rendement (%)	k_{\max} (min^{-1})	R_{\max} (%)	Erreur d'estimation
300	C. tête	4,71	71,89	2,1565	93,21	$-1,44.10^{-15}$
	C. ébauché	3,99	88,89			
	Rejet	0,80	11,11			

L'étude de la cinétique de flottation sur base de l'équation de Klimpel proposée au paragraphe II.3.2, donne une constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique du cuivre de $2,1565 \text{ min}^{-1}$ et un rendement de la récupération massique du cuivre de 93,21% avec une erreur d'estimation de $-1,44.10^{-15}$ pour la dose de 300 g/t de PNBX. Soit un écart de 4,32% par rapport au rendement de récupération obtenu à 10 minutes.

B. Détermination du temps limite de flottation

Les tableaux IV-5 et IV-6 donnent les statistiques effectuées pour réaliser la droite de la tendance centrale du nuage de rendement de récupération de cuivre à l'aide de l'outil « utilitaire d'analyse » du logiciel Excel.

Tableau IV-5 : Les statistiques de régression pour 300 g/t de PNBX

Statistiques de la régression	
Coefficient de détermination multiple	0,94300314
Coefficient de détermination R^2	0,88925492
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,85233989
Erreur-type	2,57769338
Observations	5

Par sa fonction de mesure de la qualité de prédiction d'une régression linéaire, le coefficient de détermination mesure l'adéquation entre le modèle et les données observées. Après observation des résultats, nous avons remarqué que tous les coefficients de détermination ont des valeurs se trouvant au voisinage de 1 ($>0,8$), ce qui signifie que l'équation de la droite de régression est capable de déterminer 100% de la distribution des points. Cela signifie aussi que le nuage de points se resserre autour de la droite de régression. (netmath, 2019)

Signalons que le coefficient de détermination multiple correspond au coefficient de corrélation et que l'erreur-type n'est rien d'autre que la racine carrée de la moyenne des carrés de résidu.

Tableau IV-6 : Analyse de variance pour la droite de régression de la dose de 300 g/t de PNBX

ANALYSE DE VARIANCE						
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F	
Régression	1	160,061	160,061	24,089	0,016	
Résidus	3	19,934	6,645			
Total	4	179,995				

PARAMETRES DE LA DROITE DE REGRESSION						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	70,671	2,704	26,140	0,000	62,067	79,274
Variable X	2,000	0,408	4,908	0,016	0,703	3,297

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-6, nous remarquons que la valeur critique de Fisher est largement inférieure à la valeur absolue de la statistique t, alors nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05. (Assistance de Minitab, 2019). Les données du tableau IV-6 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-7.

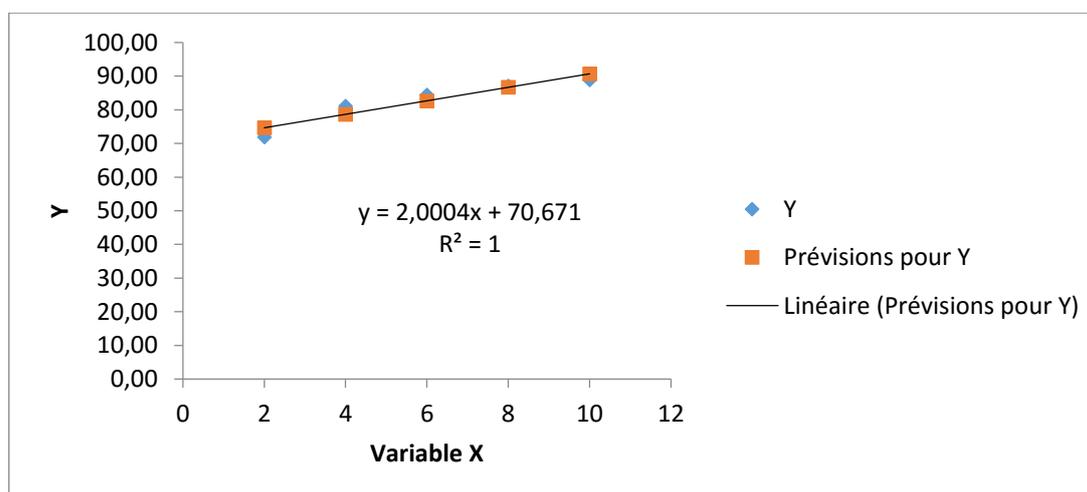


Figure IV-7 : Droite de régression pour 300g/t de PNBX

Après observation de la figure IV-7, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions y sont très proches. La limite pratique du temps de flottation pour un rendement limite de 93,21 % vaut 11,27 minutes, soit 11min16sec.

IV.3.1.2. Calcul de la constante de vitesse, du rendement limite de récupération selon Klimpel et du temps limite pour une dose de 250g/t de PNBX

A. Calcul de R_{max} et k_{max} pour 250 g/t de PNBX

Les résultats de la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi à l'aide de la dose de 250 g/t ont permis l'obtention de la valeur numérique de la constante cinétique (tableau IV-7) après calcul à l'aide du solveur.

Tableau IV-7 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 250 g/t de PNBX

Dose (g/t)	Fractions	Cuivre				
		Teneur (%)	Rendement (%)	k_{max} (min^{-1})	R_{max} (%)	Erreur d'estimation
250	C. tête	3,93	72,55	2,5122	90,43	$2,89 \cdot 10^{-15}$
	C. ébauché	3,16	86,83			
	Rejet	0,81	13,17			

L'étude de la cinétique de flottation sur base de l'équation de Klimpel donne une constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique du cuivre de 2,5122 et un rendement de récupération massique du cuivre de 90,43% avec une erreur d'estimation de $2,89 \cdot 10^{-15}$ pour la dose de 250 g/t de PNBX. Soit un écart de 3,6% par rapport au rendement de récupération du cuivre à 10 minutes.

B. Détermination du temps limite de flottation

Les tableaux IV-8 et IV-9 résument les calculs statistiques effectués pour réaliser la droite de la tendance centrale des nuages de rendement de récupération de cuivre à la dose de 250 g/t de PNBX.

Tableau IV-8 : Les analyses de la droite de régression pour la dose de 250 g/t de PNBX

Statistiques de la régression	
Coefficient de détermination multiple	0,9565948
Coefficient de détermination R^2	0,91507361
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,88676481
Erreur-type	1,86085287
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué que tous les coefficients de détermination ont des valeurs au voisinage de 1 comme pour le cas précédent, ce qui signifie que l'équation de la droite de régression est capable de déterminer 100% de la distribution des points. Cela

signifie aussi que le nuage de points se resserre de plus en plus autour de la droite de régression puisque l'erreur-type est faible. (netmath, 2019)

Tableau IV-9 : Les analyses de la variance de la droite de régression pour 250 g/t de PNBX

ANALYSE DE LA VARIANCE					
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F
Régression	1	111,93	111,933	32,325	0,011
Résidus	3	10,388	3,463		
Total	4	122,32			

PARAMETRES DE LA DROITE DE REGRESSION						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	71,241	1,952	36,502	0,000	65,030	77,452
Variable X	1,673	0,294	5,685	0,011	0,736	2,609

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-9, nous remarquons que la valeur critique de Fisher est largement inférieure à la valeur absolue de la statistique t, alors nous pouvons aussi rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05. Les données du tableau IV-9 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-8.

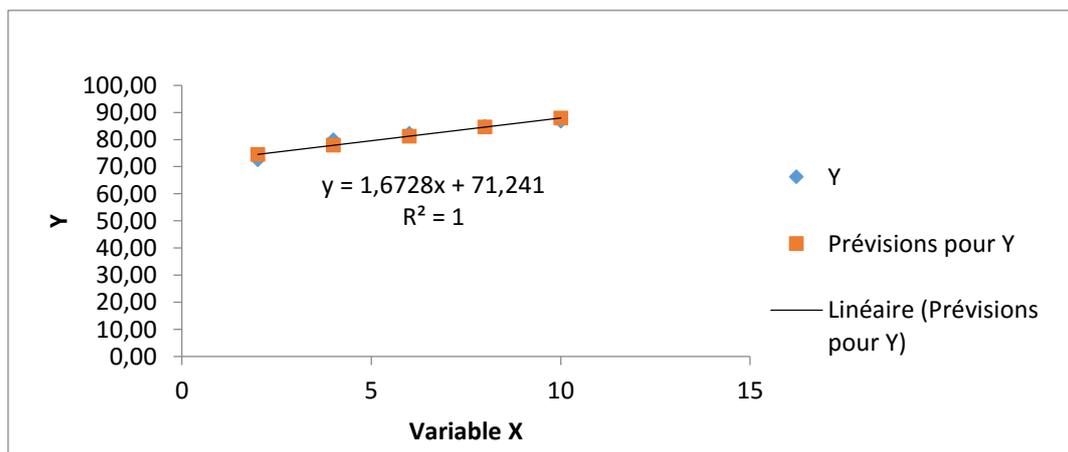


Figure IV-8 : droite de régression pour 250 g/t de PNBX

Après observation de la figure IV-8, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions y sont très proches. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre un rendement limite de 90,43% est 11,47, soit 11min28sec.

IV.3.1.3. Calcul de la constante de vitesse, du rendement limite de récupération selon Klimpel et du temps limite pour une dose de 200g/t de PNBX

A. Calcul de R_{max} et k_{max} pour 200 g/t de PNBX

Les résultats de la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi à l'aide de la dose de 200 g/t ont permis l'obtention de la valeur numérique de la constante cinétique et du rendement maximal (tableau IV-10) après calcul sur le solveur.

Tableau IV-10 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 200 g/t de PNBX

Dose (g/t)	Fractions	Cuivre				Erreur d'estimation
		Teneur (%)	Rendement (%)	k_{max} (min^{-1})	R_{max} (%)	
200	C. tête	3,99	73,54	2,5833	91,06	$-8,589.10^{-8}$
	C. ébauché	3,20	87,54			
	Rejet	0,6	12,46			

L'étude de la cinétique de flottation avec la dose de 200 g/t de PNBX sur base de l'équation de Klimpel donne une constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique du cuivre de $2,5833 \text{ min}^{-1}$ et un rendement de récupération massique du cuivre de 91,06% avec une erreur d'estimation de $-8,589.10^{-8}$ pour la dose de 200 g/t de PNBX. Soit un écart de 3,52% par rapport au rendement à 10 minutes.

B. Détermination du temps limite de flottation :

Les tableaux IV-11 et IV-12 donnent les statistiques effectuées pour la représentation de la tendance centrale des nuages formés par les valeurs discrètes de rendement de récupération de cuivre en fonction du temps.

Tableau IV-11 : analyse de la droite de régression pour la dose de 200 g/t de PNBX

<i>Statistiques de la régression</i>	
Coefficient de détermination multiple	0,97399661
Coefficient de détermination R^2	0,94866939
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,93155918
Erreur-type	1,45418702
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué que tous les coefficients de détermination ont des valeurs proches de 1 ($>0,8$), ce qui signifie que l'équation de la droite de régression est capable de déterminer 100% de la distribution des points comme pour tous les cas précédents.

Tableau IV-12 : Analyses de la variance de la droite de régression pour la dose de 200 g/t de PNBX

ANALYSE DE LA VARIANCE					
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F
Régression	1	117,24	117,247	55,445	0,005
Résidus	3	6,344	2,115		
Total	4	123,59			

PARAMETRES DE LA DROITE DE REGRESSION						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	71,610	1,525	46,953	0,000	66,757	76,464
Variable X	1,712	0,230	7,446	0,005	0,980	2,444

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-12, nous remarquons que la valeur absolue de la statistique t est largement supérieure à la valeur critique de Fisher, alors nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05 comme pour les cas précédents. Les données du tableau IV-12 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-9.

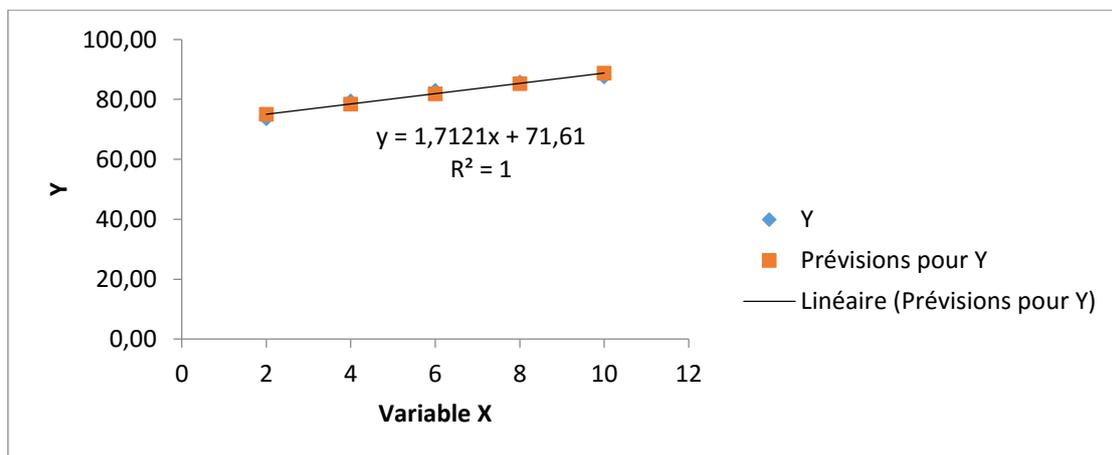


Figure IV-9 : droite de régression rendement-temps pour la dose de 200 g/t de PNBX

Après observation de la figure IV-9, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions « y » sont très proches. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre un rendement maximal de 91,06% est 11,36 minutes, soit 11min22sec.

IV.3.1.4. Calcul de la constante de vitesse, du rendement limite de récupération selon Klimpel et le temps limite pour une dose de 150g/t de PNBX

A. Calcul de R_{max} et k_{max} pour 150 g/t de PNBX

Les résultats de la flottation des rejets de la laverie Luiswishi à l'aide de la dose de 150 g/t ont permis l'obtention de la valeur numérique de la constante cinétique et du rendement limite (tableau IV-13) après calcul sur le solveur.

Tableau IV-13 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 150 g/t de PNBX

Dose (g/t)	Fractions	Cuivre				
		Teneur (%)	Rendement (%)	k_{max} (min^{-1})	R_{max} (%)	Erreur d'estimation
150	C. tête	2,90	69,39	2,7598	84,67	$-1,4777.10^{-7}$
	C. ébauché	2,53	81,60			
	Rejet	0,72	18,40			

L'étude de la cinétique de flottation sur base de l'équation de Klimpel donne une constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique du cuivre de $2,7598 min^{-1}$ et un rendement de la récupération massique du cuivre de 84,67% pour la dose de 150 g/t de PNBX. L'erreur commise est $-1,4777.10^{-8}$. Soit un écart de 3,07% avec le rendement à 10 minutes.

B. Détermination du temps limite de flottation

Les tableaux IV-14 et IV-15 donnent les calculs mathématiques pour estimer la courbe de la tendance centrale rendement en fonction du temps pour une dose de 150 g/t de PNBX.

Tableau IV-14 : Les statistiques de régression pour la dose de 150 g/t de PNBX

Statistiques de la régression	
Coefficient de détermination multiple	0,99019009
Coefficient de détermination R^2	0,98047642
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,97396855
Erreur-type	0,74522427
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué que la corrélation entre les variables rendement et temps est très forte puisque tous les coefficients de détermination ont des valeurs très proches de 1, ce qui signifie que l'équation de la droite de régression est capable de déterminer 100% de la distribution des points.

Tableau IV-15 : Analyses de la variance de la droite de régression pour la dose de 150 g/t de PNBX

ANALYSE DE VARIANCE					
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F
Régression	1	83,671	83,671	150,660	0,001
Résidus	3	1,666	0,555		
Total	4	85,337			

PARAMETRES DE LA DROITE DE REGRESSION						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	67,254618	0,781597	86,047604	0,0000035	64,7672256	69,7420117
Variable X	1,4462934	0,117830	12,274376	0,0011646	1,0713048	1,8212821

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-15, nous remarquons que la valeur critique de Fisher est nettement inférieure à la valeur absolue de la statistique t du coefficient angulaire, alors nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05. Les données du tableau IV-15 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-10.

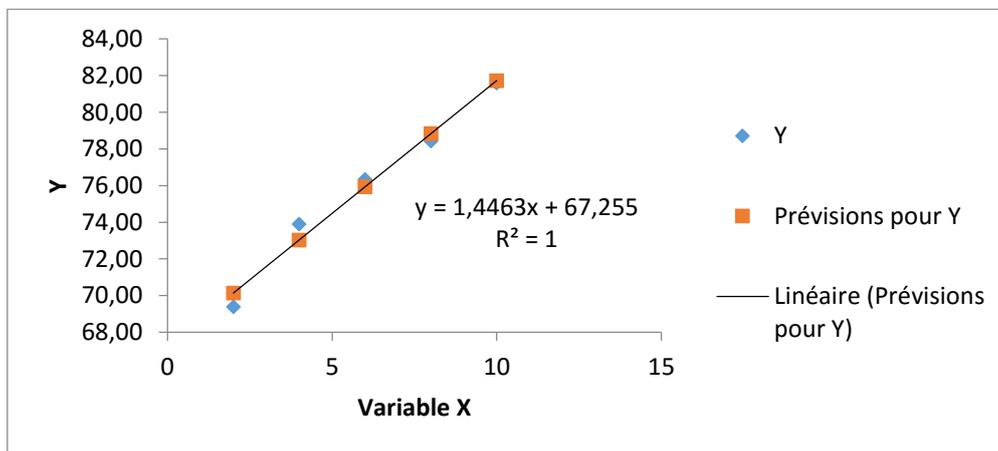


Figure IV-10 : Courbe de régression rendement-temps pour 150 g/t de PNBX

Après observation de la figure IV-10, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions y sont très proches suivant le sens ascendant de la droite. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre un rendement maximal de 84,67% est 12,04 minutes, soit 12min2sec.

IV.3.1.5. Calcul de la constante de vitesse et du rendement limite de récupération selon Klimpel pour une dose de 100g/t de PNBX

A. Calcul de R_{\max} et k_{\max} pour 150 g/t de PNBX

Les résultats de la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi à l'aide de la dose de 100 g/t ont permis l'obtention de la valeur numérique de la constante cinétique (tableau IV-16) après calcul sur le solveur.

Tableau IV-16 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 100 g/t

Dose (g/t)	Fractions	Cuivre				
		Teneur (%)	Rendement (%)	k_{\max} (min^{-1})	R_{\max} (%)	Erreur d'estimation
100	C. tête	2,82	64,07	2,2744	81,88	$-6,8834 \cdot 10^{-15}$
	C. ébauché	2,39	78,28			
	Rejet	0,75	21,72			

L'étude de la cinétique de flottation sur base de l'équation de Klimpel donne une constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique du cuivre de 2,2744 et un rendement de la récupération massique du cuivre de 81,88% pour la dose de 100 g/t de PNBX. Soit un écart de 3,6% par rapport au rendement à 10 minutes. L'erreur d'estimation commise est $-6,8834 \cdot 10^{-15}$.

B. Détermination du temps limite de flottation

Les tableaux IV-17 et IV-18 reprennent les données de la statistique et de l'analyse de la variance effectuées pour retrouver la droite de la régression linéaire pour une dose de 100 g/t de PNBX.

Tableau IV-17 : les statistiques de la régression pour la dose de 100 g/t de PNBX

Statistiques de la régression	
Coefficient de détermination multiple	0,958
Coefficient de détermination R^2	0,918
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,891
Erreur-type	1,842
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué que l'équation de la droite de régression est capable de déterminer près de 100% de la distribution des points puisque la corrélation entre les variables est forte.

Tableau IV-18 : Analyse de la variance pour la dose de 100 g/t de PNBX

ANALYSE DE VARIANCE					
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F
Régression	1	114,507	114,506887	33,7443166	0,01015486
Résidus	3	10,1801	3,39336809		
Total	4	124,687			

PARAMETRES DE LA DROITE DE REGRESSION						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	62,66918	1,93202	32,437117	6,4396E-05	56,5206357	68,8177415
Variable X	1,691943	0,29126	5,8089858	0,0101549	0,76501409	2,61887254

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-18, nous remarquons que la valeur critique de Fisher est largement inférieure à la valeur de la statistique t de la pente de la droite, alors nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05. Les données du tableau IV-18 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-11.

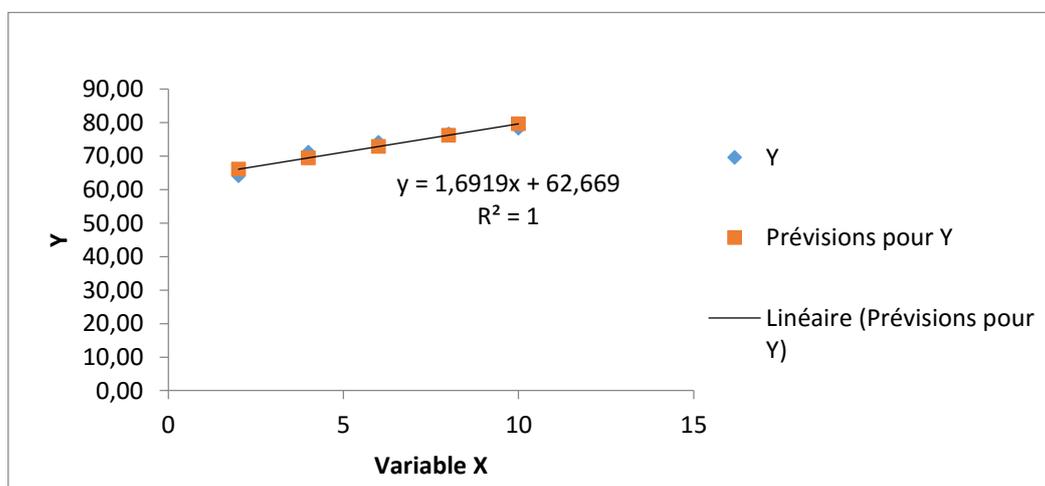


Figure IV-11 : Courbe de régression de la dose de 100 g/t de PNBX

Après observation de la figure IV-11, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions y sont très proches. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre un rendement maximal de 81,88% est 11,35 minutes, soit 11min21sec.

IV.3.1.6. Comparaison des résultats de l'étude cinétique du collecteur PNBX

Le tableau IV-19 présente la synthèse des résultats de l'étude cinétique par calcul de la constante de vitesse, du rendement limite de récupération de cuivre ainsi que du temps limite de flottation suivant la loi de prévision de moindres carrés.

Tableau IV-19 : Comparaison de la constante cinétique, du rendement limite et du temps limite de flottation selon les doses du PNBX

Dose de PNBX (g/t)	Constante de vitesse k_{\max} (min^{-1})	Rendement limite R (%)	Temps limite de flottation
300	2,1565	93,21	11min 16sec
250	2,5122	90,43	11min 28sec
200	2,5833	91,06	11min 22sec
150	2,7598	84,67	12min 2sec
100	2,2744	81,88	11min 28sec

En observant les données du tableau IV-19, nous remarquons que la dose de 300 g/t reste la dose optimale puisqu'elle peut atteindre un rendement maximal supérieur à ceux obtenus pour les différentes autres doses. En outre, nous remarquons que toutes les doses ne nécessitent un temps pratique de flottation au-delà de 12min, sauf la dose de 150 g/t qui nécessite un temps de 12 minutes et 2 secondes. La dose de 300 g/t a conduit à un rendement maximal de récupération Cu le plus élevé avec la plus faible constante de vitesse que toutes les autres doses. Le collecteur PNBX, à une dose de 300 g/t, nécessite moins de temps à la flottation que toutes les autres doses.

IV.3.2. Etude cinétique du collecteur AERO 6493

IV.3.2.1. Calcul de la constante de vitesse, du rendement limite de récupération du cuivre suivant Klimpel et le temps limite pour une dose de 300 g/t d'AERO 6493

A. Calcul de R_{\max} et k_{\max} pour 300 g/t de l'AERO 6493 :

Les résultats de la flottation du minerai cupro-cobaltifère de Luiswishi à l'aide de la dose de 300 g/t ont permis l'obtention de la valeur numérique de la constante cinétique et du rendement maximal (tableau IV-20) après calcul sur le solveur.

Tableau IV-20 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 300 g/t d'AERO 6493

Dose (g/t)	Fractions	Cuivre				
		Teneur (%)	Rendement (%)	k_{\max} (min^{-1})	R_{\max} (%)	Erreur d'estimation
300	C. tête	4,19	70,25	1,9438	93,91	$-5,7754 \cdot 10^{-8}$
	C. ébauché	2,85	89,08			
	Rejet	0,79	10,92			

L'étude de la cinétique de flottation sur base de l'équation de Klimpel donne une constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique du cuivre de $1,9438 \text{ min}^{-1}$ et un rendement de la récupération massique du cuivre de 93,91% avec une erreur de $-5,7754 \cdot 10^{-8}$ pour la dose de 300 g/t de PNBX. Soit un écart de 4,83% par rapport au rendement à 10 minutes.

B. Détermination du temps limite de flottation

Les tableaux IV-21 et IV-22 donnent les valeurs statistiques déduites de la régression linéaire du rendement de récupération en fonction du temps de flottation.

Tableau IV-21 : Statistiques de régression pour 300 g/t d'AERO 6493

Statistiques de la régression	
Coefficient de détermination multiple	0,92274603
Coefficient de détermination R^2	0,85146024
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,80194699
Erreur-type	3,34033528
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué que tous les coefficients de détermination ont des valeurs qui tendent vers 1, cela signifie que le nuage de points se resserre autour de la droite de régression.

Tableau IV-22 : Analyse de la variance pour la dose de 300 g/t de l'AERO

ANALYSE DE VARIANCE					
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F
Régression	1	191,8771	191,8771	17,1966	0,0255
Résidus	3	33,4735	11,1578		
Total	4	225,3506			

PARAMETRES DE LA DROITE DE REGRESSION						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	69,4708	3,5034	19,8297	0,0003	58,3215	80,6201
Variable X	2,1902	0,5282	4,1469	0,0255	0,5094	3,8710

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-22, nous remarquons que la valeur critique de Fisher est inférieure à la valeur de la statistique t, alors nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05. Les données du tableau IV-22 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-12.

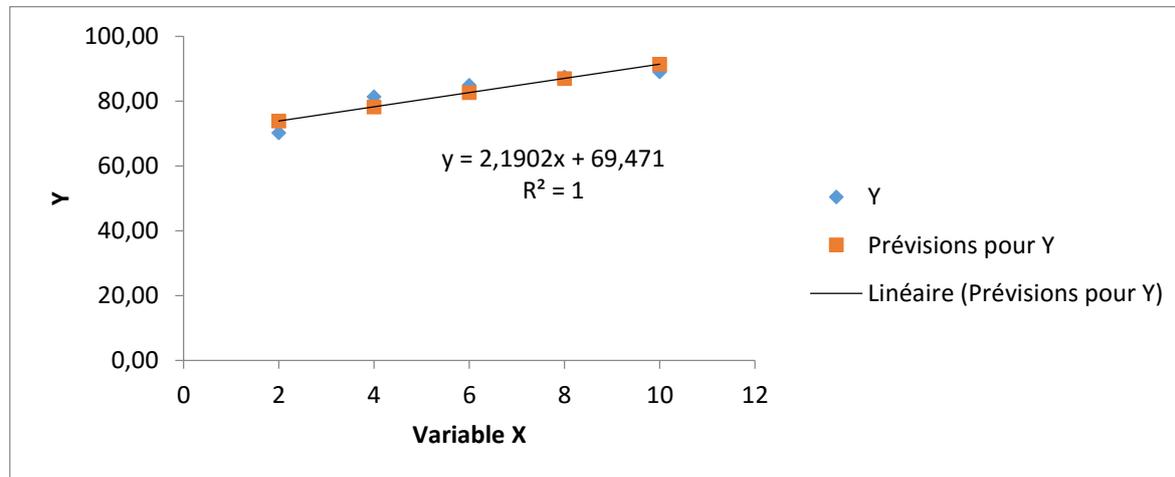


Figure IV-12 : Courbe de régression rendement –temps pour 300 g/t de l'AERO

Après observation de la figure IV-12, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions y sont proches. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre 93,91% est 11,16 minutes, soit 11min9sec.

IV.3.2.2. Calcul de la constante de vitesse, du rendement limite de récupération du cuivre suivant Klimpel et du temps limite pour une dose de 250 g/t de l'AERO

A. Calcul de R_{\max} et k_{\max} pour 250 g/t de l'AERO 6493

Les résultats de la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi à l'aide de la dose de 250 g/t ont permis l'obtention de la valeur numérique de la constante cinétique et du rendement maximal (tableau IV-23) après calcul sur le solveur.

Tableau IV-23 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 250 g/t d'AERO 6493

Dose (g/t)	Fractions	Cuivre				Erreur d'estimation
		Teneur (%)	Rendement (%)	k_{\max} (min^{-1})	R_{\max} (%)	
250	C. tête	3,94	74,96	2,6235	92,49	$2,3315 \cdot 10^{-15}$
	C. ébauché	2,91	88,97			
	Rejet	0,67	11,03			

L'étude de la cinétique de flottation sur base de l'équation de Klimpel donne une constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique du cuivre de $2,6235 \text{ min}^{-1}$ et un rendement de la récupération massique du cuivre de 92,49% pour la dose de 250 g/t de l'AERO, ainsi l'écart entre le rendement maximal et le rendement à 10 minutes vaut 3,52%.

B. Détermination du temps limite de flottation

Les données de la statistique pour la régression rendement-temps de la dose de 250 g/t sont consignées dans les tableaux IV-24 et IV-25.

Tableau IV-24 : Les statistiques de régression pour la dose de 250 g/t de l'AERO.

Statistiques de la régression	
Coefficient de détermination multiple	0,86620302
Coefficient de détermination R^2	0,75030767
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,66707689
Erreur-type	3,27344318
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué l'équation de la droite de régression ne traduirait complètement pas la distribution des points puis que les coefficients de détermination R^2 sont inférieurs à 0,8. Cela signifie aussi que le nuage de points ne se resserre pas tellement autour de la droite de régression. Ceci se justifierait aussi par une erreur-type élevée (3,27).

Tableau IV-25 : Analyse de la variance pour la dose de 250 g/t de l'AERO

ANALYSE DE VARIANCE					
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F
Régression	1	96,5973	96,5973	9,0148	0,0576
Résidus	3	32,1463	10,7154		
Total	4	128,7436			

PARAMETRES DE LA DROITE DE REGRESSION						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	75,4241	3,4332	21,9689	0,0002	64,4981	86,3501
Variable X	1,5540	0,5176	3,0025	0,0576	-0,0932	3,2012

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-25, nous remarquons que la valeur critique de Fisher est largement inférieure à celle de la statistique t, alors que la probabilité critique ou la p-valeur du coefficient angulaire est supérieure à 0,05. Le test de Fisher ne s'intéresse qu'à la significativité globale d'un modèle alors que la p-valeur prend en considération les observations influentes non observables (WikiStat, 2017). Dans ce cas, l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05 n'est plus rejetée, c'est qui signifie que le nuage de points est reparti sans structure linéaire significative. Les données du tableau IV-25 permettent l'obtention de la droite de régression sans perturbations décrite sur la figure IV-13.

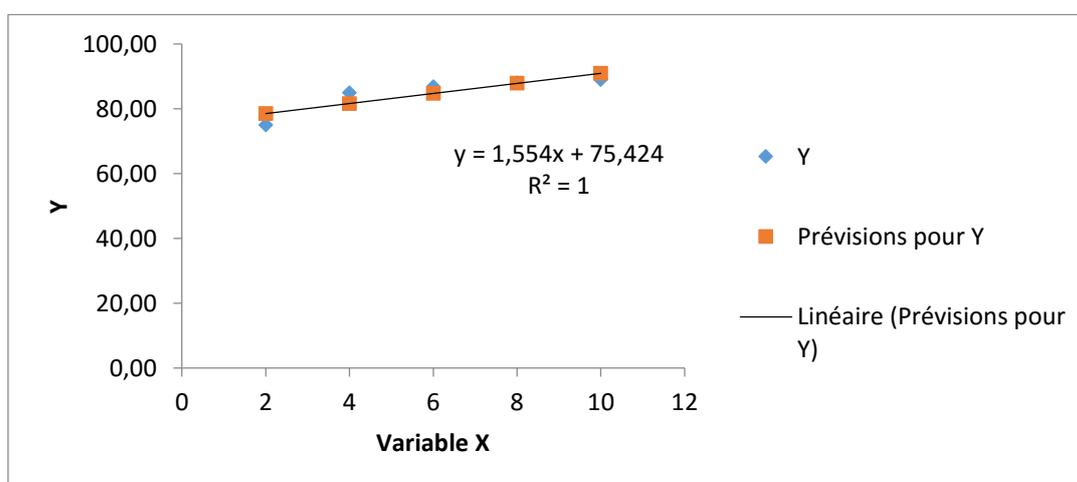


Figure IV-13 : Courbe de régression pour 250 g/t de l'AERO 6493

Après observation de la figure IV-13, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions y sont très proches, mais les extrémités restent éloignées, ce qui réduit le coefficient de détermination ajusté. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre un rendement de récupération de 92,49% donne 10,98 minutes, soit 10min59sec, ceci n'est que le temps minimal puisque cette régression linéaire ne sait traduire complètement la distribution des points. D'où nous pouvons considérer que la distribution de l'erreur ε est dépendante de x et y.

A partir des données (2 ; 74,96), (4 ; 84,96), (6 ; 86,83), (8 ; 88,02) et (10 ; 88,97) et de la formule [I-33] décrite dans la section I.4, les caractéristiques de la distribution des erreurs sont donc :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = (74,96 - 84,748) - 1,554(2 - 6) = -3,572 \\ \varepsilon_2 = (84,96 - 84,748) - 1,554(4 - 6) = 3,32 \\ \varepsilon_3 = (86,83 - 84,748) - 1,554(6 - 6) = 2,082 \\ \varepsilon_4 = (88,02 - 84,748) - 1,554(8 - 6) = 0,164 \\ \varepsilon_5 = (88,97 - 84,748) - 1,554(10 - 6) = -1,994 \end{cases}$$

Dans ce cas, au lieu d'obtenir une droite, nous obtenons plutôt une famille des droites parallèles et rapprochées. Le rendement limite est lié aux données (t_5 , r_5 , ε_5). D'où, l'équation de la droite de régression permettant de calculer le temps limite de flottation s'écrit :

$$y = 1,554x + 75,424 - 1,994 = 1,554x + 73,43 \text{ [IV- 2]}$$

D'après l'équation [IV-2], le temps de flottation correspondant à un rendement limite de 92,49% est 12,26 minutes, 12min16sec.

D'où pour atteindre probablement un rendement maximal de 92,49% Cu, il faudrait un temps de flottation de 11,62 minutes, soit 11min37sec.

IV.3.2.3. Calcul de la constante de vitesse, du rendement limite de récupération du cuivre suivant Klimpel et le temps limite pour une dose de 200 g/t de l'AERO

A. Calcul de R_{\max} et k_{\max} pour 200 g/t de l'AERO 6493 :

Les résultats de la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi à l'aide de la dose de 200 g/t ont permis l'obtention de la valeur numérique de la constante cinétique et rendement maximal (tableau IV-26) après calcul sur le solveur.

Tableau IV-26: Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 200 g/t d'AERO 6493

Dose (g/t)	Fractions	Cuivre				
		Teneur (%)	Rendement (%)	k_{\max} (min^{-1})	R_{\max} (%)	Erreur d'estimation
200	C. tête	4,00	73,16	3,183	86,77	$-1,2818 \cdot 10^{-7}$
	C. ébauché	3,11	84,04			
	Rejet	0,72	15,96			

L'étude de la cinétique de flottation sur base de l'équation de Klimpel donne une constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique du cuivre de $3,183 \text{ min}^{-1}$ et un rendement de la récupération massique du cuivre de 86,77% pour la dose de 200 g/t d'AERO 6493 avec une erreur de $-1,2818 \cdot 10^{-7}$. Soit un écart de 2,73% avec le rendement à 10 minutes.

B. Détermination du temps limite de flottation

Les données statistiques ayant permis à représenter la courbe de régression rendement-temps pour la dose de 200 g/t de l'AERO 6493 sont consignées dans les tableaux IV-27 et IV-28.

Tableau IV-27 : les statistiques de régression pour la dose de 200 g/t de l'AERO

Statistiques de la régression	
Coefficient de détermination multiple	0,92863634
Coefficient de détermination R^2	0,86236546
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,81648728
Erreur-type	1,83601905
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué que tous les coefficients de détermination ont des valeurs supérieures à 0,8 avec une erreur d'estimation faible. La courbe décrite sur la figure IV-14 explicite la modélisation de cette tendance centrale.

Tableau IV-28 : Analyse de la variance pour la dose de 200 g/t de l'AERO

ANALYSE DE VARIANCE						
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F	
Régression	1	63,363556	63,363556	18,796854	0,02263837	
Résidus	3	10,112898	3,3709659			
Total	4	73,47645				

PARAMETRES DE LA DROITE DE REGRESSION						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	p-valeur	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	72,63806	1,92563	37,72165	0,00004	66,50984	78,76628
Variable X	1,25861	0,29030	4,33553	0,02264	0,33474	2,18247

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-28, nous remarquons que la p-valeur est inférieure à 0,05 ; alors nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05. Les données du tableau IV-28 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-14.

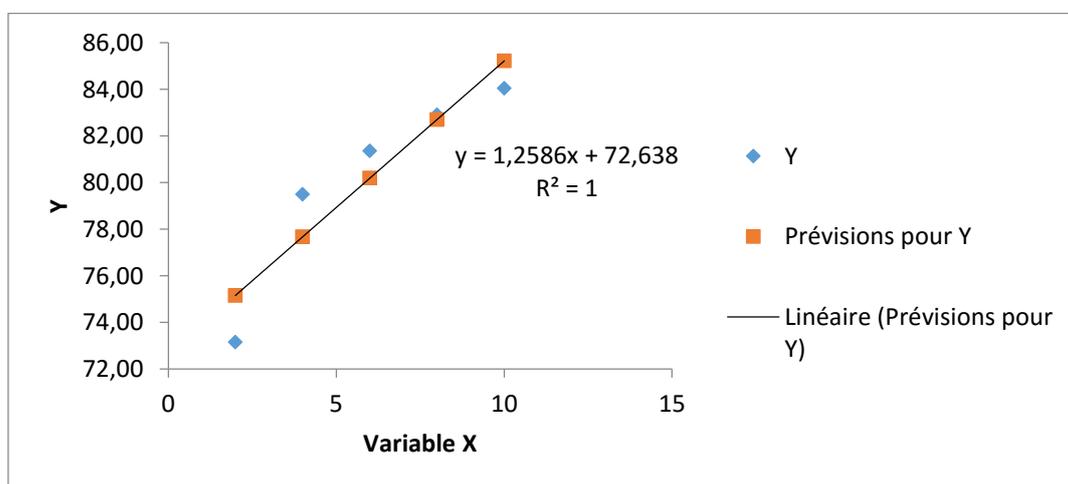


Figure IV-14 : Courbe de régression rendement-temps pour 200 g/t de l'AERO

Après observation de la figure IV-14, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélés positivement et on remarque que la distribution de nuage des points du rendement en fonction du temps de flottation est proportionnelle autour de la droite de régression. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre probablement un rendement de 86,77% est 11,23 minutes, soit 11min14sec.

IV.3.2.4. Calcul de la constante de vitesse, du rendement limite de récupération du cuivre suivant Klimpel et le temps limite pour une dose de 150 g/t de l'AERO 6493

A. Calcul de R_{max} et k_{max} pour 150 g/t de l'AERO 6493 :

Les résultats de la flottation du minerai cupro-cobaltifère de Luiswishi à l'aide de la dose de 150 g/t ont permis l'obtention de la valeur numérique de la constante cinétique et le rendement limite (tableau IV-29) après calcul sur le solveur.

Tableau IV-29: Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 200 g/t d'AERO 6493

Dose (g/t)	Fractions	Cuivre				
		Teneur (%)	Rendement (%)	k_{max} (min^{-1})	R_{max} (%)	Erreur d'estimation
150	C. tête	2,88	66,82	2,064	87,73	$-1,1675.10^{-7}$
	C. ébauché	2,44	83,48			
	Rejet	0,49	16,52			

L'étude de la cinétique de flottation sur base de l'équation de Klimpel donne une constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique du cuivre de $2,064 min^{-1}$ et un rendement de la récupération massique du cuivre de 87,73% avec une erreur de $-1,1675.10^{-7}$ pour la dose de 150 g/t de l'AERO 6493. Soit un écart de 4,25% par rapport au rendement à 10 minutes.

B. Détermination du temps limite de flottation :

Les données statistiques permettant la réalisation de la courbe de régression rendement-temps pour la dose de 150 g/t sont consignées dans les tableaux IV-30 et IV-31.

Tableau IV-30 : Les statistiques de régression pour la dose de 150 g/t de l'AERO 6493

Statistiques de la régression	
Coefficient de détermination multiple	0,9759312
Coefficient de détermination R^2	0,95244171
Coefficient de détermination R^2	0,93658895
Erreur-type	1,65886463
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué que tous les coefficients de détermination ont des valeurs plus proches de 1, ce qui signifie que l'équation de la droite de régression est capable de déterminer 100% de la distribution des points. Cela signifie que le nuage de points se resserre de plus en plus autour de la droite de régression. (netmath, 2019)

Tableau IV-31 : Analyse de la variance de la droite de régression pour 150 g/t de l'AERO

6493

ANALYSE DE VARIANCE						
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F	
Régression	1	165,331394	165,33139	60,080485	0,00446623	
Résidus	3	8,25549555	2,7518318			
Total	4	173,586889				

PARAMETRES DE LA DROITE DE REGRESSION						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	64,47802	1,73983	37,05992	0,00004	58,94110	70,01494
Variable X	2,03305	0,26229	7,75116	0,00447	1,19833	2,86777

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-31, nous remarquons que la valeur critique de Fisher est largement inférieure à la valeur absolue de la statistique t ; alors nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05. Les données du tableau IV-31 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-15.

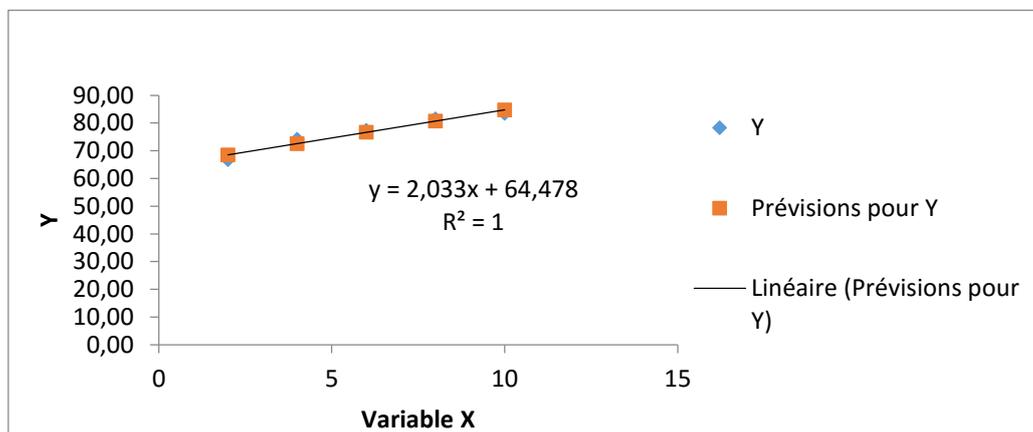


Figure IV-15 : Droite de régression rendement-temps pour 150 g/t d'AERO6493

Après observation de la figure IV-15, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions y sont très proches. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre probablement un rendement de 87,73% est 11,44 minutes, soit 11min26sec.

IV.3.2.5. Calcul de la constante de vitesse, du rendement limite de récupération du cuivre suivant Klimpel et le temps limite pour une dose de 100 g/t de l'AERO

A. Calcul de R_{\max} et k_{\max} pour 100 g/t de l'AERO 6493:

Les résultats de la flottation du minerai cupro-cobaltifère de Luiswishi à l'aide de la dose de 100 g/t ont permis l'obtention de la valeur numérique de la constante cinétique et le rendement limite (tableau IV-32) après calcul sur le solveur.

Tableau IV-32 : Constante et rendement du modèle de Klimpel pour 100 g/t d'AERO 6493

Dose (g/t)	Fractions	Cuivre				
		Teneur (%)	Rendement (%)	k_{\max} (min^{-1})	R_{\max} (%)	Erreur d'estimation
100	C. tête	3,16	64,33	2,381	81,24	$1,4433 \cdot 10^{-15}$
	C. ébauché	2,41	77,83			
	Rejet	0,71	22,17			

L'étude de la cinétique de flottation sur base de l'équation de Klimpel donne une constante de vitesse de premier ordre de la récupération massique du cuivre de $2,381 \text{ min}^{-1}$ et un rendement de la récupération massique du cuivre de 81,24% avec une erreur d'estimation $1,4433 \cdot 10^{-15}$ pour la dose de 100 g/t de l'AERO. L'écart entre le rendement limite et le rendement obtenu à 10 minutes est 3,41%.

B. Détermination du temps limite de flottation

Les tableaux IV-33 et IV-34 donnent les résultats de l'étude statistique effectuée pour réaliser la courbe de régression linéaire rendement en fonction du temps pour la dose de 100 g/t.

Tableau IV-33 : Les statistiques de la régression pour 100 g/t d'AERO 6493

Statistiques de la régression	
Coefficient de détermination multiple	0,9759312
Coefficient de détermination R^2	0,95244171
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,93658895
Erreur-type	1,65886463
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué que tous les coefficients de détermination ont des valeurs proches de 1, ce qui signifie que l'équation de la droite de régression est capable de déterminer 100% de la distribution des points. Cela signifie que le nuage de points se resserre autour de la droite de régression.

Tableau IV-34 : Analyse de la variance pour la dose de 100 g/t de l'AERO 6493

ANALYSE DE VARIANCE						
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F	
Régression	1	165,331	165,3314	60,0805	0,0045	
Résidus	3	8,2555	2,7518			
Total	4	173,587				

PARAMETRES DE LA DROITE DE REGRESSION						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	64,47802	1,73983	37,05992	0,00004	58,94110	70,01494
Variable X	2,03305	0,26229	7,75116	0,00447	1,19833	2,86777

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-34, nous remarquons que la valeur critique de Fisher est largement inférieure à la valeur absolue de la statistique t ainsi que la p-valeur est inférieure à 0,05 ; alors nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05. Les données du tableau IV-34 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-16.

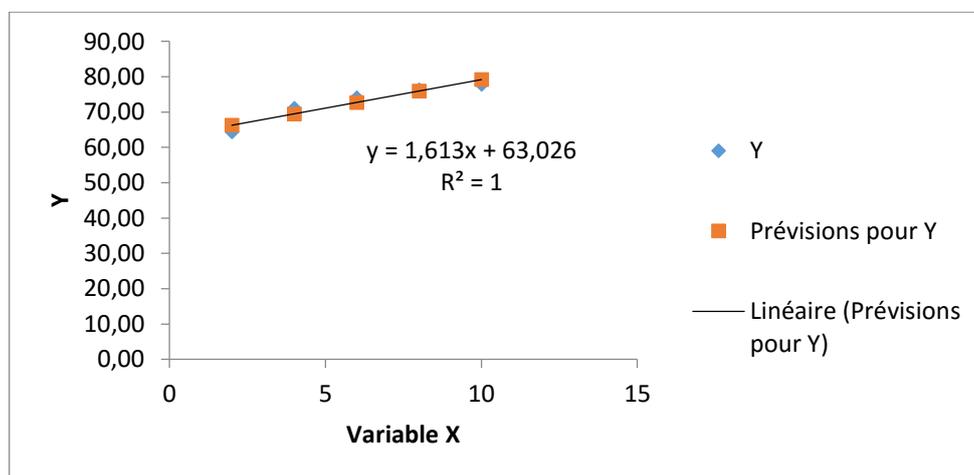


Figure IV-16 : Courbe de régression pour la dose de 100 g/t de l'AERO

Après observation de la figure IV-16, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions « y » sont très proches. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre probablement un rendement de 81,24% est 11,29 minutes, soit 11min17sec.

IV.3.2.6. Comparaison des résultats de l'étude cinétique du collecteur AERO 6493

Le tableau IV-35 présente la synthèse des résultats de l'étude cinétique par calcul de la constante de vitesse, du rendement limite de récupération de cuivre ainsi que du temps limite de flottation suivant la loi probabiliste des moindres carrés.

Tableau IV-35 : Comparaison de la constante cinétique et du rendement limite selon les doses de l'AERO

Dose de l'AERO (g/t)	Constante de vitesse k (min ⁻¹)	Rendement limite R (%)	Temps limite de flottation
300	1,9438	93,91	11min 09sec
250	2,6235	92,49	11min 37sec
200	3,183	86,77	11min 14sec
150	2,064	87,73	11min 26sec
100	2,381	81,24	11min 17sec

En observant les résultats du tableau IV-35, nous remarquons qu'aucune des doses ne nécessite un temps pratique de flottation supérieur à 12 minutes. Le collecteur AERO 6493 à une dose optimale de 250 g/t nécessite un temps de flottation supérieur qu'aux autres doses. La dose de 300 g/t a un rendement maximal qui demeure supérieur à ceux des autres doses avec la plus faible constante de vitesse et moins de temps possible.

D'où, la section suivante sera consacrée à la confirmation des résultats de l'étude cinétique des collecteurs suivant chaque dose. De ce fait, une série de deux essais sera réalisée pour confirmer la limite pratique du temps de flottation des collecteurs aux doses ayant donné des rendements limites supérieurs à moins de temps, c'est-à-dire 300 g/t d'AERO 6493 et de PNBX.

IV.4. ESSAIS DE CONFIRMATION

Les essais de flottation pour la confirmation de la prévision statistique que nous avons eu à effectuer ont été réalisés suivant un banc de flottation de quatre fractions pour un temps total de flottation de 11 minutes pour l'AERO 6493 et le PNBX. La stratégie de dosage était de 65%, 17%, 10% et 8% de la dose du collecteur respectivement pour les fractions A, B, C et D. Les résultats de cette confirmation sont consignés dans les tableaux détaillant les essais 11 et 12 en annexe II et synthétisés dans le tableau IV-36 et les figures IV-17 et IV-18.

Tableau IV-36 : Résultats des essais de confirmation de l'étude statistique pour la dose de 300 g/t des collecteurs PNBX et l'AERO 6493

N° d'essai	Fractions	Cuivre						Dose du collecteur (g/t)
		Teneur (%)			Rendement (%)			
		10 min	11 min	à 10 min	à 11 min	Rmax	Erreur (%)	
11	Con. tête	4,71	4,67	71,89	82,34	93,21	1,27668705	300 g/t de PNBX
	Con. éb.	3,99	4,09	88,89	92,02			
	Rejet	0,8	0,41	11,11	7,98			
12	Con. tête	4,19	4,15	70,25	82,71	93,91	1,68246193	300 g/t de l'AERO
	Con. éb.	2,85	3,41	89,08	92,33			
	Rejet	0,79	0,4	10,92	7,67			

En analysant les résultats du tableau IV-36, nous avons remarqué que la prévision statistique a produit un temps pour se rapprocher du rendement limite de récupération du cuivre puisque les erreurs d'estimation sont très faibles, pratiquement proches de 1. Statistiquement, cela voudrait dire qu'il faut éviter de dépasser de plus d'une unité ce temps prévu, sinon un risque de réduction de sélectivité. Ceci appuie les recommandations de Bouchard qui stipulent que pour un minerai de cuivre dont on dispose peu ou pas de données de flottation, le temps approximatif de l'ébauchage varie autour de 13 minutes. (Onésime, 2018). Pour ce minerai, le temps de 11 minutes paraît être déjà suffisant.

C'est pour cette raison que dans la section IV.5, nous étudions le comportement global de ces deux collecteurs, ce qui signifie que nous recherchons les paramètres cinétiques moyens pouvant décrire le comportement de ces deux collecteurs à la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi.

IV.5. ETUDE DU COMPORTEMENT GLOBAL DES COLLECTEURS PNBX ET L'AERO 6493 : INFERENCE STATISTIQUE

Dans les sections précédentes, nous avons traité les données statistiques de manière individuelle, c'est-à-dire que nous avons analysé les données suivant chaque dose sans interaction les unes des autres, ce qui signifie que nous avons déduit le comportement local des collecteurs suivant les différentes doses. Dans cette dernière section de notre étude, nous allons traiter les données statistiques dans leurs globalités suivant les différents collecteurs afin de retrouver les caractéristiques cinétiques moyennes de chaque collecteur issus du modèle de Klimpel.

Avant toute chose, nous devons décrire la distribution de probabilité des variables sur lesquelles nous travaillons, c'est-à-dire définir si ces variables suivent une loi statistique connue (pour les problèmes usuels, le plus souvent une distribution normale ou Gaussienne). Cette étape préalable a deux objectifs : d'une part, décrire la variable par les résumés appropriés (moyenne et écart-type ou médiane et écart interquartile) ; d'autre part, choisir correctement les tests statistiques qui vont être utilisés pour comparer les variables. (EM-consulte, 2003)

IV.5.1. Etude de la vitesse moyenne de collection à l'aide du PNBX

Le tableau IV-37 reprend les données de rendement en fonction du temps de flottation de toutes variations de la dose du PNBX au cours de cette étude.

Tableau IV-37 : Synthèse des résultats du rendement en fonction du temps pour le PNBX

Temps (min)	Doses du PNBX (g/t)				
	300	250	200	150	100
2	71,89	72,55	73,54	69,39	64,07
4	81,08	79,93	79,54	73,91	71,14
6	84,41	82,25	83,02	76,34	74,05
8	87,09	84,83	85,77	78,42	76,57
10	88,89	86,83	87,54	81,60	78,28

Ce tableau IV-37 permet une analyse globale de la statistique descriptive dont les données sont consignées dans le tableau IV-38.

Tableau IV-38 : Analyse globale des observations faites avec le PNBX

Indicateurs statistiques	Temps de flottation (minutes)				
	2	4	6	8	10
Moyenne	70,289	77,120	80,013	82,537	84,627
Erreur-type	1,699	1,943	2,030	2,110	2,012
Médiane	71,889	79,542	82,247	84,833	86,828
Écart-type	3,798	4,345	4,540	4,718	4,500
Variance de l'échantillon	14,425	18,879	20,613	22,260	20,251
Kurtosis	1,845	-1,940	-2,324	-2,641	-1,493
Coefficient d'asymétrie	-1,453	-0,753	-0,617	-0,564	-0,781
Plage	9,465	9,944	10,363	10,524	10,612
Minimum	64,072	71,141	74,047	76,566	78,279
Maximum	73,537	81,085	84,410	87,090	88,891
Somme	351,444	385,601	400,064	412,687	423,136
Nombre d'échantillons	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000
Niveau de confiance (95,0%)	4,716	5,395	5,637	5,858	5,588

En observant les résultats consignés dans le tableau IV-38, nous remarquons que les différentes moyennes sont très proches et inférieures à la médiane ce qui a donné des valeurs négatives de coefficient d'asymétrie. Cela signifie que la distribution des rendements de récupération de cuivre est négativement dissymétrique puisque la portion supérieure à la moyenne est plus longue (3 valeurs) que celle située dans la partie inférieure (2 valeurs). Statistiquement, cela implique que l'utilisation de toute dose proche de 100 ou 150 g/t aurait des rendements inférieurs aux différentes moyennes suivant les différents temps.

Toujours par observation, nous remarquons que toutes les valeurs de Kurtosis sont différentes de 0 mais très proches de ce dernier, cela signifie que la forme de la courbe d'aplatissement est voisine de celle d'une loi normale ou gaussienne. Ce qui signifie aussi que les données sont regroupées autour de la valeur centrale. Ces hypothèses permettent de tester le coefficient de corrélation des données trouvées.

Ainsi par analyse des résultats, nous remarquons que la moyenne empirique à elle seule est un bon résumé de tout l'échantillon puisque le calcul du coefficient de variation empirique (formule [I-8]) a donné 0,054 ; 0,056 ; 0,057 ; 0,057 ; 0,053 respectivement pour 2, 4, 6, 8 et 10 minutes de flottation. Ces valeurs sont largement inférieures au seuil (0,15).

D'où les données du tableau IV-38 se résument au tableau IV-39

**Tableau IV-39 : synthèse des résultats des rendements moyens en fonction du temps
(PNBX)**

Temps de flottation (min)	2	4	6	8	10
Rendement moyen (%)	70,289	77,120	80,013	82,537	84,627

Puisque nous avons considéré toutes les doses, nous devons alors vérifier la corrélation entre les différents temps de flottation et les rendements moyens que nous voulons utiliser pour la suite de l'étude avant de passer aux estimations linéaires. Ensuite, nous testerons ce coefficient pour rejeter l'hypothèse stipulant que ces données déterministes pourraient suivre un modèle probabiliste normal.

De prime abord, l'analyse de la covariance donne les résultats consignés dans le tableau IV-40

Tableau IV-40 : analyse de la covariance des variables temps et rendement moyen

	<i>Temps</i>	<i>Rendement</i>
Temps	8	
Rendement	13,6372	24,9162618

Nous allons utiliser l'hypothèse stipulant que la covariance d'une seule variable correspond à sa variance. Le coefficient de corrélation est calculé suivant la formule [I-18] et a pour valeur 0,068. D'où l'estimateur t_0 équivaut à 0,11877683 suivant la formule [I-30].

Trouvons le quantile d'ordre 0.95 de la loi de Student avec 3 degrés de liberté. On pose $1-\gamma=0,95$. On a donc $\gamma = 1-0,95 = 0,05$. Dans la table, le quantile d'ordre 0,95 de la loi de Student avec 3 degrés de liberté se trouve donc à l'intersection de la ligne $k=3$ avec la colonne $\gamma = 0,05$. On obtient la valeur 2,353.

Nous remarquons que t_0 est largement inférieur à 2,353 ; ce qui signifie que la corrélation de ces deux variables rendement et temps suivant une loi normale présentera moins de précision que pour une corrélation non linéaire, d'où nous allons encore faire recours aux estimations suivant le modèle de Klimpel et la régression linéaire.

A. Calcul de R_{moy} , k_{moy} et t_{moy} pour 1e collecteur PNBX

Après calcul à l'aide de l'outil solveur, nous avons trouvé des valeurs moyennes de la constante cinétique et du rendement limite égales à $2,438 \text{ min}^{-1}$ et 88,25% Cu, respectivement, avec une erreur d'estimation de 0, ce qui signifie que le modèle de Klimpel traduit 100% de la distribution des rendements moyens en fonction du temps. Ceci appuie l'hypothèse stipulant que la moyenne pouvait représenter l'échantillon.

Avec une asymétrie négative des données sources correspondantes, statistiquement nous pouvons conclure que les rendements limites des doses supérieures ou égales à 200 g/t sont supérieurs à cette moyenne et que les rendements de récupération de cuivre des doses strictement inférieures à 200 g/t sont aussi inférieurs à cette moyenne. Cette hypothèse apporte un degré de confiance aux résultats de l'étude cinétique des doses du PNBX.

Les statistiques de la régression linéaire des rendements moyens en fonction du temps et les analyses de la variance sont reprises dans les tableaux IV-41 et IV-42.

Tableau IV-41 : Les statistiques de la régression des rendements moyens de PNBX

<i>Statistiques de la régression</i>	
Coefficient de détermination multiple	0,966
Coefficient de détermination R^2	0,933
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,911
Erreur-type	1,668
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué que tous les coefficients de détermination ont des valeurs plus proches de 1, ce qui signifie que l'équation de la droite de régression est capable de déterminer 100% de la distribution des points. Cela signifie aussi que le nuage de points se resserre de plus en plus autour de la droite de régression.

Tableau IV-42 : Analyse de Variance et des paramètres de régression pour le PNBX

ANALYSE DE VARIANCE					
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F
Régression	1	116,236	116,236	41,769	0,007
Résidus	3	8,348	2,783		
Total	4	124,585			

PARAMETRES DE LA REGRESSION LINEAIRE						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	68,689	1,750	39,260	3,636.10 ⁻⁰⁵	63,121	74,257
Variable X	1,705	0,264	6,463	0,0075	0,865	2,544

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-42, nous remarquons que la p-valeur est nettement inférieure à 0,05 ; alors nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05. (Assistance de Minitab, 2019). Les données du tableau IV-42 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-19.

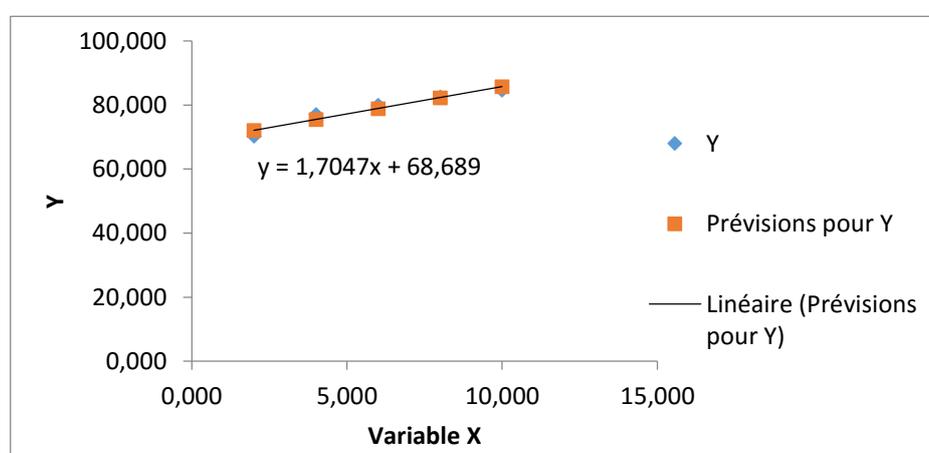


Figure IV-19 : Droite de régression des rendements moyens du PNBX

Après observation de la figure IV-19, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions « y » sont très proches. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre probablement un rendement de 88,25% est 11,47 minutes, soit 11min28sec.

Donc, le PNBX peut être utilisé à des doses supérieures à 200 g/t (dose minimale) pour traiter ces rejets de la laverie de Luiswishi à un temps de flottation de 11,47 minutes.

IV.5.2. Etude de la vitesse moyenne de collection à l'aide de l'AERO 6493

Le tableau IV-43 reprend les données de rendement en fonction du temps de flottation de toutes les doses de l'AERO 6493 au cours de cette étude.

Tableau IV-43 : Synthèse des résultats du rendement en fonction du temps pour l'AERO

Temps (min)	Doses du PNBX				
	300	250	200	150	100
2	70,25	74,96	73,16	66,82	64,33
4	81,33	84,96	79,50	74,16	71,03
6	84,93	86,83	81,35	77,43	74,03
8	87,47	88,02	82,90	81,50	76,29
10	89,08	88,97	84,04	83,48	77,83

Ce tableau IV-43 permet une analyse globale de la statistique descriptive dont les données sont consignées dans le tableau IV-44.

Tableau IV-44 : Analyse globale des observations faites sur l'AERO 6493

Indicateurs statistiques	Temps de flottation				
	2	4	6	8	10
Moyenne	69,903	78,196	80,914	83,237	84,680
Erreur-type	1,960	2,499	2,355	2,146	2,080
Médiane	70,247	79,496	81,354	82,901	84,041
Écart-type	4,382	5,589	5,266	4,799	4,650
Variance de l'échantillon	19,198	31,237	27,731	23,034	21,627
Kurtosis	-1,833	-1,471	-1,689	-0,517	-0,207
Coefficient d'asymétrie	-0,191	-0,216	-0,277	0,582	0,660
Plage	10,626	13,931	12,802	11,724	11,247
Minimum	64,333	71,032	74,027	76,295	77,831
Maximum	74,958	84,963	86,829	88,019	89,078
Somme	349,516	390,978	404,570	416,184	423,401
Nombre d'échantillons	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000
Niveau de confiance (95,0%)	5,440	6,940	6,539	5,959	5,774

En observant les résultats consignés dans le tableau IV-44, nous remarquons que les différentes moyennes sont très proches et inférieures à la médiane sauf pour les temps de 8 et 10 minutes.

Toutes les valeurs du coefficient d'asymétrie sont négatives et très proches de 0. Cela signifie que la distribution des rendements de récupération de cuivre est négativement dissymétrique puisque la portion supérieure à la moyenne est plus longue (3 valeurs) que celle située dans la

partie inférieure (2 valeurs) pour 2, 4 et 6 minutes de flottation, tandis que pour les temps de 8 et 10 minutes, ces valeurs positives se justifieraient par des moyennes supérieures aux médianes.

Toujours par observation, nous remarquons que toutes les valeurs de Kurtosis sont différentes de 0 mais très voisines par des valeurs inférieures, cela signifie que la forme de la courbe d'aplatissement est voisine de celle d'une loi normale. Ce qui implique que les données sont regroupées autour de la valeur centrale suivant une courbe arrondie et possédant des queues plus courtes que la loi normale. Ces hypothèses permettent de tester le coefficient de corrélation des données trouvées, comme cela a été réalisé pour l'étude de la cinétique du PNBX.

Ainsi par analyse des résultats, nous remarquons que la moyenne empirique à elle seule est un bon résumé de tout l'échantillon puisque le calcul du coefficient de variation empirique (formule [I-8]) a donné 0,063 ; 0,071 ; 0,065 ; 0,057 ; 0,055 respectivement pour 2, 4, 6, 8 et 10 minutes de flottation. Ces valeurs sont largement inférieures au seuil (0,15).

D'où les données du tableau IV-44 se résument au tableau IV-45

Tableau IV-45 : synthèse des résultats des rendements moyens en fonction du temps

Temps de flottation (min)	2	4	6	8	10
Rendement moyen (%)	69,903	78,196	80,914	83,237	84,680

Avant de passer aux estimations linéaires, nous devons vérifier la corrélation entre les différents temps de flottation ainsi que les rendements moyens que nous voulons utiliser pour la suite de l'étude. Ensuite, nous testerons ce coefficient pour rejeter ou pas l'idée que ces données pourraient ne pas être corrélées suivant une loi normale.

De prime abord, l'analyse de la covariance donne les résultats consignés dans le tableau IV-46

Tableau IV-46 : analyse de la covariance des données d'observation de l'AERO 6493

	Temps	Rendement
Temps	8	
Rendement	13,838	27,306962

Nous allons utiliser l'hypothèse stipulant que la covariance d'une seule variable correspond à sa variance. Le coefficient de corrélation est calculé suivant la formule [I-18] et a pour valeur 0,0633. D'où l'estimateur t_0 équivaut à 0,10993694 suivant la formule [I-30].

Trouvons le quantile d'ordre 0.95 de la loi de Student avec 3 degrés de liberté. On pose $1-\gamma = 0.95$. On a donc $\gamma = 1-0.95 = 0.05$. Dans la table, le quantile d'ordre 0.95 de la loi de Student avec 3 degrés de liberté se trouve donc à l'intersection de la ligne $k = 3$ avec la colonne $\gamma = 0.05$. On obtient la valeur 2,353.

Nous remarquons que t_0 est largement inférieur à 2,353 ; ce qui signifie que la corrélation de ces deux variables rendement et temps suivant une loi normale présentera moins de précision que pour une corrélation non linéaire, d'où nous allons encore faire recours aux estimations suivant la loi de Klimpel et la régression linéaire.

A. Calcul de R_{moy} , k_{moy} et t_{moy} pour 1e collecteur AERO 6493

Après calcul à l'aide de l'outil solveur, nous avons trouvé des valeurs moyennes de la constante cinétique et du rendement limite égales à $2,367 \text{ min}^{-1}$ et 88,42%, respectivement. Statistiquement, nous remarquons que les rendements limites obtenus à partir des doses inférieures ou égales à 200 g/t sont inférieurs à cette moyenne. Cela implique l'AERO 6493 peut être utilisé à des doses supérieures à 250 g/t (dose minimale) pour traiter ces rejets de la laverie de Luiswishi puisque déjà à 250 g/t, nous avons des rendements au-delà de la moyenne.

Les statistiques de la régression linéaire des rendements moyens en fonction du temps et les analyses de la variance sont reprises dans les tableaux IV-47 et IV-48.

Tableau IV-47: Les statistiques de la régression des rendements moyens pour l'AERO 6493

<i>Statistiques de la régression</i>	
Coefficient de détermination multiple	0,936
Coefficient de détermination R^2	0,877
Coefficient de détermination R^2 ajusté	0,835
Erreur-type	2,370
Observations	5

Après observation des résultats, nous avons remarqué que tous les coefficients de détermination ont des valeurs proches de 1, ce qui signifie que l'équation de la droite de régression est capable de déterminer 100% de la distribution des points. Cela signifie que le nuage de points se resserre autour de la droite de régression.

Tableau IV-48: Les analyses de la variance et des paramètres de la régression pour l'AERO6493

ANALYSE DE VARIANCE					
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Valeur critique de F
Régression	1	119,683	119,683	21,309	0,019
Résidus	3	16,850	5,617		
Total	4	136,533			

PARAMETRES DE LA REGRESSION LINEAIRE						
	Coefficients	Erreur-type	Statistique t	Probabilité	Limite inférieure pour seuil de confiance = 95%	Limite supérieure pour seuil de confiance = 95%
Constante	69,007	2,486	27,763	0,0001	61,097	76,918
Variable X	1,730	0,375	4,616	0,0191	0,537	2,922

Après analyse des résultats consignés dans le tableau IV-48, nous remarquons que la p-valeur est inférieure à 0,05 ; alors nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de signification de 0,05. Les données du tableau IV-48 permettent l'obtention de la droite de régression décrite sur la figure IV-20.

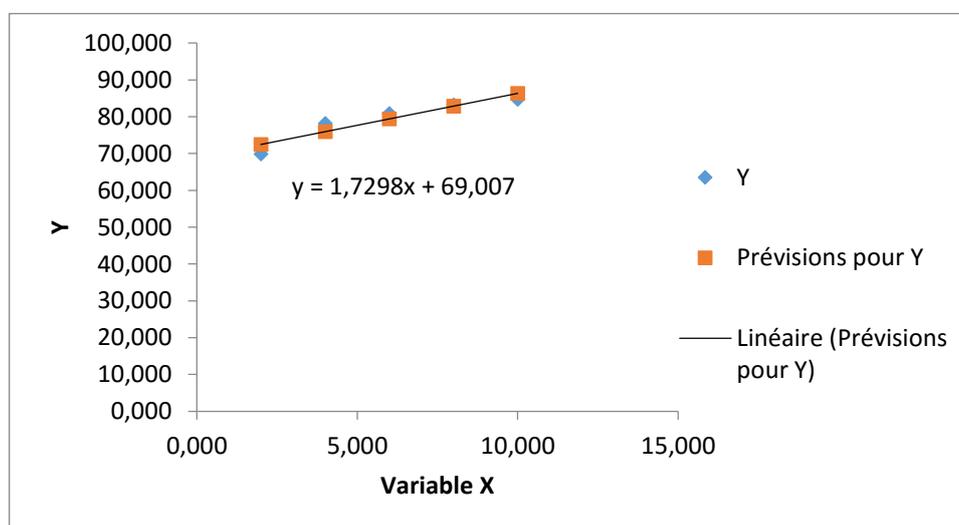


Figure IV-20: La droite de régression des rendements pour l'AERO 6493

Après observation de la figure IV-20, nous avons remarqué que les variables temps (x) et rendement (y) sont corrélées positivement et que la dispersion des résidus est faible puisque les distances entre le nuage Y et les prévisions « y » sont très proches. La limite pratique du temps de flottation pour atteindre probablement un rendement de 88,42% est 11,22 minutes, soit 11min13sec.

Donc la dose de 250 g/t de l'AERO 6493 semble être à la fois la dose optimale et minimale dans la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi avec une limite pratique moyenne du temps de flottation de 11,22 minutes.

IV.6. Conclusion partielle

Ce chapitre a évalué le comportement des collecteurs PNBX et AERO 6493 à la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi à partir des données expérimentales de flottation, données cinétiques et statistiques afin d'apporter un degré de confiance aux résultats de la flottation.

Il a été question tout d'abord de déterminer le comportement de ces collecteurs dans la flottation suivant chaque individu (doses) choisi afin de vérifier leurs performances. Pendant cet examen, il a été conclu que les doses de 250 et 300 g/t sont les doses optimales respectivement pour l'AERO 6493 et le PNBX. Ces deux collecteurs ont donné pratiquement des rendements similaires à ces doses optimales. La courbe de sélectivité de 300 g/t de PNBX supplantait celle de 250 g/t d'AERO 6493 et ceci laissait présager l'utilisation du PNBX comme collecteur principal à la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi.

Une deuxième étude était celle de vérifier le comportement cinétique de ces collecteurs à partir des données numériques de constante cinétique, le rendement limite de flottation ainsi que le temps probable pour atteindre ce rendement. Cette étude a révélé que la dose de 300 g/t de PNBX mettrait moins de temps que la dose de 250 g/t d'AERO 6493 pour une récupération maximale voisine mais élevée, c'est-à-dire que le PNBX récolterait plus dans moins de temps que l'AERO 6493.

Une troisième étude était celle de conclure sur le comportement cinétique global de ces collecteurs en étudiant les caractéristiques cinétiques moyennes et en incluant les interactions entre distribution bivariée des rendements de récupération pour toutes les doses choisies. Cette étude a révélé que les doses de 200 g/t et 250 g/t sont des doses minimales respectivement pour le PNBX et l'AERO 6493, avec les temps limites de flottation de 11,47 et 11,22 minutes, respectivement.

CONCLUSION GENERALE

L'objectif principal poursuivi dans le présent travail a été de réaliser une étude comparative sur la cinétique des collecteurs PNBX et AERO 6493 sur la valorisation par flottation à la mousse des rejets de la laverie de Luiswishi. Ceci permettant de déterminer les conditions opératoires optimales et minimales d'utilisation de ces deux réactifs. Cette étude a permis d'entrevoir la possibilité d'utilisation de l'un des collecteurs à l'étude pour la résolution des probables problèmes environnementaux liés au stockage de ces rejets.

La démarche suivie pour atteindre ces objectifs a consisté à réaliser trois études. La première consistant à trois séries d'essais de flottation au laboratoire en simple ébauchage pour évaluer les performances métallurgiques de ce collecteur sur ces rejets titrant en moyenne 1,65 % de Cu et 1,2 % de Co. La deuxième étude était celle de vérifier le comportement cinétique de ces collecteurs à partir des données numériques de constante cinétique, le rendement limite de flottation ainsi que le temps probable pour atteindre ce rendement, temps déduit d'une prévision statistique. Enfin, une dernière était celle d'inférer statistiquement sur le comportement cinétique global de ces collecteurs en étudiant les caractéristiques cinétiques moyennes.

Les trois séries d'essais réalisées dans la première étude ont été réparties de la manière suivante : la première consistait en la variation de la dose du collecteur PNBX avec sulfuration ; ensuite, la deuxième série en substituant le PNBX par l'AERO 6493 sans sulfuration. Et une dernière pour confirmer les prévisions statistiques que nous avons réalisées tout au long de notre étude.

La première série d'essais, a permis d'obtenir un concentré de tête titrant 4,71 % de Cu et un concentré ébauché à 3,99 % de Cu avec des rendements de récupérations respectifs de 71,89 % et 88,89 %. La dose optimale de PNBX a été de 300 g/t pour une consommation de 3000 g/t de NaHS, 250 g/t de mixture et de silicate de sodium et 100 g/t de moussant.

Quant à la deuxième série, celle de la substitution du PNBX par l'AERO 6493 sans sulfuration, les meilleures performances ont été obtenues à la dose de 250 g/t d'AERO 6493 pour une consommation identique de la mixture, du silicate et du moussant à celle précédente. Et dans ces conditions, il a été obtenu un concentré dont les teneurs en Cuivre en tête et à l'ébauchage sont respectivement 3,94% et 2,91% avec des rendements de récupération respectifs de 74,96% et 88,97%. De la comparaison des résultats obtenus avec l'AERO 6493 à ceux du PNBX, il se dégage techniquement le choix du PNBX comme collecteur principal à la flottation des rejets de la laverie de Luiswishi ; mais du point de vue économique et environnemental, l'AERO 6493 serait mieux à la flottation de ces rejets puisque son utilisation minimise le coût.

Ainsi, la deuxième étude, celle vérifiant le comportement cinétique de ces collecteurs a révélé que toutes les doses considérées dans cette étude ne nécessiteraient un temps pratique de flottation au-delà de 12min, sauf la dose de 150 g/t de PNBX qui pourrait nécessiter un temps de 12 minutes et 2 secondes. La dose de 300 g/t de PNBX a conduit à un rendement maximal de récupération Cuivre de 93,21 % à un temps probable de flottation de 11,27 minutes pour une constante cinétique de $2,16 \text{ min}^{-1}$. Tandis que la dose de 250 g/t d'AERO 6493 a produit un rendement limite de récupération de cuivre de 92,49% Cu à un temps probable de flottation de 11,62 minutes pour une constante cinétique de $2,62 \text{ min}^{-1}$. La dose de 300 g/t de PNBX mettrait moins de temps que la dose de 250 g/t d'AERO 6493 pour une récupération maximale voisine mais élevée, c'est-à-dire que le PNBX récolterait plus dans moins de temps que l'AERO 6493.

Après cette étude cinétique, les doses délimitant le seuil supérieur des rendements limites de récupération étaient les doses de 300 g/t de l'AERO 6493 et du PNBX. D'où la nécessité d'une troisième série d'essais pouvant confirmer ou apprécier la qualité des prévisions statistique et cinétique. De ce fait, une série de deux essais a été réalisée pour confirmer les valeurs numériques des rendements du seuil supérieur. Les rendements limites prévus étaient donc 93,21% et 93,91% Cu respectivement pour les doses de 300 g/t de PNBX et d'AERO 6493. Ces essais de flottation pendant un temps de 11 minutes ont produit les rendements de récupérations de 92,02% et 92,33% Cu avec une erreur d'estimation de 1,28% et 1,68% respectivement pour le PNBX et l'AERO 6493. Ces résultats prouvent que la prévision statistique a produit un temps pour se rapprocher du rendement limite de récupération du cuivre puisque les erreurs d'estimation sont très faibles, pratiquement proches de 1.

Enfin, une dernière étude dans laquelle nous avons traité les données statistiques dans leurs globalités suivant les différents collecteurs afin de retrouver les caractéristiques cinétiques moyennes de chaque collecteur issues du modèle de Klimpel. Cette étude a révélé que les doses de 200 g/t et 250 g/t sont minimales respectivement pour le PNBX et l'AERO 6493, avec des rendements limites, par inférence mathématique, de 88,25% et 88,42% Cu, et les temps limites de flottation de 11,47 et 11,22 minutes, respectivement. En outre, L'AERO 6493 présente une constante cinétique de $2,367 \text{ min}^{-1}$ contre une valeur de $2,438 \text{ min}^{-1}$ pour le PNBX.

Nous suggérons donc une évaluation économique et un plan expérimental sur la valorisation par la flottation à la mousse de ces rejets afin de clore le débat entre ces deux réactifs.

BIBLIOGRAPHIE

I. Ouvrages et articles

1. Aliferis, I., 2008. *La statistique appliquée*. Nice: école polytechnique de l'Université de Nice.
2. BOUAMAMA, B., s.d. *Analyse des données et optimisation*. Lille: Ecole Polytechnique de Lille.
3. Clarence, M., 2010-2011. *NOTES DE COURS : BIOSTATISTIQUE I*. Lubumbashi: Inédit.
4. CYTEC, 2010. *Mining Chemicals HANDBOOK*. Edition 2010 éd. Horton: Horton Printing Company.
5. EM-consulte, 2003. Comment décrire la distribution d'une variable? : Test de normalité et traitement des valeurs extrêmes. *Revue des Maladies Respiratoires*, 20(6), pp. 946-951.
6. Falguerolles, A., 2009. Quelques remarques sur la méthode d'ajustement de Mayer : lien avec les méthodes de classifications. *Mathématiques et sciences humaines*, 3(187), pp. 43-58.
7. Gaudoin, O., 2010. *Principes et méthodes statistiques : Notes de cours*. Paris: Grenoble INP.
8. LABARERE, J., 2012. *Corrélation et régression linéaire simple*. Paris: Université Joseph Fourier de Grenoble.
9. LUAMBA, 2016-2017. *Note de cours : Probabilités et statistiques*. Inédit éd. Lubumbashi: faculté polytechnique/UNILU.
10. MALINVAUD, E., 1963. Théorie de la régression simple. *Revue de statistique appliquée*, 11(4), pp. 49-75.
11. Nazaret, C., 2014-2015. *Ajustement des paramètres d'un modèle à des données expérimentales*. Bordeaux: Institut Polytechnique de Byumba.
12. STEINIER, C., 1974. À propos de deux méthodes d'ajustement de modèles. *Revue de statistique appliquée*, tome 22(3), pp. 5-22.
13. Tillé, Y., 2010. *Résumé du cours de statistique descriptive*, s.l.: Université de Neuchâtel.

II. Thèses

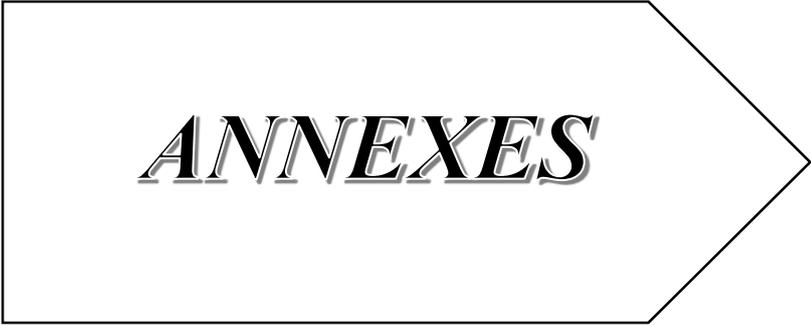
1. KANDA, J. M., 2012. *Etude de la flottabilité de la malachite à l'aide de l'amyloxanthate de potassium et des acides gras : Flottation du minerai oxydé de Kamfundwa au Katanga en RD Congo*, Liège: Université de Liège.
2. NKULU, G., 2012. *Biolixiviation de la carrolite – Applications aux minerais sulfurés polymétalliques de l'Arc Cuprifère du Katanga en République Démocratique du Congo (RDC) : Cas des minerais de la mine de Kamoya/Kambove*, Liège: Université de Liège.
3. SAMSON, W. K., 2009. *Dépollution et valorisation des rejets miniers sulfurés du katanga : "cas des tailings de l'Ancien Concentrateur de Kipushi"*, Liège: université de Liège.

III. Mémoires

1. Aly et al., 2017. *Etude sur la dépollution des rejets de laverie du gisement de Luiswishi à l'aide des réactifs usuels*. Inédit éd. Lubumbashi: Ecole supérieure des Ingénieurs Industriels.
2. Djamel, H., 2014. *Influence des réactifs sur l'enrichissement du minerai de phosphate de Djebel Onk par flottation inverse étagée*, Université ABDERAHMANE MIRA - BEJAIA.
3. KALUME, K. S., 2016. *Etude de la flottation des minerais mixtes cuprocobaltifères en vue de leur traitement dans un concentrateur existant*, Lubumbashi: Université de Lubumbashi.
4. KANYIMBO, T. E., 2018. *Etude comparative de la cinétique de flottation du minerai oxydé de cuivre du gisement de KWATEBALA avec l'AERO 6493 et le PNBX*, Lubumbashi: Ecole Supérieure des Ingénieurs industriels.
5. KATUFU, S., 2017. *Influence de la dose de l'Alkylhydroxamate AM810 lors de la flottation des rejets de RUASHI MINING*, Lubumbashi: Faculté Polytechnique/Unilu.
6. MBUYI, K. E., 2018. *Etude des performances de l'AERO 3477 dans la flottation du minerai sulfuré cupro-cobaltifère de la mine de Luiswishi*, Lubumbashi: Université polytechnique.
7. Onésime, T. M., 2018. *Projet de traitement du minerai oxyde cuprocobaltifère de la mine de kimpe*. Inédit éd. Lubumbashi: Université de Lubumbashi.
8. Patrick, K., 2015. *L'étude comparative des performances de six collecteurs de CYTEC et du KAX sur le minerai cupro-cobaltifère du remblai 337F de la mine de Luswishi*, Lubumbashi: Inédit.
9. PROULX, M., 2000. *Amélioration du rendement des particules grossières par la stratégie d'addition des réactifs dans un banc de flottation*, Ottawa: Bibliothèque nationale du Canada.
10. SABRI, K., 2013. *Étude et Simulation par Modèles Mathématiques des Étapes Élémentaires lors du Contact Particule – Bulle en Flottation*, Constantine: Université MENTOURI CONSTANTINE.
11. Zhujun, H., 2009. *Efficacité de Capture dans les Procédés de Flottation*, Toulouse: Université de Toulouse.

IV. Documents du site web

1. Assistance de Minitab, 2019. *Valeur critique*. [En ligne] Available at: <https://support.minitab.com/fr-fr.miniTab/18/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/basics/what-is-a-critical-value/> [Accès le 21 Mai 2019].
2. Ilunga, G. K., 2015. *Amélioration du rendement du cobalt en fractionnant le booster et le tall-oil comme activant*. [En ligne] Available at : <https://www.memoireonline.com/02/16/9459/m> [Accès le 27 Avril 2019].
3. Netmath, 2019. *Lexique de mathématique : Coefficient de détermination*. [En ligne] Available at: <https://lexique.netmath.ca/coefficient-de-determination/> [Accès le 21 Mai 2019].
4. Scibilia, J. F. e. B., 2019. *régression multiple : quand utiliser le R^2 ajusté ou le R^2 prévu*. [En ligne] Available at: <https://www.minitab.com/fr-fr/Published-Articles/Regression-multiple-R2-ajoute-R2-prevu/> [Accès le 21 Mai 2019].
5. WikiStat, 2017. *Régression linéaire simple*. [En ligne] [Accès le 18 Juin 2019].



ANNEXES

ANNEXE I : Les résultats détaillés de la flottation à l'aide des collecteurs PNBX (essais 1 à 5) et l'AERO 6493 (essais 6 à 10)

Essai 1														
Fraction	Temps de flottation	Dosage des réactifs					Poids		Cuivre			Cobalt		
		PNBX (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na ₂ SiO ₃	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	2	180	1800	50	250 g/t	250 g/t	198,5	42,23	4,71	9,35	71,89	1,36	2,70	46,44
B	2	51	510	25			45,3	9,64	2,64	1,20	9,20	1,97	0,89	15,35
A+B	4						243,8	51,87	4,33	10,55	81,08	1,47	3,59	61,80
C	2	30	300	12,5			18,8	4,00	2,30	0,43	3,32	1,68	0,32	5,43
A+B+C	6						262,6	55,87	4,18	10,98	84,41	1,49	3,91	67,23
D	2	24	240	12,5			15,7	3,34	2,22	0,35	2,68	1,78	0,28	4,81
A+B+C+D	8						278,3	59,21	4,07	11,33	87,09	1,50	4,19	72,04
E	2	15	150				11,1	2,36	2,11	0,23	1,80	1,79	0,20	3,42
A+B+C+D+E	10						289,4	61,57	3,99	11,56	88,89	1,52	4,39	75,45
R							180,6	38,43	0,80	1,44	11,11	0,79	1,43	24,55
Alimentation		300	3000	100	250	250	470	100	2,77	13,01	100,00	1,24	5,81	100,00

Essai 2														
Fraction	Temps de flottation	Conditions opératoires					Poids		Cuivre			Cobalt		
		PNBX (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na ₂ SiO ₃	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	2	150	1800	50	250 g/t	250 g/t	199,7	42,24	3,93	7,85	72,55	1,50	3,00	53,35
B	2	42,5	510	25			43,1	9,12	1,85	0,80	7,37	1,27	0,55	9,75
A+B	4						242,8	51,35	3,56	8,65	79,93	1,46	3,54	63,10
C	2	25	300	12,5			16,1	3,41	1,56	0,25	2,32	1,48	0,24	4,24
A+B+C	6						258,9	54,76	3,44	8,90	82,25	1,46	3,78	67,35
D	2	20	240	12,5			18,9	4,00	1,48	0,28	2,59	1,38	0,26	4,65
A+B+C+D	8						277,8	58,76	3,30	9,18	84,83	1,45	4,04	71,99
E	2	12,5	150				19,1	4,04	1,13	0,22	2,00	1,05	0,20	3,57
A+B+C+D+E	10						296,9	62,80	3,16	9,39	86,83	1,43	4,24	75,56
R							175,9	37,20	0,81	1,42	13,17	0,78	1,37	24,44
Alimentation		250	3000	100	250	250	472,8	100,00	2,29	10,82	100,00	1,19	5,61	100,00

Essai 3														
Fraction	Temps de flottation	Conditions opératoires					Poids		Cuivre			Cobalt		
		PNBX (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na ₂ SiO ₃	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	2	120	1800	50	250 g/t	250 g/t	184	38,27	3,99	7,34	73,54	1,44	2,65	49,32
B	2	34	510	25			35,9	7,47	1,67	0,60	6,01	1,26	0,45	8,42
A+B	4						219,9	45,74	3,61	7,94	79,54	1,41	3,10	57,74
C	2	20	300	12,5			22,7	4,72	1,53	0,35	3,48	1,33	0,30	5,62
A+B+C	6						242,6	50,46	3,42	8,29	83,02	1,40	3,40	63,36
D	2	16	240	12,5			18,2	3,79	1,51	0,27	2,75	1,26	0,23	4,27
A+B+C+D	8						260,8	54,24	3,28	8,56	85,77	1,39	3,63	67,63
E	2	10	150				12,7	2,64	1,39	0,18	1,77	1,45	0,18	3,43
A+B+C+D+E	10						273,5	56,88	3,20	8,74	87,54	1,40	3,82	71,06
R							207,3	43,12	0,6	1,24	12,46	0,75	1,55	28,94
Alimentation		200	3000	100	250	250	480,8	100,00	2,08	9,98	100,00	1,12	5,37	100,00

Essai 4

Fraction	Temps de flottation	Conditions opératoires					Poids		Cuivre			Cobalt		
		PNBX (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na ₂ SiO ₃	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	2	90	1800	50	250 g/t	250 g/t	154	41,40	2,90	4,47	69,39	1,49	2,29	53,51
B	2	25,5	510	25			16,9	4,54	1,72	0,29	4,52	1,35	0,23	5,32
A+B	4						170,9	45,94	2,78	4,76	73,91	1,48	2,52	58,83
C	2	15	300	12,5			9,6	2,58	1,63	0,16	2,43	1,42	0,14	3,18
A+B+C	6						180,5	48,52	2,72	4,91	76,34	1,47	2,66	62,01
D	2	12	240	12,5			10,4	2,80	1,29	0,13	2,08	1,13	0,12	2,74
A+B+C+D	8						190,9	51,32	2,64	5,05	78,42	1,45	2,78	64,75
E	2	7,5	150				16,6	4,46	1,23	0,20	3,17	1,18	0,20	4,57
A+B+C+D+E	10						207,5	55,78	2,53	5,25	81,60	1,43	2,97	69,31
R							164,5	44,22	0,72	1,18	18,40	0,80	1,32	30,69
Alimentation		150	3000	100	250	250	372	100,00	1,73	6,44	100,00	1,15	4,29	100,00

Essai 5

Fraction	Temps de flottation	Conditions opératoires					Poids		Cuivre			Cobalt		
		PNBX (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na ₂ SiO ₃	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	2	60	1800	50	250 g/t	250 g/t	179,1	36,79	2,82	5,05	64,07	1,44	2,58	49,00
B	2	17	510	25			37,4	7,68	1,49	0,56	7,07	1,28	0,48	9,10
A+B	4						216,5	44,47	2,59	5,61	71,14	1,41	3,06	58,10
C	2	10	300	12,5			16,6	3,41	1,38	0,23	2,91	1,21	0,20	3,82
A+B+C	6						233,1	47,88	2,50	5,84	74,05	1,40	3,26	61,91
D	2	8	240	12,5			14,6	3,00	1,36	0,20	2,52	1,22	0,18	3,38
A+B+C+D	8						247,7	50,88	2,44	6,04	76,57	1,39	3,44	65,30
E	2	5	150				10,8	2,22	1,25	0,14	1,71	1,27	0,14	2,61
A+B+C+D+E	10						258,5	53,10	2,39	6,17	78,28	1,38	3,57	67,90
R							228,3	46,90	0,75	1,71	21,72	0,74	1,69	32,10
Alimentation		100	3000	100	250	250	486,8	100,00	1,62	7,88	100,00	1,08	5,26	100,00

Essai 6														
Fraction	Temps de flottation	Conditions opératoires					poids		Cuivre			Cobalt		
		AERO (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na ₂ SiO ₃	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	2	180		50	250 g/t	250 g/t	176,8	37,20	4,19	7,41	70,25	1,60	2,83	52,43
B	2	51		25			77,4	16,28	1,51	1,17	11,08	1,04	0,80	14,92
A+B	4						254,2	53,48	3,37	8,58	81,33	1,43	3,63	67,35
C	2	30		12,5			32,2	6,77	1,18	0,38	3,60	0,99	0,32	5,91
A+B+C	6						286,4	60,26	3,13	8,96	84,93	1,38	3,95	73,26
D	2	24		12,5			26	5,47	1,03	0,27	2,54	0,93	0,24	4,48
A+B+C+D	8						312,4	65,73	2,95	9,22	87,47	1,34	4,19	77,74
E	2	15					17,1	3,60	0,99	0,17	1,61	0,97	0,17	3,07
A+B+C+D+E	10						329,5	69,32	2,85	9,39	89,08	1,32	4,36	80,81
R							145,8	30,68	0,79	1,15	10,92	0,71	1,04	19,19
Alimentation		300		100	250	250	475,3	100,00	2,22	10,55	100,00	1,14	5,40	100,00

Essai 7														
Fraction	Temps de flottation	Conditions opératoires					Poids		Cuivre			Cobalt		
		AERO (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na ₂ SiO ₃	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	2	150		50	250 g/t	250 g/t	190	40,45	3,94	7,49	74,96	1,49	2,83	53,90
B	2	42,5		25			79,3	16,88	1,26	1,00	10,00	1,09	0,86	16,46
A+B	4						269,3	57,33	3,15	8,49	84,96	1,37	3,70	70,36
C	2	25		12,5			15,4	3,28	1,21	0,19	1,87	1,07	0,16	3,14
A+B+C	6						284,7	60,61	3,05	8,67	86,83	1,36	3,86	73,49
D	2	20		12,5			10,9	2,32	1,09	0,12	1,19	1,05	0,11	2,18
A+B+C+D	8						295,6	62,93	2,97	8,79	88,02	1,34	3,97	75,67
E	2	12,5					9,7	2,07	0,98	0,10	0,95	0,97	0,09	1,79
A+B+C+D+E	10						305,3	65,00	2,91	8,89	88,97	1,33	4,07	77,46
R							164,4	35,00	0,67	1,10	11,03	0,72	1,18	22,54
Alimentation		250		100	250	250	469,7	100,00	2,13	9,99	100,00	1,12	5,25	100,00

Essai 8

Fraction	Temps de flottation	Conditions opératoires					Poids		Cuivre			Cobalt		
		AERO (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na2SiO3	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	2	120		50	250 g/t	250 g/t	177,4	37,18	4,00	7,10	73,16	1,52	2,70	49,72
B	2	34		25			47,3	9,91	1,30	0,61	6,34	1,16	0,55	10,12
A+B	4						224,7	47,09	3,43	7,71	79,50	1,44	3,25	59,83
C	2	20		12,5			15,4	3,23	1,17	0,18	1,86	1,08	0,17	3,07
A+B+C	6						240,1	50,31	3,29	7,89	81,35	1,42	3,41	62,90
D	2	16		12,5			12,4	2,60	1,21	0,15	1,55	1,15	0,14	2,63
A+B+C+D	8						252,5	52,91	3,18	8,04	82,90	1,41	3,55	65,53
E	2	10					9,7	2,03	1,14	0,11	1,14	1,10	0,11	1,97
A+B+C+D+E	10						262,2	54,95	3,11	8,15	84,04	1,40	3,66	67,49
R							215	45,05	0,72	1,55	15,96	0,82	1,76	32,51
Alimentation		200		100	250	250	477,2	100,00	2,03	9,70	100,00	1,14	5,42	100,00

Essai 9

Fraction	Temps de flottation	Conditions opératoires					Poids		Cuivre			Cobalt		
		AERO (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na2SiO3	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	2	90		50	250 g/t	250 g/t	155,4	34,18	2,88	4,48	66,82	1,37	2,13	45,59
B	2	25,5		25			28,4	6,25	1,73	0,49	7,34	1,14	0,32	6,93
A+B	4						183,8	40,43	2,70	4,97	74,16	1,33	2,45	52,52
C	2	15		12,5			14,8	3,26	1,48	0,22	3,27	1,15	0,17	3,64
A+B+C	6						198,6	43,69	2,61	5,19	77,43	1,32	2,62	56,16
D	2	12		12,5			19,9	4,38	1,37	0,27	4,07	0,94	0,19	4,01
A+B+C+D	8						218,5	48,06	2,50	5,46	81,50	1,29	2,81	60,17
E	2	7,5					10,3	2,27	1,29	0,13	1,98	1,18	0,12	2,60
A+B+C+D+E	10						228,8	50,33	2,44	5,59	83,48	1,28	2,93	62,77
R							225,8	49,67	0,49	1,11	16,52	0,77	1,74	37,23
Alimentation		150		100	250	250	454,6	100,00	1,47	6,70	100,00	1,03	4,67	100,00

Essai 10

Fraction	Temps de flottation	Conditions opératoires					Poids		Cuivre			Cobalt		
		AERO (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na ₂ SiO ₃	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	2	60		50	250 g/t	250 g/t	152,7	32,07	3,16	4,83	64,33	1,52	2,32	46,60
B	2	17		25			40,2	8,44	1,25	0,50	6,70	1,15	0,46	9,28
A+B	4						192,9	40,52	2,76	5,33	71,03	1,44	2,78	55,88
C	2	10		12,5			20,8	4,37	1,08	0,22	2,99	1,04	0,22	4,34
A+B+C	6						213,7	44,89	2,60	5,55	74,03	1,40	3,00	60,22
D	2	8		12,5			16,2	3,40	1,05	0,17	2,27	0,98	0,16	3,19
A+B+C+D	8						229,9	48,29	2,49	5,72	76,29	1,37	3,16	63,41
E	2	5					12	2,52	0,96	0,12	1,54	0,94	0,11	2,26
A+B+C+D+E	10						241,9	50,81	2,41	5,84	77,83	1,35	3,27	65,68
R							234,2	49,19	0,71	1,66	22,17	0,73	1,71	34,32
Alimentation		100		100	250	250	476,1	100,00	1,58	7,50	100,00	1,05	4,98	100,00

ANNEXE II : Les résultats métallurgiques des essais de confirmation de la méthode statistique pour les deux collecteurs à la dose de 300 g/t

Essai 11														
Fraction	Temps de flottation	Dosage des réactifs					Poids		Cuivre			Cobalt		
		PNBX (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na ₂ SiO ₃	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	3	195	1950	50	250 g/t	250 g/t	200,1	42,03	4,67	9,34	82,34	1,37	2,74	56,77
B	3	51	510	25			37,6	7,90	2,07	0,78	6,86	1,23	0,46	9,58
A+B	6						237,7	49,93	4,26	10,12	89,19	1,35	3,20	66,34
C	3	30	300	12,5			10,1	2,12	1,82	0,18	1,62	1,50	0,15	3,14
A+B+C	9						247,8	52,05	4,16	10,31	90,81	1,35	3,36	69,48
D	2	24	240	12,5			7,4	1,55	1,85	0,14	1,21	1,41	0,10	2,16
A+B+C+D	11						255,2	53,60	4,09	10,44	92,02	1,36	3,46	71,64
R							220,9	46,40	0,41	0,91	7,98	0,62	1,37	28,36
Alimentation							476,1	100	2,38	11,35	100,00	1,01	4,83	100,00

Essai 12

Fraction	Temps de flottation	Dosage des réactifs					Poids		Cuivre			Cobalt		
		AERO (g/t)	NaHS (g/t)	Moussant (g/t)	Na ₂ SiO ₃	Mixture	(g)	(%)	Cu (%)	Cu (g)	Rdt Cu (%)	Co (%)	Co(g)	Rdt Co (%)
A	3	195	0	50	250 g/t	250 g/t	205,1	43,10	4,15	8,51	82,71	1,37	2,81	58,27
B	3	51		25			30,5	6,41	1,73	0,53	5,13	1,09	0,33	6,89
A+B	6						235,6	49,51	3,84	9,04	87,84	1,33	3,14	65,17
C	3	30		12,5			17,1	3,59	1,60	0,27	2,66	1,35	0,23	4,79
A+B+C	9						252,7	53,10	3,69	9,31	90,49	1,33	3,37	69,96
D	2	24		12,5			25,9	5,44	0,73	0,19	1,84	0,87	0,23	4,67
A+B+C+D	11						278,6	58,54	3,41	9,50	92,33	1,29	3,60	74,63
R							197,3	41,46	0,40	0,79	7,67	0,62	1,22	25,37
Alimentation							475,9	100,00	2,16	10,29	100,00	1,01	4,82	100,00

ANNEXE III : La Table de la loi T de STUDENT

Table de la loi de Student

Claude Blisle

La table qui apparaît à la page (...) nous donne certains quantiles de la loi de Student. Voici quelques exemples illustratifs.

Exemple 1. Trouvons le quantile d'ordre 0.975 de la loi de Student avec 18 degrés de liberté. On pose $1-\gamma = 0.975$. On a donc $\gamma = 1-0.975 = 0.025$. Dans la table, le quantile d'ordre 0.975 de la loi de Student avec 18 degrés de liberté se trouve donc à l'intersection de la ligne $k = 18$ avec la colonne $\gamma = 0.025$. On obtient la valeur 2.101. Ce quantile est habituellement dénoté $t_{18,0.025}$. On a donc $t_{18,0.025} = 2.101$.

Exemple 2. Trouvons le 99^e centile de la loi de Student avec 15 degrés de liberté. Il s'agit donc du quantile d'ordre 0.99. Ce quantile est souvent dénoté $t_{15,0.01}$. On le trouve à l'intersection de la ligne $k = 15$ avec la colonne $\gamma = 0.01$. On obtient $t_{15,0.01} = 2.602$.

Exemple 3. Trouvons le 20^e centile de la loi de Student avec 23 degrés de liberté. Il s'agit donc du quantile d'ordre 0.20. Ce quantile est souvent dénoté $t_{23,0.80}$. Puisque la loi de Student est symétrique par rapport à l'origine, on a $t_{23,0.80} = -t_{23,0.20}$. La table nous donne $t_{23,0.20} = 0.858$. On a donc $t_{23,0.80} = -0.858$. Le 20^e centile de la loi de Student avec 23 degrés de liberté est donc égal à -0.858.

Exemple 4. On suppose que T suit la loi de Student avec 9 degrés de liberté. Que vaut $P[1.10 < T < 3.25]$? On cherche la surface sous la densité de la loi de Student avec 9 degrés de liberté entre l'abscisse $t = 1.10$ et l'abscisse $t = 3.25$. La table nous dit que la surface à gauche de 3.25 est 0.995 et que la surface à gauche de 1.10 est 0.85. La surface recherchée est donc $0.995 - 0.850 = 0.145$. On a donc $P[1.10 < T < 3.25] = 0.145$.

Exemple 5. Trouvons le 95^e centile de la loi de Student avec 45 degrés de liberté. Ce quantile est dénoté $t_{45,0.05}$. La table nous donne $t_{40,0.05} = 1.684$ et $t_{50,0.05} = 1.676$. On peut donc conclure que $1.676 < t_{45,0.05} < 1.684$. Si on fait une interpolation linéaire, on obtient $t_{45,0.05} \approx 1.680$. (D'après le logiciel R, la valeur exacte est 1.6794).

Exemple 6. Lorsque le nombre de degrés de liberté k s'approche de l'infini, la loi de Student s'approche de la loi $N(0,1)$. Ainsi, la ligne $k = \infty$ de la table de la loi de Student nous donne les quantiles de la loi normale standard. Par exemple, à l'intersection de la ligne $k = \infty$ et de la colonne 0.010, on trouve la valeur 2.326. Il s'agit du 99^e centile de la loi normale standard. Autrement dit, la table de la loi de Student nous donne $z_{0.01} = 2.326$.

k	γ										
	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.0025	0.0010	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.767
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
120	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291