

**UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAID-TLEMCEN FACULTE
DE TECHNOLOGIE**

**DEPARTEMENT DE GENIE ÉLECTRIQUE ET
ÉLECTRONIQUE**

**Mémoire de projet de fin d'étude pour l'obtention du diplôme de Master
En Génie Industriel**

Spécialité : Ingénierie de la production

Réalisé par :

BAKDI KHADIDJA

MEDKOUR MOHAMED

THEME

**Modélisation de temps de double cycle d'un système
automatisé de stockage/déstockage AS/RS à racks glissants**

Devant les jurys :

Président	A. KHEDIM	MAA	UABB Tlemcen
Encadreur	L. GHOMRI	MCA	UABB Tlemcen
Examineur	S. KOULOUGHLI	MCA	UABB Tlemcen
Examineur	A. RIMOUCHE	MCB	UABB Tlemcen
Examineur	H. ALLA	Professeur	Josephe Fourier Grenoble

Année universitaire 2017-2018

Remerciement

Comme tous les travaux de qualité ce mémoire a été réalisé grâce à les efforts fournis par toute la famille industrielle et je viens de remercier celle et ceux qui ont contribué au succès de mon mémoire et qui m'ont aidé lors de réalisation ce travail dans des conditions stables.

Tout d'abord, j'adresse en tout particulièrement mes remerciements à notre encadreur Dr **GHOMRI Latéfa** qui a toujours présente à nous côté durant cette année pour nous orienter et donner beaucoup d'aide qui nous a permis d'approfondir au maximum nos travaux afin de pouvoir être fier aujourd'hui du travail réalisé.

Je souhaite également remercie notre professeur **MIRI Sofiane**, maitre de conférence à l'université Abou Bekr BELKAID de Tlemcen, d'avoir accepté de nous aider sur les formules mathématiques complexe et leur accueil vraiment chaleureux.

Amaria KHEDIM pour nous avoir fait l'honneur d'accepté de présider le jury de ce mémoire. Aux membres de jury Hassan ALLA, Ali RIMOUCHE et Sihem KOULOUGHLI d'avoir accepté d'examiner ce mémoire et de participer au jury.

Je tiens de remercier mes chères parentes, ma mère et mon père et tout la famille qui m'encouragé toujours d'être parmi les excellents et qui me donne la confiance en moi.

Je voudrais aussi remercie toutes les personnes qui ont participé de près ou loin à mes recherches.

Mon remerciement va également à mes meilleurs amis, CHIHEB Seddik, MAZOUZI Ismail, BOUCHAMA Qussama, KHOMRI Bilal, ATAMNYA Adel, MOKHTARI Hamid et toutes mes collègues de l'université.

MEDKOUR Mohamed

Remerciements

Ce mémoire n'aurait pas été possible sans l'intervention, consciente, d'un grand nombre de personnes, à ceux-là j'adresse mes sincères remerciements.

Tout d'abord, je tiens à adresser mes vifs remerciements à ALLAH de m'avoir donné la force et la volonté d'accomplir ce modeste travail.

En second lieu, je tiens à exprimer mes sincères remerciements à notre respectueuse encadreur madame Latéfa GHOMRI pour ses précieux conseils, l'orientation, la confiance, la patience qui nous a apporté et apprécié de sa constante disponibilité et sa grande qualité humaine, tout au long de cette recherche.

Je tiens aussi à remercier KOULOUGHLI Siham, Hassan ALLA et RIMOUCHE Ali, Amaria KHEDIM d'avoir accepté d'examiner mon projet de fin d'étude, et je désire aussi remercier MIRI Sofiane pour sa disponibilité et l'aide qui nous a accordé durant ce mémoire.

Je tiens à rendre ma gratitude à mes chères parentes pour m'avoir encouragé et permis d'entreprendre la formation Génie industriel, sans eux, je n'en serais pas là.

Je tiens aussi à adresser mes plus sincères remerciements à mes sœurs, frères, proches et amis, qui nous ont toujours encouragé au cours de la réalisation de ce mémoire.

Je tiens à remercier toute personnes ayant contribué de loin ou de près à l'élaboration de ce travail.

Merci à tous et à toutes.

BAKDI Khadidja

Table de matière

Introduction générale :	1
<i>Chapitre1 : Introduction aux systèmes automatisés de stockage/déstockage AS/RS</i>	
1.1. Introduction :	4
1.2. Les systèmes automatisés de stockage/déstockage AS/RS :	4
1.2.1. Définition :	4
1.2.2. Fonction :	5
1.2.3. Composition :	5
1.2.4. Terminologie :	6
1.2.5. Les avantages :	10
1.2.6. Les inconvénients :	11
1.2.7. Les types des AS/RS :	12
a. Les AS/RS à charge unitaire :	12
b. AS/RS multi allées :	12
c. L'AS/RS à rack glissant :	13
d. AS/RS à mini charge ou à charge réduit :	14
e. Les AS/RS à carrousel :	14
f. AS/RS à personne embarquée :	15
g. AS/RS à étagères profondes :	16
h. AS/RS à convoyeur gravitationnel :	17
i. Les AVS/RS :	18
j. L'AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine :	18
k. L'AS/RS à chariots gravitationnels bidirectionnels ou le bi-directional flow-rack AS/RS :	19
1.2.8. Mesure de performances d'un système de stockage :	20
1.3. Etat de l'art :	22
1.4. Conclusion :	24

Chapitre2 : Modélisation mathématique de temps de double cycle de l'AS/RS à rack glissants

2.1.	Introduction.....	25
2.2.	Description du système	26
2.3.	Fonctionnement d'un AS/RS à rack glissant :	27
2.3.1.	Simple cycle :	27
2.3.2.	Double cycle :	27
2.4.	Modèle mathématique de temps de double cycle d'un AS/RS à rack glissant :	28
2.4.1.	Modèle discrete :	28
2.4.2.	Modèle continue :	29
2.4.2.1.	Distributions des déplacements élémentaires :	29
2.4.2.2.	Calcul de temps de time between :	35
2.4.2.3.	Expressions mathématiques de temps de double cycle moyen :	51
2.5.	Conclusion :	52

Chapitre3 : Simulation de time between de système AS/RS à racks glissants.

3.1	Introduction :	53
3.2	Simulation des systèmes de production :	53
3.2.1	Définition :	53
3.2.2	Objectifs :	53
3.2.3	Avantages :	54
3.2.4	Inconvénients :	55
3.2.5	Méthodologie générale de simulation :	55
3.3	Description de logiciel Arena :	55
3.4	Simulation d'un AS/RS à racks glissants :	55
3.4.1	L'organigramme du modèle simulé :	59
3.4.2	Modèle ARENA :	61
3.5	Résultats et interprétation :	63
3.6	Conclusion :	68
	Conclusion générale	69

Table des figures

Chapitre 1 :

Figure 1. 1 : la structure générale de l'AS/RS	6
Figure 1. 2 : casier de stockage	7
Figure 1.3 : rangée de stockage	7
Figure 1. 4 :une allée séparant deux racks de stockage.....	8
Figure 1. 5 une machine de stockage/déstockage.....	8
Figure 1. 6 :module de stockage.....	9
Figure 1. 7: une station de dépôt/livraison P/D	9
Figure 1. 8 : AS/RS à charge unitaire.....	12
Figure 1. 9 AS/RS multi allées.....	13
Figure 1. 10 : AS/RS à rack glissant.....	13
Figure 1. 11 : AS/RS à mini charge ou à charge réduite	14
Figure 1. 12 : AS/RS à carrousel.....	15
Figure 1. 13 les AS/RS à personne embarquée	16
Figure 1. 14 AS/RS à étagères profondes.....	17
Figure 1. 15 AS/RS à convoyeur gravitationnel.....	17
Figure 1. 16 AVS/RS.....	18
Figure 1. 17 : L'AS/RS à convoyeur gravitationnel	19
Figure 1. 18 à chariots gravitationnels bidirectionnels	20

Chapitre 2 :

Figure 2. 1 : AS/RS à rack glissants	26
Figure 2. 2 : Simple et double cycle de la machine S/R.....	28
Figure 2. 3 :le déplacement horizontal (vu de face)	31
Figure 2. 4 : distribution discrète exacte des variables X_p et X_h	32
Figure 2. 5 : distribution continue approche des variables X_p et X_h	32
Figure 2. 6 : vue de face d'un AS/RS à rack glissant montrant le déplacement vertical	33
Figure 2. 7 : distribution discrète exacte de variable X_v	33
Figure 2.8 : distribution continue approchée de variable X_v	34
Figure 2.9 distribution exacte de temps de glissement T_r	34
Figure 2.10 distribution de déplacement transversale entre deux casiers.....	35
Figure 2. 11: distribution de déplacement transversale	36
Figure 2. 12 la distribution de déplacement transversale	37
Figure 2. 13 la distribution de glissement des racks.....	38
Figure 2. 14 : la distribution de maximum entre le déplacement transversal et le temps de glissement.....	38
Figure 2. 15 : Le maximum entre le déplacement transversal et le temps glissement des racks....	39
Figure 2. 16 : Cas N°1 : distribution de déplacement horizontale et transversale de temps de time Between.....	41

Figure 2. 17 : Distribution aléatoire de la variable k modélisant le déplacement horizontal de la machine S/R pour le cas N°1	42
Figure 2. 18: la distribution de déplacement transversale	43
Figure 2. 19 : Présentation des différents cas possibles	45

Chapitre 3

Figure 3. 1 : l'organigramme de fonctionnement de notre modèle	60
Figure 3. 2 : Modèle ARENA utilisé pour stocker les tâches.....	61
Figure 3. 3 : Modèle ARENA utilisé pour calculer le time between.....	61
Figure 3. 4 : : Schéma explicatif de la manière de création des liens (réseau de circuit de la machine S/R)	63
Figure 3. 5 : Comparaison entre les résultats de la simulation d'un AS/RS à racks glissants et les résultats analytiques	68

Liste des tableaux

Tableau1.1 : Mesure de performances d'un système de stockage	20
Tableau 2.1 : les différents cas possible de temps de déplacement horizontal de time between.....	40
Tableau3.1 : la description des différents modules utilisés pour la simulation de notre système.....	56
Tableau3.2 : les résultats de la simulation d'un AS/RS à racks glissants et les résultats analytiques.....	64

Introduction générale

Introduction

La mondialisation et la globalisation de l'économie conduit les entreprises, dans tous les secteurs d'activités, à se concentrer tant sur le plan national qu'international. De plus l'entreprise est intégrée dans un environnement changeable et très incertain où les conditions changent continuellement, dans tous les domaines (politique, social, économique, technologique), et aussi l'internationalisation des échanges et la concurrence de plus en plus rude ont entraîné les entreprises à rechercher de nouvelles voies pour améliorer leurs performances, et répondre au mieux aux attentes et exigences de leurs clients. D'où la nécessité de la maîtrise de la chaîne logistique, sur laquelle elle doit se focaliser, elle doit se disposer du matériel de manutention, de transport, de stockage et de conditionnement, et le plus important, elle doit passer à l'amélioration de ses performances où elle doit assurer que tous les intervenants font les bonnes choses, de la bonne façon, au bon moment, rapidement et au coût minimale afin de produire les bons résultats répondant aux objectifs de l'organisation. Parmi les intervenants ou bien les facteurs qui ont un impact sur les performances de l'entreprise il y a le stockage, les flux et les coûts relatifs aux stock ont un impact très important sur l'efficacité des systèmes. Nous concluons que les systèmes de stockage sont désormais une fonctionnalité très importante pour le bon fonctionnement des systèmes de production, où ils sont utilisés pour stocker la matière première, les outillages, pièces de rechange... Donc il faut minimiser les inconvénients de tenir un stock en minimisant le temps d'attente au niveau de la production, coûts de main-d'œuvre et amélioration du contrôle des stocks. Le système de stockage doit réagir très rapidement à une demande de stockage ou bien de déstockage donc il est nécessaire de construire des aires de stockage dans les unités de production, ces aires de stockage sont composées d'un bâtiment, des racks ou des étagères pour le stockage, d'un mécanisme de transport, de chargement et déchargement, et d'un système de contrôle.

Parmi les systèmes conformes aux exigences ci-dessus on trouve les systèmes automatisés de stockage /déstockage (Automated Storage and Retrieval Systems AS/RS). Ce sont les systèmes les plus élaborés. Ils ont été largement utilisés dans les environnements de distribution et de production depuis leur introduction dans les années 1950. Ils provoquent actuellement un intérêt de plus en plus grandissant, grâce aux avantages importants qu'ils dispose ; à savoir : réduction de la main-d'œuvre, des dépenses revues à la baisse pour le stockage, une meilleure traçabilité des produits stockés et un débit optimisé du système, ils peuvent fournir des charges de tous genres (outils, matériaux, palettes, produits...) avec des temps de réponse rapide pour entretenir les demandes de fabrication, d'entreposage, et des applications de distribution. En plus, ils ont

une utilisation minimale d'espace. Ces systèmes, de plus en plus utilisés, sont constitués de magasins de stockage (racks), de machines S/R de stockage/ déstockage et d'un convoyeur reliant les machines S/R et les points d'entrée/sortie de l'aire de stockage.

Divers genres des AS/RS peut être distinguer en fonction de certaines caractéristiques et applications. Dans ce travail nous nous intéressons aux AS/RS à racks glissants ; ce type de systèmes comporte une seule allée, il est composé de racks qui se déplacent latéralement sur des rails de telle sorte qu'on puisse ouvrir une allée entre n'importe quels deux racks mitoyens, il se compose aussi d'une machine S/R et une station dépôt/livraison. Il permet d'optimiser l'utilisation de l'espace en réduisant au minimum le nombre d'allées de service.

L'évaluation des performances d'un AS/RS est nécessaire avant toute prise de décision. En vue de l'optimisation d'espace et les coûts d'investissement. Parmi les mesures utilisées on trouve la capacité et la densité de stockage, Débit du système, le taux d'utilisation de la machine S/R et le temps moyen nécessaire pour servir une requête de stockage ou de déstockage.

Dans ce mémoire, nous étudions le temps de cycle des systèmes automatisés de stockage et déstockage (AS/RS) à rack glissant, qui est l'un des paramètres les plus importants pour la conception et la mesure de performances des AS/RS. Plusieurs travaux ont été consacrés à la modélisation du temps de cycle ainsi que l'optimisation de démentions de ce système par rapport au temps de cycle. Dans notre travail nous nous intéressons à la modélisation de temps de double cycle des AS/RS à racks glissants.

Dans le premier chapitre nous introduisons des généralités liées aux systèmes automatisés de stockage/déstockage AS/RS. Nous définissons ce qu'un AS/RS, nous présentons par la suite les différentes fonctions d'un AS/RS en plus de sa composition, puis nous citons leurs avantages et inconvénients ainsi les différents types existants, nous présentons aussi l'évaluation des performances d'un AS/RS et terminant par un état de l'art en exposant quelques travaux réalisés dans ce domaine de recherche.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation mathématique de temps de double cycle. Premièrement nous exposons une description plus détaillée sur la configuration de système automatisé AS/RS à rack glissant en plus de son principe de fonctionnement. En deuxième partie de ce chapitre nous présentons la formulation du modèle mathématique du temps moyen de double cycle en présentant la procédure adoptée dans le développement de ce modèle.

Nous terminons ce mémoire par le troisième chapitre où il est dédié au validation des modèles développés traduisant le time between, pour ce faire nous utilisons le logiciel de simulation des systèmes de production SIMAN de ARENA et à la fin de ce chapitre nous présentons les résultats obtenus analytiquement et par simulation s'en suivra les interprétations de ses derniers.

CHAPITRE 1 :

*INTRODUCTION AUX SYSTEMES AUTOMATISES
DE STOCKAGE/DESTOCKAGE AS/RS*

1.1. Introduction :

De nos jours les entreprises font face à une forte concurrence qui la pousse à tout faire pour fonctionner de manière économique et efficace dans tous les domaines. Il leur faut augmenter la rapidité, l'efficacité et la rentabilité de leurs processus opérationnels donc elles doivent se concentrer beaucoup plus sur les fonctions logistiques ou elle doit se disposer du matériel de manutention, de transport, de stockage et de conditionnement ce qui justifier l'automatisation des systèmes de stockage. Parmi les solutions technologiques qui répondent aux besoins ci-dessus on trouve les systèmes automatisés de stockage/déstockage AS/RS. Ce sont des composantes intelligentes d'une chaîne logistique et de stockage très répandus dans l'industrie. Ils peuvent fournir des charges de tous genres (outils, matériaux, palettes, produits...) avec des temps de réponse rapide pour entretenir les demandes de fabrication, d'entreposage, et des applications de distribution. En plus, La surface au sol disponible peut être exploitée au maximum. Ils assurent aussi un excellent contrôle des stocks et augmentent la sécurité.

Plusieurs travaux et améliorations ont été faites sur les AS/RS et cela dans le but de minimiser les inconvénients de tenir un stock en minimisant le temps d'attente au niveau de la production, coûts de main-d'œuvre et amélioration du contrôle des stocks. Ces systèmes de stockage doivent réagir très rapidement à une demande de stockage ou bien de déstockage ce qui justifier leurs compositions des aires de stockage dans les unités de production, ces aires de stockage sont composées d'un bâtiment, d'un système de rangement (racks, étagères...) d'un mécanisme de transport, de chargement et déchargement, et d'un système de contrôle.

Dans ce chapitre nous présentons des généralités sur les systèmes de stockage et les systèmes automatisés de stockage/déstockage, commençant par une définition, les différentes fonctions d'un AS/RS en plus de sa composition, s'en suivra leurs avantages et inconvénients ainsi les différents types existants, terminant par l'évaluation des performances d'un AS/RS et l'état de l'art.

1.2. Les systèmes automatisés de stockage/déstockage AS/RS :

1.2.1. Définition :

Un système automatisé de stockage/déstockage (AS / RS) est un système de stockage qui effectue des opérations de stockage et de déstockage avec rapidité et précision sous un degré d'automatisation défini. Un AS / RS se compose d'une structure de rack et mécanisme de

stockage / déstockage qui fonctionne pour livrer des matériaux dans et hors de système de stockage, via des stations de dépôt/livraison. [1]

D'après James A. Tompkins, John A. et Jr. White [2], « Automated storage and retrieval systems (AS/RS) are a combination of equipment and controls which automatically handles, stores and retrieves materials with great speed and accuracy » et selon "Material Handling Institute"[3] « A combination of equipment and controls which handles, stores, and retrieves materials with precision, accuracy, and speed under a defined degree of automation. »

1.2.2. Fonction :

Le premier objectif de l'AS/RS est de minimiser au maximum l'intervention humaine dans les opérations de manutentions des produits, pièces de rechanges, palettes, matières premières ou même outillage, mis en stock et qui va permettre d'augmenter la sécurité.

Un AS/RS peut avoir plusieurs fonctions : recevoir, identifier, classer, mettre en stock, déstocker, emballer...des produits.

En règle générale, un AS/RS, quel que soit son type et à l'aide d'un système à base de micro-ordinateurs et de logiciels adéquats peut réaliser les opérations suivantes :

- Déstockage d'un article (produit, outil, palette...) d'un emplacement de stockage.
- Transport de cet article vers un point de livraison.
- Stockage d'un article, dans un emplacement prédéterminé, à partir d'un point de dépôt.

1.2.3. Composition :

Les composants essentiels des systèmes de stockage/déstockage automatisés sont les suivantes :

- Une structure de rack utilisée pour stocker les charges, dont chaque rack est formé d'un ensemble de casiers ou cellules.
- Un mécanisme de stockage / déstockage (Storage/Retrieval machine : S/R) utilisé pour livrer les matériaux aux racks de stockage et pour récupérer les matériaux des racks
- Un ou plusieurs allées donnant accès aux racks de stockage desservies par la machine S / R.

- Points d'entrées/sorties ou dépôt/livraison (Pickup/Deposit station : P/D). Les stations P/ D peuvent être actionnées manuellement ou connectées à un système de transport automatisé, tel qu'un convoyeur ou un AGVS (automated guided vehicles).
- Un système de contrôle pour mission de coordonner et superviser le fonctionnement de tous les équipements en temps réel. Il est composé de trois entités principales :
 1. Les calculateurs, sont des ordinateurs à base de microprocesseurs dotés de mémoire et de puissances de calculs plus ou moins grandes.
 2. Les logiciels, développés pour chaque type d'opération, sont le cœur du système de contrôle.

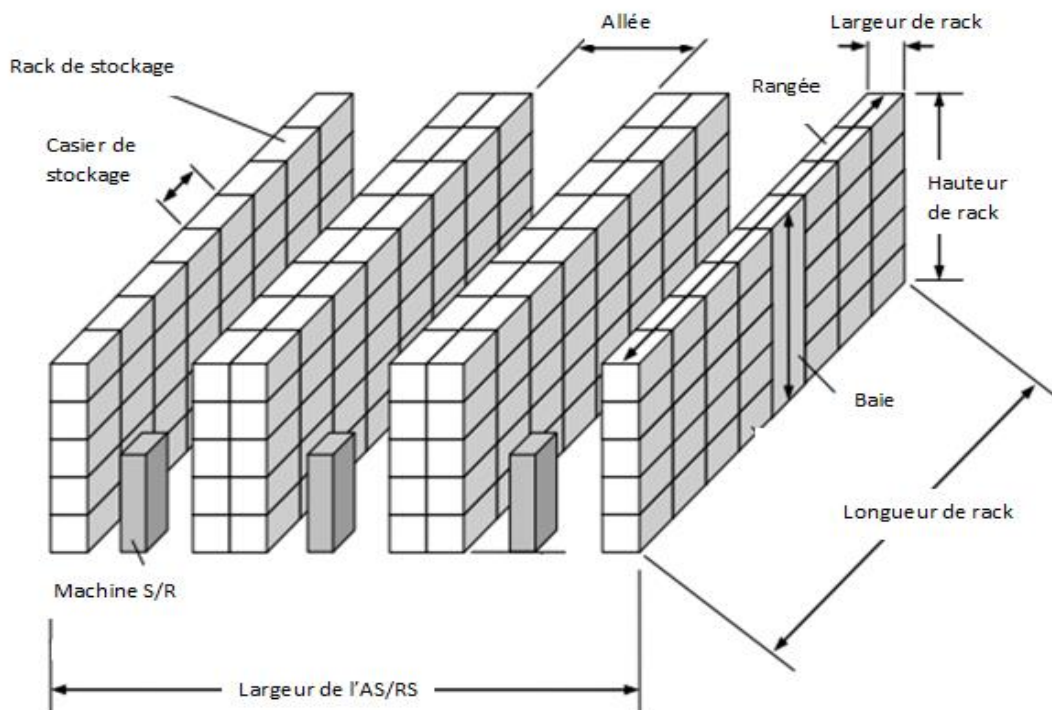


Figure 1. 1 : la structure générale de l'AS/RS

1.2.4. Terminologie :

- **Casier** : le casier est l'unité de stockage de base. C'est l'espace tridimensionnel nécessaire au stockage d'une charge unique ou d'un ensemble de charges. [4]



Figure 1. 2 : casier de stockage

- **Baie** : la hauteur du rack de stockage du sol au plafond
- **Rangée** : une série de baies placées côte à côte

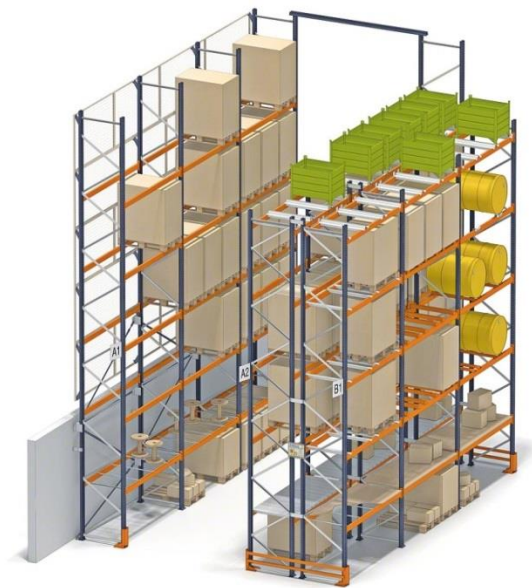


Figure 1. 3 : rangée de stockage

- **Étagère** : c'est la structure formant une rangée. C'est en général une structure d'acier, conçue pour supporter la totalité des charges placées dans chaque casier.
- **Allée** : l'espace entre deux rangées pour la circulation et les opérations de machine de AS / RS.



Figure 1. 4 :une allée séparant deux racks de stockage.

- **Machine S/R** : la machine de stockage/déstockage (*Storage/Retrieval machine, S/R machine*) est une structure mobile servant à stocker/déstocker les produits. C'est en général un portique en forme de rectangle creux, les côtés horizontaux glissent sur des rails fixés le long des allées (l'un au sol, l'autre au plafond). Tandis que sur les côtés verticaux coulissent un plateau glissant à deux degrés de liberté (linéaires, vertical et horizontal perpendiculaire à l'allée) permettant de charger et décharger les palettes.



Figure 1. 5 une machine de stockage/déstockage.

- **Modules de stockage** : Ce sont les conteneurs de chargement unitaires de taille de base standard utilisés pour stocker les articles pouvant être placés dans les casiers. Ceux-ci incluent des palettes, des paniers et des récipients de fil d'acier, des casseroles et des tiroirs spéciaux, des boîtes de carton ou plastique. Pouvant être stockée dans la structure et déplacée par les machines S / R.



Figure 1. 6 : module de stockage

- **Station P/D** : la station de dépôt/livraison (*Pickup/Deposit station, P/D station*), est aussi appelée station d'entrée/sortie. C'est le point par où transitent tous les produits entrant ou sortant du système. C'est aussi, l'interface entre la machine S/R et le système de transfert externe à l'AS/RS. [5], Ils sont généralement situés à l'extrémité des allées pour faciliter l'accès des machines S / R au système externe de manutention.

En général les stations P/D sont formées de convoyeurs à accumulation.



Figure 1. 7: une station de dépôt/livraison P/D

- **Temps de cycle :** Le temps de cycle est le temps moyen nécessaire pour effectuer une opération de stockage ou récupération de produit

1.2.5. Les avantages :

- Diminution de l'espace requis : un AS/RS peut diminuer grandement l'espace nécessaire au stockage. La place ainsi récupérée peut-être utilisée pour augmenter la production.
- Augmentation de la capacité : pour le même espace, un AS/RS augmente considérablement la capacité de stockage. Une entreprise, dont le système de stockage est saturé, peut, en choisissant un AS/RS, accroître sa capacité de stockage, sans investir dans de nouveaux locaux.
- Gestion et un contrôle des stocks améliorés : à n'importe quel instant, le système de contrôle de l'AS/RS peut donner avec précision les quantités types et qualités, des produits, présents en stock, celles délivrées dans l'heure, la journée, la semaine...
- Ordonnancement de production amélioré : grâce à une meilleure connaissance et à un contrôle plus précis des en-cours, l'ordonnancement de la production peut être mieux optimisé.
- Réduction des temps de réponse : les systèmes AS/RS possèdent des temps de réponse très réduits, pour localiser, stocker ou déstocker des articles, par rapport aux systèmes classiques de stockage.
- Réduction des stocks : due à une meilleure gestion et contrôle des stocks, et à des temps de réponse réduits, il est possible de réduire, la quantité de produits en stock.
- Réduction des risques de rupture de stocks : grâce à une meilleure gestion des stocks, qui peut se faire en temps réel. Les ruptures de stocks sont pratiquement inexistantes, ou de très faibles durées lorsqu'elles sont inévitables.
- Réduction de la main d'œuvre : l'automatisation de la majorité des opérations dans les AS/RS permet de diminuer l'intervention humaine, que ce soit dans l'administration ou l'exécution.
- Réduction des détériorations : l'automatisation permet la diminution des risques de casse des produits.
- Diminution des coûts de fonctionnement : étant donné le haut degré d'automatisation, les coûts de fonctionnement sont réduits au maximum (réduction du personnel, de la lumière, du chauffage...).

- Augmentation du rendement dans la production : grâce à l'augmentation de la productivité des stations de travail, les AS/RS permettent d'augmenter le rendement du système de production.
- Augmentation de la sécurité : les AS/RS étant des aires autonomes et fermées, sans intervention humaine, la sécurité est grandement améliorée.
- Réduction des vols : les AS/RS étant des aires autonomes et fermées, sans intervention humaine, le vol de produits par le personnel, ou autres, est très réduit.
- Grande flexibilité de fonctionnement : les AS/RS peuvent s'accommoder d'une grande variété d'articles à stocker. De plus ils sont facilement interfaçables avec des systèmes comme les AGVS, les FMS (flexibles manufacturing systems), les systèmes d'inspection...
- Production juste à temps (JIT) : les AS/RS permettent d'avoir le bon produit, outils, palette et support au bon endroit au bon moment grâce aux points cités ci-dessus. Ceci permet de contribuer amplement à la réalisation de la production juste à temps. [4]

1.2.6. Les inconvénients :

Nonobstant le fait que les AS/RS disposent d'un grand nombre d'avantages, dont les plus importants ont été cités plus haut, ils affichent quelques lacunes liées à leur caractère « mégastructurel » par rapport aux unités classiques de production.

- Les AS/RS restent des équipements difficilement modifiables, du fait de leur grande complexité et de la rigidité de leur structure.
- L'investissement initial est très élevé, aussi bien que le coût d'un système à 10000 casiers, 5 machine de stockage/déstockage et un convoyeur de 60m, coûterait entre 2 et 3millions de Dollars US, et qu'un système de contrôle pour AS/RS vaudrait environ 103000 Dollars US [6]
- Les systèmes AS / RS nécessite des connaissances, des compétences et de l'expérience.
- Ils nécessitent des investissements importants du capital de l'entreprise, notamment pour la maintenance et la mise à jour de différents sous-systèmes. Les dépenses en capital peuvent inciter certains propriétaires à réduire leurs coûts.
- Mal équipé pour une utilisation intensive à long terme peut finir par coûter beaucoup plus cher à long terme [7]

1.2.7. Les types des AS/RS :

a. Les AS/RS à charge unitaire :

Les AS/RS à charge unitaire sont utilisés pour stocker des charges palettisées ou en container standard. Les charges sont en général supérieures à 250 kg par unité. En général, le système est commandé par ordinateur. Il est équipé d'une machine de stockage/déstockage, appelée machine S/R, conçue pour traiter des containers ou palettes à charge unitaire. Chaque machine est placée sur des rails fixés au sol. La machine S/R est composée d'un cadre sur lequel coulisse, verticalement, un plateau, qui sert à transporter les charges. Ce plateau peut se déplacer horizontalement à la perpendiculaire du cadre. De ce fait, il peut charger/décharger les produits dans les casiers, ainsi qu'au niveau de la station de dépôt/livraison. Plusieurs types de mécanismes de support de la charge sont possibles :

- Le système à plateau coulissant : le même principe que le transpalette.
- Le système à ventouse : la charge est accrochée en créant un vide dans des ventouses.
- Le système à aimant : approprié pour les produits en fer et acier.

Les machines S/R peuvent avoir des hauteurs de 6m à 40m et supportant des charges de 50kg à 5tonnes [4] (voir figure 8).



Figure 1. 8 : AS/RS à charge unitaire

b. AS/RS multi allées :

L'AS/RS multi allées est une variation de l'AS/RS à charge unitaire, composé d'un ensemble de racks fixes, à leurs tours disposés par paires, de manière parallèle et

séparés par des allées. Chacune de ces allées, appelée une allée de service, donne accès aux deux supports. De plus une allée commune, perpendiculaire aux étagères, relie toutes les allées de service dite allée transversale. Enfin, d'une machine de stockage / déstockage capable de circuler sur deux axes horizontaux qui sert tous les racks, (voir figure 9)



Figure 1. 9 AS/RS multi allées

c. L'AS/RS à rack glissant :

Les AS/RS à racks glissants sont une variation des AS/RS multi allées. Dans ce système il n'y a qu'une seule allée nécessaire pour manipuler les marchandises, n'apparaît que lorsqu'une opération de stockage ou de déstockage est prévue dans les racks correspondants. Après la séparation de deux racks mitoyens, une allée est formée et la machine S/R entre alors dans l'allée pour stocker ou déstocker l'article sur un support de stockage (voir figure 10). Une description plus détaillée de ce système sera présentée dans le chapitre 2.



Figure 1. 10 : AS/RS à rack glissant

d. AS/RS à mini charge ou à charge réduit :

Ce type d'AS/RS est contrairement aux AS/RS à charge unitaire conçu pour stocker de petites charges telles que : des outils, pièces détachées, ...qui sont contenues dans des casiers de stockage (un casier peut contenir un ou plusieurs produits). Au lieu de palettes pleines, cela se traduit souvent par une mini-charge AS / RS manipulant des bacs, des plateaux ou des cartons.

La machine S/R est conçue pour déstocker le casier en entier et le livrer à la station P/D de sorte que les différents articles peuvent être retirés des casiers par un opérateur (personne ou robot).

Une fois que l'opération est effectuée, le casier est remis à sa place dans le système.

Un tel système est applicable lorsque la disponibilité de l'espace est limitée (voir figure 11).



Figure 1. 11 : AS/RS à mini charge ou à charge réduite

e. Les AS/RS à carrousel :

Les Carrousels Horizontaux de stockage consistent en un ensemble de casiers montés sur une piste qui tourne horizontalement apportant les produits à l'opérateur. Le fait que les objets sont apportés directement à l'opérateur élimine les temps de parcours des allées pour récupérer les objets du magasin. Les Carrousels Horizontaux de stockage peuvent être placés l'un à côté de l'autre pour permettre à un opérateur de choisir un carrousel tandis que les autres sont en rotation à la position suivante. Les carrousels sont une bonne alternative au système à mini charge. [8] (voir figure 13).



Figure 1. 12 : AS/RS à carrousel

f. AS/RS à personne embarquée :

Dans ce type de système un opérateur est monté sur la machine S/R de manière à permettre de stocker les articles directement de leurs casiers adéquats, le stockage et le déstockage manuel des articles se fait directement à partir de leurs emplacements de stockage et les charger sur la machine S/R qui les transporte vers la station de livraison. Ce système permet de stocker plusieurs petits produits dans le même casier, ainsi que de faire plusieurs opérations de stockage ou de déstockage en même temps. Ceci permet de réduire le temps de stockage/déstockage du système et d'augmenter le débit du système. De plus la plateforme sur laquelle se trouve l'opérateur peut contenir des systèmes automatiques de levage pour charger et décharger les produits lourds (voir figure 13).



Figure 1. 13 les AS/RS à personne embarquée

g. AS/RS à étagères profondes :

L'AS/RS à étagères profondes est aussi une variation de l'AS/RS à charge unitaire, Il s'agit d'un système de stockage de charge à haute densité qui convient pour stocker de grandes quantités de charges unitaires. Les articles sont stockés dans une zone de stockage multiple avec jusqu'à 10 éléments dans un même casier [4], ce qui lui offre une grande densité de stockage. La machine R/S est utilisée du côté entré du casier pour la charge d'entrée et les charges sont récupérées de l'autre côté par une machine de type S / R. Un déplacement dans le sens horizontal est prévu grâce à un plateau mobile qui se déplace de la machine S/R vers l'entrée du casier. Les machines S / R sont similaires aux celle des AS/RS à charge unitaire, sauf qu'elles ont des fonctions spécialisées telles que le contrôle des plateaux mobiles (voir figure 14).

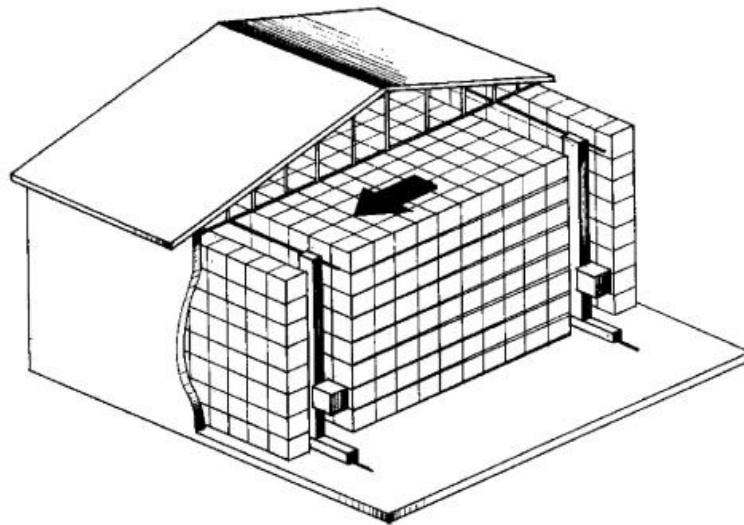


Figure 1. 14 AS/RS à étagères profondes

h. AS/RS à convoyeur gravitationnel :

L'AS/RS à convoyeur gravitationnel est un rack profond constitué d'un ensemble de casiers dont les supports sont des convoyeurs gravitationnels. Les casiers sont profonds et chacun est muni de deux machines S/R. La première sur la face avant du rack pour le stockage et la seconde sur la face arrière pour le déstockage. Ces deux machines sont reliées entre elles par un convoyeur de restockage permettant à la machine S/R d'accéder aux produits pour les restocker [5] (voir figure 15).

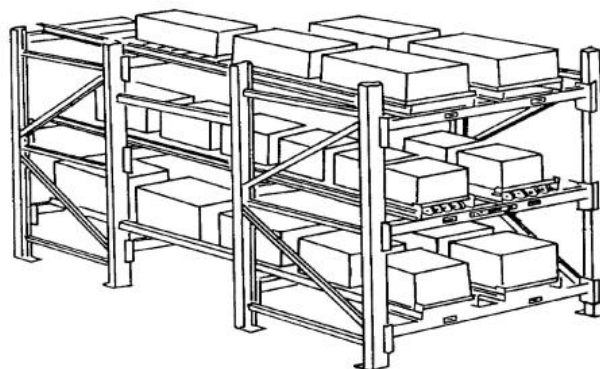


Figure 1. 15 AS/RS à convoyeur gravitationnel

i. Les AVS/RS :

Les AVS/RS (autonomous vehicle storage and retrieval system) sont des variations des AS/RS classiques dont les appareils de stockage/déstockage sont des véhicules autonomes, plus flexibles et efficaces pour le transfert de charges unitaires dans les zones de stockage à haute densité. L'AVS / RS comprend principalement le système RGV (figure 1.16 a), le système d'ascenseur (figure 1.16 b), l'allée et l'étagère (figure 1.16 b), stations de dépôt/livraison et un système de contrôle. Les véhicules autonomes sont utilisés pour déplacer les palettes à l'intérieur d'un étage et les ascenseurs pour transporter les véhicules vides ou chargés entre les niveaux.



Figure 1. 16 AVS/RS

j. L'AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine :

Cette variante (Figure 1.17) de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel à deux machines, a été introduite dans le domaine des systèmes de stockage automatisés par Sari et Bessnoui en 2012 [6]. Ce nouveau type de système est composé d'une seule machine S/R utilisée pour le stockage et le déstockage, de deux racks séparés par une allée de service permettant à la machine S/R de se déplacer, et d'une station dépôt/livraison située au coin bas du système (figure 1). Pour le point de repos de la machine S/R nous avons deux possibilités :

- Le point de repos est situé à la station dépôt/livraison.
- Le point de repos est situé au milieu du système.

Les racks de stockage sont profonds et ils sont composés d'un ensemble de casiers pouvant contenir plusieurs produits placés les uns à la suite des autres (sur plusieurs couches). Chaque casier est muni d'un convoyeur gravitationnel à base de

rouleaux ou roues libres, incliné d'elle façon à permettre le glissement des produits d'un bout à l'autre du casier. Pour stocker un produit la machine S/R récupère ce dernier de la station dépôt/livraison et le transporte directement au casier de stockage, ce produit est donc stocké dans la dernière couche vide du casier. Pour un déstockage la machine S/R se déplace vers le casier de déstockage retire les produits qui se trouvent avant le produit à déstocker un à un et les remplace dans ce même casier de l'autre côté, jusqu'à ce qu'elle récupère le bon produit et le transport la station de livraison. [9] (voir la figure 1.17).

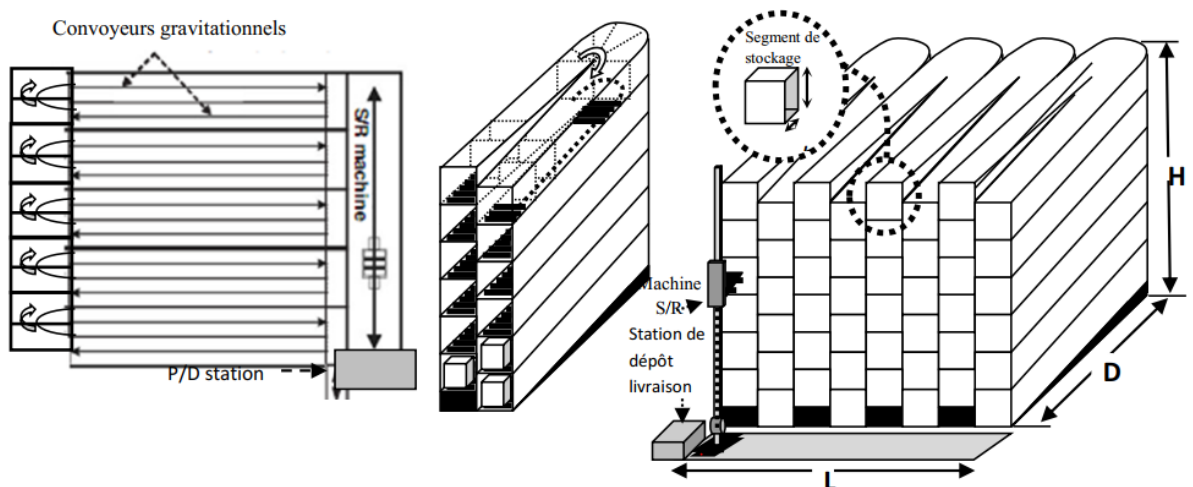


Figure 1. 17 : L'AS/RS à convoyeur gravitationnel

k. L'AS/RS à chariots gravitationnels bidirectionnels ou le bi-directional flow-rack AS/RS :

L'AS/RS à chariots gravitationnels bidirectionnels appartient aux familles des AS/RS compacts nommés aussi profonde, chaque casier a une capacité multiple, ceci permet une grande densité de stockage et une utilisation de l'espace maximum.

Ce système est combiné entre les deux systèmes précédemment cités l'AS/RS à convoyeur gravitationnel et l' AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine, il se compose d'un ensemble de casiers superposés, mis côte à côte, et penchés par alternance vers l'une ou l'autre des faces du rack dont les supports sont des convoyeurs gravitationnels, deux machines S/R qui se situent sur les deux extrémités des racks, l'une sur une face assurant le stockage et l'autre sur la face opposée assurant le déstockage. Cette structure de forme U permet d'éliminer le virage en épingle de cheveux difficile

à réaliser d'une manière performante d'un point de vue mécanique, D'autres conceptions de racks de stockage ont été examinées, telles que les racks de stockage basés sur le chiffre d'affaires [10].

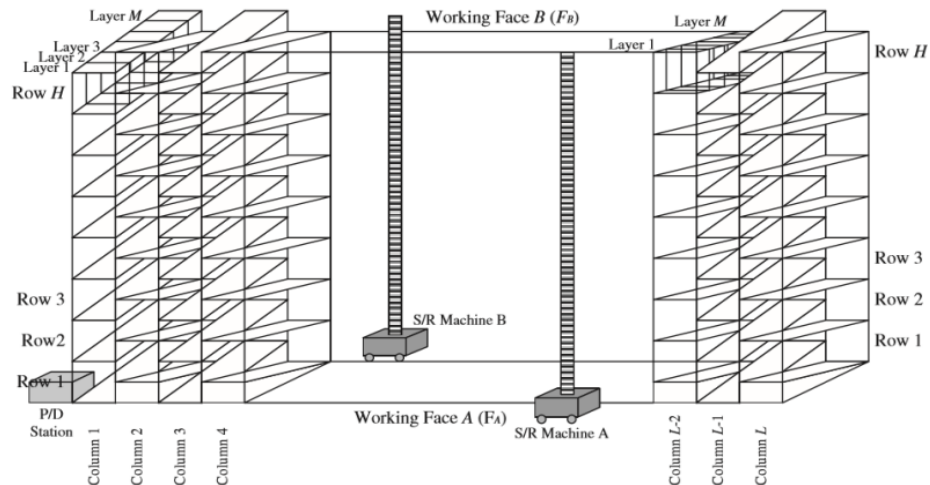


Figure 1. 18 à chariots gravitationnels bidirectionnels

1.2.8. Mesure de performances d'un système de stockage :

L'objectif de l'évaluation des performances d'un AS/RS est l'optimisation d'espace et les coûts d'investissement. Elle est nécessaire avant toute prise de décision. Cette évaluation représente la mesure de l'impact des dimensions d'AS/RS sur le système ou l'influence de mouvements et la position de la machine S/R.

Des mesures utilisées pour l'évaluation des performances sont détaillées dans le tableau suivant (Tableau1.1) [11].

Tableau1.1 : Mesure de performances d'un système de stockage

Mesure de performance	Description
Capacité de stockage	Défini de deux manières : l'espace volumétrique total disponible ; et le nombre total d'emplacement de stockage dans le système disponible pour les articles ou les charges. On utilise souvent le principe de la charge unitaire pour normaliser le stockage dans le système de stockage ; le nombre de charges unitaires pouvant être stockées est une

	<p>mesure pratique qui peut être rapidement saisie. La capacité physique du système de stockage doit être supérieure au nombre maximal de charges pouvant être stockées, afin de permettre des besoins de stockage supplémentaires, d'urgence, au fur et à mesure des besoins.</p>
Densité de stockage	<p>Défini comme l'espace volumétrique disponible pour le stockage réel par rapport à l'espace volumétrique total dans l'installation de stockage. L'espace allée et l'espace aérien gaspillé sont deux exemples d'espace de stockage inutilisé ; ceux-ci occupent souvent plus d'espace que la capacité de stockage réelle utilisable elle-même. Souvent mesurée au moyen de la surface de plancher de l'installation de stockage ; bien que la densité volumétrique soit une métrique plus précise. Les densités élevées devraient être visées.</p>
Accessibilité	<p>Défini comme la capacité d'accéder à tout élément ou charge souhaité stocké dans le système. La densité a souvent une relation inverse avec l'accessibilité à l'installation de stockage.</p>
Débit du système	<p>Défini comme le taux horaire auquel le système de stockage reçoit et met en mémoire des charges et / ou déstocker et délivre des charges à la station de sortie. Le système de stockage doit être conçu pour répondre aux exigences maximales de débit, car des variations dans les niveaux de débit doivent être attendues tout au long de la journée de travail.</p> <p>Le débit de stockage est limité au moment d'effectuer une transaction de stockage ou de déstockage. Le stockage consiste à : prendre une charge à la station d'entrée ; se rendre à un lieu de stockage ; placement de la charge dans l'emplacement de stockage ; et retourner à la station d'entrée. Le déstockage consiste à aller au lieu de stockage ; récupérer l'article du stockage, déplacer à la station de sortie pour le déchargement. La somme de ces deux temps (pour l'une ou l'autre opération) détermine le débit du système de stockage Un cycle à double commande réduit le débit en combinant les fonctions de stockage et de déstockage. La capacité à effectuer un tel cycle dépend de la demande</p>

	et des problèmes de planification. Il est plus facile à réaliser par des systèmes de stockage automatisés que par des systèmes manuels.
Utilisation	Défini comme la proportion de temps pendant lequel le système est réellement utilisé pour effectuer des opérations de stockage et de déstockage par rapport au temps disponible. Utilisé dans l'analyse de système de stockage mécanisé et automatisé. Les profils d'utilisation souhaitables se situent entre 80 et 90%. Si l'utilisation du système est trop faible, il est probablement sur-conçu; s'il est trop élevé, il n'y aura pas de tolérance pour les périodes de pointe ou les pannes de système.
Disponibilité	Défini comme la proportion de temps que le système est capable d'utiliser par rapport aux heures de travail normales. Les pannes du système provoquent des temps d'arrêt dans le système. Les raisons de l'indisponibilité comprennent: les pannes d'ordinateurs, les pannes mécaniques, les blocages de charge, une mauvaise maintenance et des procédures d'utilisation incorrectes.
Temps de cycle	Le temps de cycle est le temps moyen pendant lequel le produit reste dans le système de production.

1.3. Etat de l'art :

La modélisation du temps de cycle a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche, et ceci depuis l'année 1976. Hausman et al [12] ont modélisé le temps de simple cycle pour un AS/RS à charge unitaire par des expressions analytiques continues pour différentes stratégies de stockage (le stockage aléatoire, le stockage dédié et le stockage par classe). Graves *et al* [13] ont modélisé le temps de double cycle pour le même type de système et avec les mêmes hypothèses. Bozer *et al* [14] ont utilisé une approximation continue du rack de stockage pour développer une expression mathématique permettant de calculer le temps de simple et de double cycle. Les AS/RS considérés sont à charge unitaire, le rack est rectangulaire et la stratégie de stockage est aléatoire. Par ailleurs, ils ont étudié plusieurs positions du point d'entrée/sortie. Han *et al* [15] ont développé une expression mathématique estimant le temps du double cycle, sous la règle « plus proche voisin » (nearest-neighbor). Sous cette règle, les requêtes de stockage

et les requêtes de déstockage les plus proches sont appariées pour minimiser le temps de double cycle. Dans Hwang *et al* [16] les auteurs ont proposé une expression mathématique pour les AS/RS multi allées, dans ce travail, chaque rack est considéré comme une face continue et pour chaque rack, ils ont développé une expression analytique du temps de cycle. Chang *et al* [17] ont proposé un modèle pour le temps de cycle avec plusieurs vitesses et en tenant compte de l'accélération décélération de la machine S/R. Wen *et al* [18] ont étendu les travaux de Chang *et al* [17] en considérant les stratégies de stockage par classe et full-turnover. Dans Park [19] l'auteur propose une stratégie de détermination du point de repos optimal pour des racks à distribution non uniforme, il présente des expressions analytiques basées sur la probabilité que la prochaine opération soit un stockage ou un déstockage. Différents chemins pour revenir au point de repos après une opération ont été étudiés pour un fonctionnement efficace de la machine S/R. Azzouz [20] est intéressé à l'optimisation des dimensions du rack d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel pour un temps de cycle minimal, les résultats obtenus ont permis de développer une solution analytique et de définir un optimum sur une large fourchette de configurations. Ashayeri *et al* [21] ont proposé une approche géométrique pour modéliser le temps de cycle dans un AS/RS utilisant le stockage par classe. Potrc *et al* [22] ont proposé un modèle avec heuristique pour le temps de cycle dans le cas d'un stockage aléatoire pour les AS/RS à charge unitaire et pour les AS/RS multi allées. Sari et al [23] et Sari [24] ont développé deux modèles du temps de cycle pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel, un modèle exact et un autre approché. Le modèle approché est basé sur une approche continue, où le rack est supposé continu. Le modèle exact est basé sur une approche discrète. Les expressions des deux approches sont comparées via la simulation. Lerher et al [25] ont développé un modèle analytique du temps de cycle d'un AS/RS multi-allées. Dans ce modèle, les auteurs ont pris en considération l'accélération et la décélération de la machine S/R. Ghomri et al [26] ont développé un modèle analytique continue permettant un calcul approximatif du temps de simple cycle d'un AS/RS multiallées. Cette expression a été utilisée par Kouloughli *et al* [27] pour trouver les dimensions optimales d'un AS/RS multi allées pour un temps de cycle minimal. Sari [28] a établi les expressions analytiques discrètes pour les AS/RS multi allées et pour les AS/RS à racks glissants. Par la suite, Guezzen et al [29] ont effectué deux travaux différents sur les AS/RS à racks glissants. Ils ont développé deux modèles analytiques continus permettant un calcul du temps moyen de simple cycle. Dans le premier modèle les auteurs considèrent le cas où le temps de glissement des racks est inférieur au temps de déplacement le long de l'allée principale. Dans le deuxième modèle, ils ont considéré le cas où le temps de glissement des racks est supérieur au temps de déplacement le long de l'allée principale. Dans Sari et al [30],

les auteurs se sont intéressés à développer une expression analytique pour le temps de cycle d'un nouveau type d'AS/RS à profondeur multiple composé d'une seule machine S/R et de convoyeurs gravitationnels.

1.4. Conclusion :

Ce chapitre est consacré pour présenter les systèmes automatisés de stockage/déstockage AS/RS, définition, fonctionnalité et ses composants ainsi que les AS/RS les plus répandus ont été exposé. Nous avons présenté, en deuxième partie un état de l'art détaillé des recherches sur les systèmes automatisés de stockage/déstockage et le positionnement de notre travail.

Dans le chapitre qui suit on passera à la partie modélisation mathématique de temps de double cycle pour l'AS/RS à rack glissant en montrant les différentes étapes et méthodes utilisés pour le calcul.

CHAPITRE 2:

*Modélisation mathématique de temps de double
cycle de l'AS/RS à rack glissants*

2.1. Introduction

Le problème principal dans ce mémoire est de transférer les problèmes posés par les systèmes automatisés de stockage et déstockage (AS/RS) à des modèles théoriques ou un ensemble des équations mathématiques qui nous permettent de résoudre ces différents problèmes, au temps qu'il n'existe aucun modèle bien adapté à ce système. Notre modèle à développer dans ce chapitre est le temps de double cycle des AS/RS à rack glissant comprennent les différents résultats théoriques, ce modèle consiste à un support mathématique adapté aussi bien pour l'évaluation analytique, optimisation et la simulation de ce genre de système automatisé.

Le temps de cycle est parmi les paramètres les plus importants d'un AS/RS. Il influe sur les performances du système global. Il permet de la conception optimale de système AS/RS dans le cas où le système n'existe pas, ainsi de calculer leur débit si le système existe déjà, dans les travaux intérieurs la modélisation de temps de simple cycle a été déjà ainsi que l'optimisation de démentions de système AS/RS par rapport au temps de simple cycle, dans notre travail nous nous intéressons à la modélisation de temps de double cycle de système AS/RS à rack glissant, ce modèle permet facilement l'optimisation des démentions des AS/RS, et le plus importants ce modèle nous permet de calculer le temps de multi cycle de ce système.

Dans ce chapitre, nous commençons par une description de la configuration de système automatisé AS/RS à rack glissant et les différentes opérations effectuées par la machine S/R, dans le temps de double cycle la machine S/R effectue deux opérations au même temps (stockage suivi par un déstockage).

Dans la suite de ce chapitre nous allons calculer les différents déplacements élémentaires de la machine S/R ainsi les distributions de chacun de déplacement, ces déplacements élémentaires nous permettons de calculer la distribution de temps de time between et par la suite le temps de double cycle de ce système.

2.2. Description du système

Un AS/RS à rack glissant est une variation des AS/RS multi-allées.

Ce système est composé de :

1. Une seule machine S/R utilisée pour le stockage et le déstockage.
2. Des racks mises en parallèles placés sur des rails qui leurs permettent de se déplacer latéralement de telle sorte qu'on puisse ouvrir une allée entre n'importe quels deux racks mitoyens
3. Une station dépôt/livraison située au coin bas du système.

A l'Etat initiale, il existe une seule allée de service (une allée aléatoire), la machine S/R au repos se trouve à la station P/D, Cette machine S/R se déplace ainsi, suivant trois axes :

- Verticalement : le long des colonnes formants les racks
- Horizontalement : le long des allées de desserte
- Transversalement : le long de l'allée commune à l'Etat initiale

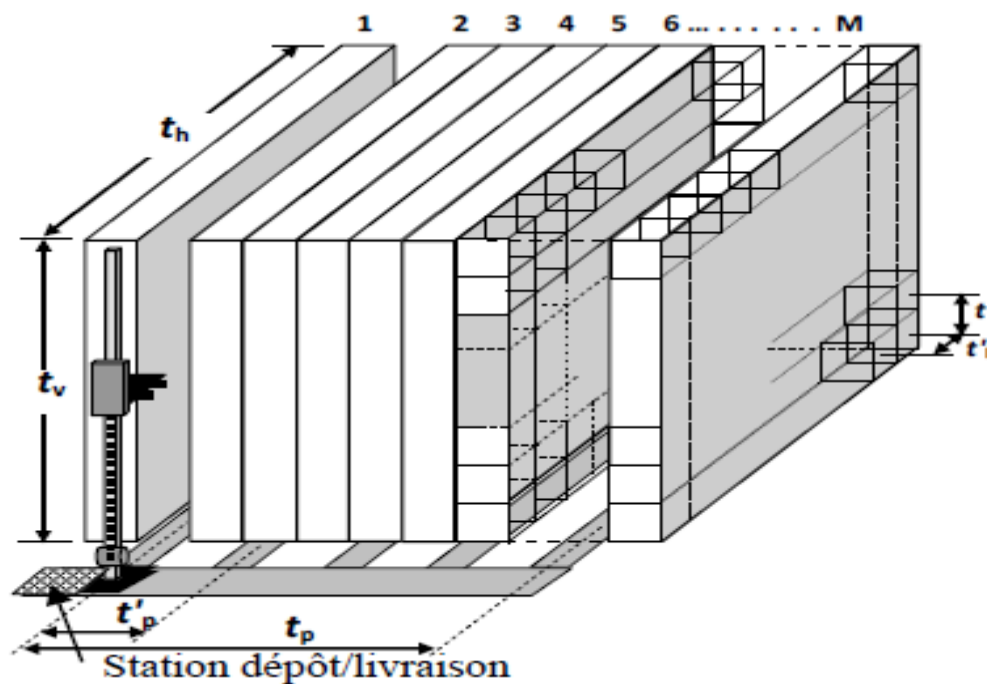


Figure 2. 1 : AS/RS à rack glissants

2.3. Fonctionnement d'un AS/RS à rack glissant :

2.3.1. Simple cycle :

Pour le simple cycle une seule opération a effectué par la machine S/R soit une opération de stockage ou bien de déstockage. (**Figure 2.2-a-**)

-Dans le cas de stockage :

Au repos, la machine S/R se trouve dans la station de dépôt livraison ou il y'a une seule allée de service, après la réception d'un produit à stocker, la machine S/R se déplace horizontal et verticale simultanément jusqu'à le casier de stockage au même temps l'allée correspondante au casier de stockage s'ouvert pour que la machine peut attendre le casier prévu, après le stockage de produit la machine S/R revient au point de dépôt livraison.

-Dans le cas de déstockage :

Après la réception d'une commande la machine S/R allé vers le casier de déstockage afin de la récupération de le produit à déstocker et revient au point de repos.

2.3.2. Double cycle :

A partir d'état initial la machine S/R reçoit un produit dans la station dépôt / livraison, après la réception de produit la machine S/R se déplace vers le casier prévu pour le stockage, les déplacements horizontale et verticale se fait simultanément jusqu'à ce qu'elle atteint le casier, au même temps les racks glissent latéralement sur des rails pour que l'allée correspondante au casier prévu pour ce stockage s'ouvre. La machine S/R s'introduit à l'intérieur de cette allée pour déposer le produit.

Après l'opération de stockage la machine S/R revient pour déstocker un produit, si le produit à déstocker se trouve dans la même allée, la machine S/R se déplace vers le casier directement, si le produit à déstocker se trouve dans une autre allée, la machine S/R sort de cette allée, les racks glissent pour faire ouvrir l'allée prévue pour le déstockage, au même temps la machine se déplace horizontalement et verticalement vers le casier où se trouve le produit à déstocker, celle-ci le récupère pour revenir à la fin, à la station dépôt/ livraison. (**Figure 2.2-b-**)

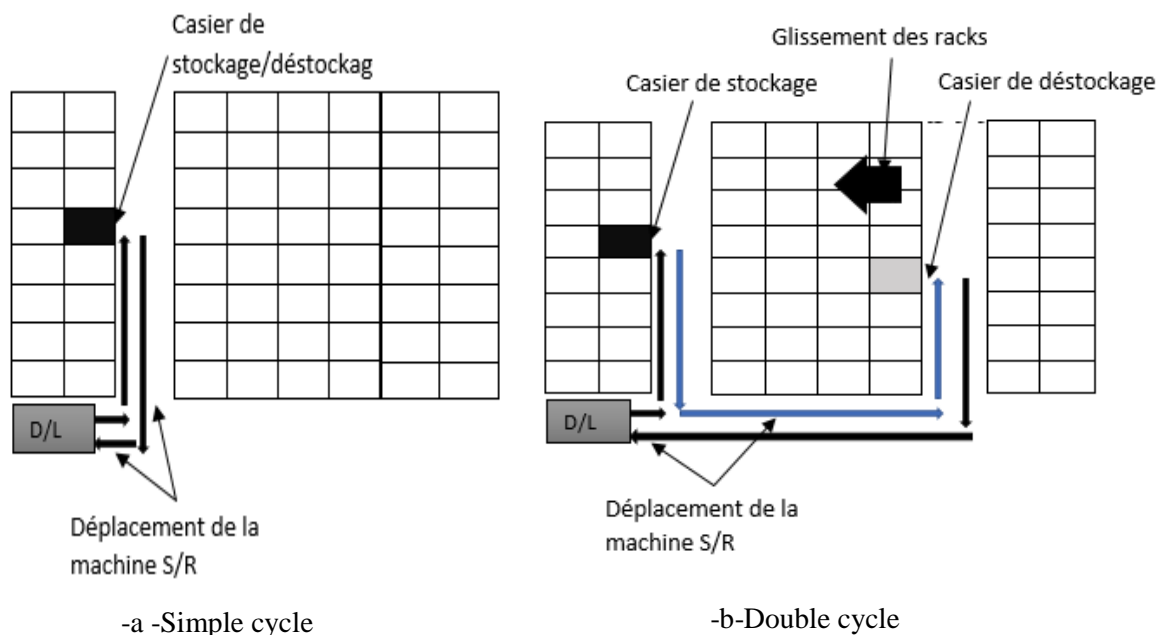


Figure 2. 2 : Simple et double cycle de la machine S/R

2.4. Modèle mathématique de temps de double cycle d'un AS/RS à rack glissant :

2.4.1. Modèle discrete :

Dans le cas de double cycle la machine S/R fait trois déplacements donc le temps moyen double cycle comprend trois temps de déplacements le temps de déplacement de la machine S/R vers le casier de stockage ($E(SC)1$), le temps de déplacement de la machine S/R du casier de stockage vers le casier de déstockage ($E(TB)$) et le temps de retour de la machine S/R depuis ce casier de déstockage vers la station de dépôt/livraison ($E(SC)2$)

Le temps moyen double cycle comprend le temps de déplacement de la machine S/R vers le casier de stockage ($E(SC)1$), le temps de déplacement de la machine S/R du casier de stockage vers le casier de déstockage ($E(TB)$) et le temps de retour de la machine S/R depuis ce casier de déstockage vers la station de dépôt/livraison ($E(SC)2$). $E(DC)=E(SC)1+E(TB)+E(SC)2$
Le temps moyen de la somme du premier et du dernier mouvement vaut exactement le temps moyen de simple cycle ($E(SC)$).

$$E(SC)_1 = \max[t'_h \cdot i_1 + \max(t_r; t'_p \cdot k_1); t'_v \cdot j_1].$$

$$E(SC)_2 = \max[(t_r; t'_p \cdot k_2); t'_v \cdot j_2].$$

Reste à estimer le temps de déplacement entre les casiers de stockage et de déstockage. Ce déplacement est noté E(TB)

Considérons deux casiers de coordonnées respectives (i1, j1) dans l'allée k1 et (i2, j2) dans l'allée k2.

Deux cas peuvent se présenter :

- 1er cas : le stockage et le déstockage se font sur la même allée (k1=k2):

$$E(TB) = \max(t'_h \cdot |i_2 - i_1|, t'_v \cdot |j_2 - j_1|)$$

- 2ème cas : le stockage et le déstockage se font sur deux allées différentes (k1≠k2):

$$E(TB) = \max[(t'_h |i_2 + i_1| + \max(t_r; t'_p \cdot |k_2 - k_1|), t'_v |j_2 - j_1|)]$$

pour le premier terme de E(TB), nous avons:

$$A_1 = t'_h \cdot |i_2 - i_1| \text{ (pour } k_2 = k_1)$$

$$A_2 = t'_h \cdot |i_2 + i_1| + \max(t_r; t'_p \cdot |k_2 - k_1|) \text{ (pour } k_1 \neq k_2)$$

$$\text{Sachant que } |i_2 + i_1| = |i_2 - i_1| + 2 \min(i_1, i_2)$$

$$A_1 = A_2 = A_3 = t'_h (|i_2 - i_1| + 2 \min(i_2 - i_1, \min(|k_2 - k_1|; 1))) + \max(t_r; |k_2 - k_1| t'_p) \min(|k_2 - k_1|; 1)$$

$$= t'_h (|i_2 - i_1| + \min(|k_2 - k_1|; 1)) (2 t'_h \min(i_2 - i_1) + \max(t_r; |k_2 - k_1| t'_p))$$

Le temps moyen de déplacement entre deux casiers peut donc être estimé par l'expression mathématique discrète suivante :

$$E(TB) = \max(A; t'_v |j_2 - j_1|)$$

Le temps moyen de double cycle est la somme du temps moyen de simple cycle (1) et du temps moyen de déplacement entre les deux casiers de stockage et déstockage (2).

$$\overline{E(DC)} = \overline{E(SC)} + \overline{E(TB)}$$

on obtient l'expression suivante [5]:

$$\overline{E(DC)} = \frac{4}{N^2 - 2N} \left[\sum_{k_1=1}^{M/2} \sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{j_1=1}^{N_h} \sum_{k_2=1}^{M/2} \sum_{i_2=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_h} \left[\begin{aligned} & \max(t'_h i_1 + \max(t'_p k_1; t_r); t'_v j_1) \\ & + \max(t'_h i_2 + t'_p k_2; t'_v j_2) \\ & + \max(t'_h |i_2 - i_1| + \min(|k_2 - k_1|; 1) (2 t'_h \min(i_1; i_2) + \max(t_r; |k_2 - k_1| t'_p)); t'_v |j_2 - j_1|) \end{aligned} \right] \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^{M/2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_h} \max(t'_h i + \max(t'_p k; t_r); t'_v j) + \max(t'_h i + k t'_p; t'_v j) \right]$$

2.4.2. Modèle continue :

2.4.2.1. Distributions des déplacements élémentaires :

Dans notre travail, le premier objectif est de calculer analytiquement le temps de double cycle, or le temps de double cycle est un temps de simple cycle représenté par l'aller et le retour vers la station de dépôt/livraison et un time between qui est représenté par les déplacements entre les deux casiers de stockage et de déstockage.

Pour pouvoir modéliser ce time between il faut calculer les distributions de tous les déplacements élémentaires.

Le temps de double cycle de la machine de stockage/déstockage peut être décomposé en un ensemble de temps de déplacements élémentaires et chaque déplacement à une distribution uniforme. A partir de ces distributions, nous calculons la distribution du temps de cycle total. L'espérance mathématique de cette distribution nous donne le temps de double cycle moyen pour l'AS/RS à racks glissants.

A. Notation:

- M : Nombre de racks dans un AS/RS à rack glissant.
- $M/2$: Nombre d'allée dans un AS/RS à rack glissant.
- N_h : Nombre de casiers par lignes (casiers horizontaux).
- N_v : Nombre de casiers par colonne (casiers verticaux).
- T_r : Temps nécessaire pour l'ouverture d'une allée (ou le temps de glissement des racks).
- T_h : Temps nécessaire pour parcourir la longueur d'un rack ou d'une allée.
- T_p : Temps nécessaire pour parcourir l'allée principale du système.
- T_v : Temps nécessaire pour parcourir la hauteur d'un rack.
- T'_h : Temps de déplacement horizontal d'un casier au suivant.
- T'_p : Temps de déplacement d'une allée à la suivante.
- T'_v : Temps de déplacement vertical d'un casier au suivant.
- T_{p1} : Temps de déplacement à partir du point de repos de la machine vers une allée (choisie aléatoirement)
- T_{p2} : Temps de déplacement à partir de casier de déstockage vers la station de dépôt/livraison.
- T_{h1} : Temps de déplacement de casier de stockage vers l'allée principale.
- T_{h2} : Temps de déplacement de l'allée principale vers casier de déstockage.

- T_{v1} : Temps de déplacement vertical vers le de casier de stockage.
- T_{v2} : Temps de déplacement vertical vers le de casier de déstockage.
- t_h : Temps de déplacement horizontal de casier de stockage vers le casier de déstockage.
- t_p : Temps de déplacement transversal de casier de stockage vers le casier de déstockage.
- t_v : Temps de déplacement verticale de casier de stockage vers le casier de déstockage.
- TB: (time between) temps de déplacement entre deux casiers quelconques dans un AS/RS à rack glissant.

B. Déplacement horizontal :

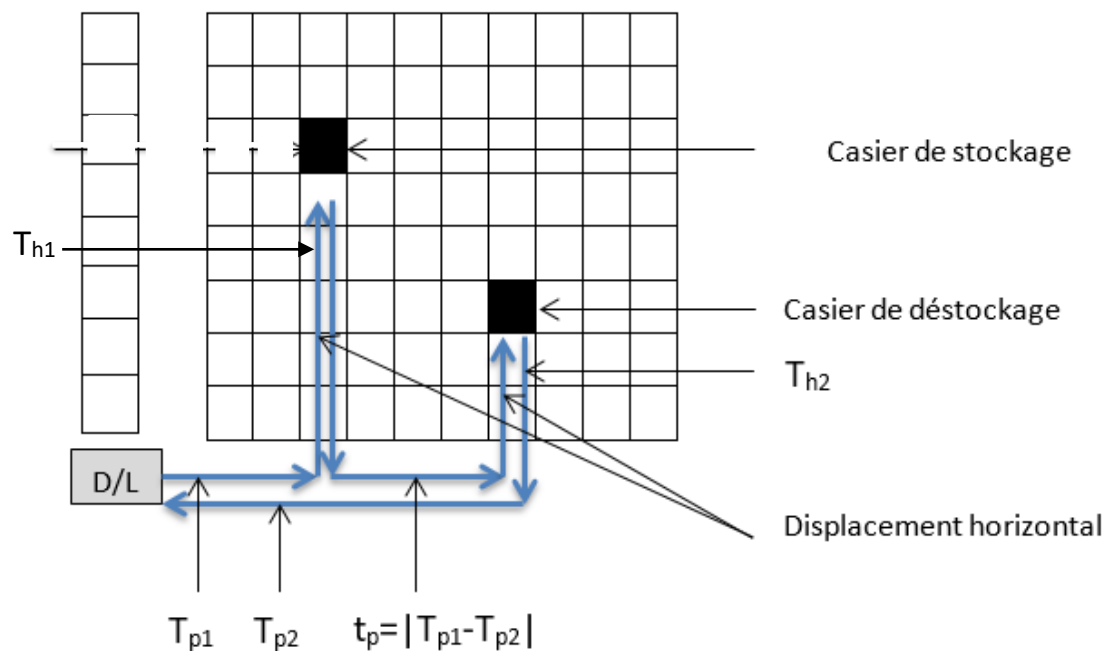


Figure 2. 3 :le déplacement horizontal (vu de dessus)

La (figure 2.3) représente une vue de dessus de système, ici deux déplacements sont représentés : un temps de simple cycle qui est représenté par l'allé et le retour vers la station de dépôt/livraison et le temps de déplacement entre deux casiers qui constitue un time between, pour pouvoir calculer ce dernier on doit modéliser tous les déplacements élémentaires, donc on a besoin de déterminer la distribution t_h c'est -à- dire la somme de T_{h1} et T_{h2} qui est la convolution des distributions et aussi de modéliser la distribution t_p qui est la valeur absolue de distribution de la différence entre les déplacement T_{p1} et T_{p2} .

X_p et X_h représentent les durées de déplacement horizontal.

La variable aléatoire X_p peut prendre $(M/2)$ valeurs possibles $k_0=0, k_1=t'_p, k_2=2t'_p, \dots, k_{(M/2)-1}=T_p$, elle suit une loi uniforme lorsque la probabilité de n'importe quelle valeur k_i est égale à :

$$\frac{2}{M}$$

La variable aléatoire X_h peut prendre N_h valeurs possibles $k_0=0, k_1=t'_h, k_2=2t'_h, \dots, k_{N_h}=T_h$, cette variable suit une loi uniforme lorsque la probabilité de n'importe quelle valeur k_i est égale à :

$$\frac{1}{N_h}$$

X_p et X_h sont des variables aléatoires discrètes uniformément distribuées comme c'est indiqué sur la figure 2.4.a et 2.4.b

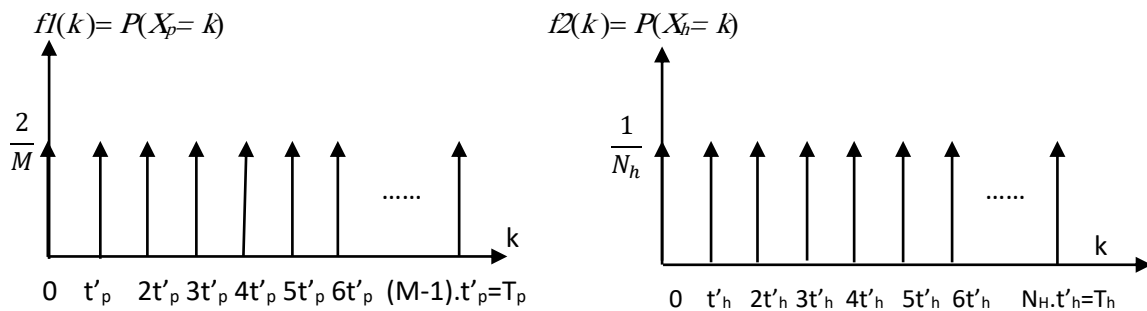


Figure 2. 4 : distribution discrète exacte des variables X_p et X_h

Ces distributions exactes peuvent être approchées par des distributions continues dont le but de faciliter les calculs comme c'est représenté sur la figure 2.5.a et 2.5.b

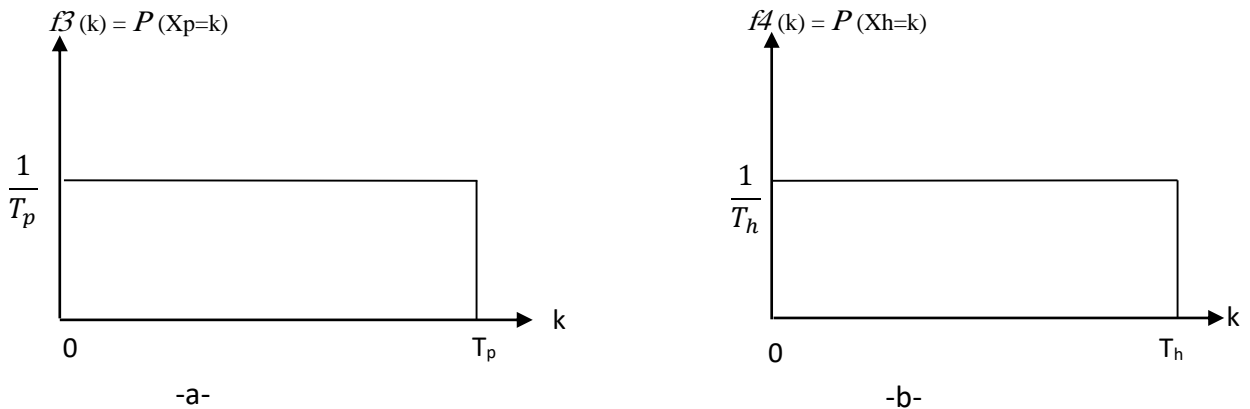


Figure 2. 5 : distribution continue approche des variables X_p et X_h

Les fonctions de distributions de X_p et X_h sont comme suit :

$$f_1(k) = \begin{cases} \frac{1}{T_p} & \text{si } 0 < k < T_p \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1)$$

$$f_2(k) = \begin{cases} \frac{1}{T_h} & \text{si } 0 < k < T_h \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2)$$

C. Déplacement vertical :

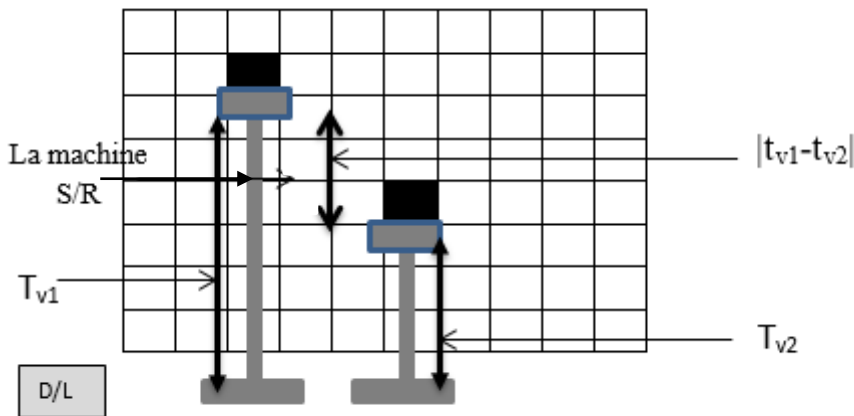


Figure 2. 6 : vue de face d'un AS/RS à rack glissant montrant le déplacement vertical

La figure 2.6 représente une vue de face

X_v représente la durée de déplacement verticale.

Le même raisonnement des variables X_p et X_h s'applique à la variable aléatoire X_v qui peut prendre N_v valeurs possibles $k_0=0, k_1=t'_v, k_2=2t'_v, \dots, k(N_v)=T_v$, cette variable suit une loi uniforme lorsque la probabilité de n'importe quelle valeur k_i est égale à :

$$\frac{1}{N_v}$$

X_v est une variable aléatoire discrète uniformément distribuée comme c'est indiqué sur la figure 2.7.a

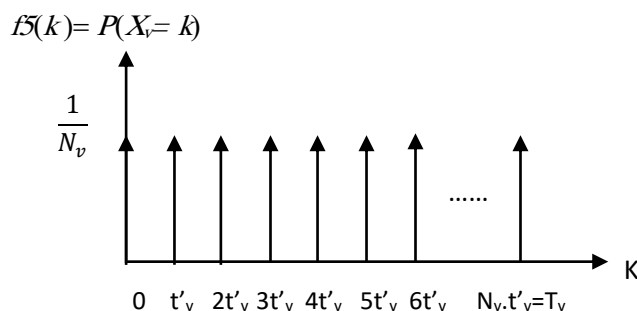


Figure 2. 7 : a Distribution discrète exacte de variable X_v

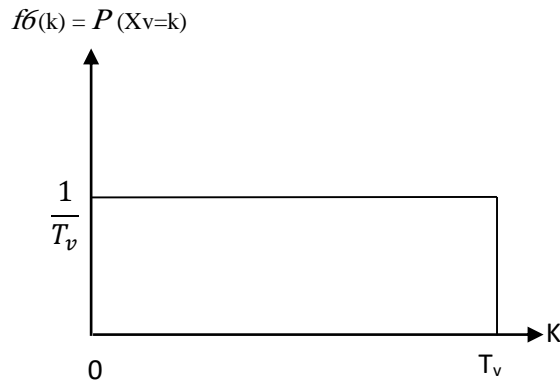


Figure 2. 8 : distribution continue approchée de variable X_v

La fonction de distribution de X_v est comme suit :

$$f_3(k) = \begin{cases} \frac{1}{T_v} & 0 < k < T_v \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3)$$

D. Temps de glissement des racks T_r :

Le temps de glissement T_r est le temps nécessaire pour l'ouverture d'une aller de service, ce dernier est une Dirac sa distribution est comme suit :

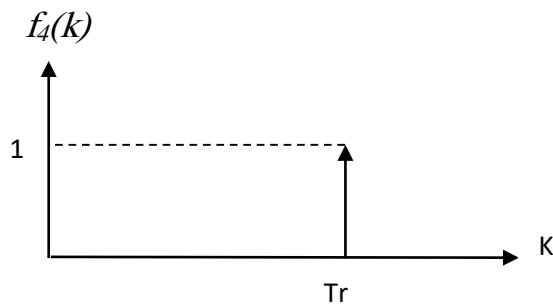


Figure 2. 9 distribution exacte de temps de glissement T_r

$$f_4(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } k = T_r \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4)$$

2.4.2.2. Calcul de temps de time between :

A. Temps de déplacement horizontal entre deux allées :

Le temps de déplacement horizontal de la machine S/R est le temps nécessaire pour aller de casier de stockage vers le casier de déstockage tel que présenté dans la (figure 2.3)

Donc c'est la somme de deux déplacements indiqués comme suit : $X_h = t_h + t_p$,

La distribution de $t_h = (T_{h1} + T_{h2})$, nous l'obtenons en convolant deux fois la distribution de T_h car T_h , T_{h1} et T_{h2} ont la même distribution.

Dans ce qui suit nous allons présenter les calculs en utilisant le produit de convolution :

$$\begin{aligned}
 f_5(k) &= f_1(k) * f_1(k) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t) * (f_1(k-t)) \cdot dt \\
 &= \int_0^k f_1(t) * (f_1(k-t)) \cdot dt
 \end{aligned} \tag{5}$$

Le calcul de la convolution consiste donc à calculer la surface du produit $f_1(t) * f_1(k-t)$.

La fonction $f_1(k-t)$ est simplement la fonction initiale $f_1(k)$ retournée dans le temps pour donner $f_1(t)$, puis translatée de k.

En calculant alors l'ensemble des surfaces obtenues en faisant « glisser » f_1 , c'est-à-dire pour tous les décalages de k, on obtient le produit de convolution pour tout k.

Après le calcul de ce produit de convolution, nous avons trouvé une distribution triangulaire qui varie entre 0 et $2T_h$. (voir figure 2.7)

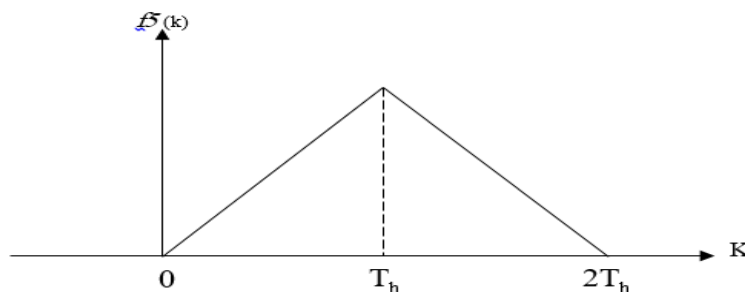


Figure 2. 10 distribution de déplacement transversale entre deux casiers

Nous avons obtenu l'expression suivante :

$$f_5(k) \begin{cases} 0 & \text{si } k < 0 \\ \frac{k}{T_h^2} & \text{si } 0 < k < T_h \\ \frac{2T_h-k}{T_h^2} & \text{si } T_h < k < 2T_h \\ 0 & \text{si } k > 2T_h \end{cases} \quad (6)$$

T_{p1} , T_{p2} et T_p ont la même distribution donc pour calculer la distribution de $t_p=|T_{p1}-T_{p2}|$ il faut calculer le produit de convolution de $f_3(k)$ et $-f_3(k)$,

Nous avons obtenu une distribution triangulaire qui varie entre $-T_p$ et T_p et en réalisant la valeur absolue y a que la partie positive qui reste, voir (figure 2.8)

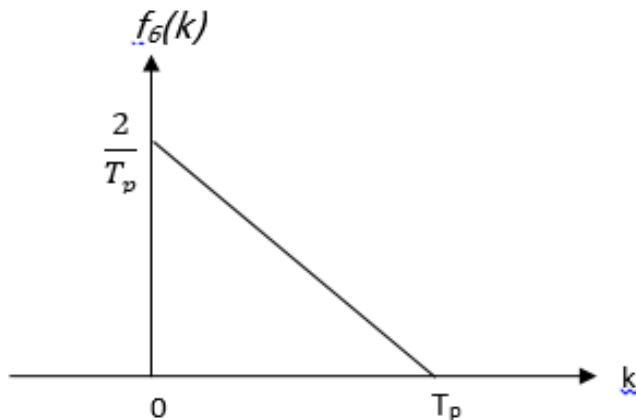


Figure 2. 11 : distribution de déplacement transversale

$$f_6(k) \begin{cases} \frac{2T_p-2k}{T_p^2} & \text{si } 0 < k < T_p \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (7)$$

Tandis que le déplacement transversal est dépendant de temps de glissement des racks c'est-à-dire que la variable aléatoire discrète XP dépendant de la valeur de T_r .

Expliquons dans ce qui suite la méthode de calcul du maximum entre le déplacement transversale $f_6(k)$ et le temps d'ouverture d'une allée $f_4(k)$

Pour calculer le maximum entre $f_6(k)$ et $f_4(k)$ il suffit de calculer le produit de leurs fonctions de répartitions $F_6(k)$ et $F_4(k)$.

$$\begin{aligned} F_6(k) &= \int_0^k f_6(k) dk \\ &= \int_0^k \frac{2Tp-2k}{Tp^2} \\ &= \frac{2k}{Tp} - \frac{k^2}{Tp^2} \end{aligned}$$

Alors :

$$F_6(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k < 0 \\ \frac{2k}{Tp} - \frac{k^2}{Tp^2} & \text{si } 0 < k < Tp \\ 1 & \text{si } k > Tp \end{cases} \quad (8)$$

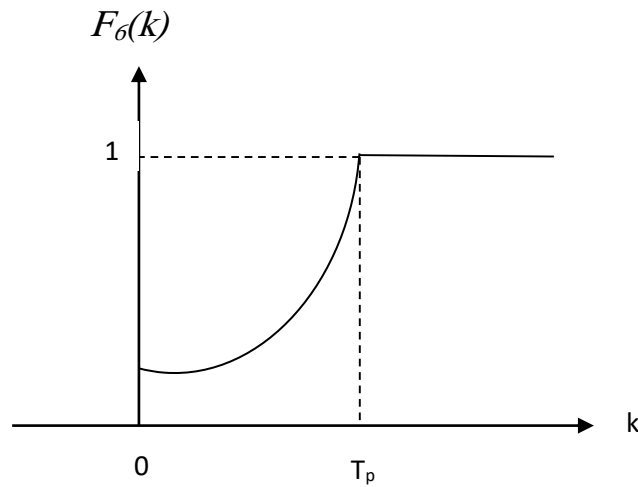


Figure 2. 12 la distribution de déplacement transversale

$$F_4(k) = \int_0^k f_4(k) dk$$

$$F_4(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k < T_r \\ 1 & \text{si } k \geq T_r \end{cases} \quad (9)$$

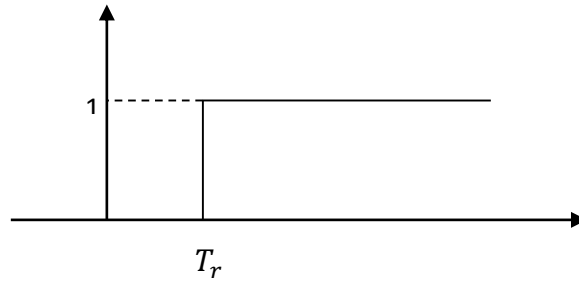


Figure 2. 13 la distribution de glissement des racks

$$F_7(k) = \text{Max}(f_6(k); f_4(k))$$

$$= F_6(k) \cdot F_4(k)$$

$$F_7(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k < 0 \\ \frac{2k}{T_p} - \frac{k^2}{T_p^2} & \text{si } T_r \leq k < T_p \\ 1 & \text{si } k \geq T_p \end{cases} \quad (10)$$

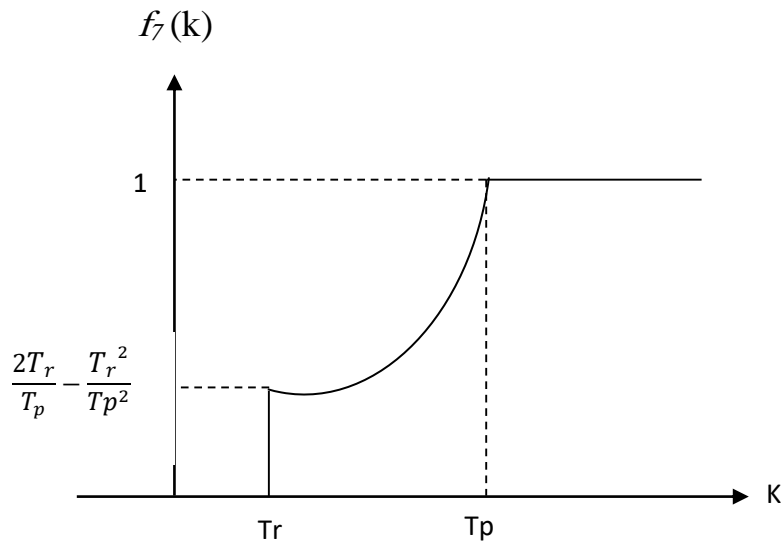


Figure 2. 14 : la distribution de maximum entre le déplacement transversal et le temps de glissement

La dériver de la fonction de distribution obtenir, nous donne le résultat final du maximum entre le temps de déplacement transversale et le temps de glissement des rack T_r :

$$f_7(k) = F_7'(k)$$

$$f_7(k) = \begin{cases} \frac{2.T_r}{T_p} - \frac{T_r^2}{T_p^2} & \text{si } k = T_r \\ \frac{2T_p - 2.k}{T_p^2} & \text{si } T_r < k < T_p \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (11)$$

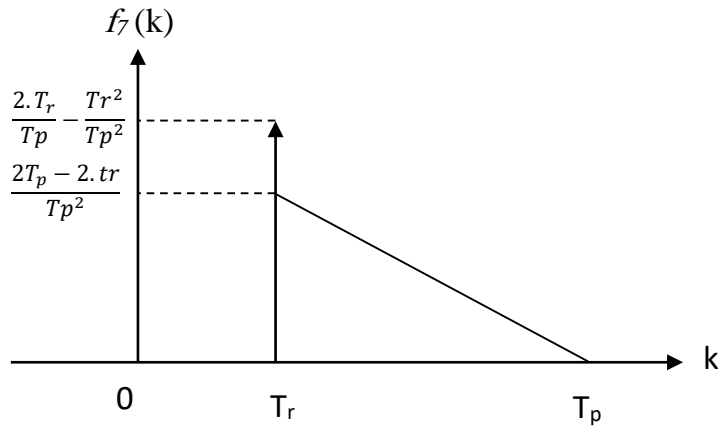
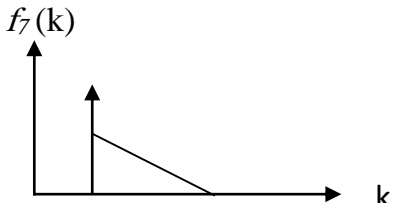
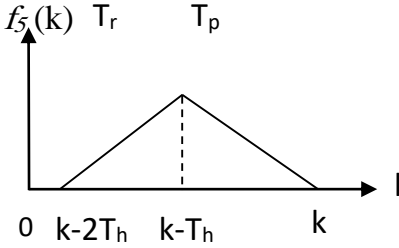
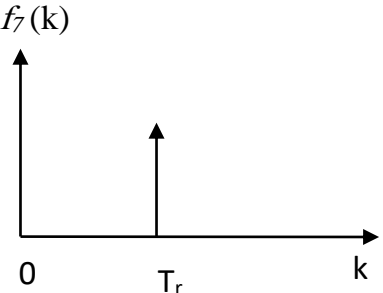
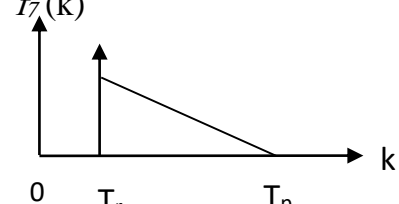
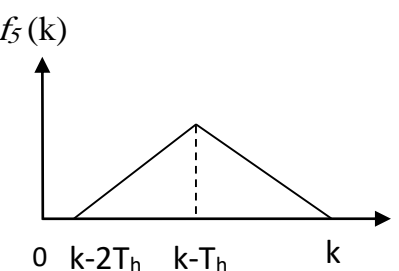
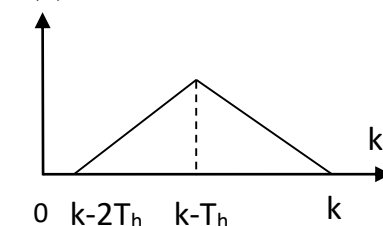
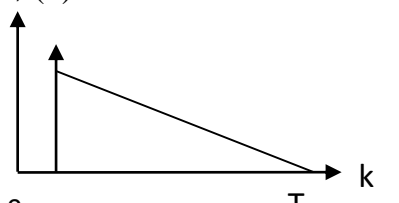
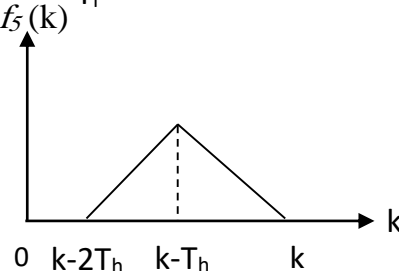


Figure 2. 15 : Le maximum entre le déplacement transversal et le temps glissement des racks

Maintenant, lorsque nous avons calculé toutes les distributions des déplacements élémentaires et dépendamment des dimensions du système et la vitesse d'ouverture de l'allée de service, autrement dit, selon les positions de T_r , T_p , T_h , $2T_h$, $T_p - T_r$, quatre différents cas ont engendré dans cette étude. Dans un premier temps, nous pouvons illustrer les différents cas dans le tableau suivant (**Tableau 2.1**)

Tableau 2.1 : les différents cas possible de temps de déplacement horizontal de time Between

	$T_p > T_r$	$T_p < T_r$
$T_h > T_p - T_r$	<p>1^{er} cas</p> <p>$f_7(k)$</p>  <p>$f_5(k)$</p> 	<p>4^{ième} cas</p> <p>$f_7(k)$</p> 
$T_h < T_p - T_r < 2T_h$	<p>2^{ième} cas</p> <p>$f_7(k)$</p>  <p>$f_5(k)$</p> 	<p>$f_5(k)$</p> 
$T_p - T_r > 2T_h$	<p>3^{ième} cas</p> <p>$f_7(k)$</p>  <p>$f_5(k)$</p> 	

Nous présentons la méthode du calcul de temps de déplacement horizontal seulement pour l'un des cas, nous choisissons par exemple le 1^{er} cas ($T_p > T_r$ et $T_p - T_r < T_h$)

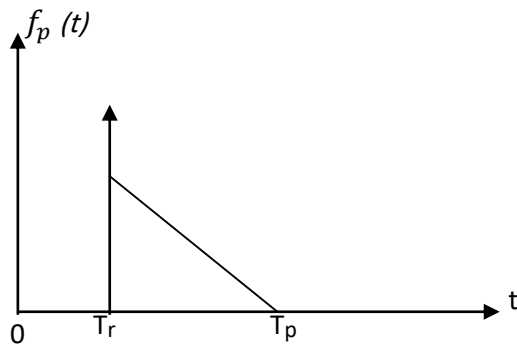
-Formulation mathématique du temps de déplacement horizontal du Cas N°2 ($T_p > T_r$ et $T_p - T_r < T_h$)

Ce cas représente un système avec les caractéristiques suivantes :

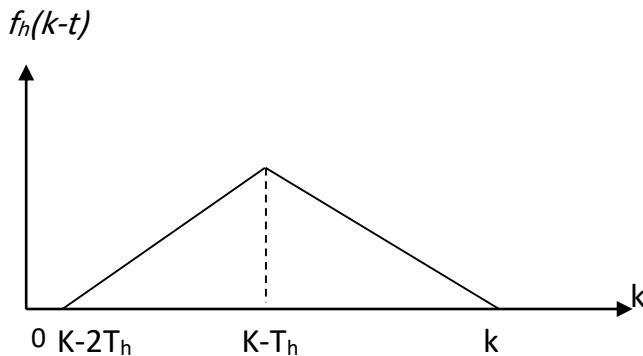
- Le temps de glissement des racks (T_r) est inférieur au temps nécessaire pour parcourir l'allée principale du système (T_p)
- Le temps de déplacement horizontale T_h est supérieure à la différence entre le temps de déplacement transversale T_p et le temps de glissement des rack T_r .

La valeur du temps nécessaire pour parcourir la hauteur d'un rack (T_v) engendre d'autres cas comme présenté ci-après.

Pour calculer la distribution de déplacement horizontal il faut calculer la somme des deux déplacements transversal et horizontal donc la convolution des deux distributions suivantes :



$$T_p(t) \begin{cases} \frac{2 \cdot T_p \cdot T_r - T_r^2}{T_p^2} & \text{si } t = T_r \\ \frac{2T_p - 2t}{T_p^2} & \text{si } T_r < t < T_p \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



$$f_h(k-t) \begin{cases} \frac{2T_h - k + t}{T_h^2} & \text{si } T_r < t < T_r + T_h \\ \frac{k-t}{T_h^2} & \text{si } T_r + T_h < t < T_r + 2T_h \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Figure 2. 16 : Cas N°1 : distribution de déplacement horizontale et transversale de temps de time Between

Après le calcul de produit de convolution nous avons obtenu l'expression suivante :

$$f_h(k) = \begin{cases} -\frac{1}{3} \frac{k^3 - tr^3 - 3 tp k^2 + 3 tp tr^2}{tp^2 th^2} & k < tp \text{ and } tr < k \\ \frac{1}{3} \frac{-tp^3 + tr^3 - 3 tp tr^2 + 3 k tp^2}{tp^2 th^2} & k < th + tr \text{ and } tp < k \\ \frac{1}{3} \frac{2k^3 - tr^3 - 6 tp th^2 - tp^3 + 3k tp^2 - 6 tp k^2 + 3 tp tr^2 + 12 tp th k + 6 th^2 k - 6 th k^2 - 2 th^3}{tp^2 th^2} & k < tp + th \text{ and } th + tr < k \\ -\frac{1}{3} \frac{-tp^3 + tr^3 - 6 th tp^2 + 3k tp^2 - 3 tp tr^2}{tp^2 th^2} & k < tr + 2 th \text{ and } tp + th < k \\ -\frac{1}{3} \frac{-tp^3 - 8 th^3 + 12 th^2 k - 6 th k^2 + k^3 - 6 th tp^2 + 3k tp^2 - 12 tp th^2 + 12 tp th k - 3 tp k^2}{tp^2 th^2} & k < tp + 2 th \text{ and } tr + 2 th < k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

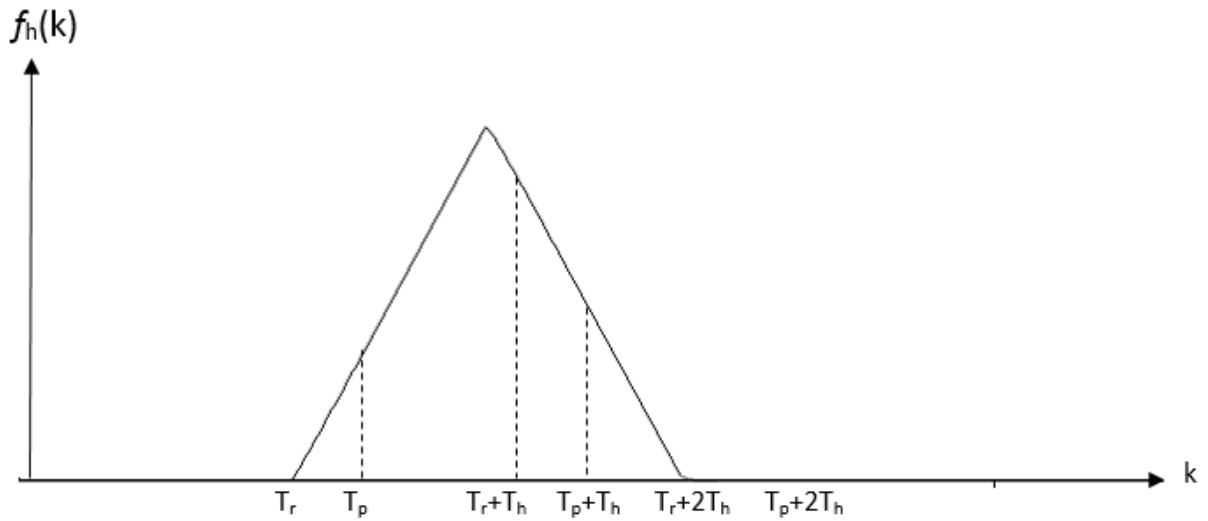


Figure 2. 17 : Distribution aléatoire de la variable k modélisant le déplacement horizontal de la machine S/R pour le cas N^o1

B. Déplacement verticale entre deux casiers :

Dans l'intérêt de calculer le temps nécessaire que prends la machine S/R pour aller d'un casier de stockage vers un casier de déstockage verticalement, nous avons calculer la distribution de déplacement vertical que nous avons obtenu en se servant du produit de convolution de la différence entre T_{v1} et T_{v2} (figure2.6)

$$\begin{aligned}
 f_v(k) &= |(f_6(k)) * (-f_6(k))| \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_6(t) * (-f_6(k-t)) \cdot dt \\
 &= \int_0^k f_6(t) * (f_6(k-t)) \cdot dt
 \end{aligned}$$

Nous avons obtenu la distribution suivante :

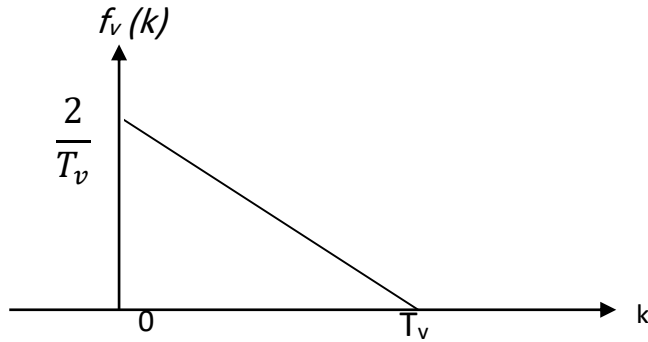


Figure 2. 18 : la distribution de déplacement verticale

$$f_v(k) \begin{cases} \frac{2T_v - 2k}{T_v^2} & \text{si } 0 < k < T_v \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (13)$$

C. Expressions mathématiques de time between :

Le temps time between totale est le maximum entre le déplacement horizontal et le déplacement verticale. Alors, sa fonction de répartition notée par F est donnée par :

$$F(k) = F_h(k) * F_v(k).$$

Avec :

$$F_h(k) = \int_0^k f_h$$

Choisissons par exemple le 1^{er} cas pour expliquer la méthode de calcul

$$F_h(k) = \begin{cases} 0 & k < tr \\ -\frac{1}{12} \frac{k^4 + 3 tr^4 - 4 tp k^3 - 8 tp tr^3 - 4 tr^3 k + 12 tr^2 tp k}{tp^2 th^2} & k < tp \text{ and } tr < k \\ \frac{1}{12} \frac{tp^4 - 3 tr^4 + 8 tp tr^3 + 6 tp^2 k^2 - 4 tp^3 k + 4 tr^3 k - 12 tr^2 tp k}{tp^2 th^2} & k < tr + th \text{ and } tp < k \\ \frac{1}{12} \frac{1}{tp^2 th^2} (-8 tp tr^3 + 8 tr^3 th + 8 tp th^3 - 8 th k^3 + 12 th^2 k^2 + tp^4 + 2 k^4 + 6 tp^2 k^2 - 4 tp^3 k + 12 tr^2 tp k - 4 tr^3 k - 8 th^3 k + 2 th^4) & k < tp + th \text{ and } tr + th < k \\ -\frac{1}{12} \frac{1}{tp^2 th^2} (8 tp tr^3 - 8 tr^3 th - 24 th tp^2 k + tp^4 + 6 tp^2 k^2 - 4 tp^3 k - 12 tr^2 tp k + 4 tr^3 k - 3 tr^4 + 24 tp tr^2 th + 12 tp^2 th^2 + 8 th tp^3) & k < tr + 2 th \text{ and } tp + th < k \\ -\frac{1}{12} \frac{1}{tp^2 th^2} (32 tp th^3 - 8 th k^3 + 24 th^2 k^2 - 24 th tp^2 k + tp^4 + k^4 + 6 tp^2 k^2 - 4 tp^3 k - 4 tp k^3 + 24 tp th k^2 - 48 tp th^2 k - 32 th^3 k + 16 th^4 + 12 tp^2 th^2 + 8 th tp^3) & k < tp + 2 th \text{ and } tr + 2 th < k \\ 1 & tp + 2 th < k \end{cases} \quad (14)$$

Et

$$F_v(k) = \int_0^k f_v$$

$$F_v(k) = \begin{cases} 0 & k < 0 \\ -\frac{k^2}{tv^2} + \frac{2k}{tv} & k < tv \text{ and } 0 < k \\ 1 & tv < k \end{cases} \quad (15)$$

Pour le 1^{er} cas et selon le temps de déplacement vertical T_v nous pouvons distinguer 6 cas possibles dans le calcul de $F(k)$ (Figure 2.10) :

- 1^{ière} cas : $0 < T_v < T_r$
- 2^{ième} cas : $T_r < T_v < T_p$
- 3^{ième} cas : $T_p < T_v < T_r + T_h$
- 4^{ième} cas : $T_r + T_h < T_v < T_p + T_h$
- 5^{ième} cas : $T_p + T_h < T_v < T_r + 2T_h$
- 6^{ième} cas : $T_r + 2T_h < T_v < T_p + 2T_h$
- 7^{ième} cas : $T_v > T_p + 2T_h$

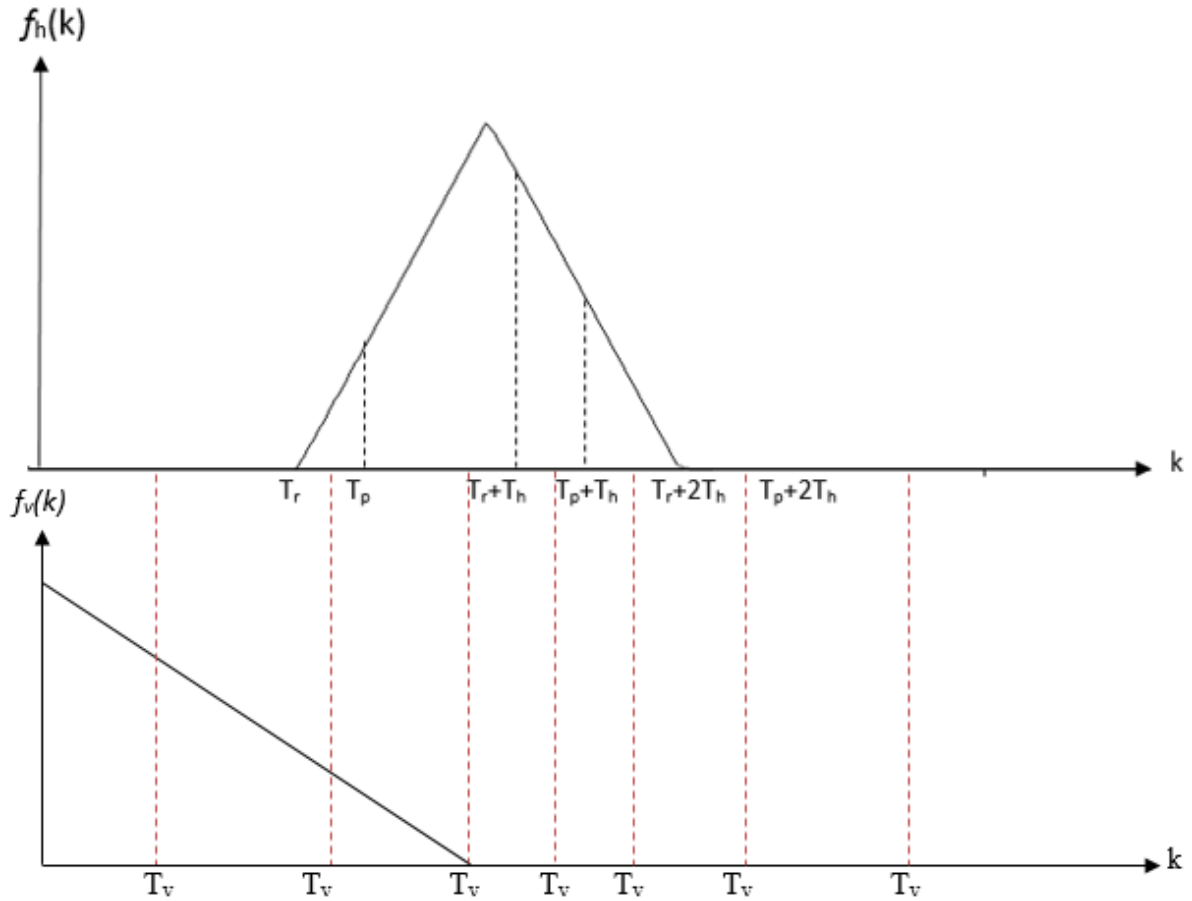


Figure 2. 19 : Présentation des différents cas possibles

Prenant le cas ou $T_r < T_v < T_p$ comme exemple pour montrer la procédure suivre dans le calcul de temps de time between moyen, Donc pour calculer ce dernier nous devons calculer $F(k)$.

$$F(k) = \begin{cases} 0 & 0 < k \text{ and } k < tr \\ \frac{1}{12} \frac{(k^4 + 3 tr^4 - 4 tp k^3 - 8 tp tr^3 - 4 tr^3 k + 12 tr^2 tp k) k (k - 2 tv)}{tp^2 th^2 tv^2} & tr < k \text{ and } k < tv \\ -\frac{1}{12} \frac{k^4 + 3 tr^4 - 4 tp k^3 - 8 tp tr^3 - 4 tr^3 k + 12 tr^2 tp k}{tp^2 th^2} & k < tp \text{ and } tv < k \\ \frac{1}{12} \frac{tp^4 - 3 tr^4 + 8 tp tr^3 + 6 tp^2 k^2 - 4 tp^3 k + 4 tr^3 k - 12 tr^2 tp k}{tp^2 th^2} & k < tr + th \text{ and } tp < k \\ \frac{1}{12} \frac{1}{tp^2 th^2} (2 th^4 + 12 tr^2 tp k - 8 tp tr^3 - 8 tp k^3 - 24 tp tr^2 th + 24 tp th k^2 - 24 tp th^2 k - 8 th^3 k - 4 tr^3 k + 2 k^4 + 3 tr^4 + tp^4 + 6 tp^2 k^2 - 4 tp^3 k + 12 th^2 k^2 - 8 th k^3 + 8 tp th^3 + 8 tr^3 th) & k < tp + th \text{ and } tr + th < k \\ -\frac{1}{12} \frac{1}{tp^2 th^2} (-12 tr^2 tp k - 24 th tp^2 k + 8 tp tr^3 + 12 tp^2 th^2 + 24 tp tr^2 th + 4 tr^3 k - 3 tr^4 + tp^4 + 6 tp^2 k^2 - 4 tp^3 k + 8 th tp^3 - 8 tr^3 th) & k < tr + 2 th \text{ and } tp + th < k \\ -\frac{1}{12} \frac{1}{tp^2 th^2} (16 th^4 - 24 th tp^2 k - 4 tp k^3 + 12 tp^2 th^2 + 24 tp th k^2 - 48 tp th^2 k - 32 th^3 k + k^4 + tp^4 + 6 tp^2 k^2 - 4 tp^3 k + 8 th tp^3 + 24 th^2 k^2 - 8 th k^3 + 32 tp th^3) & k < tp + 2 th \text{ and } tr + 2 th < k \\ 1 & tp + 2 th < k \end{cases} \quad (16)$$

La fonction $f(k)$ dérivée de $F(k)$ est donné par l'expressions suivante :

$$f(k) = \begin{cases} 0 & 0 < k \text{ and } k < tr \\ \frac{1}{12} \frac{(4k^3 - 12tpk^2 - 4tr^3 + 12tptr^2)k(k-2tv)}{tp^2th^2tv^2} & tr < k \text{ and } k < tv \\ + \frac{1}{12} \frac{(k^4 + 3tr^4 - 4tpk^3 - 8tptr^3 - 4tr^3k + 12tr^2tpk)(k-2tv)}{tp^2th^2tv^2} & \\ + \frac{1}{12} \frac{(k^4 + 3tr^4 - 4tpk^3 - 8tptr^3 - 4tr^3k + 12tr^2tpk)k}{tp^2th^2tv^2} & \\ - \frac{1}{12} \frac{4k^3 - 12tpk^2 - 4tr^3 + 12tptr^2}{tp^2th^2} & k < tp \text{ and } tv < k \\ \frac{1}{12} \frac{12tp^2k - 4tp^3 + 4tr^3 - 12tptr^2}{tp^2th^2} & k < tr + th \text{ and } tp < k \\ \frac{1}{12} \frac{12tptr^2 - 24tpk^2 + 48tpthk - 24tpth^2 - 8th^3 - 4tr^3 + 8k^3 + 12tp^2k - 4tp^3 + 24th^2k - 24thk^2}{tp^2th^2} & k < tp + th \text{ and } tr + th < k \\ - \frac{1}{12} \frac{-12tptr^2 - 24thtp^2 + 4tr^3 + 12tp^2k - 4tp^3}{tp^2th^2} & k < tr + 2th \text{ and } tp + th < k \\ - \frac{1}{12} \frac{-24thtp^2 - 12tpk^2 + 48tpthk - 48tpth^2 - 32th^3 + 4k^3 + 12tp^2k - 4tp^3 + 48th^2k - 24thk^2}{tp^2th^2} & k < tp + 2th \text{ and } tr + 2th < k \\ 0 & tp + 2th < k \end{cases} \quad (17)$$

L'espérance mathématique de cette distribution (17) nous donne le temps de double cycle moyen pour l'AS/RS à racks glissants.

Avec : $E(TB) = \int_{-\infty}^{+\infty} k \cdot f(k) dk$

Alors :

$$E(TB) = \left(\int_{tr}^{tv} k \cdot \left(\frac{1}{12} \frac{(4k^3 - 12tpk^2 - 4tr^3 + 12tptr^2)k(k-2tv)}{tp^2th^2tv^2} + \frac{1}{12} \frac{(k^4 + 3tr^4 - 4tpk^3 - 8tptr^3 - 4tr^3k + 12tr^2tpk)(k-2tv)}{tp^2th^2tv^2} + \frac{1}{12} \frac{(k^4 + 3tr^4 - 4tpk^3 - 8tptr^3 - 4tr^3k + 12tr^2tpk)k}{tp^2th^2tv^2} \right) dk \right) + \int_{tv}^{tp} k \cdot \left(- \frac{1}{12} \frac{4k^3 - 12tpk^2 - 4tr^3 + 12tptr^2}{tp^2th^2} \right) dk + \int_{tp}^{tr+th} k \cdot \left(\frac{1}{12} \frac{12tp^2k - 4tp^3 + 4tr^3 - 12tptr^2}{tp^2th^2} \right) dk + \int_{tr+th}^{tr+2th} k \cdot \left(\frac{1}{12} \frac{12tptr^2 - 24tpk^2 + 48tpthk - 24tpth^2 - 8th^3 - 4tr^3 + 8k^3 + 12tp^2k - 4tp^3 + 24th^2k - 24thk^2}{tp^2th^2} \right) dk + \int_{th+tp}^{tr+2th} k \cdot \left(- \frac{1}{12} \frac{-12tptr^2 - 24thtp^2 + 4tr^3 + 12tp^2k - 4tp^3}{tp^2th^2} \right) dk + \int_{tr+2th}^{tp+2th} k \cdot \left(- \frac{1}{12} \frac{-24thtp^2 - 12tpk^2 + 48tpthk - 48tpth^2 - 32th^3 + 4k^3 + 12tp^2k - 4tp^3 + 48th^2k - 24thk^2}{tp^2th^2} \right) dk$$

Nous avons obtenu l'expression suivante :

$$E(TB) = \frac{1}{1260} \frac{1}{tp^2 th^2 tv^2} (-tv^7 + 15 tr^7 + 168 tv tp tr^5 - 105 tr^2 tp tv^4 + 280 tp tr^3 tv^3 + 1260 tv^2 tr^2 tp th^2 + 35 tr^3 tv^4 - 105 tr^4 tv^3 + 7 tp tv^6 - 35 tp tr^6 - 70 tv tr^6 + 126 tv^2 tr^5 + 1260 tv^2 tp^2 th^3 + 420 tv^2 tp^3 th^2 - 420 tv^2 tr^3 th^2 - 315 tv^2 tr^4 tp)$$

(18)

Les expressions finales du temps de time between de l'AS/RS à racks glissants s'écrivent comme suit :

- 1^{ière} cas : $T_p > T_r$ et $T_h > T_p - T_r$

$$E(TB) = \begin{aligned}
 & \frac{1}{3} \frac{tp^3 + 3thtp^2 - tr^3 + 3tr^2tp}{tp^2} && 0 < tv \text{ and } tv < tr \\
 & \frac{1}{1260} \frac{1}{tp^2 th^2 tv^2} (-105tr^4 tv^3 + 35tr^3 tv^4 - 35tp tr^6 + 7tp tv^6 + 1260tv^2 tr^2 tp th^2 - 70tv tr^6 + 168tp tv tr^5 - 105tr^2 tp tv^4 + 280tr^3 tp tv^3 - tv^7 + 15tr^7 \\
 & + 126tv^2 tr^5 - 315tv^2 tp tr^4 - 420tv^2 tr^3 th^2 + 420tv^2 tp^3 th^2 + 1260tv^2 tp^2 th^3) && tr < tv \text{ and } tv < tp \\
 & \frac{1}{1260} \frac{1}{tv^2 tp^2 th^2} (7tv tp^6 - 105tr^4 tv^3 + 35tr^3 tv^4 - 35tp tr^6 + 1260tv^2 tr^2 tp th^2 - 70tv tr^6 + 21tp^2 tv^5 - 35tp^3 tv^4 + 35tp^4 tv^3 + 168tp tv tr^5 - 105tr^2 tp tv^4 \\
 & + 280tr^3 tp tv^3 - tp^7 + 15tr^7 + 126tv^2 tr^5 - 315tv^2 tp tr^4 - 420tv^2 tr^3 th^2 + 420tv^2 tp^3 th^2 + 1260tv^2 tp^2 th^3 - 21tv^2 tp^5) && tp < tv \text{ and } tv < tr + th \\
 & - \frac{1}{1260} \frac{1}{tp^2 th^2 tv^2} (-7tv tp^6 + 210tv^2 tp th^4 - 105tr^4 tv^3 + 35tr^3 tv^4 - 35tp tr^6 + 14tp tv^6 - 2520tv^2 tr^2 tp th^2 - 70tv tr^6 + 630tv^2 tr^4 th - 1680tv^2 tr^3 tp th \\
 & + 2th^7 - 21tp^2 tv^5 + 35tp^3 tv^4 - 35tp^4 tv^3 - 280tp th^3 tv^3 - 280tr^3 th tv^3 + 42tv^2 th^5 + 1680tp tv tr^3 th^2 + 14tv^6 th + 168tp tv tr^5 - 105tr^2 tp tv^4 + 280tr^3 tp tv^3 \\
 & + tp^7 + 140tr^6 th + 252tr^5 th^2 + 210tr^4 th^3 + 70tr^3 th^4 - 70th^4 tv^3 + 70tv^4 th^3 + 1260tp tv tr^4 th - 2tv^7 + 15tr^7 + 210tv^4 tp th^2 - 84tv^5 tp th - 336tp tr^5 th \\
 & - 630tp tr^4 th^2 - 560tp tr^3 th^3 - 210tp tr^2 th^4 - 504tv tr^5 th - 42tv^5 th^2 - 630tv tr^4 th^2 - 280tv tr^3 th^3 - 84tp tv th^5 + 126tv^2 tr^5 + 14tp th^6 - 14tv th^6 \\
 & - 315tv^2 tp tr^4 + 840tv^2 tr^3 th^2 - 420tv^2 tp^3 th^2 - 1260tv^2 tp^2 th^3 + 840tp tr^2 th tv^3 + 21tv^2 tp^5 + 840tp tv tr^2 th^3) && tr + th < tv \text{ and } tv < tp + th \\
 & \frac{1}{1260} \frac{1}{tp^2 th^2 tv^2} (-7tv tp^6 + 14th tp^6 - 420tp^2 th^2 tv^3 + 105tr^4 tv^3 - 35tr^3 tv^4 + 35tp tr^6 + 2520tv^2 tr^2 tp th^2 - 280th tp^3 tv^3 + 70tv tr^6 - 630tv^2 tr^4 th \\
 & + 1680tv^2 tr^3 tp th + 42tp^5 th^2 + 70tp^4 th^3 + 70tp^3 th^4 + 42tp^2 th^5 - 21tp^2 tv^5 + 35tp^3 tv^4 - 35tp^4 tv^3 + 280tr^3 th tv^3 - 1680tp tv tr^3 th^2 - 168tp tv tr^5 \\
 & + 105tr^2 tp tv^4 - 280tr^3 tp tv^3 - 210tp^2 tv th^4 - 280tp^3 tv th^3 - 84tv tp^5 th - 210tv tp^4 th^2 + tp^7 - 140tr^6 th - 252tr^5 th^2 - 210tr^4 th^3 - 70tr^3 th^4 \\
 & - 1260tp tv tr^4 th - 15tr^7 + 336tp tr^5 th + 630tp tr^4 th^2 + 560tp tr^3 th^3 + 210tp tr^2 th^4 + 504tv tr^5 th + 630tv tr^4 th^2 + 280tv tr^3 th^3 - 126tv^2 tr^5 + 315tv^2 tp tr^4 \\
 & - 840tv^2 tr^3 th^2 + 840tv^2 tp^3 th^2 + 1680tv^2 tp^2 th^3 + 210tv^2 th tp^4 - 840tp tr^2 th tv^3 + 21tv^2 tp^5 + 210tv^4 th tp^2 - 840tp tv tr^2 th^3) && tp + th < tv \text{ and } tv < tr + 2th \\
 & \frac{1}{1260} \frac{1}{tp^2 th^2 tv^2} (-7tv tp^6 + 14th tp^6 - 420tp^2 th^2 tv^3 + 1680tv^2 tp th^4 + 7tp tv^6 - 280th tp^3 tv^3 + 128th^7 + 42tp^5 th^2 + 70tp^4 th^3 + 70tp^3 th^4 + 42tp^2 th^5 \\
 & - 21tp^2 tv^5 + 35tp^3 tv^4 - 35tp^4 tv^3 - 1120tp th^3 tv^3 + 672tv^2 th^5 + 1680tp tv tr^3 th^2 + 14tv^6 th - 210tp^2 tv th^4 - 280tp^3 tv th^3 - 84tv tp^5 th - 210tv tp^4 th^2 \\
 & + tp^7 + 252tr^5 th^2 + 630tr^4 th^3 + 490tr^3 th^4 - 560th^4 tv^3 + 280tv^4 th^3 - tv^7 + 420tv^4 tp th^2 - 84tv^5 tp th - 630tp tr^4 th^2 - 1680tp tr^3 th^3 - 1470tp tr^2 th^4 \\
 & - 84tv^5 th^2 - 630tv tr^4 th^2 - 840tv tr^3 th^3 - 1344tp tv th^5 + 448tp th^6 - 448tv th^6 + 840tv^2 tp^3 th^2 + 1680tv^2 tp^2 th^3 + 210tv^2 th tp^4 + 21tv^2 tp^5 + 210tv^4 th tp^2 \\
 & + 2520tp tv tr^2 th^3) && tr + 2th < tv \text{ and } tv < tp + 2th \\
 & - \frac{1}{90} \frac{1}{tp^2 tv^2} (45tr^4 tv - 15tp^4 tv - 105tv tp^2 th^2 - 120tp tr^3 tv + 15th tp^4 - 35tr^3 th^2 + 3tp^5 - 18tr^5 - 30tp^2 tv^3 + 120tp tr^3 th + 105tp tr^2 th^2 + 35tp^3 th^2 \\
 & + 45tp^2 th^3 + 60tr^3 th tv - 180tp tr^2 th tv - 60tp^3 tv th + 45tp tr^4 - 45tr^4 th) && tp + 2th < tv
 \end{aligned}$$

- 2^{ème} cas: $T_p > T_r$ et $T_h < T_p - T_r < 2T_h$

$$E(\text{TB}) = \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{1}{30} \frac{-120 tp^3 tr th^3 + 20 tp^3 tr th + 20 tp^3 tr^2 - 15 tr^3 tp^2 - 6 tp^3 + 40 tp th^4 - 15 tp^4 th + 40 tp^3 th^2 - 5 tr^4 th - 70 tr^2 th^2 - 70 tr^2 th^3 - 40 tr th^4 + tr^5 - 20 tp^3 th^2 + 180 tp tr^2 th^2 + 120 tp tr th^2}{tp^3 th^2} \quad 0 < tv \text{ and } tv < tr \\
 \\
 \frac{1}{1260} \frac{1}{tp^3 th^2 tv^2} (168 tr^3 tp tv - 210 tr^4 tv^2 th - 2940 tr^3 tv^2 th^2 - 315 tr^4 tv^2 tp - 2940 tv^2 tr^2 th^2 - 1680 tv^2 tr th^4 + 1680 tp tv^2 th^4 - 630 th tv^2 tp^4 + 1680 th^3 tv^2 tp^3 - 840 th^2 tv^2 tp^2 \\
 + 840 tv^3 tp^2 tr th - 5040 tv^3 tp^2 tr th^2 + 840 tv^3 tp^2 tr^2 - tv^7 + 15 tr^7 - 105 tr^4 tv^2 - 35 tr^6 tp + 7560 tr^2 tv^2 tp th^3 + 5040 tp tv^2 tr th^3 - 630 tv^2 tr^2 tp^2 + 280 tr^2 tp tv^2 - 105 tr^2 tp tv^4 + 35 tr^3 tv^4 \\
 - 70 tr^6 tv + 7 tp tv^6 + 168 tr^3 tv^2 - 252 tv^2 tp^3) \quad tr < tv \text{ and } tv < tr + th \\
 \\
 - \frac{1}{1260} \frac{1}{tp^3 th^2 tv^2} (-280 tr^3 th tv^2 + 2 th^7 + 168 tr^3 tp tv + 840 tr^4 tv^2 th + 3360 tr^3 tv^2 th^2 - 315 tr^4 tv^2 tp + 2940 tv^2 tr^2 th^2 + 1680 tv^2 tr th^4 - 1470 tp tv^2 tr th^4 + 630 th tv^2 tp^4 - 1680 th^2 tv^2 tp^3 \\
 + 840 th^2 tv^2 tp^2 - 840 tv^3 tp^2 tr th + 140 tr^6 th + 252 tr^3 th^2 + 210 tr^4 th^2 + 70 tr^2 th^4 + 5040 tv^2 tp^2 tr th^2 - 280 tv tr^2 th^2 - 280 tp th^2 tv^2 - 336 th tr^2 tp - 630 th^2 tr^4 tp - 560 th^2 tr^2 tp \\
 - 210 th^4 tr^2 tp - 84 th tv^3 tp + 210 tv^4 tp th^2 - 840 tv^3 tp^2 tr^2 - 84 tv tp th^3 - 504 tr^3 th tv - 630 tr^4 th^2 tv + 14 tv^6 th + 42 tv^2 th^3 - tv^7 + 15 tr^7 + 1260 tv tp th tr^4 + 1680 tv tp th^2 tr^2 \\
 + 840 tv tp th^2 tr^2 + 840 tr^2 tp th tv^2 - 105 tr^4 tv^2 - 35 tr^6 tp - 8820 tr^2 tv^2 tp th^2 - 5040 tp tv^2 tr th^2 + 630 tv^2 tr^2 tp^2 - 1680 tp tv^2 tr^2 th + 280 tr^2 tp tv^2 - 105 tr^2 tp tv^4 - 70 th^4 tv^2 - 14 tv th^6 \\
 + 14 tp th^6 - 42 th^2 tv^2 + 70 tv^4 th^2 + 35 tr^3 tv^4 - 70 tr^6 tv + 7 tp tv^6 + 84 tr^3 tv^2 + 252 tv^2 tp^3) \quad tr + th < tv \text{ and } tv < tp \\
 \\
 - \frac{1}{1260} \frac{1}{tp^3 th^2 tv^2} (-280 tr^3 th tv^2 + 2 th^7 + 168 tr^3 tp tv + 630 tr^4 tv^2 th + 840 tr^3 tv^2 th^2 - 315 tr^4 tv^2 tp + 210 tp tv^2 th^4 - 420 th^2 tv^2 tp^2 - 1260 th^2 tv^2 tp^2 + 140 tr^6 th + 252 tr^3 th^2 + 210 tr^4 th^2 \\
 + 70 tr^2 th^4 - 280 tv tr^2 th^2 - 280 tp th^2 tv^2 - 336 th tr^2 tp - 630 th^2 tr^4 tp - 560 th^2 tr^2 tp - 210 th^4 tr^2 tp - 84 th tv^3 tp + 210 tv^4 tp th^2 + 35 tp^2 tv^4 - 21 tv^3 tp^2 - 7 tv tp^6 - 84 tv tp th^3 \\
 - 504 tr^3 th tv - 630 tr^4 th^2 tv + 14 tv^6 th + 42 tv^2 th^3 - 2 tv^7 + 15 tr^7 + 1260 tv tp th tr^4 + 1680 tv tp th^2 tr^2 + 840 tv tp th^2 tr^2 + 840 tr^2 tp th tv^2 - 35 tp^4 tv^2 - 105 tr^4 tv^2 - 35 tr^6 tp \\
 - 2520 tr^2 tv^2 tp th^2 - 1680 tp tv^2 tr^2 th + 280 tr^2 tp tv^2 - 105 tr^2 tp tv^4 - 70 th^4 tv^2 - 14 tv th^6 + 14 tp th^6 - 42 th^2 tv^2 + 70 tv^4 th^2 + 35 tr^3 tv^4 - 70 tr^6 tv + 14 tp tv^6 + 126 tr^3 tv^2 + tp^7 \\
 + 21 tv^3 tp^3) \quad tp < tv \text{ and } tv < 2 th + tr \\
 \\
 \frac{1}{1260} \frac{1}{tp^3 th^2 tv^2} (126 th^7 + 1470 tp tv^2 th^4 + 420 th^2 tv^2 tp^2 + 1260 th^2 tv^2 tp^2 + 252 tr^3 th^2 + 630 tr^4 th^2 + 490 tr^2 th^4 - 840 tv tr^2 th^2 - 840 tp th^2 tv^2 - 630 th^2 tr^4 tp - 1680 th^2 tr^2 tp \\
 - 1470 th^4 tr^2 tp + 210 tv^4 tp th^2 - 35 tp^2 tv^4 + 21 tv^3 tp^2 + 7 tv tp^6 - 1260 tv tp th^3 - 630 tr^4 th^2 tv + 630 tv^2 th^3 + tv^7 + 1680 tv tp th^2 tr^2 + 2520 tv tp th^2 tr^2 + 35 tp^4 tv^2 - 490 th^4 tv^2 - 434 tv th^6 \\
 + 434 tp th^6 - 42 th^2 tv^2 + 210 tv^4 th^2 - 7 tp tv^6 - tp^7 - 21 tv^3 tp^3) \quad 2 th + tr < tv \text{ and } tv < tp + th \\
 \\
 \frac{1}{1260} \frac{1}{tp^3 th^2 tv^2} (128 th^7 + 1680 tp tv^2 th^4 + 210 th tv^2 tp^4 + 840 th^2 tv^2 tp^2 + 1680 th^2 tv^2 tp^2 + 252 tr^3 th^2 + 630 tr^4 th^2 + 490 tr^2 th^4 - 840 tv tr^2 th^2 - 1120 tp th^2 tv^2 - 630 th^2 tr^4 tp \\
 - 1680 th^2 tr^2 tp - 1470 th^4 tr^2 tp - 84 tv tp^3 th - 210 tv tp^4 th^2 - 280 tv tp^3 th^2 - 210 tv tp^2 th^4 - 84 th tv^3 tp + 420 tv^4 tp th^2 + 35 tp^2 tv^4 - 21 tv^3 tp^2 - 7 tv tp^6 - 420 tp^2 th^2 tv^2 - 280 tp^2 th tv^2 \\
 + 210 tv^4 tp^2 th - 1344 tv tp th^3 - 630 tr^4 th^2 tv + 14 tv^6 th + 672 tv^2 th^3 + 14 tv^6 th + 42 tp^3 th^3 + 70 tp^4 th^3 + 70 tp^2 th^4 + 42 tp^2 th^3 - tv^7 + 1680 tv tp th^2 tr^2 + 2520 tv tp th^2 tr^2 - 35 tp^4 tv^2 \\
 - 560 th^4 tv^2 - 448 tv th^6 + 448 tp th^6 - 84 th^2 tv^2 + 280 tv^4 th^2 + 7 tp tv^6 + tp^7 + 21 tv^3 tp^3) \quad tp + th < tv \text{ and } tv < tp + 2 th \\
 \\
 - \frac{1}{90} \frac{1}{tp^3 tv^2} (-18 tr^3 - 45 tr^4 th - 35 tr^2 th^2 + 60 tr^2 th tv + 45 tr^4 tp + 120 th tr^2 tp + 105 tp tr^2 th^2 - 15 tv tp^4 - 60 tv tp^3 th - 105 tv tp^2 th^2 - 30 tp^2 tv^2 + 45 tr^4 tv + 3 tp^3 + 15 tp^4 th + 35 tp^3 th^2 \\
 + 45 tp^3 th^2 - 120 tv tp tr^2 - 180 tv tp th tr^2) \quad tp + 2 th < tv
 \end{array} \right.$$

-3^{ème} cas: $T_p > T_r$ et $T_p - T_r > 2T_h$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{3} \frac{tp^3 + 3tp^2 tr - tr^3 + 3tp^2 th}{tp^2} && 0 < tv \text{ and } tv < tr \\
 \\
 E(TB) = & \frac{1}{1260} \frac{1}{tv^2 tp^2 th^2} (126 tv^2 tr^5 - tv^7 + 15 tr^7 + 420 tv^2 th^2 tp^3 + 168 tv tp tr^5 - 105 tp tr^2 tv^4 + 280 tp tr^3 tv^3 + 1260 tv^2 tp tr^2 th^2 - 105 tr^4 tv^3 + 7 tp tv^6 - 35 tp tr^6 \\
 & - 70 tv tr^6 + 35 tr^3 tv^4 - 420 tv^2 tr^3 th^2 - 315 tv^2 tp tr^4 + 1260 tp^2 tv^2 th^3) && tr < tv \text{ and } tv < tr + th \\
 & - \frac{1}{1260} \frac{1}{tv^2 tp^2 th^2} (-630 tr^4 th^2 tv + 210 tr^4 th^3 + 70 tr^3 th^4 + 2 th^7 + 252 tr^5 th^2 - 280 tv tr^3 th^3 + 126 tv^2 tr^5 + 840 tv tp tr^2 th^3 - 630 tp th^2 tr^4 - tv^7 + 15 tr^7 \\
 & - 84 tv tp th^5 - 420 tv^2 th^2 tp^3 - 70 th^4 tv^3 - 84 tp th tv^5 - 336 tp th tr^5 - 504 tv th tr^5 + 168 tv tp tr^5 - 105 tp tr^2 tv^4 - 280 th tr^3 tv^3 + 280 tp tr^3 tv^3 \\
 & - 1680 tv^2 tp th tr^3 - 2520 tv^2 tp tr^2 th^2 + 42 th^5 tv^2 - 14 tv th^6 - 105 tr^4 tv^3 + 14 th tv^6 + 140 th tr^6 + 7 tp tv^6 - 35 tp tr^6 - 70 tv tr^6 + 35 tr^3 tv^4 + 14 tp th^6 \\
 & - 280 tp th^3 tv^3 + 210 th^4 tv^2 tp - 210 tp tr^2 th^4 + 630 tv^2 th tr^4 + 840 tv^2 tr^3 th^2 - 315 tv^2 tp tr^4 - 1260 tp^2 tv^2 th^3 + 210 tv^4 th^2 tp + 1260 tv tp th tr^4 \\
 & + 840 tp th tr^2 tv^3 + 70 tv^4 th^3 + 1680 tr^3 th^2 tv tp - 560 tp tr^3 th^3 - 42 tv^5 th^2) && tr + th < tv \text{ and } tv < tr + 2 th \\
 & \frac{1}{90} \frac{1}{tv^2 tp^2} (31 tp th^4 - 31 tv th^4 - 3 tv^5 + 90 tv^2 tp^2 th + 9 th^5 + 18 tr^5 + 45 th tr^4 + 35 tr^3 th^2 - 90 tv tp th^3 + 105 tv^2 tp th^2 + 45 tv^2 th^3 + 15 tp tv^4 + 15 th tv^4 \\
 & - 35 th^2 tv^3 + 120 tv tp tr^3 + 180 tv tp th tr^2 - 60 th tp tv^3 + 30 tv^2 tp^3 - 60 tv th tr^3 - 45 tr^4 tv - 105 tp th^2 tr^2 - 120 tp th tr^3 - 45 tp tr^4) && tr + 2 th < tv \text{ and } tv < tp \\
 & \frac{1}{1260} \frac{1}{tv^2 tp^2 th^2} (-630 tr^4 th^2 tv + 630 tr^4 th^3 + 490 tr^3 th^4 + 126 th^7 + 252 tr^5 th^2 - 840 tv tr^3 th^3 + 35 tp^4 tv^3 + 7 tv tp^6 - tp^7 + 2520 tv tp tr^2 th^3 - 630 tp th^2 tr^4 \\
 & + tv^7 - 35 tv^4 tp^3 - 21 tv^2 tp^5 - 1260 tv tp th^5 + 420 tv^2 th^2 tp^3 - 490 th^4 tv^3 + 630 th^5 tv^2 - 434 tv th^6 - 7 tp tv^6 + 434 tp th^6 - 840 tp th^3 tv^3 + 1470 th^4 tv^2 tp \\
 & - 1470 tp tr^2 th^4 + 1260 tp^2 tv^2 th^3 + 210 tv^4 th^2 tp + 210 tv^4 th^3 + 1680 tr^3 th^2 tv tp + 21 tv^5 tp^2 - 1680 tp tr^3 th^3 - 42 tv^5 th^2) && tp < tv \text{ and } tv < tp + th \\
 & \frac{1}{1260} \frac{1}{tv^2 tp^2 th^2} (630 tr^4 th^2 tv + 210 th tv^2 tp^4 - 280 th^3 tv tp^3 - 1470 tr^4 th^3 - 2345 tr^3 th^4 - 1890 tr^2 th^5 + 38 th^7 - 378 tr^5 th^2 + 2625 tv tr^2 th^4 + 2100 tv tr^3 th^3 \\
 & + 2100 tp tr th^5 + 1050 tv tr th^5 - 35 tp^4 tv^3 - 7 tv tp^6 + tp^7 - 2520 tv tp tr^2 th^3 + 630 tp th^2 tr^4 - 3360 tv tp tr th^4 - tv^7 + 35 tv^4 tp^3 + 21 tv^2 tp^5 + 42 tp^5 th^2 \\
 & - 2016 tv tp th^5 + 1050 tv^2 th^2 tp^3 - 560 th^4 tv^3 - 84 tp th tv^5 - 210 tv th^2 tp^4 + 420 th^4 tv^2 tr - 2100 th^3 tv^2 tr^2 - 630 tr th^6 + 70 tp^4 th^3 - 420 tv^3 tp^2 th^2 \\
 & + 1260 tv^2 tp th tr^3 - 3150 tv^2 tp tr^2 th^2 + 1218 th^5 tv^2 - 273 tv th^6 + 14 th tv^6 + 7 tp tv^6 + 798 tp th^6 - 1120 tp th^3 tv^3 + 2835 th^4 tv^2 tp + 2835 tp tr^2 th^4 \\
 & - 420 tv^2 th tr^4 + 1680 tv^2 tr^3 th^2 + 2520 tp^2 tv^2 th^3 - 210 tv tp^2 th^4 + 14 tp^6 th + 42 tp^2 th^5 + 420 tv^4 th^2 tp + 280 tv^4 th^3 + 1260 th^2 tv^2 tp^2 tr + 1260 th^3 tv^2 tp tr \\
 & + 420 th tv^2 tp^3 tr - 1260 th tv^2 tp^2 tr^2 + 210 tv^4 tp^2 th - 840 tr^3 th^2 tv tp - 280 th tp^3 tv^3 - 84 tv th tp^5 - 21 tv^5 tp^2 + 2100 tp tr^3 th^3 - 84 tv^5 th^2 + 70 tp^3 th^4) && tp + th < tv \text{ and } tv < 2 th + tp \\
 & - \frac{1}{90} \frac{1}{tp^2 tv^2} (-30 tp^2 tv^3 + 105 tp th^2 tr^2 + 45 tp^2 th^3 - 18 tr^5 - 45 th tr^4 - 35 tr^3 th^2 + 3 tp^5 - 120 tv tp tr^3 - 180 tv tp th tr^2 + 35 th^2 tp^3 + 45 tp tr^4 + 120 tp th tr^3 \\
 & + 45 tr^4 tv - 15 tv tp^4 + 60 tv th tr^3 - 105 tv tp^2 th^2 - 60 tv th tp^3 + 15 th tp^4) && 2 th + tp < tv
 \end{aligned}$$

4^{ième} cas : $T_p < T_r$

$$E(TB) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{60} \frac{tr + th}{th^2 tv^2} (-5 tr tv^4 + 5 tv tr^4 + 10 tr^2 tv^3 - 10 tv^2 tr^3 + 60 tv^2 th^3 + 60 tv^2 tr th^2 + tv^5 - tr^5) \quad \begin{array}{l} 0 < tv \text{ and } tv < tr \\ tr < tv \text{ and } tv < tr + th \end{array} \\ \frac{1}{60} \frac{1}{th^2 tv^2} \left(-24 th^5 - 30 tr^3 th^2 - 80 tr^2 th^3 - 75 tr th^4 + 60 \int_{tr+th}^{tr} k \left(\left(\frac{-2 th + k - tr}{th^2} \right) \cdot \left(\frac{k(k-2 tv)}{tv^2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{4 tr th + 2 th^2 + k^2 + tr^2 - 4 th k - 2 tr k}{th^2} \right) \cdot \left(\frac{k - tv}{tv^2} \right) \right) dk \right) th^2 tv^2 + 60 tv tr th^3 - 30 tr tv^4 \\ \left. + 270 tv^2 tr th^2 - 60 tv^4 th + 20 tv^5 + 45 tv th^4 \right) \quad \begin{array}{l} tr + th < tv \text{ and } tv < 2 th + tr \\ 2 th + tr < tv \end{array} \\ \frac{1}{60} \frac{1}{tv^2} \left(296 th^3 + 60 \int_{tr+th}^{2 th + tr} k \left(\left(\frac{-2 th + k - tr}{th^2} \right) \cdot \left(\frac{k(k-2 tv)}{tv^2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{4 tr th + 2 th^2 + k^2 + tr^2 - 4 th k - 2 tr k}{th^2} \right) \cdot \left(\frac{k - tv}{tv^2} \right) \right) dk \right) tv^2 - 140 tv tr th + 20 tv^3 - 195 tv th^2 + 10 tr^3 \\ \left. + 160 tr^2 th + 405 tr th^2 \right) \end{array} \right.$$

2.4.2.3. Expressions mathématiques de temps de double cycle moyen :

Précédemment nous avons mentionné que le temps de double cycle (EDC) est la somme de temps de simple cycle représenté par l'allée et le retour vers la station de dépôt/livraison (ESC1) et (ESC2) qu'est développé antérieurement par kouloughli [5] et Guezzen [31] et le Time between (ETB) que nous avons élaboré dans ce mémoire.

Pour déterminer la formule générale de temps moyen de double cycle nous allons utiliser les expressions développées dans les thèses de Kouloughli [5] et de Guezzen [31] dans les calculs en choisissant les cas adéquates au celle que nous avons.

Nous prenons par exemple le cas de $T_v < T_r$ pour le temps d'aller de station de dépôt/livraison vers le casier de stockage, et pour le retour de casier de déstockage vers le point de repos nous prenons le cas de $T_v < \min(T_p, T_h)$.

Donc :

$$EDC = ESC1 + TB + ESC2$$

Le modèle suivant représente l'expression finale de temps de double cycle pour le 4^{ième} cas :

$$E(DC) = \left\{ \begin{array}{l} 2 th + 2 tr + \frac{1}{2} tp + \frac{1}{6} \frac{tv^3}{tp th} \quad \begin{array}{l} 0 < tv \text{ and } tv < tr \\ tr < tv \text{ and } tv < tr + th \end{array} \\ \frac{1}{60} \frac{1}{tp th^2 tv^2} (30 tp^2 th^2 tv^2 + (tv^5 - 5 tr tv^4 + 10 tr^2 tv^3 + (120 tr th^2 + 120 th^3 - 10 tr^3) tv^2 + 5 tv tr^4 - tr^5) tp + 10 tv^5 th) \\ \frac{1}{60} \frac{1}{th^2 tv^2 tp} (30 tp^2 th^2 tv^2 + (2 th^5 + (10 tr - 10 tv) th^4 + (60 tv^2 - 40 tv tr + 20 tr^2) th^3 + (20 tr^3 + 330 tv^2 tr - 20 tv^3 - 60 tv tr^2) th^2 + (-40 tv tr^3 - 40 tr tv^3 + 10 tv^4 + 10 tr^4) th - tv^5 + tr^5 - 5 tv tr^4 - 10 tr^2 tv^3 + 5 tr tv^4) tp + 10 tv^5 th) \\ \frac{1}{6} \frac{1}{th tv^2 tp} \left(-3 tp th^4 - 7 tp (tr - tv) th^3 - 6 tp (-tv^2 + tr^2 - 2 tv tr) th^2 + 3 (2 tv^2 tr + tp tv^2 + 2 tv tr^2 + \frac{2}{3} tv^3 - \frac{2}{3} tr^3) tp th + tv^5 \right) \quad \begin{array}{l} tr + th < tv \text{ and } tv < 2 th + tr \\ 2 th + tr < tv \end{array} \end{array} \right.$$

2.5. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté de façon plus détaillé les AS/RS à racks glissants leur définition et leur fonctionnement, et après nous avons abordé la modélisation et la formulation mathématique de temps de double cycle.

Nous avons présenté, en deuxième partie de ce chapitre un modèle discret exact qui est développé par **Sari** [28] et un modèle continu approché que nous avons développé en présentant toutes les étapes de modélisations mathématiques. Nous avons présenté la description de tous les déplacements élémentaires, en suite on a calculé le temps moyen de time between qui nous a permis par la suite de calculer le temps moyen de double cycle en utilisant les expressions mathématiques de temps de simple cycle calculé par **Kouloughli** [5] et **Guezen** [31] en présentant la procédure adoptée dans le développement de ce modèle.

Dans le chapitre suivant, nous allons utiliser le logiciel Arena pour la simulation et la validation des modèles développé dans ce chapitre.

CHAPITRE 3 :
Simulation de time between d'un AS/RS à
racks glissants

3.1 Introduction :

Après le développement des modèles mathématiques, nous devons assurer leur validité pour les utiliser, c'est-à-dire vérifier par une « simulation » et confronter les données expérimentales obtenues avec les modèles mathématiques développés.

Dans le chapitre précédent nous avons élaboré des modèles mathématiques du temps de time between pour l'AS/RS à rack glissant et dans ce chapitre nous conduirons des expériences sur ces modèles en utilisant la simulation afin de les valider. Le logiciel utilisé est ARENA/SIMAN.

3.2 Simulation des systèmes de production :

3.2.1 Définition :

Selon **Larousse [32]** la simulation est une méthode de mesure et d'étude consistant à remplacer un phénomène, un système par un modèle plus simple mais ayant un comportement analogue.

Selon **Jean-Louis Boimond [33]** La simulation est un processus qui consiste à :

- Concevoir un modèle du système (réel) étudié,
- Mener des expérimentations sur ce modèle (et non pas des calculs),
- Interpréter les observations fournies par le déroulement du modèle et formuler des décisions relatives au système.

3.2.2 Objectifs :

Une fois qu'un modèle a été développé et validé il peut être utilisé pour répondre à toute une série de questions "what if" : qu'est-ce qu'il va se produire si j'applique telle action ou tel changement au système ? Comment le système va se comporter d'ici un an ? Si je veux améliorer la performance, est-ce que je dois apporter la modification 1 ou plutôt la modification 2? Toutefois, très souvent, la plupart des systèmes réels sont trop complexes pour être évalués analytiquement. Il est nécessaire donc de procéder de manière numérique via une simulation afin d'estimer les caractéristiques du modèle. Par simulation, nous entendons l'imitation du comportement d'un procédé ou d'un système réel au cours du temps, et nous pouvons collecter toute une série de données, comme si nous avions accès au système réel et qui peuvent être utilisées pour étudier le comportement et la performance du système. [34]

Donc la simulation a pour objectif de :

- Comprendre le comportement dynamique de système.
- Comparer des configurations.
- Utiliser le modèle pour prédire son comportement.
- Expérimenter des solutions de changement.
- Evaluer différents stratégies de pilotages.
- Evaluer et optimiser des performances.

la simulation permet d'évaluer les performances d'un système de configuration donnée:

- Au niveau de la structure physique (conception de nouveaux systèmes).
- Au niveau du système de décision (exploitation, réorganisation). [31]

3.2.3 Avantages :

- L'un des principaux avantages de la simulation est qu'il est capable de fournir aux utilisateurs une rétroaction pratique lors de la conception de systèmes réels. Cela permet au concepteur de déterminer l'exactitude et l'efficacité d'une conception avant que le système ne soit réellement construit. Par conséquent, l'utilisateur peut explorer les mérites de conceptions alternatives sans réellement construire physiquement les systèmes.

- Un autre avantage de la simulation est qu'il permet aux concepteurs de systèmes d'étudier un problème à différents niveaux d'abstraction. En approchant un système à un niveau d'abstraction plus élevé, le concepteur est mieux à même de comprendre les comportements et les interactions de tous les composants de haut niveau du système et est mieux équipé pour contrer la complexité du système global. [35]

- C'est un outil essentiel pour évaluer les performances des systèmes complexes.

- La simulation permet de répondre à des questions de type qu'est-ce qui se passe si ?

- Le contrôle des expérimentations est plus grand sur un modèle que sur un système réel.

- On peut étudier le système d'une manière très précise en changeant l'échelle de temps.

3.2.4 Inconvénients :

- Une simulation ne donne que des estimations de ce que l'on cherche.
- Le modèle est généralement demandé beaucoup de temps pour le développement.
- La simulation seule ne permet pas d'optimiser un processus, elle peut seulement donner des réponses à la question qu'est-ce- qui se passe si ?

3.2.5 Méthodologie générale de simulation :

On distingue classiquement quatre phases distinctes :

- La modélisation.
- La programmation.
- L'expérimentation.
- L'interprétation des résultats.

3.3 Description de logiciel Arena :

Pour valider les modèles mathématiques de temps de time between développées dans le chapitre précédent nous avons choisi de faire une simulation du système étudiée AS/RS à racks glissants en utilisant le logiciel de Arena de Rockwell Software.

Arena est un logiciel de simulation et d'automatisation d'événements discrets, leader sur le marché. Développé par Systems Modelling et associé par Rockwell Automation en 2000. Il utilise le processeur SIMAN et le langage de simulation. En Décembre 2016, il est dans la version 15, fournissant des améliorations significatives dans l'optimisation, l'animation et l'inclusion de l'opération 64 bits pour les processus de modélisation avec «Big Data». Il a été suggéré que Arena puisse rejoindre d'autres progiciels Rockwell sous la marque "FactoryTalk".



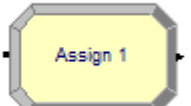
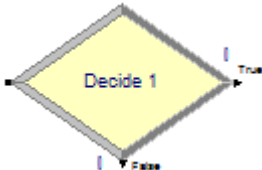
Il compte plus de 370 000 utilisateurs formés dans le monde. Distribué en France depuis 1987, ARENA a accompagné de grands projets industriels pour Peugeot, Alstom, Nestlé, Aéroport de Paris, Saint-Gobain...etc. [36]




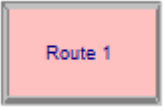

Dans Arena, l'utilisateur construit un modèle d'expérience en plaçant des modules (boîtes de différentes formes) représentant des processus ou une logique. Les lignes de connexion sont utilisées pour joindre ces modules ensemble et pour spécifier le flux des entités. Alors que les modules ont des actions spécifiques relatives aux entités, au flux et au timing, la représentation de chaque module et de chaque entité par rapport aux objets de la vie réelle est soumise au modélisateur. Les données statistiques, telles que les durées de cycle et les niveaux WIP (work in process), peuvent être enregistrées et générées sous forme de rapports. [36]



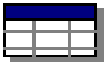

ARENA se compose de plusieurs bibliothèques et des modules (des blocs) qui facilite la modélisation d'une ressource, une file d'attente, un convoyeur ainsi que tous les éléments d'un système de production.

Dans le Tableau qui suite (**Tableau 3.1**), nous allons définir que les blocs que nous avons utilisés pour la simulation de notre système.

Tableau3.1 : la description des différents modules utilisés pour la simulation de notre système.

Le module	Description
	Un bloc Create permet de créer des entités
	Un bloc Dispose permet de modéliser une sortie d'entité du modèle.
	Un bloc Assign permet d'assigner une valeur, notamment, à un attribut ou à une variable
	Le bloc decide permet de diriger le flux d'entités parmi plusieurs destinations. Il inclut l'option pour prendre une décision basée sur une ou plusieurs conditions.

	<p>Le bloc Record permet, selon le contenu du champ Type, de :</p> <ul style="list-style-type: none"> - compter le nombre d'entités traversant le bloc (Type = Count); - recueillir les temps de passage successif de 2 entités (Type = Time Between) ; - recueillir les temps mis par les entités traversant une partie (ou l'ensemble) d'un modèle (Type = Time Interval)
	<p>Le module Delay retarde une entité d'une durée spécifiée.</p> <p>Lorsqu'une entité arrive à un module Delay, l'expression de délai est évaluée et l'entité reste dans le module pour la période de temps résultante.</p>
	<p>Le module Station définit une station (ou un ensemble de stations) correspondant à un emplacement physique ou logique où le traitement a lieu. Si le module Station définit un ensemble de stations, il définit efficacement plusieurs emplacements de traitement.</p>
	<p>Le module Route transfère une entité à une station spécifiée ou à la station suivante dans la séquence de visite de la station définie pour l'entité. Un délai de transfert vers la prochaine station peut être défini.</p>
	<p>Le module Request affecte une unité de transport à une entité et déplace l'unité vers l'emplacement de la station de l'entité. Une unité de transport spécifique peut être spécifiée ou la sélection peut se produire sur la base d'une règle.</p> <p>Lorsque l'entité arrive au module de Request, un transporteur lui est affecté lorsqu'il est disponible. L'entité</p>

	<p>reste sur le module Request jusqu'à ce que l'unité de transport ait atteint la station de l'entité. L'entité quitte ensuite le module Request.</p>
	<p>Le module de transport transfère l'entité de contrôle à une station de destination. Après le délai requis pour le transport, l'entité réapparaît dans le modèle à la station module. Les transporteurs à parcours libre sont toujours déplacés vers la même destination de station que l'entité.</p>
	<p>Le module Free libère l'unité de transport la plus récemment attribuée à l'entité. Si une autre entité attend dans une file d'attente pour demander ou attribuer le transporteur, le transporteur sera donné à cette entité. S'il n'y a pas d'entité en attente au moment où l'unité de transport est libérée, le transporteur attendra au repos à l'emplacement de la station de l'entité de libération, sauf indication contraire dans le module Transporteur.</p>
 <p>Network</p>	<p>Le module Network définit une carte système qu'un ensemble de transporteurs guidés suivra. Un réseau englobe l'ensemble des liens spécifiés dans son groupe Répétition des liens réseau.</p>
 <p>Network Link</p>	<p>Le module Network Link définit les caractéristiques d'un chemin de transport guidé entre un nom d'intersection de début de pair d'intersection et un nom d'intersection de fin. Le module Network fait ensuite référence à un ensemble de liens réseau pour définir un réseau qui guide les transporteurs pour le mouvement.</p>

3.4 Simulation d'un AS/RS à racks glissants :

3.4.1 L'organigramme du modèle simulé :

Dans l'intérêt de valider les modèles développés, nous avons implémenté le fonctionnement de l'AS/RS à rack glissant dans un programme de simulation sous ARENA, nous l'avons répartie en blocs où chaque étape de l'opération de stockage ou bien de déstockage, est représenté par un bloc nous avons créé les déplacements de la machine S/R entre le casier de stockage et celle de déstockage qui génère le Time between.

Pour chaque simulation nous varions le nombre des casiers et d'allées ainsi que le temps de glissement des racks et nous avons enregistré de la durée de parcours de la machine simulé par le transporter.

Les étapes de la simulation sont définies dans l'organigramme représenté dans la **figure 3.1**

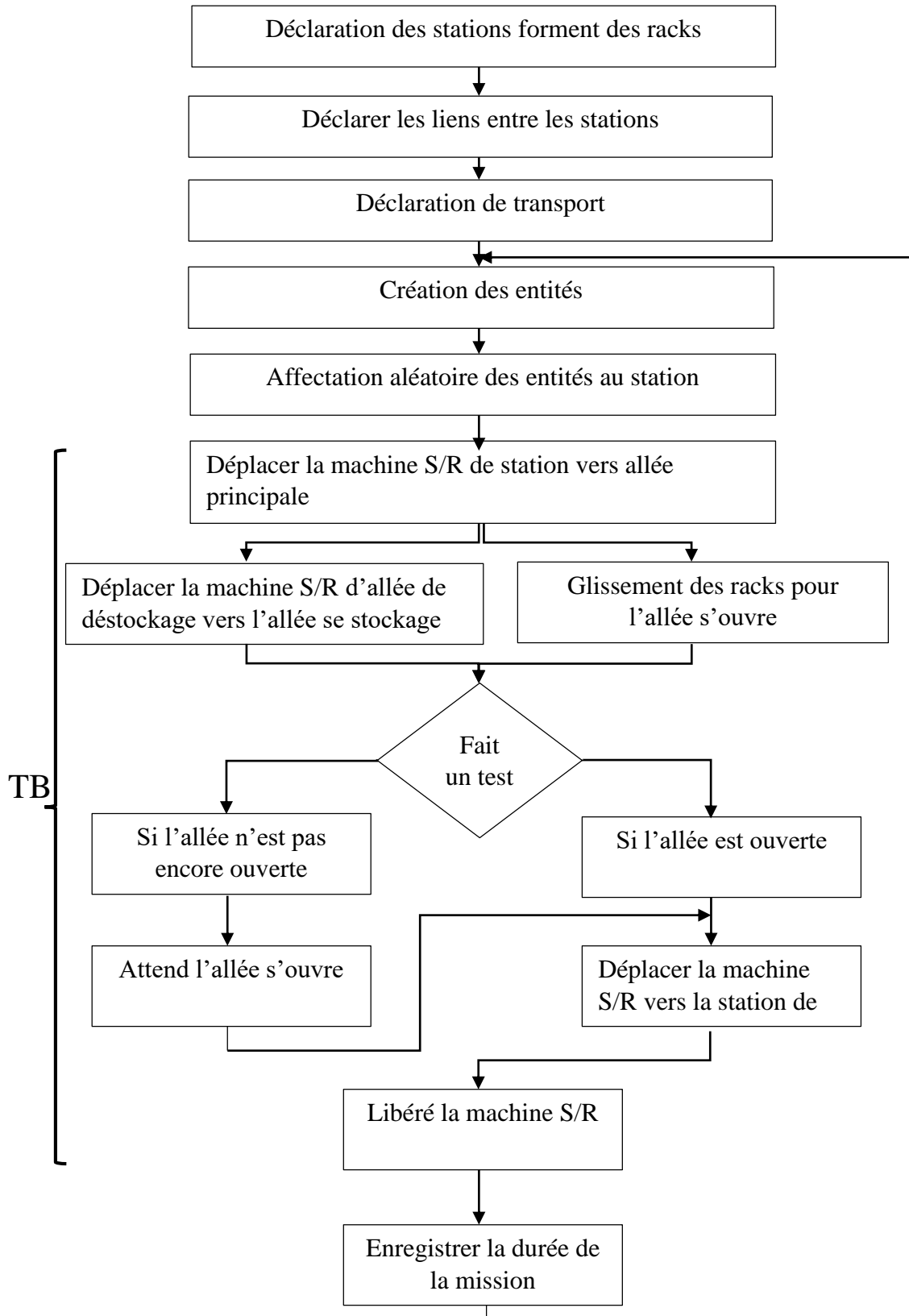


Figure 3. 1 : l'organigramme de fonctionnement de notre modèle

3.4.2 Modèle ARENA :

Au temps de la simulation, ARENA nous a permis de simuler que des configurations de petites tailles de ce système, notre travail consiste à développer une Template en utilisant un certain module de ARENA pour générer le circuit de la machine S/R afin d'estimer le Time between.

Le modèle généré permet de mesurer le temps de déplacement de la machine S/R à partir de la station D/L à un casier de stockage quelconque généré aléatoirement et le temps de déplacement de ce casier à un casier de déstockage qui est généré aussi de manière aléatoire.

A. Pour le stockage :

Au premier temps nous avons placé des entités dans les casiers aléatoirement et ça pour remplir le magasin de stockage, le schéma suivant représente la méthode utilisée :

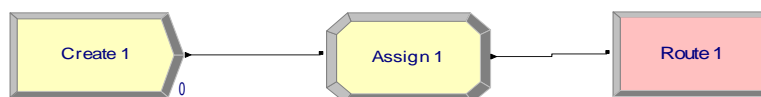


Figure 3. 2 : Modèle ARENA utilisé pour stocker les tâches

- **Create 1** : prise en charge de la création des entités selon une loi constante chaque une minute et une entité par arrive.
- **Assign 1** : spécifie chaque entité par deux attribues qui définit le casier et l'allée correspondante par les expressions suivantes :
 - Pour casier : **aint (unif (1, nombre de casier dans l'allée 1))**
 - pour l'allée: **disc (1/i, 1, 2/i, 2, 3/i, 3 ... n/i, n)**
- **Route 1** : ce module est pour placer chaque entité dans la destination générée précédemment, cette opération prend 0 unité de temps.

B. Pour le TIME BETWEEN (Déstockage, Stockage):

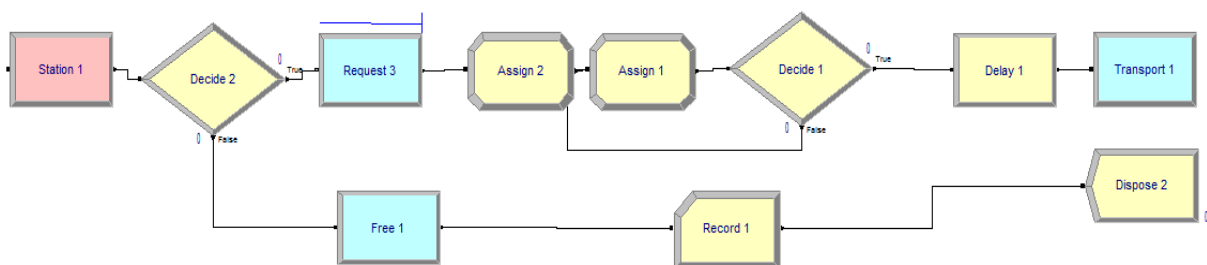


Figure 3. 3 : Modèle ARENA utilisé pour calculer le time between

- **Station 1** : ce module contient l'ensemble des stations représente les casiers de stockage dans les racks qui contient les entités à stocker.
- **Assign 1** : génère une nouvelle destination pour le stockage des entités, c'est-à-dire associer chaque entité par deux attribues en spécifions le numéro de casier et d'allée de stockage, un autre attribue associer à l'entité
- **Décide 1** : vérifier que l'allée de stockage générée est déférente à celle de déstockage où l'entité est placée sinon en refaire la génération du numéro de casier et d'allée.
- **Request** : ce module appelle au transporter (la machine S/R), le transporter se déplace jusqu'à le casier où se trouve l'entités à stocker (cette opération prend 0 unité de temps).
- **Assign 2** : génère une attribue est lui assigné la valeur TNOW dans le but de recorder le temps à partir de la présence de transporter dans le casier de déstockage.
- **Delay** : déclaration de temps de glissement par une expression mathématique, cette expression définie le temps entre l'allée de déstockage et l'allée de stockage c'est : $\text{MAX}(0, T_r - \text{ABS}(\text{Allée1} - \text{Allée2}) * 3)$.
- **Transport 1** : transporter l'entité vers sa destination correspondante assigner précédemment dans Assign 1.
- **Decide 2** : vérifié que l'entité est transportée pour libéré le transporter dans l'étape suivant.
- **Free** : libéré le transporter 1 au niveau de casier de stockage.
- **Record** : ce module consiste à calculer l'intervalle de temps entre le casier de déstockage jusqu'à de libération de transport dans le casier de stockage.

Pour que le modèle ainsi généré est sois prêt à fonctionner il faut déclarer quelque module dans ARENA tel que : Transporter, Network, Network Link.

- **Transporter** : déclaration d'un seul transporter placer initialement à l'intersection en face de la première allée c'est-à-dire la station dépôt/livraison.
- **Network** : déclaration de l'ensemble de Network Link.
- **Network Link** : déclaration des liens entre les stations mitoyennes et les liens entre l'allée principale et les casier correspondantes.

En effet la machine S/R se déplace grâce à des actionnaires à commande numérique, mais dans la simulation et pour faire déplacer le transporter d'un point à une autre le modèle besoin a des intersections associer à chaque station liée entre eux avec des liens, ces liens nous permettons de calculer le temps de déplacement de transporter entre les stations.

Nous avons créé ces liens à l'aide de Microsoft EXCEL pour faciliter la création en masse

Le schéma suivant (**Figure3.4**) montre un exemple de création d'un réseau de circuit de la machine S/R compose de 3 allées et $T_h = T_v = 7$:

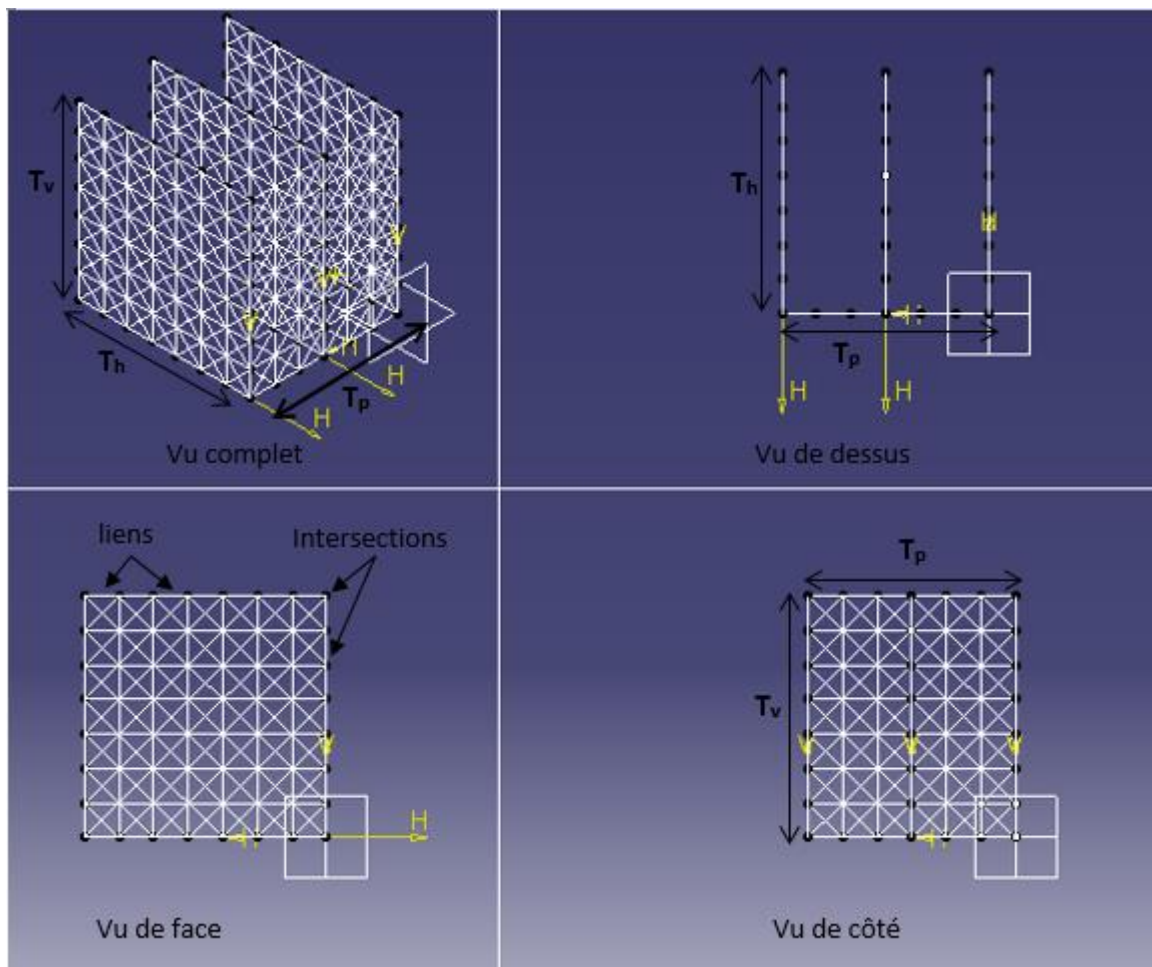


Figure 3. 4 : Schéma explicatif de la manière de création des liens (réseau de circuit de la machine S/R)

3.5 Résultats et interprétation :

Après l'établissement de modèle et les données nécessaires pour simuler ce système, nous effectuons plusieurs simulations sur des configuration déferent en variant les paramètres T_p , T_h , T_r et T_v , la simulation donna un ensemble des résultats, qu'est recordé et résumés dans

le **Tableau 3.2**, dans cette partie, nous comparons les résultats établit par la simulation et celle établit par le modèle analytique en calculant l'erreur ou bien la déférence en pourcentage.

Tableau3.2 : les résultats obtenus par simulation et par le modèle analytique

Configuration	Analytiquement	Par simulation	L'erreur en pourcentage
$T_p = 6$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 2$	7.75	Min=5 Max=16 Moy=9.99	28.9%
$T_p = 6$ $T_h = 7$ $T_v = 4$ $T_r = 2$	9.59	Min=7 Max=20 Moy=11.35	18.35%
$T_p = 9$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 2$	8.53	Min=5 Max=19 Moy=11.04	29.42%
$T_p = 9$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 10$	15.00	Min=12 Max=20 Moy=16.04	6.93%
$T_p = 12$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 1$	9.22	Min=5 Max=22 Moy=12.03	30.47%

$T_p = 6$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 7$	12.00	Min=9 Max=17 Moy=12.99	8.25%
$T_p = 6$ $T_h = 7$ $T_v = 4$ $T_r = 10$	16.83	Min=12 Max=24 Moy=17.35	3.08%
$T_p = 9$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 11$	16.00	Min=11 Max=19 Moy=17.02	6.37%
$T_p = 9$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 20$	25.00	Min=22 Max=30 Moy=25.99	3.96%
$T_p = 9$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 15$	19.97	Min=17 Max=25 Moy=21.02	5.25%
$T_p = 12$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 10$	15.01	Min=12 Max=20 Moy=16.22	8.06%

$T_p = 9$ $T_h = 10$ $T_v = 9$ $T_r = 5$	15.26	Min=7 Max=29 Moy=15.02	1.57%
$T_p = 9$ $T_h = 10$ $T_v = 9$ $T_r = 10$	20.00	Min=12 Max=30 Moy=20.02	0.1%
$T_p = 6$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 9$	14.00	Min=11 Max=19 Moy=14.99	7.07%
$T_p = 9$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 5$	10.02	Min=7 Max=16 Moy=11.33	13.07%
$T_p = 9$ $T_h = 10$ $T_v = 9$ $T_r = 17$	27.00	Min=19 Max=37 Moy=27.02	0.07%
$T_p = 9$ $T_h = 10$ $T_v = 9$ $T_r = 20$	30.00	Min=22 Max=40 Moy=30.02	0.06%

$T_p = 6$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 23$	25.52	Min=25 Max=33 Moy=28.99	13.59%
$T_p = 6$ $T_h = 5$ $T_v = 10$ $T_r = 8$	13.00	Min=10 Max=18 Moy=13.99	7.61%

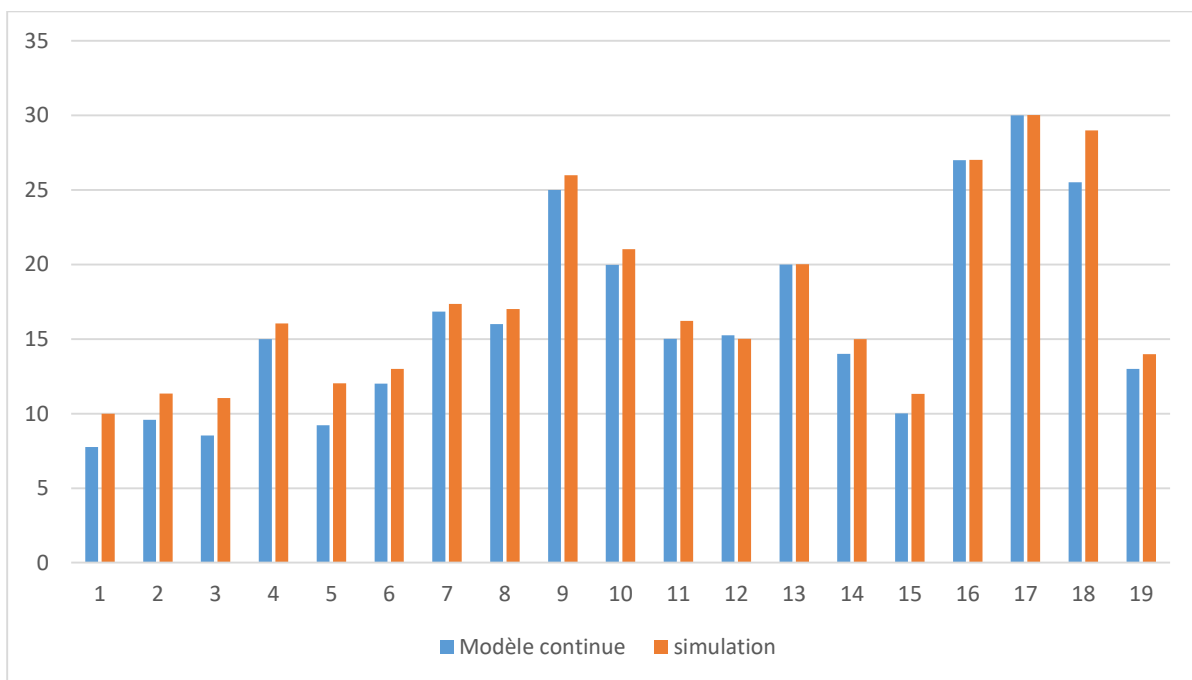


Figure 3. 5 : Comparaison entre les résultats de la simulation d'un AS/RS à racks glissants et les résultats analytiques

La **figure 3.5** ci-avant représente une comparaison entre les résultats de la simulation d'un AS/RS à racks glissants et les résultats analytiques. Nous avons remarqué que les modèles continus développés nous donne des résultats très proches de celles de la simulation avec un erreur relative compris entre 0.06% et 30.47 % qui dépend à la configuration du système et la valeur de glissement des racks T_r , cette erreur influe sur les petits systèmes par contre il devient

très faible pour les grands systèmes. Donc les formules analytiques développées sont validées pour cette simulation.

3.6 Conclusion :

Ce chapitre a pour objectif la validation des modèles analytiques de temps moyen de time between développées dans le chapitre 2. Les résultats de la simulation de plusieurs configurations d'AS/RS à rack glissant ont permis de montrer que le modèle analytique continu est suffisamment précis. La plus grande erreur relative est de 30 %.

Conclusion générale

Conclusion

Dans l'intérêt de souligner l'importance des systèmes automatisés de stockage/déstockage AS/RS dans le domaine de l'industrie et de la production et confirmer leurs performances dans les différents champs d'application et leur valeur ajoutée dans la compétitivité des entreprises, et pour attirer plus d'attention à ses systèmes en raison de ses avantages importants à savoir : une meilleure gestion de stock, réduction de la main-d'œuvre, une utilisation minimale de l'espace de stockage, augmentation de la capacité de stockage, augmentation de la sécurité, une meilleure traçabilité des produits stockés. Nous avons opté pour l'étude des performances des différents types d'AS/RS qui ont été toujours un sujet de développement continu et l'un de ces paramètres de mesure les plus importants est le temps de cycle. Ce dernier influe sur les performances du système global. Il permet d'assurer la conception optimale de l'AS/RS dans le cas où le système n'existe pas, ainsi de calculer leur débit si le système existe déjà.

Il existe plusieurs catégories importantes d'AS / RS et dans ce mémoire notre choix est porté sur l'AS/RS à racks glissants. Ce dernier se caractérise par l'existence de plusieurs racks qui se déplacent latéralement sur des rails de telle sorte qu'on puisse ouvrir une allée entre n'importe quels deux racks mitoyens dans laquelle la machine de stockage/déstockage circule. Ce type d'AS/RS est utilisé en particulier dans l'industrie pharmaceutique et dans les bibliothèques. Il permet une utilisation optimale de l'espace de stockage, en réduisant au minimum le nombre des allées de service.

Le travail présenté dans ce mémoire s'est porté sur le développement des expressions mathématiques modélisant le temps de time between de l'AS/RS à racks glissants que nous avons utilisé par la suite pour l'établissement des modèles mathématiques de temps de double cycle. L'importance de ces expressions réside dans le fait qu'ils ne nous permettent pas seulement de calculer le temps de double cycle mais aussi de calculer n'importe quel temps de multi cycle réalisé par la machine S/R. Ensuite nous avons soumis ces modèles à une validation et vérification en utilisant le logiciel de simulation des systèmes de production ARENA pour confronter les données expérimentales obtenues avec les modèles mathématiques développés.

Les résultats obtenus par le modèle continu sont très proches à ceux obtenus par la simulation avec une erreur relative comprise entre 0.06% et 30.47 %. Ce qui rend les modèles analytiques valides et utilisables pour développer ou bien calculer n'importe quel temps multi cycle.

Conclusion générale

Notre travail ouvre la voie à plusieurs extensions, ceci simplifier la tâche au futur chercheur de faire l'optimisation des dimensions de ce genre des systèmes par rapport au temps de cycle, d'utiliser les modèles de temps de time between que nous avons développé pour calculer le n'importe quel temps de multi cycle ou bien les utiliser pour développer une nouvelle conception de ce système selon les contraintes de temps et de la taille globale de système, afin de créer des nouvelles techniques de pilotage de la machine S/R dans le système automatisé de stockage et déstockage à rack glissant.

Ces modèles sont considérés comme une contribution à l'aide de décision, en tant qu'approche ou technique rend l'utilisation de ce système plus flexible et peu plus rapide et conviviale.

Références bibliographiques :

- [1] http://www.nuigalway.ie/staffsites/david_osullivan/documents/unit_9_automated_storage_systems.pdf
- [2] TOMPKINS, J. A., and WHITE, J. A., 1984, *Facilities Planning* (New York: Wiley).
- [3] Material Handling Institute., “Consideration for planning and installing an automated storage/retrieval systems”, *Inc AS/RS document*, 100 7M, 1977.
- [4] Sari. Z, “Modélisation, analyse et évaluation des performances d’un AS/RS à convoyeur gravitationnel”. *Thèse de doctorat d’état*, Université de Tlemcen Algérie, 2003.
- [5] Kouloughli. S, “Optimisation de systèmes automatisés de stockage/déstockage multi-allées et à racks glissants ”. *Thèse de doctorat*, Université de Tlemcen Algérie, 2013.
- [6] HAMZAOUI. M. A., et BABA AHMED. M.N., « Conception, réalisation et pilotage d'un AS/RS à chariots gravitationnels ». *Thèse de master*, Université de Tlemcen Algérie, 2016.
- [7] <https://www.online-sciences.com/technology/automated-storage-and-retrieval-system-asrs-or-asrs-advantages-and-disadvantages/>
- [8] Tompkins, J. A., White, J. A. 1984 «Facilities Planing» John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [9] Kouloughli. S, Sari. Z.,2010, « Modélisation des temps de cycle d’un AS/RS à convoyeurs gravitationnel à une saule machine S/R. Conférence Internationale de MOdélisation et SIMulation - MOSIM’10 - 10 au 12 mai 2010 - Hammamet - Tunisie
« Evaluation et optimisation des systèmes innovants de production de biens et de services »
- [10] Yu, M., & De Koster, R. (2009). The impact of order batching and picking area zoning on order picking system performance. *European Journal of Operational Research*, 198 (2), 4 80–4 90. doi: 10.1016/j.ejor.2008.09.011 .
- [11] http://www.nuigalway.ie/staffsites/david_osullivan/documents/unit_9_automated_storage_systems.pdf
- [12] Hausman, W.H., Schéwarz, L. B., and Graves, S. C., 1976. Optimal storage assignment in automatic warehousing systems. *Management Science*, 22 (6), 629- 638.
- [13] Graves, S.C., Hausman, W.H, Schwarz, L.B., 1977. Storage retrieval interleaving in automatic warehousing systems, *Management Science*, vol. 23(9), p. 935-945.
- [14] Bozer Y.A and White J.A., 1984. Travel time for automated storage/ retrieval systems. *IIE transactions*, vol. 16, n°4, p. 329-338.
- [15] Han, M.H., McGinnis L.F., Shieh J.S., and White J.A., 1987. On sequencing retrievals in an automated storage retrieval system. *IEE transactions*, vol. 19, p.56-66.
- [16] Hwang, H., Ko CS., 1988. Astudy on multi-aisle system served by a single storage/ retrieval machine.

- [17] Chang, D.T., Wen, U.P. et Lin, J.T., 1995. The impact of acceleration/ deceleration on travel time models for automated storage/retrieval systems. *IIE Transactions*, 27 (6), p. 108-111.
- [18] Wen, U.P., Chang, D., Chen, S.P., 2001. The impact of acceleration/deceleration on travel-time models in class-based automated S/R systems. *IIE transactions*, vol. 33, p. 599-608.
- [19] Park, B.C., 2001. An optimal dwell point for automated storage/ retrieval systems with uniformly distributed, rectangular racks. *International Journal of Production Research*, vol. 39 (7), p. 1469-1480.
- [20] Azzouz, A., Sari, Z., Ghouali, N., 2001. Une synthèse sur l'optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel. *Conférence internationale sur la conception et la production intégrée*, Fès Maroc.
- [21] Ashayeri, J., Heuts, R.M., Valkenburg, M.W.T., Veraart, H.C and Wilhelm, M.R., 2002. A geometrical approach to computing expected cycle times for zone based storage layouts in AS/RS. *International Journal of Production Research*, vol. 40 (17), p. 4467-4483.
- [22] Potrc, I., Lerher, T., Kramberger, J., and Sraml, M., 2004. Simulation model of multi-shuttle automated storage and retrieval systems. *Journal of Materials Processing Technology*, p. 157-158, 236-244.
- [23] Sari, Z., Saying, C., Ghouali, N., 2005. Travel time models for flow-rack automated storage/ retrieval systems. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 25, p. 979-987.
- [24] Sari, Z., 2003. Modélisation, analyse et évaluation des performances d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel. *Thèse de doctorat d'état, Université de Tlemcen Algérie*.
- [25] Lerher, T., Matjaz, S., Janez, K., Iztok, P., Matej, B., 2005. Analytical travel time models for multi-aisle automated storage/ retrieval systems. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol 30(3), p. 340-356.
- [26] Ghomri, L., Sari, Z., Guezzan, A., Sari, T., 2008. Expression analytique du temps de cycle pour les AS/RS multi allées. *7ème Conférence Internationale de modélisation et simulation MOSIM'08 Paris France*.
- [27] Kouloughli, S., Sari, Z., Sari, T., 2008. Optimisation des dimensions d'un AS/RS multi allées pour un temps de simple cycle optimal. *7ème Conférence Internationale de modélisation et simulation MOSIM'08 Paris France*.
- [28] Sari, Z., 1998 « Expressions analytiques discrètes de simple et double cycle d'un AS/RS multi-allées » Rapport interne, LAT, Université Abou-Bekr Belkaïd, Tlemcen, Algérie.
- [29] Guezzan A.H. Sari Z., Ghomri L. 2011 «Continuous Model for Single Cycle Times of a Mobile Racks Automated Storage and Retrieval System» *conference MISC' 11*.
- [30] Sari Z., Kouloughli S. 2010 « Modélisation des temps de cycle d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine S/R » conférence internationale de modélisation et simulation, Hammamet Tunisie.

[31] Guezzen. A.H., 2015 « Modélisation du temps de cycle d'un système automatisé de stockage/déstockage (AS/RS) multi-allées et à racks glissants ».

[32] Larousse

[33] **Jean-Louis Boimond.** « simulation des systèmes de production – réseaux de petri SIMAN- ARENA»

[34] http://www.ulb.ac.be/di/map/gbonte/modsim/modsim_1.pdf

[35] <http://web.cs.mun.ca/~donald/msc/node6.html>

[36] Guide d'utilisation de logiciel Arena (https://www.fr-techteam.com/wp-content/uploads/2016/06/guide_utilisation_arena_2016.pdf)

Résumé :

Dans ce travail, nous nous intéressons aux systèmes automatisés de stockage/déstockage AS/RS. La définition, les avantages, les inconvénients ont été présentés, nous énoncerons aussi les principaux composants qui les constituent ainsi qu'une description des types des AS/RS les plus répandus, nous exposons aussi un état de l'art en citant d'une façon globale les travaux réalisés dans ce domaine de recherche. Nous focalisons notre travail sur l'AS/RS à rack glissant, ce type de systèmes comportent une seule allée, il est composé des racks se déplaçant latéralement sur des rails de telle sorte que l'on puisse ouvrir une allée entre n'importe quels deux racks mitoyens, il se compose aussi d'une machine S/R et une station dépôt/livraison. Il permet d'optimiser l'exploitation de l'espace en réduisant au minimum le nombre d'allées de service.

L'objectif principal de ce mémoire réside sur la modélisation mathématique de temps de double cycle de l'AS/RS à racks glissants, Ce dernier est l'un des paramètres les plus importants pour la conception et la mesure de performances des AS/RS. Nous avons fait une modélisation mathématique de temps moyen de time between qui nous a conduit à déterminer le temps moyen de double cycle en montrant la procédure adoptée dans le développement des modèles. Par la suite nous avons utilisé le logiciel de simulation Arena afin de valider les expressions analytiques développés.

Abstract:

In this work we are interested in AS/RS automated storage/retrieval systems. It's definition, advantages and disadvantages have been presented, also we tried to state the main components that constitute them as well as a description of the types of AS/RS most widespread, then we exposed a state of the art citing in a comprehensive way the work done in this field of research. We focus our work on the AS/RS sliding rack, this type of systems has a single aisle, it is composed of racks moving laterally on rails so that we can open an alley between any two adjoining racks, a S/R machine and a depot/delivery station. It optimizes the use of space by minimizing the number of service aisles.

The main objective of this thesis lies on the mathematical modeling of double-cycle time of AS/RS with sliding racks, the latter being one of the most important parameters for the design and measurement of AS/RS. We did a mathematical modeling of the average time of time between which led us to determine the average time of double cycle by showing the procedure adopted in the development of the models. In the following we used Arena simulation software to validate the analytic expressions developed.

ملخص:

نحن مهتمون في هذا العمل بأنظمة التخزين و الاسترجاع الأوتوماتيكي AS/RS لقد قدمنا تعريفها، مزاياها و عيوبها. ثم ذكر المكونات الأساسية التي تشكلها إضافة إلى تقديم وصف للأنواع AS/RS الأكثر إنتشارا. كما أننا عرضنا بصفة شاملة أهم الأعمال المنجزة في هذا المجال من البحوث العلمية. في عملنا هذا نركز على AS/RS ذات رفوف تخزين متحركة هذا النوع من الأنظمة يتكون من ممر واحد و من رفوف تتحرك بشكل جانبي على القضبان مما يسمح بفتح ممر بين أي رفين متجاورين يتكون أيضا من آلة R/S ومحطة الإيداع و التسليم. يسمح هذا النظام بحسن استخدام الفضاء عن طريق تقليل عدد ممرات الخدمة.

الهدف الرئيسي من هذه الأطروحة يكمن في النمذجة الرياضية لمتوسط دورة الزمن المزدوج ل AS/RS ذات رفوف تخزين متحركة و هذا الأخير هو واحد من أهم معايير التصميم و قياس الكفاءة. لقد قمنا بعمل نموذج رياضي لمتوسط الوقت اللازم للانتقال ما بين رفين و الذي قادنا إلى تحديد متوسط وقت الدورة المزدوجة و ذلك بعرض جميع المراحل و الطرق المتبعة في تطوير النماذج, بعد ذلك إستخدمنا برنامج المحاكاة ARENA للتحقق من صحة النماذج الرياضية المطورة.